Curs 5

## Semantica limbajelor de programare

- Limbaj de programare: sintaxă și semantică
- □ Feluri de semantică
  - Limbaj natural descriere textuală a efectelor
  - Operațională asocierea unei demonstrații a execuției
  - Axiomatică Descrierea folosind logică a efectelor unei instructiuni
  - Denotațională prin asocierea unui obiect matematic (denotatie)
  - Statică Asocierea unui sistem de tipuri care exclude programe eronate

## IMP: un limbaj IMPerativ foarte simplu

#### Ce contine

- Expresii
  - Aritmetice
  - Booleene
- □ Blocuri de instructiuni
  - De atribuire
  - Conditionale
  - De ciclare
  - De interactiune I/O

```
var n = 0; read("n=", n);
var prime = true;
var i = 1;
while (prime && i * i < n) {
    i = i + 1;
    if (n % i == 0) prime = false
    else {}
};
if (prime) print("Is_prime:_", n)
else print("Is_not_prime:_", n)</pre>
```

### Sintaxă formală

```
E ::= n | x | b
   |E+E|E*E|E/E
   \mid E \leq E \mid E == E
   | ! E | E && E
C ::= var x = E \mid x = E
   \mid if (B) C else C
   | while (B) C
   read (str.x) print (str.E)
   | { {C;}*}
P ::= \{C;\}*
```

unde *n* reprezintă numere întregi, *b* constante de adevăr, *x* identificatori si *str* siruri de caractere.

# Semantică statică

### Semantică Statică - Motivatie

- Este sintaxa unui limbaj de programare prea expresivă?
- ☐ Sunt programe care n-aş vrea să le pot scrie, dar le pot?

- Putem detecta programe greșite înainte de rulare?
- □ Putem garanta că execuția programului nu se va bloca?

### Semantică Statică - Motivatie

- Este sintaxa unui limbaj de programare prea expresivă?
- Sunt programe care n-aş vrea să le pot scrie, dar le pot?
  - Pot aduna întregi cu Booleeni
  - □ 2 <= 3 <= 5</p>

- □ Putem detecta programe greşite înainte de rulare?
- Putem garanta că execuția programului nu se va bloca?
  - folosirea variabilelor fără a le declara
  - tipuri incompatibile (variabile, dar și expresii)

### Semantică Statică - Motivatie

- Este sintaxa unui limbaj de programare prea expresivă?
- Sunt programe care n-aş vrea să le pot scrie, dar le pot?
  - Pot aduna întregi cu Booleeni
  - 2 <= 3 <= 5</pre>

- Putem detecta programe greșite înainte de rulare?
- Putem garanta că execuția programului nu se va bloca?
  - folosirea variabilelor fără a le declara
  - □ tipuri incompatibile (variabile, dar și expresii)
- Soluție: Sistemele de tipuri

## Sisteme de tipuri

- Descriu programele "bine formate"
- Pot preveni anumite erori
  - folosirea variabilelor nedeclarate/neinţializate
  - detectarea unor bucati de cod inaccesibile
  - erori de securitate
- Ajută compilatorul
- Pot influența proiectarea limbajului

### Scop (ideal)

Progamele "bine formate", i. e., cărora li se poate asocia un tip nu esuează

## Reguli intuitive pentru IMP

- Variabilele trebuie declarate înainte de a fi folosite
- □ Variabilele nu își schimba tipul în timpul execuției
- operanzii asociați unui operator într-o expresie trebuie să se evalueze la valori corespunzătoare tipurilor așteptate de operator
- □ Conditiile din if si while se evaluează la valori Booleene
- Se fac operații I/O doar cu valori de tip întreg

## Sisteme de tipuri

- □ Vom defini o relație Γ ⊢ frag : T
- $\Box$  Citim frag are tipul T dacă  $\Gamma$ , unde
- □ Γ tipuri asociate variabilelor din e

### Exemple

⊢ if true then {} else {} : stmt

x:**int**  $\vdash x + 13$  : **int** 

x:**int** y = y + 1 : T pentru orice T

## Tipuri în limbajul IMP

### Tipurile expresiilor = tipurile gramaticale

$$T ::= int \mid bool \mid stmt$$

### Γ — Mediul de tipuri

- Asociază tipuri variabilelor
- □ Notație: o listă de perechi locație-tip  $x_1 : t_1, ..., x_n : t_n$

### Observații pentru limbajul IMP

- □ variabile din Γ au tipul fie int fie bool
- Apariţia unei variabile în Γ înseamnă că variabila a fost declarată

### Tipul constantelor

```
(INT) \Gamma \vdash n : \mathbf{int} \ dac\,\check{a}\, n \in \mathbb{Z}
```

(BOOL)  $\Gamma \vdash b$ : **bool** dacă  $b \in \{true, false\}$ 

### Tipul constantelor

### Tipul operatorilor

Operanzii asociați unui operator într-o expresie trebuie să se evalueze la valori corespunzătoare tipurilor așteptate de operator

$$\text{\tiny (OP+)} \quad \frac{\Gamma \vdash \ e_1 \ : \textbf{int} \quad \Gamma \vdash \ e_2 \ : \textbf{int}}{\Gamma \vdash \ e_1 + e_2 \ : \textbf{int}}$$

### Tipul constantelor

```
 \begin{tabular}{lll} \begin{tabular}{lll} \begin{tabular}{lll} $(\mbox{\tiny INT})$ & $\Gamma \vdash n$ : $\mbox{\bf int}$ & $dac\Bar{a}$ $n \in \mathbb{Z}$ \\ \begin{tabular}{lll} \begin{tabular}{ll
```

### Tipul operatorilor

Operanzii asociați unui operator într-o expresie trebuie să se evalueze la valori corespunzătoare tipurilor așteptate de operator

$$\begin{array}{lll} \text{(op+)} & \frac{\Gamma \vdash e_1 : \textbf{int} & \Gamma \vdash e_2 : \textbf{int}}{\Gamma \vdash e_1 + e_2 : \textbf{int}} \\ \text{(op<)} & \frac{\Gamma \vdash e_1 : \textbf{int} & \Gamma \vdash e_2 : \textbf{int}}{\Gamma \vdash e_1 <= e_2 : \textbf{bool}} \\ \text{(op!)} & \frac{\Gamma \vdash e : \textbf{bool}}{\Gamma \vdash e : \textbf{bool}} \end{array}$$

### Tipul variabilelor și al declarațiilor

- □ Variabilele trebuie declarate înainte de a fi folosite
- □ Variabilele nu își schimba tipul în timpul execuției

### Tipul variabilelor și al declarațiilor

- □ Variabilele trebuie declarate înainte de a fi folosite
- □ Variabilele nu își schimba tipul în timpul execuției

$$\begin{array}{ll} \text{(loc)} & \Gamma \vdash x : t & \textit{dacă} \ \Gamma(x) = t \\ \\ \text{(DECL)} & \frac{\Gamma \vdash e : t \quad \Gamma, x \mapsto t \vdash \textit{sts} : \textit{stmt}}{\Gamma \vdash \textit{var} \ x = e; \textit{sts} : \textit{stmt}} \end{array}$$

### Tipul variabilelor și al declarațiilor

- □ Variabilele trebuie declarate înainte de a fi folosite
- □ Variabilele nu își schimba tipul în timpul execuției

(LOC) 
$$\Gamma \vdash x : t \quad dac\check{a} \ \Gamma(x) = t$$
(DECL)  $\frac{\Gamma \vdash e : t \quad \Gamma, x \mapsto t \vdash sts : stmt}{\Gamma \vdash \mathbf{var} \ x = e; sts : stmt}$ 

#### Instructiuni: Atribuire si secventiere

□ Variabilele nu își schimba tipul în timpul execuției

(ATRIB) 
$$\frac{\Gamma \vdash e : t}{\Gamma \vdash x = e : \mathbf{Stmt}} \quad dac \breve{a} \Gamma(x) = t$$

### Tipul variabilelor și al declarațiilor

- □ Variabilele trebuie declarate înainte de a fi folosite
- □ Variabilele nu își schimba tipul în timpul execuției

(LOC) 
$$\Gamma \vdash x : t \quad dac\check{a} \ \Gamma(x) = t$$
(DECL)  $\frac{\Gamma \vdash e : t \quad \Gamma, x \mapsto t \vdash sts : stmt}{\Gamma \vdash \mathbf{var} \ x = e; sts : stmt}$ 

#### Instructiuni: Atribuire si secventiere

□ Variabilele nu își schimba tipul în timpul execuției

(ATRIB) 
$$\frac{\Gamma \vdash e : t}{\Gamma \vdash x = e : \mathbf{stmt}}$$
  $dac \check{a} \Gamma(x) = t$ 

$$(seq) \quad \frac{\Gamma \vdash st : \mathbf{stmt} \quad \Gamma \vdash sts : stmt}{\Gamma \vdash st; sts : \mathbf{stmt}} \quad dacă st \ nu \ e \ declaratie$$

### Tipuri pentru instrucțiuni

□ Condițiile din if și while se evaluează la valori Booleene

$$({\scriptscriptstyle |\mathbb{F}|}) \quad \frac{\Gamma \vdash c : \mathsf{bool} \quad \Gamma \vdash t : \mathsf{stmt} \quad \Gamma \vdash e : \mathsf{stmt}}{\Gamma \vdash \mathsf{if} \ c \ \mathsf{then} \ t \ \mathsf{else} \ e : \mathsf{stmt}}$$

### Tipuri pentru instrucțiuni

□ Condițiile din if și while se evaluează la valori Booleene

### Tipuri pentru instrucțiuni

□ Condițiile din if și while se evaluează la valori Booleene

$$\begin{array}{lll} \text{(IF)} & \frac{\Gamma \vdash c : \mathbf{bool} & \Gamma \vdash t : \mathbf{stmt} & \Gamma \vdash e : \mathbf{stmt}}{\Gamma \vdash \mathbf{if} \ c \ \mathbf{then} \ t \ \mathbf{else} \ e : \mathbf{stmt}} \\ \text{(WHILE)} & \frac{\Gamma \vdash c : \mathbf{bool} & \Gamma \vdash b : \mathbf{stmt}}{\Gamma \vdash \mathbf{while} \ (c) \ b : \mathbf{stmt}} \end{array}$$

Se fac operații I/O doar cu valori de tip întreg

(READ) 
$$\Gamma \vdash \mathbf{read}(s, x) : \mathbf{stmt} \quad dac\ \ \Gamma(x) = \mathbf{int}$$
(PRINT)  $\frac{\Gamma \vdash e : \mathbf{int}}{\Gamma \vdash \mathbf{print}(s, e) : \mathbf{stmt}}$ 

# Haskell: limbajul SIMPLE

## Limbajul SIMPLE

### SIMPLE - exemplu

```
pFact= Block [
       Asgn "n" (I 5),
       Asgn "fact " (Id "n"),
       Asgn "i" (I 1),
       While (BinE Neg (Id "n") (Id "i"))
                (Block [ Asgn "fact" (BinA Mul (Id "
                    fact") (Id "i")),
                       Asgn "i" (BinA Add (Id "i") (I
                            1))
                       ])
*SIMPLE> pFact
Block [Asgn "n" 5, Asgn "fact " n, Asgn "i" 1, While n!=
   i (Block [Asgn "fact" (fact*i), Asgn "i" (i+1)])]
```

## Limbajul SIMPLE - operatori

```
type Name = String
data BinAop = Add | Mul | Sub | Div | Mod
data BinCop = Lt | Lte | Gt | Gte
data BinEop = Eq | Neq
data BinLop = And | Or
```

## Limbajul SIMPLE - expresii

```
data Exp
= Id Name
| I Integer
| B Bool
| UMin Exp
| BinA BinAop Exp Exp
| BinC BinCop Exp Exp
| BinE BinEop Exp Exp
| BinL BinLop Exp Exp
| Not Exp
```

## Limbajul SIMPLE - instrucțiuni

#### data Stmt

- = Asgn Name Exp
- | If Exp Stmt Stmt
- | While Exp Stmt
- | Block [Stmt]
- | Decl Name Exp

## SIMPLE: operatori binari

□ operatori aritmetici
data BinAop = Add | Mul
instance Show BinAop where
show Add = "+"
show Mul = "\*"

## SIMPLE: operatori binari

```
    operatori aritmetici

  data BinAop = Add | Mul
  instance Show BinAop where
      show Add = "+"
      show Mul = "*"

    operatori logici

  data BinLop = And | Or
  instance Show BinLop where
      show And = "&\&"
      show Or = "||"
```

### SIMPLE: relatii

□ relații de ordine

data BinCop = Lte | Gte

instance Show BinCop where
show Lte = "<="
show Gte = ">="

### SIMPLE: relații

```
    relatii de ordine

  data BinCop = Lte | Gte
  instance Show BinCop where
      show Lte = "<="
      show Gte = ">="
□ relatia de egalitate
  data BinEop = Eq | Neq
  instance Show BinEop where
      show Eq = "=="
      show Neq = "!="
```

# SIMPLE: expresii simple

```
data Exp
= Id Name
| I Integer
| B Bool
```

## SIMPLE: expresii simple

## SIMPLE: expresii (complet)

```
data Exp
= Id Name
| I Integer
| B Bool
| UMin Exp
| BinA BinAop Exp Exp
| BinC BinCop Exp Exp
| BinE BinEop Exp Exp
| BinL BinLop Exp Exp
| Not Exp
```

## SIMPLE: expresii (complet)

```
instance Show Exp where
    show (Id x) = x
    show (l i) = show i
    show (B True) = "true"
    show (B False) = "false"
    show (UMin e) = "-" ++ show e
    show (BinA op e1 e2) = addParens $ show e1 ++
       show op ++ show e2
    show (BinL op e1 e2) = addParens $ show e1 ++
       show op ++ show e2
    show (BinC op e1 e2) = show e1 ++ show op ++ show
        е2
    show (BinE op e1 e2) = show e1 ++ show op ++ show
        e2
    show (Not e) = "!" ++ show e
addParens :: String -> String
addParens e = "(" ++ e ++ ")"
```

## Exemplu: SIMPLE expresii

```
> :t BinC Lte (Id "prime") (BinA Add (I 2) (Id "x"))
BinC Lte (Id "prime") (BinA Add (I 2) (Id "x")) ::
        Exp
> :t BinL Lte (Id "prime") (BinA Add (I 2) (Id "x"))
error: ...
> BinC Lte (Id "prime") (BinA Add (I 2) (Id "x"))
prime <=(2+x)</pre>
```

## Exemplu: SIMPLE expresii

#### Observati că:

```
> :t BinC Lte (B True) (BinA Add (I 2) (Id "x"))
BinC Lte (B True) (BinA Add (I 2) (Id "x")) :: Exp

> BinC Lte (B True) (BinA Add (I 2) (Id "x"))
true <=(2+x)
```

#### Exemplu: SIMPLE expresii

#### Observati că:

```
> :t BinC Lte (B True) (BinA Add (I 2) (Id "x"))
BinC Lte (B True) (BinA Add (I 2) (Id "x")) :: Exp
> BinC Lte (B True) (BinA Add (I 2) (Id "x"))
true <=(2+x)</pre>
```

Expresia de mai sus este **coerectă sintactic** dar greșită din punctul de vedere al verificării tipurilor.

#### SIMPLE: instructiuni

```
data Stmt
            Asgn Name Exp
              | If Exp Stmt Stmt
              | While Exp Stmt
                Block [Stmt]
                Decl Name Exp
 deriving (Show)
```

```
pFact= Block [
       Asgn "n" (I 5),
       Asgn "fact " (Id "n"),
       Asgn "i" (I 1),
       While (BinE Neg (Id "n") (Id "i"))
                (Block [ Asgn "fact" (BinA Mul (Id "
                    fact") (Id "i")),
                       Asgn "i" (BinA Add (Id "i") (I
                            1))
                        ])
```

\*SIMPLE> :t pFact pFact :: Stmt

```
pFact= Block [
       Decl "n" (I 5),
       Decl "fact " (Id "n"),
       Decl "i" (I 1),
       While (BinE Neg (Id "n") (Id "i"))
                (Block [ Asgn "fact" (BinA Mul (Id "
                    fact") (Id "i")),
                       Asgn "i" (BinA Add (Id "i") (I
                            1))
                        ])
*SIMPLE> pFact
Block [Asgn "n" 5, Asgn "fact " n, Asgn "i" 1,
While n!=i (Block [Asgn "fact" (fact*i),
Asgn "i" (i+1)])
```

# SIMPLE: verificarea sistemului de tipuri

emptyCSt = Map.empty

vom folosi o "stare" in care fiecare variabila are ascociat un tip;
 "stările" sunt definite folosind Data.Map
 import Data.Map. Strict as Map
 type CheckerState = Map Name Type
 emptyCSt :: CheckerState -- "starea" vida

up vom folosi o "stare" in care fiecare variabila are ascociat un tip: "stările" sunt definite folosind Data. Map **import** Data.Map.Strict as Map type CheckerState = Map Name Type emptyCSt :: CheckerState -- "starea" vida emptyCSt = Map.empty functia de verificare va asocia unei constructii sintactice o valoare M Type, unde M este o monadă iar Type este un tip: data Type = TInt | TBool checkExp :: Exp -> M Type

□ vom folosi o "stare" in care fiecare variabila are ascociat un tip: "stările" sunt definite folosind Data. Map **import** Data.Map.Strict as Map type CheckerState = Map Name Type emptyCSt :: CheckerState -- "starea" vida emptyCSt = Map.empty functia de verificare va asocia unei constructii sintactice o valoare M Type, unde M este o monadă iar Type este un tip: data Type = TInt | TBool checkExp :: Exp -> M Type Tipul "unit" () va fi tipul instrucțiunilor:

□ vom folosi o "stare" in care fiecare variabila are ascociat un tip: "stările" sunt definite folosind Data. Map **import** Data.Map.Strict as Map type CheckerState = Map Name Type emptyCSt :: CheckerState -- "starea" vida emptyCSt = Map.empty functia de verificare va asocia unei constructii sintactice o valoare M Type, unde M este o monadă iar Type este un tip: data Type = TInt | TBool checkExp :: Exp -> M Type Tipul "unit" () va fi tipul instrucțiunilor: unde checkStmt :: Stmt -> M () checkBlock :: [Stmt] -> M ()

#### SIMPLE type checker: monada

Monada M este o combnație între monada Reader și monada
 Either

```
newtype EReader a =
   EReader {runEReader :: CheckerState ->(Either
      String a)}
instance Monad EReader where
    return a = EReader (\env -> Right a)
    act >>= k = EReader f
                where
                 f env = case (runEReader act env)
                     of
                           Left s -> Left s
                           Right va -> runEReader (k
                               va) env
```

#### SIMPLE type checker: monada

 Monada EReader este o combnație între monada Reader și monada Either

# SIMPLE type checker: funcții auxiliare

```
throwError :: String -> EReader a
throwError e = EReader (\ -> (Left e))
expect ::(Show t, Eq t, Show e) => t \rightarrow t \rightarrow e \rightarrow M ()
expect tExpect tActual e =
    if (tExpect /= tActual)
    then (throwError
        $ "Type mismatch. Expected " ++ show tExpect
            ++ " but got " ++ show tActual ++ " for "
            ++ show e)
    else (return ())
```

# SIMPLE type checker: lookup

```
data Type = TInt | TBool
  deriving (Eq)
type CheckerState = Map Name Type
type M = EReader
lookupM :: Name -> M Type
lookupM x = do
   env <- askEReader
   case (Map.lookup x env) of
        Nothing -> throwError $ "Variable " <> x <> "
            not declared"
        Just t -> return t
```

```
checkExp :: Exp -> M Type
checkStmt :: Stmt -> M ()
checkBlock :: [Stmt] -> M ()
checkPgm :: [Stmt] -> Bool
checkPgm pgm =
 case (runEReader (checkBlock pgm)) emptyCSt of
        Left err -> error err
        Right -> True
```

```
checkExp :: Exp -> M Type
checkStmt :: Stmt -> M ()
checkBlock :: [Stmt] -> M ()
checkPgm :: [Stmt] -> Bool
checkPgm pgm =
 case (runEReader (checkBlock pgm)) emptyCSt of
        Left err -> error err
        Right -> True
*Checker> checkPgm [pFact]
True
```

```
checkExp :: Exp -> M Type
checkStmt :: Stmt -> M ()
checkBlock :: [Stmt] -> M ()
checkPgm :: [Stmt] -> Bool
checkPam pam =
case (runEReader (checkBlock pgm)) emptyCSt of
        Left err -> error err
        Right -> True
```

```
checkExp :: Exp -> M Type
checkStmt :: Stmt -> M ()
checkBlock :: [Stmt] -> M ()
checkPgm :: [Stmt] -> Bool
checkPam pam =
case (runEReader (checkBlock pgm)) emptyCSt of
        Left err -> error err
        Right -> True
*Checker> runEReader (checkExp (BinC Lte (B True)
 (BinA Add (I 2) (Id "x")))) emptyCSt
Left "Type mismatch. Expected int but got bool for
   true"
```

# SIMPLE type checker: verficarea blocurilor

```
checkBlock :: [Stmt] -> M ()
checkBlock [] = return ()
checkBlock (Decl x e : ss) = do
    t <- checkExp e
    localEReader (Map.insert x t) (checkBlock ss)
checkBlock (s : ss) = checkStmt s >> checkBlock ss
```

## SIMPLE type checker: verificarea instrucțiunilor

```
checkStmt :: Stmt -> M ()
checkStmt (Decl _ _) = return ()
checkStmt (Block ss) = checkBlock ss
```

# SIMPLE type checker: verificarea instrucțiunilor

```
checkStmt :: Stmt -> M ()
checkStmt (Decl _ _) = return ()
checkStmt (Block ss) = checkBlock ss
checkStmt (Asgn x e) = do
    tx <- lookupM x
    te <- checkExp e
    expect tx te e
checkStmt (If e s1 s2) = do
    te <- checkExp e
    expect TBool te e
   checkStmt s1
    checkStmt s2
checkStmt (While e s) = ...
```

# SIMPLE type checker: verificarea expresiilor

```
checkExp :: Exp -> M Type
checkExp (I _) = return TInt
checkExp (B _) = return TBool
checkExp (Id x) = lookupM x
```

# SIMPLE type checker: verificarea expresiilor

```
checkExp :: Exp -> M Type
checkExp (I ) = return TInt
checkExp (B ) = return TBool
checkExp (Id x) = lookupM x
checkExp (BinA e1 e2) = do
    t1 <- checkExp e1
    expect TInt t1 e1
    t2 <- checkExp e2
    expect TInt t2 e2
    return Tint
checkExp (Not e) = do
    t <- checkExp e
    expect TBool t e
    return TBool
. . .
```

39/40

Pe săptămâna viitoare!