# Programare funcțională

Funcții de ordin înalt. Procesarea fluxurilor de date.

## Ioana Leuștean Traian Florin Șerbănuță

Departamentul de Informatică, FMI, UB ioana@fmi.unibuc.ro traian.serbanuta@unibuc.ro

20 octombrie 2020

# **Cuprins**

- 🚺 Operatori. Secțiuni
  - Operatori
  - Sectiuni
- Procesarea fluxurilor de date: Map, Filter, Fold
  - Transformarea fiecărui element dintr-o listă
    - Exemple
    - Funcția map
  - Selectarea elementelor dintr-o listă
    - Exemple
    - Funcția filter
  - Agregarea elementelor dintr-o listă
    - Exemple
    - Functia foldr
  - Map, Filter, Fold combinate
  - Map/Filter/Fold în alte limbaje

# **Cuprins**

- 🕕 Operatori. Secțiuni
  - Operatori
  - Sectiuni
- Procesarea fluxurilor de date: Map, Filter, Fole
  - Transformarea fiecărui element dintr-o listă
    - Exemple
    - Funcția map
  - Selectarea elementelor dintr-o listă
    - Exemple
    - Functia filter
  - Agregarea elementelor dintr-o listă
    - Exemple
    - Funcția foldr
  - Map, Filter, Fold combinate
  - Map/Filter/Fold în alte limbaje

# Operatorii sunt funcții cu două argumente

#### Operatorii în Haskell

- au două argumente
- pot fi apelați folosind notația infix
- pot fi definiţi folosind numai "simboluri" (ex: \*!\*)
  - în definiția tipului operatorul este scris între paranteze

# Operatorii sunt funcții cu două argumente

#### Operatorii în Haskell

- au două argumente
- pot fi apelați folosind notația infix
- pot fi definiți folosind numai "simboluri" (ex: \*!\*)
  - în definiția tipului operatorul este scris între paranteze
- Operatori predefiniți

```
(||) :: Bool -> Bool -> Bool
(:) :: a -> [a] -> [a]
(+) :: Num a => a -> a -> a
```

# Operatorii sunt funcții cu două argumente

#### Operatorii în Haskell

- au două argumente
- pot fi apelați folosind notația infix
- pot fi definiți folosind numai "simboluri" (ex: \*!\*)
  - în definiția tipului operatorul este scris între paranteze
- Operatori predefiniți

```
(||) :: Bool -> Bool -> Bool
(:) :: a -> [a] -> [a]
(+) :: Num a => a -> a -> a
```

Operatori definiți de utilizator

```
(\&\&\&) :: Bool -> Bool -> Bool -- atentie la paranteze
True \&\&\& b = b
False \&\&\& = False
```

```
Prelude> mod 5 2
1
Prelude> 5 'mod' 2
```

```
Prelude> mod 5 2
1
Prelude> 5 'mod' 2
```

 operatorii care sunt definiți în formă infix, sunt apelați în formă prefix folosind paranteze

$$2 + 3 == (+) 23$$

 operatorii care sunt definiți în formă prefix, sunt apelați în formă infix folosind ' '

```
Prelude> mod 5 2
1
Prelude> 5 'mod' 2
```

 operatorii care sunt definiți în formă infix, sunt apelați în formă prefix folosind paranteze

$$2 + 3 == (+) 2 3$$

 operatorii care sunt definiți în formă prefix, sunt apelați în formă infix folosind ' '

elem :: 
$$a \rightarrow [a] \rightarrow Bool$$
  
Prelude> 1 'elem' [1,2,3]  
True

```
Prelude> mod 5 2
1
Prelude> 5 'mod' 2
```

 operatorii care sunt definiți în formă infix, sunt apelați în formă prefix folosind paranteze

$$2 + 3 == (+) 2 3$$

 operatorii care sunt definiți în formă prefix, sunt apelați în formă infix folosind ' '

elem :: 
$$a \rightarrow [a] \rightarrow Bool$$
  
Prelude> 1 'elem' [1,2,3]  
True

## Precedență și asociativitate

**Prelude>** 3+5\*4:[6]++8-2+3:[2]==[23,6,9,2]||**True==False** 

# Precedență și asociativitate

**Prelude>** 3+5\*4:[6]++8-2+3:[2]==[23,6,9,2]||**True==False True** 

# Precedență și asociativitate

**Prelude>** 3+5\*4:[6]++8-2+3:[2]==[23,6,9,2]|| **True==False True** 

Precedence	Left associative	Non-associative	Right associative
9	!!		
8			^, ^^, **
7	*, /, 'div', 'mod',		
	'rem', 'quot'		
6	+,-		
5			:,++
4		==, /=, <, <=, >, >=,	
		'elem', 'notElem'	
3			&&
2			
1	>>, >>=		
0			\$, \$!, 'seq'

### Operatorul - asociativ la stanga

$$5 - 2 - 1 == (5 - 2) - 1$$

### Operatorul - asociativ la stanga

$$5 - 2 - 1 == (5 - 2) - 1$$

#### Operatorul: asociativ la dreapta

### Operatorul - asociativ la stanga

$$5 - 2 - 1 == (5 - 2) - 1$$

#### Operatorul: asociativ la dreapta

#### Operatorul ++ asociativ la dreapta

$$(++)$$
 :: [a] -> [a] -> [a]  
[] ++ ys = ys  
(x:xs) ++ ys = x:(xs ++ ys)

$$|1 + |2 + |3 + |4 + |5 = |1 + (|2 + (|3 + (|4 + |5 )))|$$

### Operatorul - asociativ la stanga

$$5 - 2 - 1 == (5 - 2) - 1$$

#### Operatorul: asociativ la dreapta

#### Operatorul ++ asociativ la dreapta

Care este complexitatea aplicării operatorului ++?

#### Operatorul - asociativ la stanga

#### Operatorul: asociativ la dreapta

#### Operatorul ++ asociativ la dreapta

### Care este complexitatea aplicării operatorului ++?

liniară în lungimea primului argument

# **Cuprins**

- 🕦 Operatori. Secțiuni
  - Operatori
  - Secţiuni
- Procesarea fluxurilor de date: Map, Filter, Fole
  - Transformarea fiecărui element dintr-o listă
    - Exemple
    - Funcția map
  - Selectarea elementelor dintr-o listă
    - Exemple
    - Functia filter
  - Agregarea elementelor dintr-o listă
    - Exemple
    - Funcţia foldr
  - Map, Filter, Fold combinate
  - Map/Filter/Fold în alte limbaje

Secțiunile operatorului binar op sunt (op e) și (e op). Matematic, ele corespund aplicării parțiale a funcției op.

• secțiunile lui ++ sunt (++ e) și (e ++)

Secțiunile operatorului binar op sunt (op e) și (e op). Matematic, ele corespund aplicării parțiale a funcției op.

```
• secţiunile lui ++ sunt (++ e) şi (e ++)
    Prelude> :t (++ " world!")
    (++ " world!") :: [Char] -> [Char]
    Prelude> (++ " world!") "Hello" -- atentie la
        paranteze
    "Hello world!"
```

Secțiunile operatorului binar op sunt (op e) și (e op). Matematic, ele corespund aplicării parțiale a funcției op.

```
• secţiunile lui ++ sunt (++ e) şi (e ++)
    Prelude> :t (++ " world!")
    (++ " world!") :: [Char] -> [Char]
    Prelude> (++ " world!") "Hello" -- atentie la
        paranteze
    "Hello world!"
    Prelude> ++ " world!" "Hello"
error
```

secțiunile lui ++ sunt (++ e) și (e ++)
 Prelude> :t (++ " world!")

Secțiunile operatorului binar op sunt (op e) și (e op). Matematic, ele corespund aplicării parțiale a funcției op.

(++ " world!") :: [Char] -> [Char]

# Secțiuni

• Secțiunile operatorului (:)

# Secțiuni

Secțiunile operatorului (:)

```
Prelude> (2:)[1,2]
[2,1,2]
Prelude> (:[1,2]) 3
[3,1,2]
```

# Secțiuni

Secțiunile operatorului (:)

```
Prelude> (2:)[1,2]
[2,1,2]
Prelude> (:[1,2]) 3
[3,1,2]
```

Secțiunile sunt afectate de asociativitatea și precedența operatorilor.

```
Prelude> :t (+ 3 * 4)
(+ 3 * 4) :: Num a => a -> a

Prelude> :t (* 3 + 4)

error -- + are precedenta mai mica decat *

Prelude> :t (* 3 * 4)

error -- * este asociativa la stanga

Prelude> :t (3 * 4 *)

(3 * 4 *) :: Num a => a -> a
```

# Funcții anonime și secțiuni

#### Sectiunile sunt definite prin lambda expresii:

- ('op' 2) e forma scurtă a lui (\x -> x 'op' 2)
- (2 'op') e forma scurtă a lui (\x -> 2 'op' x)

#### Exemple

- (> 0) e forma scurtă a lui (\x -> x > 0)
- (2 \*) e forma scurtă a lui (\x -> 2 \* x)
- (+ 1) e forma scurtă a lui (\x → x + 1)
- (2 ^) e forma scurtă a lui (\x -> 2 ^ x)
- (^ 2) e forma scurtă a lui (\x -> x ^ 2)

## Compunerea funcțiilor — operatorul .

#### Matematic

Date fiind  $f: A \to B$  și  $g: B \to C$ , compunerea lor, notată  $g \circ f: A \to C$  este dată de formula

$$(g\circ f)(x)=g(f(x))$$

#### În Haskell

(.) :: 
$$(b \rightarrow c) \rightarrow (a \rightarrow b) \rightarrow (a \rightarrow c)$$
  
(g . f)  $x = g$  (f x)

# Exemplu

```
Prelude> :t reverse
reverse :: [a] -> [a]
Prelude> :t take
take :: Int -> [a] -> [a]
Prelude> :t take 5 . reverse
take 5 . reverse :: [a] -> [a]
Prelude > (take 5 . reverse) [1..10]
[10, 9, 8, 7, 6]
Prelude > (head . reverse . take 5) [1..10]
5
```

# Operatorul \$

### Operatorul (\$) are precedența 0.

```
(\$) :: (a \rightarrow b) \rightarrow a \rightarrow b

f \$ x = f x
```

```
Prelude> (head . reverse . take 5) [1..10] 5
Prelude> head . reverse . take 5 $ [1..10] 5
```

### Operatorul (\$) este asociativ la dreapta.

Prelude> head \$ reverse \$ take 5 \$ [1..10] 5

# **Cuprins**

- 🕕 Operatori. Secțiun
  - Operatori
  - Sectiuni
- Procesarea fluxurilor de date: Map, Filter, Fold
  - Transformarea fiecărui element dintr-o listă
    - Exemple
    - Funcția map
  - Selectarea elementelor dintr-o listă
    - Exemple
    - Functia filter
  - Agregarea elementelor dintr-o listă
    - Exemple
    - Funcția foldr
  - Map, Filter, Fold combinate
  - Map/Filter/Fold în alte limbaje

### **Pătrate**

Definiți o funcție care pentru o listă de numere întregi dată ridică la pătrat fiecare element din listă.

```
*Main> squares [1, -2,3]
[1,4,9]
```

#### Soluție descriptivă

```
squares :: [Int] \rightarrow [Int]
squares xs = [x * x | x < - xs]
```

#### Solutie recursivă

```
squares :: [Int] \rightarrow [Int]

squares [] = []

squares (x:xs) = x*x : squares xs
```

### Coduri ASCII

Transformați un șir de caractere în lista codurilor ASCII ale caracterelor.

```
*Main> ords "a2c3"
[97,50,99,51]
```

#### Soluție descriptivă

```
ords :: [Char] \rightarrow [Int]
ords xs = [ord x | x \leftarrow xs]
```

#### Solutie recursivă

```
ords :: [Char] -> [Int]
ords [] = []
ords (x:xs) = ord x : ords xs
```

# Funcția map

#### Definiție

Date fiind o funcție de transformare și o listă, aplicați funcția fiecărui element al unei liste date.

### Soluție descriptivă

map :: 
$$(a \rightarrow b) \rightarrow [a] \rightarrow [b]$$
  
map f xs = [ f x | x <- xs ]

#### Solutie recursivă

```
map :: (a \rightarrow b) \rightarrow [a] \rightarrow [b]
map f [] = []
map f (x:xs) = f x : map f xs
```

# Exemplu — Pătrate

#### Soluție descriptivă

```
squares :: [Int] \rightarrow [Int]
squares xs = [x * x | x < - xs]
```

#### Solutie recursivă

```
squares :: [Int] \rightarrow [Int]

squares [] = []

squares (x:xs) = x*x : squares xs
```

### Soluție folosind map

```
squares :: [Int] -> [Int]
squares xs = map sqr xs
where sqr x = x * x
```

#### Soluție descriptivă

```
ords :: [Char] \rightarrow [Int]
ords xs = [ord x | x \leftarrow xs]
```

#### Soluție recursivă

```
ords :: [Char] -> [Int]
ords [] = []
ords (x:xs) = ord x : ords xs
```

### Soluție folosind map

```
ords :: [Char] -> [Int] ords xs = map ord xs
```

# **Cuprins**

- 🕕 Operatori. Secțiuni
  - Operatori
  - Sectiuni
- Procesarea fluxurilor de date: Map, Filter, Fold
  - Transformarea fiecărui element dintr-o listă
    - Exemple
    - Funcția map
  - Selectarea elementelor dintr-o listă
    - Exemple
    - Functia filter
  - Agregarea elementelor dintr-o listă
    - Exemple
    - Funcţia foldr
  - Map, Filter, Fold combinate
  - Map/Filter/Fold în alte limbaje

### Selectarea elementelor pozitive dintr-o listă

```
*Main> positives [1,-2,3] [1,3]
```

#### Soluție descriptivă

```
positives :: [Int] \rightarrow [Int]
positives xs = [x \mid x \leftarrow xs, x > 0]
```

```
positives :: [Int] \rightarrow [Int] positives [] = [] positives (x:xs) | x > 0 = x : positives xs | otherwise = positives xs
```

### Selectarea cifrelor dintr-un șir de caractere

```
*Main> digits "a2c3"
"23"
```

#### Soluție descriptivă

```
digits :: [Char] -> [Char]
digits xs = [ x | x <- xs, isDigit x ]
```

### Functia filter

#### Definiție

Date fiind un predicat (funcție booleană) și o listă, selectați elementele din listă care satisfac predicatul.

### Soluție descriptivă

```
filter :: (a \rightarrow Bool) \rightarrow [a] \rightarrow [a]
filter p xs = [x \mid x \leftarrow xs, px]
```

### Exemplu — Pozitive

### Soluție descriptivă

```
positives :: [Int] \rightarrow [Int]
positives xs = [x \mid x \leftarrow xs, x > 0]
```

#### Solutie recursivă

#### Solutie folosind filter

```
positives :: [Int] -> [Int]
positives xs = filter pos xs
where pos x = x > 0
```

#### Soluție descriptivă

```
digits :: [Char] \rightarrow [Char]
digits xs = [ x | x <- xs, isDigit x ]
```

#### Soluție recursivă

```
digits :: [Char] -> [Char]
digits [] = []
digits (x:xs) | isDigit x = x : digits xs
| otherwise = digits xs
```

#### Soluție folosind filter

```
digits :: [Char] -> [Char] digits xs = filter isDigit xs
```

## **Cuprins**

- 🕕 Operatori. Secțiuni
  - Operatori
  - Sectiuni
- Procesarea fluxurilor de date: Map, Filter, Fold
  - Transformarea fiecărui element dintr-o listă
    - Exemple
    - Funcția map
  - Selectarea elementelor dintr-o listă
    - Exemple
    - Functia filter
  - Agregarea elementelor dintr-o listă
    - Exemple
    - Funcția foldr
  - Map, Filter, Fold combinate
  - Map/Filter/Fold în alte limbaje

Definiți o funcție care dată fiind o listă de numere întregi calculează suma elementelor din listă.

```
*Main> sum [1,2,3,4]
10
```

```
sum :: [Int] \rightarrow Int

sum [] = 0

sum (x:xs) = x + sum xs
```

Definiți o funcție care dată fiind o listă de numere întregi calculează produsul elementelor din listă.

```
*Main> product [1,2,3,4]
24
```

```
product :: [Int] -> Int
product [] = 1
product (x:xs) = x * sum xs
```

# Definiti o functie care concatenează o listă de liste.

```
*Main> concat [[1,2,3],[4,5]]
[1,2,3,4,5]

*Main> concat ["con","ca","te","na","re"]
"concatenare"
```

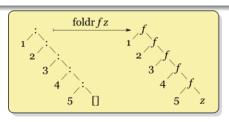
```
concat :: [[a]] -> [a]
concat [] = []
concat (xs:xss) = xs ++ concat xss
```

### Functia foldr

#### Definitie

**foldr** :: 
$$(a \rightarrow b \rightarrow b) \rightarrow b \rightarrow [a] \rightarrow b$$

Date fiind o funcție de actualizare a valorii calculate cu un element curent, o valoare inițială, și o listă, calculați valoarea obținută prin aplicarea repetată a funcției de actualizare fiecărui element din listă.



### Functia foldr

#### Definiție

**foldr** :: 
$$(a -> b -> b) -> b -> [a] -> b$$

Date fiind o funcție de actualizare a valorii calculate cu un element curent, o valoare inițială, și o listă, calculați valoarea obținută prin aplicarea repetată a funcției de actualizare fiecărui element din listă.

#### Soluție recursivă

foldr :: 
$$(a -> b -> b) -> b -> [a] -> b$$
  
foldr f i [] = i  
foldr f i  $(x:xs)$  = f x (foldr i xs)

#### Soluție recursivă cu operator infix

foldr :: 
$$(a -> b -> b) -> b -> [a] -> b$$
  
foldr op i [] = i  
foldr op i  $(x:xs) = x$  'op' (foldr i  $xs$ )

#### Soluție recursivă

```
sum :: [Int] \rightarrow Int

sum [] = 0

sum (x:xs) = x + sum xs
```

#### Soluție folosind foldr

```
sum :: [Int] \rightarrow Int
sum xs = foldr (+) 0 xs
```

#### Exemplu

```
foldr (+) 0 [1, 2, 3] == 1 + (2 + (3 + 0))
```

### **Produs**

#### Soluție recursivă

```
product :: [Int] -> Int
product [] = 1
product (x:xs) = x * product xs
```

#### Soluție folosind foldr

```
product :: [Int] -> Int
product xs = foldr (*) 1 xs
```

#### Exemplu

```
foldr (*) 1 [1, 2, 3] == 1 * (2 * (3 * 1))
```

### Concatenare

#### Soluție recursivă

```
concat :: [[a]] -> [a]
concat [] = []
concat (xs:xss) = xs ++ concat xss
```

#### Soluție folosind foldr

```
concat :: [[a]] -> [a]
concat xs = foldr (++) [] xs
```

#### Exemplu

```
foldr (++) [] ["Ana ", "are ", "mere."]
== "Ana " ++ ("are " ++ ("mere." ++ []))
```

# **Cuprins**

- 🕕 Operatori. Secțiuni
  - Operatori
  - Sectiuni
- Procesarea fluxurilor de date: Map, Filter, Fold
  - Transformarea fiecărui element dintr-o listă
    - Exemple
    - Funcția map
  - Selectarea elementelor dintr-o listă
    - Exemple
    - Functia filter
  - Agregarea elementelor dintr-o listă
    - Exemple
    - Funcția foldr
  - Map, Filter, Fold combinate
  - Map/Filter/Fold în alte limbaje

# Suma pătratelor numerelor pozitive

```
f :: [Int] -> Int
f xs = sum (squares (positives xs))
f :: [Int] -> Int
f xs = sum [x_*x | x < -xs, x > 0]
f :: [Int] -> Int
f(x:xs) | x > 0 = (x*x) + f xs
        | otherwise = f xs
f :: [Int] -> Int
 xs = foldr (+) 0 (map sqr (filter pos xs))
 where
   sqr x = x * x
   pos x = x > 0
```

## Foldr cu secțiuni — Exemplu

### Folosind *\lambda*-expresii

#### Folosind sectiuni

```
f :: [Int] -> Int
f xs = foldr (+) 0 (map (^2) (filter (>0) xs))
```

# Definitie cu parametru explicit

```
f :: [Int] \rightarrow Int
f xs = foldr (+) 0 (map ( ^{\circ} 2) (filter ( > 0) xs))
```

#### Definitie compozitională

# **Cuprins**

- 🕕 Operatori. Secțiuni
  - Operatori
  - Sectiuni
- Procesarea fluxurilor de date: Map, Filter, Fold
  - Transformarea fiecărui element dintr-o listă
    - Exemple
    - Funcția map
  - Selectarea elementelor dintr-o listă
    - Exemple
    - Functia filter
  - Agregarea elementelor dintr-o listă
    - Exemple
    - Funcția foldr
  - Map, Filter, Fold combinate
  - Map/Filter/Fold în alte limbaje

### Map/Filter/Reduce în Haskell

#### Problemă

Aflați lungimea celui mai lung cuvânt care începe cu litera 'c' dintr-o listă dată.

### Map/Filter/Reduce în Haskell

#### Problemă

Aflați lungimea celui mai lung cuvânt care începe cu litera 'c' dintr-o listă dată.

### Map/Filter/Reduce în Python

http://www.python-course.eu/lambda.php

### Map/Filter/Reduce în Javascript

```
http://cryto.net/~joepie91/blog/2015/05/04/functional-programming-in-javascript-map-filter-reduce/
```

http://eddmann.com/posts/mapping-filtering-and-reducing-in-php/

```
$strs = array("cezara", "petru", "claudia", "", "virgil");
$max_length = array_reduce(
    array_map(
        "strlen",
        array_filter(
        $strs,
        function($s){return isset($s[0]) && $s[0]=='c';})),
    "max",
    0);
echo $max_length;
```

### http://winterbe.com/posts/2014/07/31/java8-stream-tutorial-examples/

```
package edu.unibuc.fmi;
import java.util.*;
public class Main {
  public static void main(String[] args) {
    List < String > myList = Arrays.asList(
        "cezara", "petru", "claudia", "", "virgil");
    int | =
        myList
            .stream()
            .filter(s -> s.startsWith("c"))
            .map(String::length)
            .reduce(0, Integer::max);
        System.out.println(I);
```

### Map/Filter/Reduce în C++11

```
https:
```

//meetingcpp.com/tl\_files/mcpp/slides/12/FunctionalProgrammingInC++11.pdf

```
#include <algorithm>
#include <string>
#include <iostream>
using namespace std:
int main() {
  vector<string>strs {"cezara", "petru", "claudia", "", "virgi
  strs.erase(remove if(strs.begin(), strs.end(),
                 [](string x){return x[0]!='c';}),
        strs.end());
  vector < int > lengths;
  transform(strs.begin(), strs.end(), back inserter(lengths),
            [](string x) { return x.length();});
  int max length = accumulate(lengths.begin(), lengths.end(),
                     0, [](int a, int b){ return a>b?a:b; });
  cout << max length;
```