

EXAMEN LFA

1. FALS. Se poate face intersecție între limbaje pentru a se decide dacă L_2 este o submulțime a limbajului L_1 .

2. FALS. Contraexemplu: $L_1 = L_2 = L_3 = \emptyset \notin CFL$
 $L_4 = \{a^n b^m\} \in CFL$
 $L_1 \cup L_2 = L_3 \cap L_4 = \emptyset$

3. a. DA
 b. DA
 c. NU
 d. DA
 e. DA

4. a. DA
 b. DA
 c. DA
 d. DA
 e. NU

5. (VARIANTA 1)

a. 1) Transformăm Automatul în EFA

2) ~~Stergem fiecare nod~~

Adăugăm un nou nod de start dacă cel inițial are tranziții

3) Adăugăm un nou nod de sfârșit dacă există mai multe noduri finale

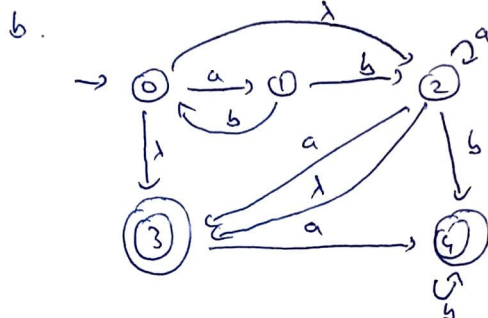
4) Eliminăm stările una câte una

5) Eliminăm tranziția finală

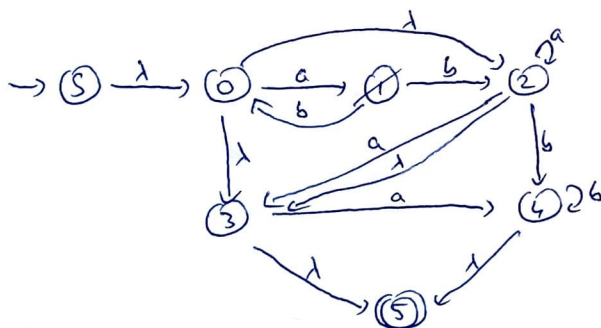
GRUPA: 135.

5. CVARIANTA 1)

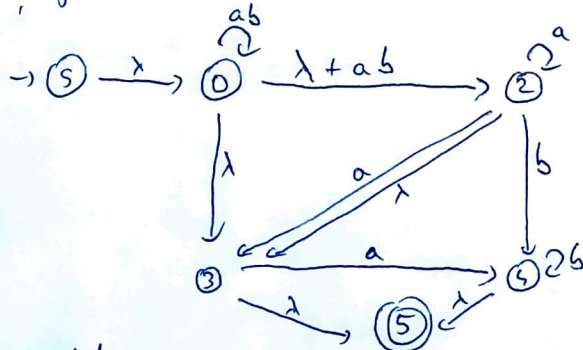
Continuare.



Pasul 2+3. Adăugăm un nou nod de start și de final.



Ștergem nodul 1.

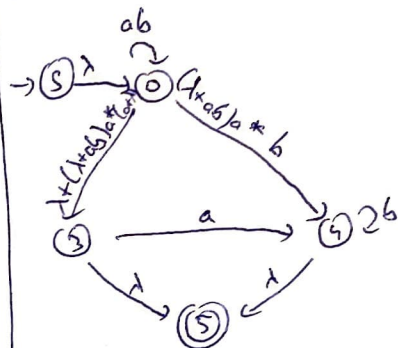


Rezultat:

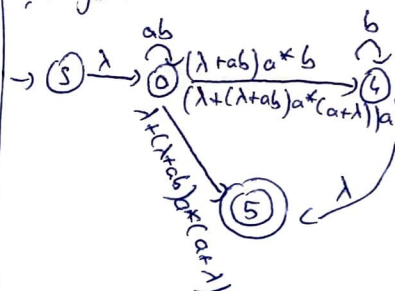
$$(ab)^*((\lambda+ab)a^*bb^*+\lambda+(\lambda+ab)a^*(a+\lambda))+(ab^*\lambda)$$

Simplificat: $(ab)^*(\lambda+(\lambda+ab)a^*(bb^*+a+\lambda))+(ab^*\lambda)$

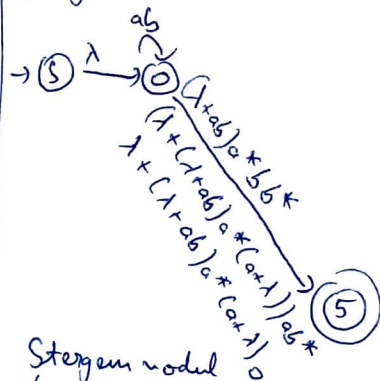
Ștergem nodul 2.



Ștergem nodul 3.



Ștergem nodul 4.



Ștergem nodul 5.

$$(ab)^*(\lambda+ab)a^*bb^*+(ab)^*(\lambda+(\lambda+ab)a^*(a+\lambda))+(ab^*\lambda)$$

6. (VARIANTA 1)

$S \rightarrow AB | asd | abcd | AC$

$A \rightarrow C | a | \lambda$

$B \rightarrow B a b B b B | \lambda$

$C \rightarrow C c | c$

① Eliminăm simbolurile cu buclă

② Eliminăm simbolurile ce nu pot fi obținute

③ Întocmim terminali cu neterminali

$S \rightarrow AB | A'SD' | A'B'C'D' | AC$

$A \rightarrow C | A' | \lambda$

$B \rightarrow BA' B' B B' B | \lambda$

$C \rightarrow CC' | C$

$A' \rightarrow a$

$B' \rightarrow b$

$C' \rightarrow c$

$D' \rightarrow d$

④ Eliminăm prod de lungime > 2

$S \rightarrow AB | A'X | A'Y | AC$

$X \rightarrow SD'$

$Y \rightarrow B'Z$

$Z \rightarrow ~~e'k~~ c'D$

$~~k \rightarrow f~~$

$A \rightarrow C | A' | \lambda$

$B \rightarrow B K | \lambda$

$K \rightarrow A' L$

$L \rightarrow B' M$

$M \rightarrow B N$

$N \rightarrow B' B$

$C \rightarrow CC' | C$

$A' \rightarrow a$

$B' \rightarrow b$

$C' \rightarrow c$

$D' \rightarrow d$

⑤ Eliminăm λ productive

$$S \rightarrow AB \mid B \mid A \mid A'x \mid A'y \mid AC \mid C$$

$$x \rightarrow S D'$$

$$y \rightarrow B' 2$$

$$2 \rightarrow C' D$$

$$A \rightarrow C \mid A' \quad -$$

$$B \rightarrow Bk \mid k$$

$$k \rightarrow A' L$$

$$L \rightarrow B' M$$

$$M \rightarrow BN$$

$$N \rightarrow B' B \mid B'$$

$$C \rightarrow CC' \mid C \quad -$$

$$A' \rightarrow a \quad -$$

$$B' \rightarrow b \quad -$$

$$C' \rightarrow c \quad -$$

$$D' \rightarrow d \quad -$$

⑥ Eliminăm prod unitare

$$S \rightarrow \cancel{A} CB \mid \cancel{A} a B \mid B \mid C \mid \cancel{A} a \mid \cancel{A} a x \mid a Y \mid CC \mid a C \mid C$$

$$x \rightarrow S d$$

$$Y \rightarrow b 2$$

$$2 \rightarrow c D$$

$$B \rightarrow Bk \mid k$$

$$k \rightarrow \cancel{A} L \mid a L$$

$$L \rightarrow b M$$

$$M \rightarrow BN$$

$$N \rightarrow b B \mid b$$

$$C \rightarrow Cc$$

7. (VARIANTA 1)

$$L = \{ a^k b^m c^n \mid k \geq 7, m \leq 7 \text{ sau } m \geq 27 \}$$

$$\text{Fie } w = a^7 b^p c^p \in L, \quad p \in \mathbb{N}^+$$

Presupunem că L este regulat.

$$|w| = 7 + 2p \geq p$$

$$\cancel{x} = a^7 \quad |y| = k \geq 1$$

$$y = b^k \quad |xy| = 7 + k \leq p$$

$$z = b^{p-k} c^p$$

$$\text{Fie } i=2: \cancel{xy^2z} = a^7 b^{p+k} c^p, \quad k \geq 1$$

$$xy^2z \notin L, \text{ deoarece } p+k > p, \forall k \geq 1$$

$$p < p+k < 2p$$

Concluzie: L nu e limbaj regulat

8. (VARIANTA 1)

9. (VARIANTA 1)

$$L = \{ a^i b^j c^k \mid i \leq j, i+2j+3 \leq k \}$$

Presupunem că L este independent de context.

$$i = p, j = p+1, k = 3p+6$$

$$w = a^p b^{p+1} c^{3p+6}, \quad |w| = 5p+7 \geq p$$

Caz 1

$$x = a^l$$

$$|uv| = l+m \geq 1$$

$$\cancel{y} = a^l$$

$$|uyv| \leq l+m+m \leq p$$

$$y = a^m$$

$$v = a^m$$

$$z = a^{p-l-m-m} b^{p+1} c^{3p+6}$$

$$\text{Fie } i > 1: w = a^{p+l+m} b^{p+1} c^{3p+6} \quad \left. \begin{array}{l} i=2 \\ \end{array} \right\} \text{Contradicție}$$

$$p+l+m > p, \forall l+m \geq 1$$

$$\cancel{xy^2z} \notin L$$

9. (VARIANTA 1)

continuare.

Caq. 2. $x = a^p b^k$

$u = b^l$

$y = b^m$

$v = b^n$

$z = b^{p+1-k-l-m-n} c^{3p+6}$

$|uv| = l+n \geq 1$

$|u y v| = l+m+n \leq p$

Pic i=2: $w = a^p b^{p+1+l+n} c^{3p+6}$

$p+1+l+n > p+1, \text{ } b^{l+n} \geq 1$

$x u^2 y v^2 z \notin L.$

Concluzie. L. nu este limbaj independent de context.

8. (VARIANTA 1)

$L = \{w \mid w \in \{a,b,c\}^*, |w|_a = |w|_b, |w| = \text{par}\} \cup \{ab, bb aa\}$

Limbajul este independent de context.

Exemplu de gramatică independentă care nă-l genereze:

~~$S \rightarrow ab | bb aa | \epsilon$~~

$S \rightarrow A | ab | bb aa$

$A \rightarrow cc | \lambda | AA | BB | aAb | bAa$

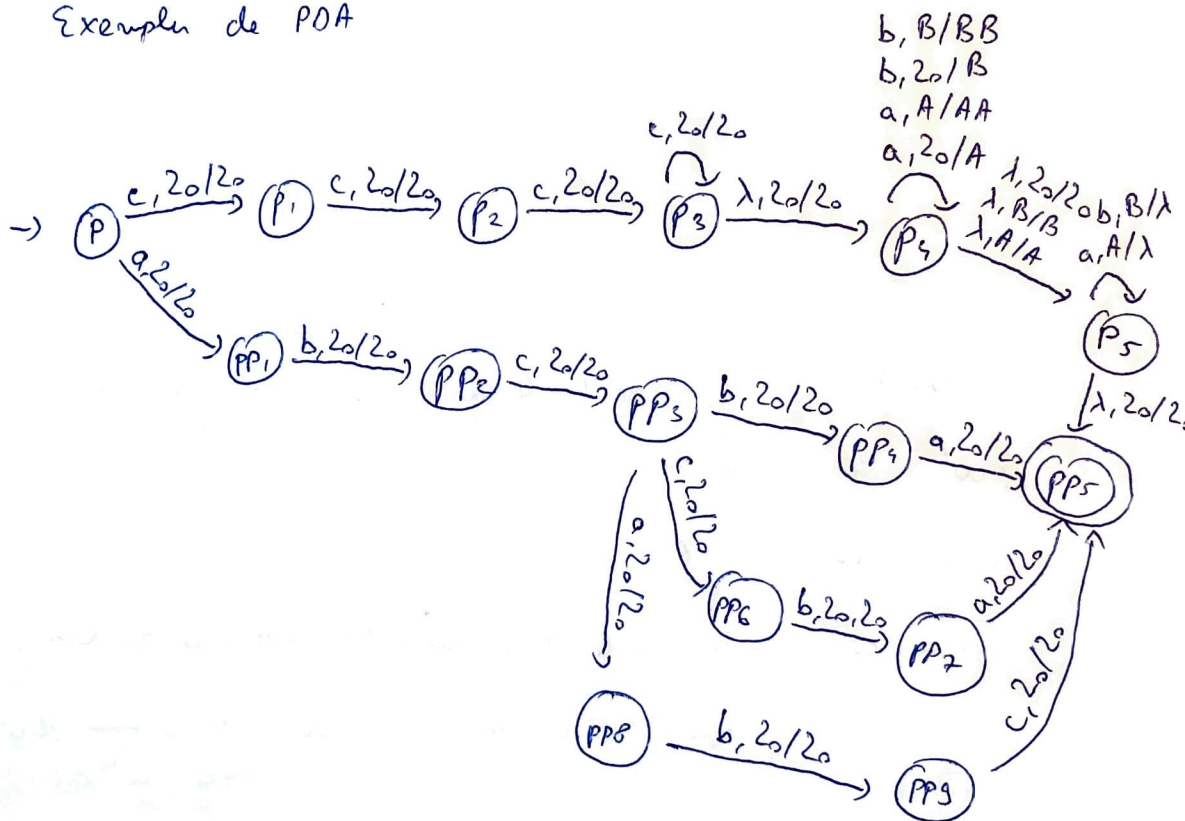
$B \rightarrow c | BA$

10. (VARIANTE 1)

$$L = \{ c^i w w^* \mid w \in \{a,b\}^*, i \geq 3 \} \cup \{ abcba, abcbca, abcbac \}$$

Da limbajul dat este independent de context.

Exemple de POA



11. (VARIANTA1)

$$L = \{ a^{m+n} b^k a^{m+k} b^n \mid k, m, n \geq 1 \}$$

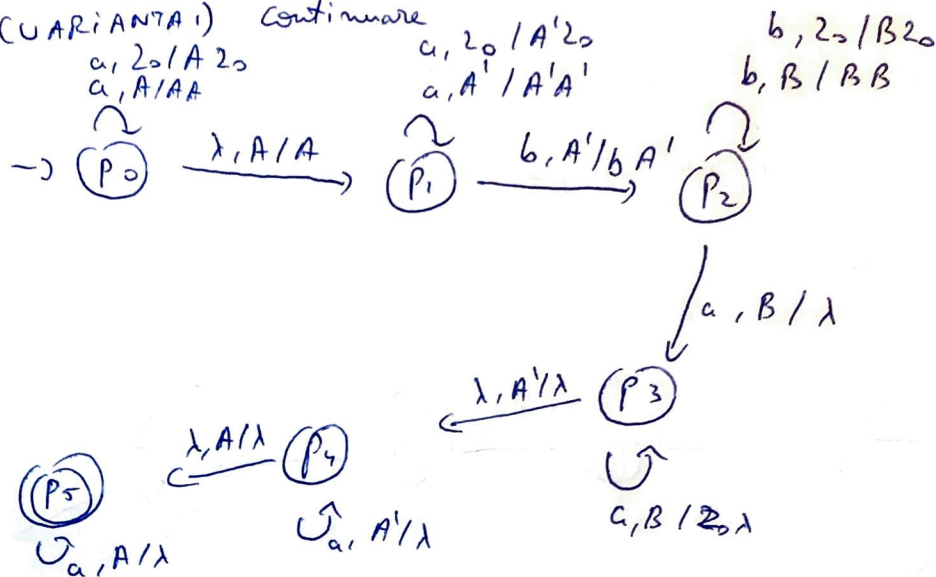
Da, limbagajul dat este independent de Context.

Exemple de PDA :

(vers)

GRUPA: 135

11. (VARIANTA 1) continuare



12. (BONUS)

Se poate decide dacă există un $k \geq 1$ a.p. $w^k \in L$?
L ∈ CFL.

$\{w^*\}$ este regulat

$L \cap \{w^*\} \in CFL$.

Știm că se poate decide dacă un CFL este sau nu vid.

Astfel : • Dacă nu e vid, \exists o putere de $w \in L$,
deci $w^k \in L$.

• Dacă e vid, \nexists o putere de $w \in L$.
deci $w^k \notin L$.

În concluzie: Da, se poate decide dacă \exists un $k \geq 1$
astfel încât $w^k \in L$.