

Teoria din v.a. continue

1. Fie X o v.a. continuă cu densitatea de probabilitate

$f(x) = \begin{cases} A \cdot \sin x, & x \in [0, \pi] \\ 0, & \text{în rest} \end{cases}$	$\underline{A \in \mathbb{R}}$	$f(x) = \begin{cases} A \cos x, & x \in [0, \frac{\pi}{2}] \\ 0, & \text{în rest} \end{cases}$
(grupele 251 & 252)		(grupele 253 & 254)

Determinați:

- Valoarea parametrului real A .
- $IP(X < \frac{\pi}{3})$; $IP(X < \frac{\pi}{4} \mid X > \frac{\pi}{6})$
- Media și abaterea medie pătratică a lui X .
- Funcția de repartiție a v.a. X .
- Mediana și modul v.a. X .

2. Fie X o v.a. continuă cu densitatea de probabilitate:

$f(x) = \begin{cases} k \cdot (e^{-x} + e^x), & x \in [0, 1] \\ 0, & \text{în rest} \end{cases}$	$\underline{k \in \mathbb{R}}$	$f(x) = \begin{cases} k (e^{-\frac{1}{2}x} + e^{\frac{1}{2}x}), & x \in [0, 2] \\ 0, & \text{în rest} \end{cases}$
(grupele 251 & 252)		(grupele 253 & 254)

Determinați:

- Valoarea parametrului k
- Funcția de repartiție a v.a. X și $IP(X < \frac{1}{2} \mid X > \frac{1}{4})$
- Media și dispersia v.a. X .

[3] Fie $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} k \cdot x^{a-1} \cdot (1-x)^{b-1}, & x \in (0,1) \\ 0, & \text{în rest} \end{cases}$ $\begin{matrix} a, b > 0 \\ k \in \mathbb{R} \end{matrix}$
(toate grupele)

Determinați:

- Valoarea parametrului real k a.i. f să fie densitatea de probabilitate a v.a. X .
- Media, dispersia, modul și momentul inițial de ordin r a v.a. continue X , $r \in \mathbb{N}^*$.
- Funcția de repartiție a v.a. X și $IP(X < \frac{1}{2})$; $IP(X > \frac{1}{3})$; $IP(X \leq \frac{1}{2} \mid X > \frac{1}{4})$ pentru $a=2$ și $b=3$.

[4] Fie $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} k \cdot x \cdot e^{-\frac{x^2}{2a^2}}, & x \geq 0, k \in \mathbb{R}, a > 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$
(toate grupele)

Determinați:

- Valoarea parametrului real k a.i. f să fie densitatea de probabilitate a unei v.a. continue X .
- Funcția de repartiție a v.a. continue X .
- Media, dispersia și momentul inițial de ordin r , $r \in \mathbb{N}^*$.
- $IP(X < 2a)$, $IP(X > a)$ și $IP(X \leq 4a \mid X > 2a)$.
- Momentul centrat de ordin 3, mediana și modulul v.a. X .
- O margine inferioară a probabilității $IP(0 < X < a\sqrt{2\pi})$.

[5] Fie v.a. X_n dată prin densitatea $f_n: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f_n(x) = \begin{cases} p \cdot x^{\frac{n}{2}-1} \cdot e^{-\frac{x}{3}}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases} \quad p \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{N}^*$$

(toate grupele)

a) Determinați parametrul real p .

b) Dacă Y este o v.a. continuă cu densitatea de probabilitate f_m , $m \in \mathbb{N}^*$ determinați densitatea de probabilitate a v.a. $X+Y$ știind că X și Y sunt independente.

Indicație: Folosiți formula convoluției!

Tema de laborator

[1] Pentru problemele 1-5 reprezentați grafic densitățile de probabilitate și funcția de repartiție (acolo unde a fost determinată). Pentru 5) alegeți 4 valori diferite pentru n și reprezentați în același reper, cu culori diferite, $f_n(x)$. Exportați toate aceste grafice într-un unic .pdf.

[2] Calculați probabilitățile de la 1-5 folosind funcția integrată din R. Comparați cu valorile obținute „de mână”. Care este cauza pentru care apar diferențele numerice?