FMI, Info, Anul I

Logică matematică și computațională

Seminar 5

(S5.1) Să se demonstreze că, pentru orice formule φ, ψ ,

- (i) $\psi \vDash \varphi$ dacă și numai dacă $\vDash \psi \to \varphi$.
- (ii) $\psi \sim \varphi$ dacă și numai dacă $\vDash \psi \leftrightarrow \varphi$.

(S5.2) Confirmați sau infirmați:

- (i) pentru orice $\varphi, \psi \in Form, \vDash \varphi \land \psi$ dacă și numai dacă $\vDash \varphi$ și $\vDash \psi$;
- (ii) pentru orice $\varphi, \psi \in Form, \vDash \varphi \lor \psi$ dacă și numai dacă $\vDash \varphi$ sau $\vDash \psi$.

(S5.3) Arătați că pentru orice φ , ψ , $\chi \in Form$, avem:

- (i) $\psi \models \varphi \rightarrow \psi$;
- (ii) $(\varphi \to \psi) \land (\psi \to \chi) \vDash \varphi \to \chi$;
- (iii) $\varphi \to (\psi \to \chi) \sim (\varphi \land \psi) \to \chi$;
- (iv) $\varphi \vee (\varphi \wedge \psi) \sim \varphi$;
- (v) $\varphi \wedge \psi \to \chi \sim (\varphi \to \chi) \vee (\psi \to \chi);$
- (vi) $\vDash \neg \varphi \rightarrow (\neg \psi \leftrightarrow (\psi \rightarrow \varphi)).$

(S5.4) Să se arate că

$$\{v_0, \neg v_0 \lor v_1 \lor v_2\} \vDash (v_3 \rightarrow v_2) \lor (\neg v_1 \rightarrow v_2)$$

(S5.5) Să se găsească toate modelele fiecăreia din mulțimile de formule:

- (i) $\Gamma = \{v_n \to v_{n+1} \mid n \in \mathbb{N}\};$
- (ii) $\Gamma = \{v_0\} \cup \{v_n \to v_{n+1} \mid 0 \le n \le 7\}.$