FMI, Info, Anul I
Logică matematică şi computaţională

Seminar 6

(S6.1) Să se arate, folosind substituţia, că formula

$$\chi := (((v_0 \to \neg(v_3 \to v_5)) \to v_6) \wedge (\neg(v_4 \to v_{10}) \to v_2)) \to ((v_0 \to \neg(v_3 \to v_5)) \to v_6)$$

este tautologie.

(S6.2) Fie $\Gamma \cup \{\varphi, \psi\} \subseteq Form$. Să se demonstreze:

(i) Dacă $\Gamma \vDash \varphi$ şi $\Gamma \vDash \varphi \to \psi$, atunci $\Gamma \vDash \psi$.

(ii) $\Gamma \cup \{\varphi\} \vDash \psi$ dacă şi numai dacă $\Gamma \vDash \varphi \to \psi$.

(iii) $\Gamma \vDash \varphi \wedge \psi$ dacă şi numai dacă $\Gamma \vDash \varphi$ şi $\Gamma \vDash \psi$.

Notaţie. *Pentru orice mulţime Γ de formule şi orice formulă φ, notăm cu $\Gamma \vDash_{fin} \varphi$ faptul că există o submulţime finită Δ a lui Γ a.î. $\Delta \vDash \varphi$.*

(S6.3) Să se arate că pentru orice mulţime de formule Γ şi orice formulă φ avem că $\Gamma \vDash_{fin} \varphi$ dacă şi numai dacă $\Gamma \cup \{\neg\varphi\}$ nu este finit satisfiabilă.

(S6.4) Demonstraţi că următoarele afirmaţii sunt echivalente:

(V1) Pentru orice $\Gamma \subseteq Form$, Γ este satisfiabilă ddacă Γ este finit satisfiabilă.

(V2) Pentru orice $\Gamma \subseteq Form$, Γ este nesatisfiabilă ddacă Γ nu este finit satisfiabilă.

(V3) Pentru orice $\Gamma \subseteq Form$, $\varphi \in Form$, $\Gamma \vDash \varphi$ dacă şi numai dacă $\Gamma \vDash_{fin} \varphi$.