

Министерство образования и науки РФ
Федеральное государственное
автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Национальный исследовательский технологический университет
«МИСиС»
Кафедра инженерной кибернетики

Лабораторная работа №1
Моделирование линейных динамических систем

по дисциплине
«Математическое моделирование»

Направление подготовки:
01.03.04 Прикладная математика

Выполнил:

Студент группы БПМ-19-2

Богданов Артем Андреевич

Проверил:

Доцент кафедры ИК

Добриборщ Дмитрий Эдуардович

Москва, 2021

Вариант 5

Цель работы: знакомство с Simulink и моделирование линейных динамических систем в данной программе

Ход работы:

1. Исследование модели вход-выход

1.1) Были даны следующие параметры модели:

$$n = 3, a_0 = 7, a_1 = 5, a_2 = 2, b_0 = 10, b_1 = 3, b_2 = 1.5$$

При подстановке в модель вход выход

$$y^{(n)} + a_{n-1}y^{(n-1)} + \dots + a_1y^{(1)} + a_0y = b_nu^{(m)} + b_{m-1}u^{(m-1)} + \dots + b_1u^{(1)} + b_0u$$

получим:

$$y''' + 2y'' + 5y' + 7y = 1.5u'' + 3u' + 10u$$

$$s^3y + 2s^2y + 5sy + 7y = 1.5s^2u + 3su + 10u$$

$$\left(\text{при } s = \frac{d}{dt}\right)$$

$$s^3y = 1.5s^2u - 2s^2y + 3su - 5sy + 10u - 7y$$

$$y = \frac{1}{s}(1.5u - 2y) + \frac{1}{s^2}(3u - 5y) + \frac{1}{s^3}(10u - 7y)$$

На рисунке 1.1 изображена смоделированная по данному уравнению схема:

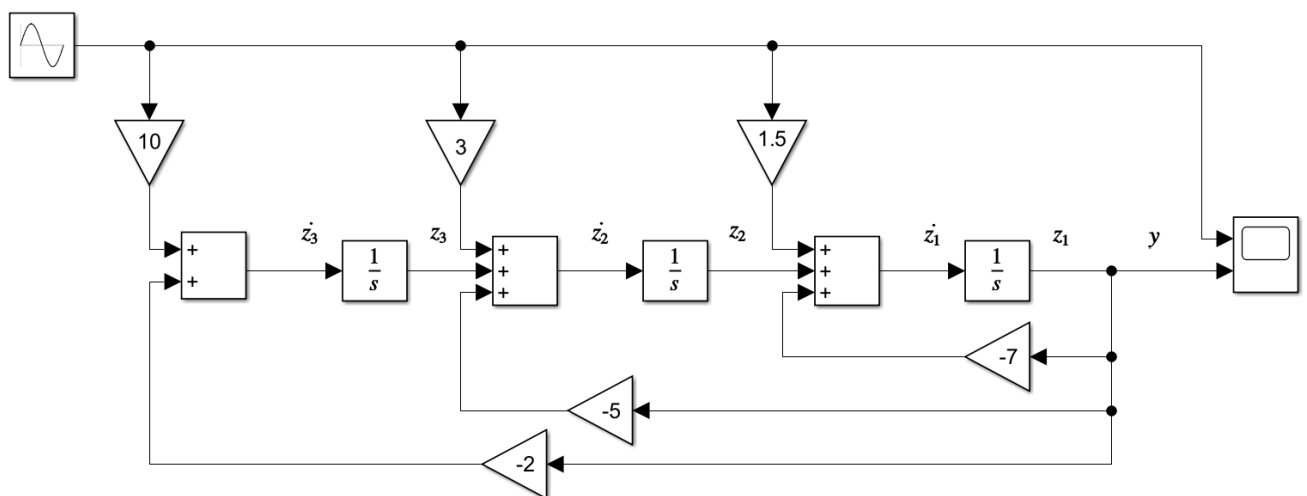


Рисунок 1.1

Обозначим выходные сигналы интеграторов как z_1, z_2 и z_3 . Найдем начальные условия (зная, что $y(0) = 1, \dot{y}(0) = -0.5, \ddot{y}(0) = 0$):

$$z_1(0) = y(0) = 1$$

$$\dot{y} = \dot{z}_1 = z_2 + 1.5u - 7y \Rightarrow z_2 = \dot{y} + 7y - 1.5u$$

$$z_2(0) = \dot{y}(0) + 7y(0) - 1.5u(0) = -0.5 + 7 - 0 = 6.5$$

$$\dot{z}_2 = z_3 + 3u - 5y$$

$$z_3 = \dot{z}_2 + 5y - 3u$$

$$\begin{aligned} z_3(0) &= \dot{z}_2(0) + 5y(0) - 3u(0) = \ddot{y}(0) + 7\dot{y}(0) - 1.5\dot{u}(0) + 3u(0) - 5y(0) = \\ &= 0 - 7 * 0.5 - 1.5 * 0 + 3 * 0 - 5 = -8.5 \end{aligned}$$

1.2) Рассмотрим поведение модели при различных входных воздействиях.

a) $u = 2\sin(t)$

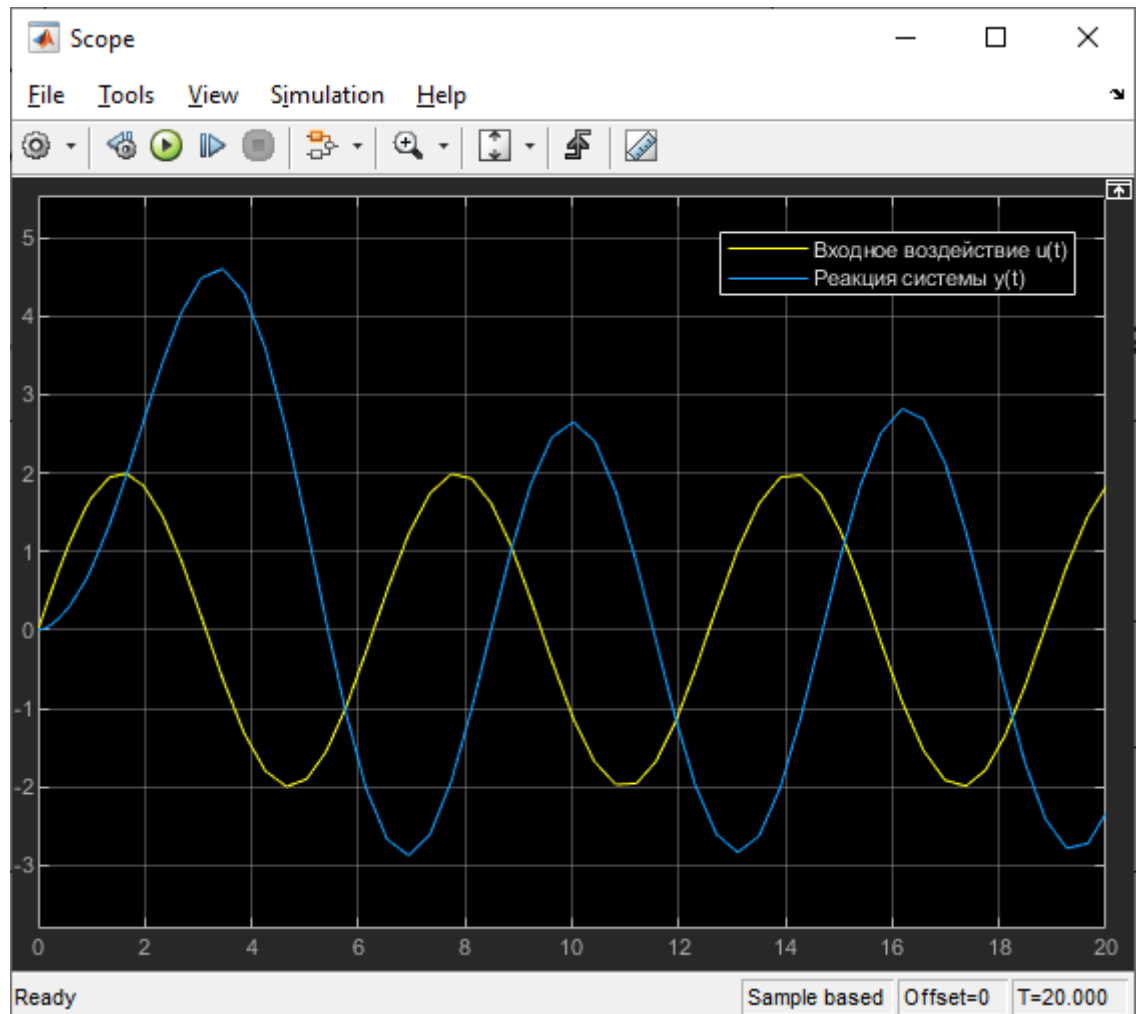


Рисунок 1.2

б) $u = 1(t)$

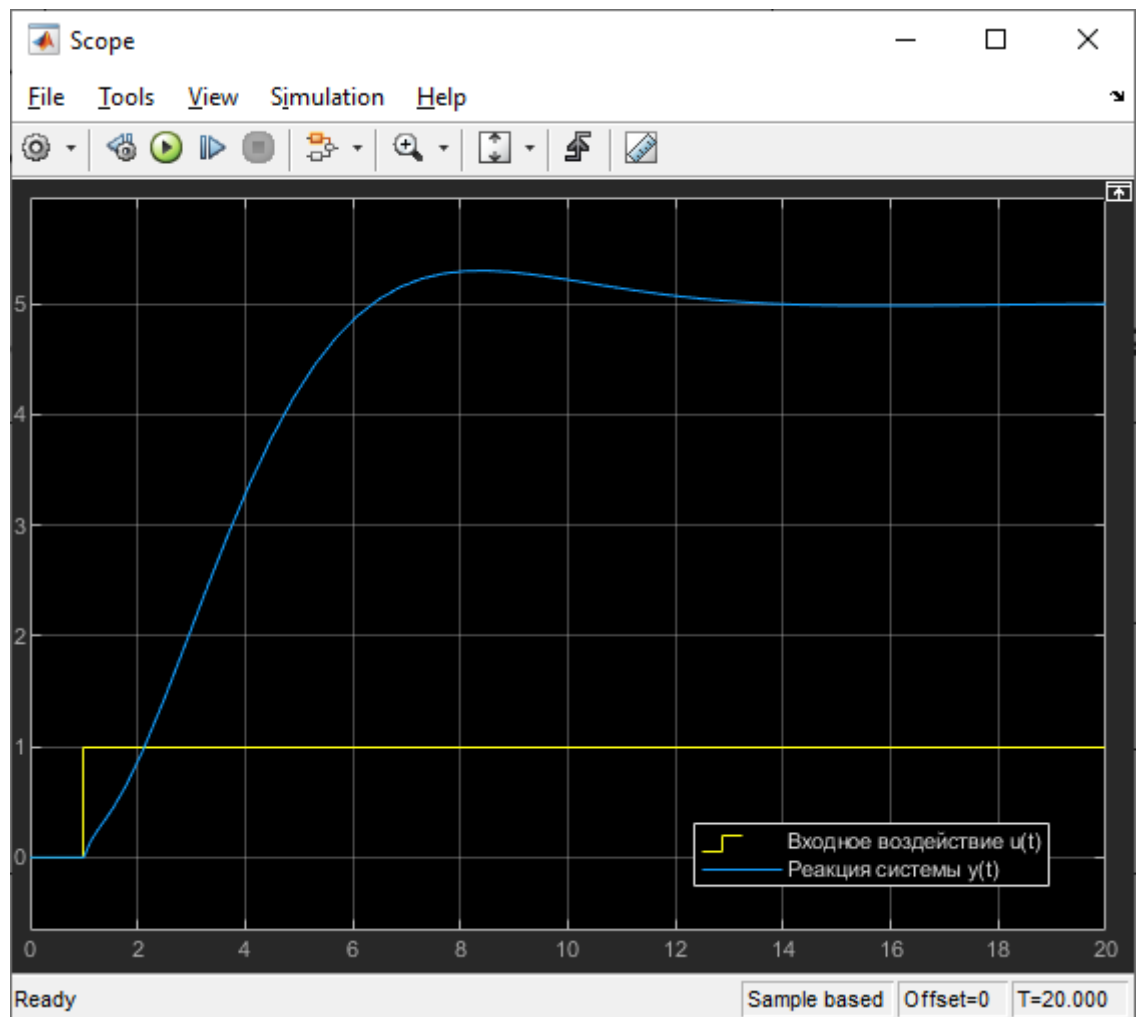


Рисунок 1.3

- 1.3) Выше было найдено, что $z_1 = 1, z_2 = 6.5, z_3 = -8.5$
 На рисунке 1.4 изображен график сигналов ($u(t) = 0$) полученной модели свободного движения системы.

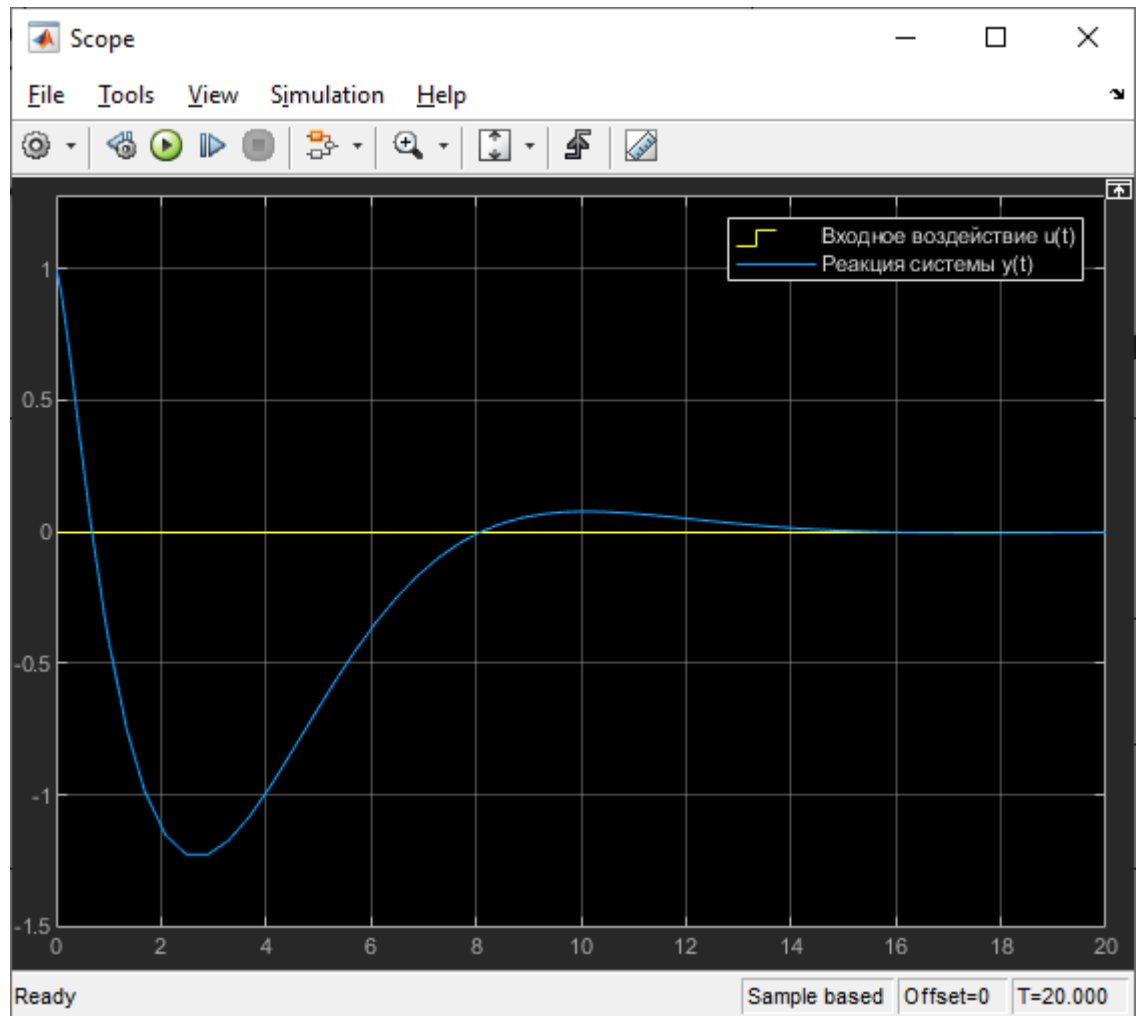


Рисунок 1.4

2. Исследование модели вход-состояние-выход.

2.1) Построение схемы моделирования линейной динамической системы

$$n = 2, \quad A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -5 & -0.5 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0.5 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad C = (5 \quad 0.5)$$

Подставляя эти значения в компактную векторно-матричную форму:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu, \\ y = Cx; \end{cases}$$

получим:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + 0.5u, \\ \dot{x}_2 = -5x_1 - 0.5x_2 + u, \\ y = 5x_1 + 0.5x_2; \end{cases}$$

На рисунке 2.1 изображена построенная схема моделирования:

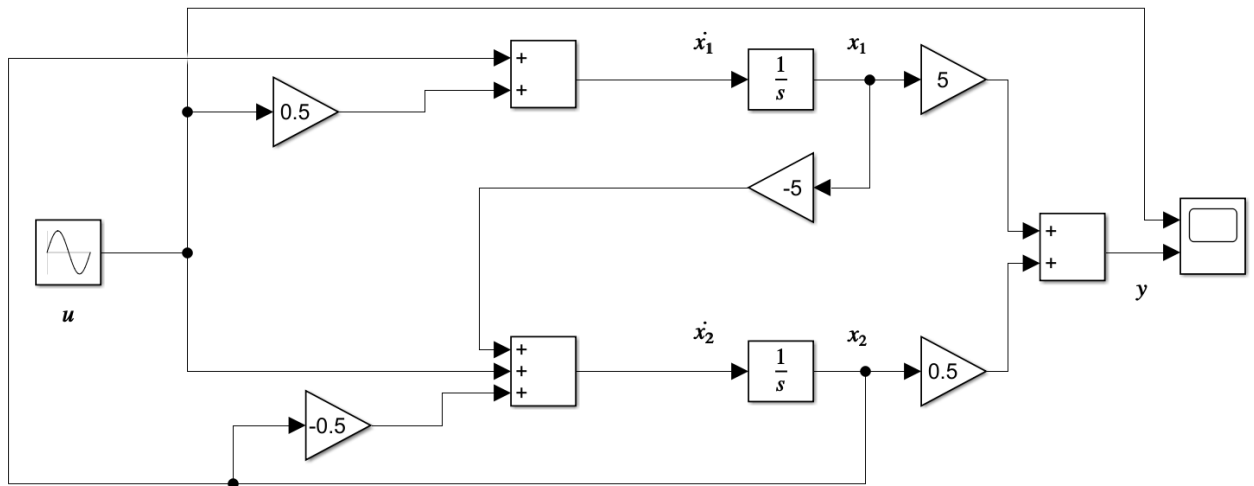


Рисунок 2.1

2.2) Рассмотрим поведение модели при различных входных воздействиях и нулевых начальных условиях.

а) $u = 2\sin(t)$

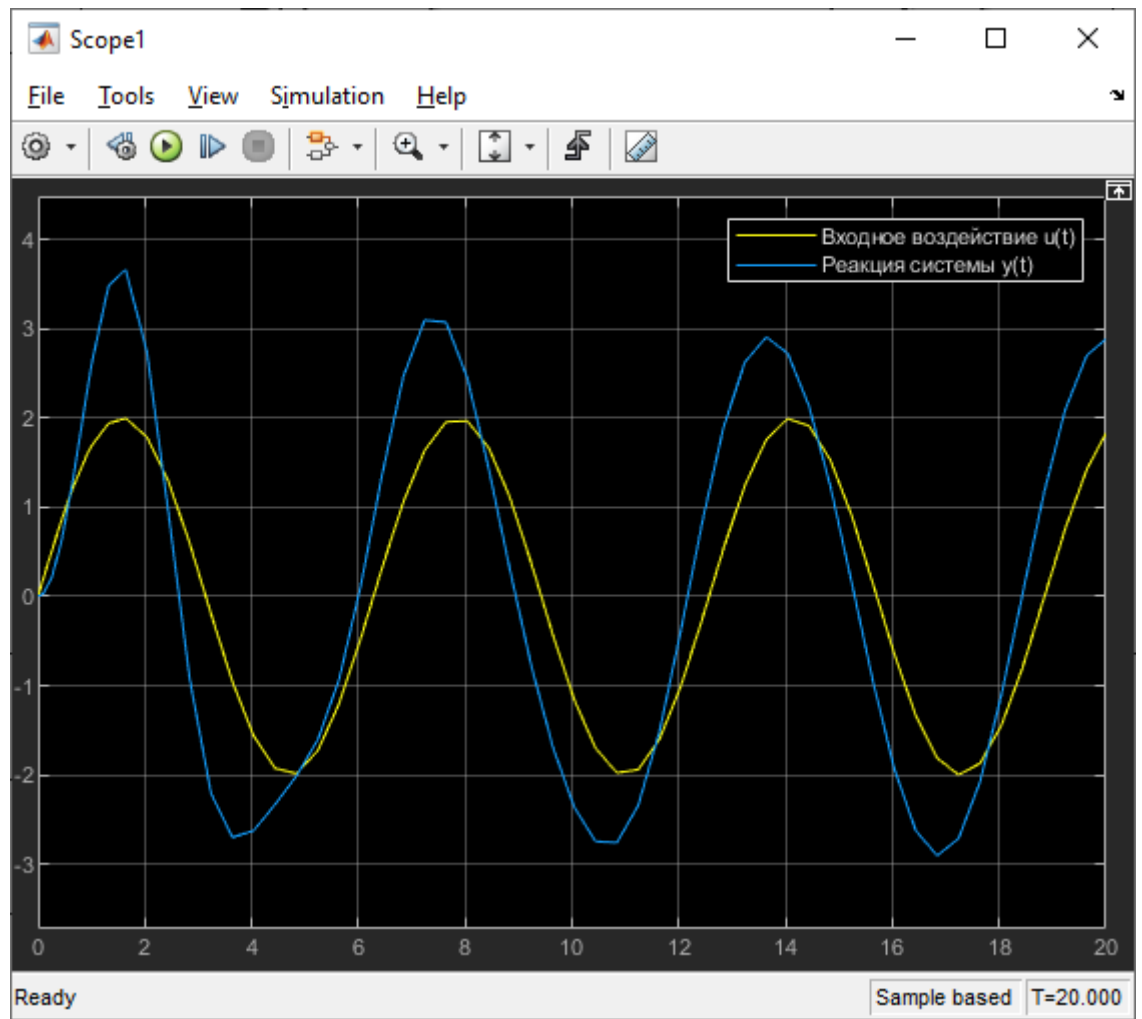


Рисунок 2.2

б) $u = 1(t)$

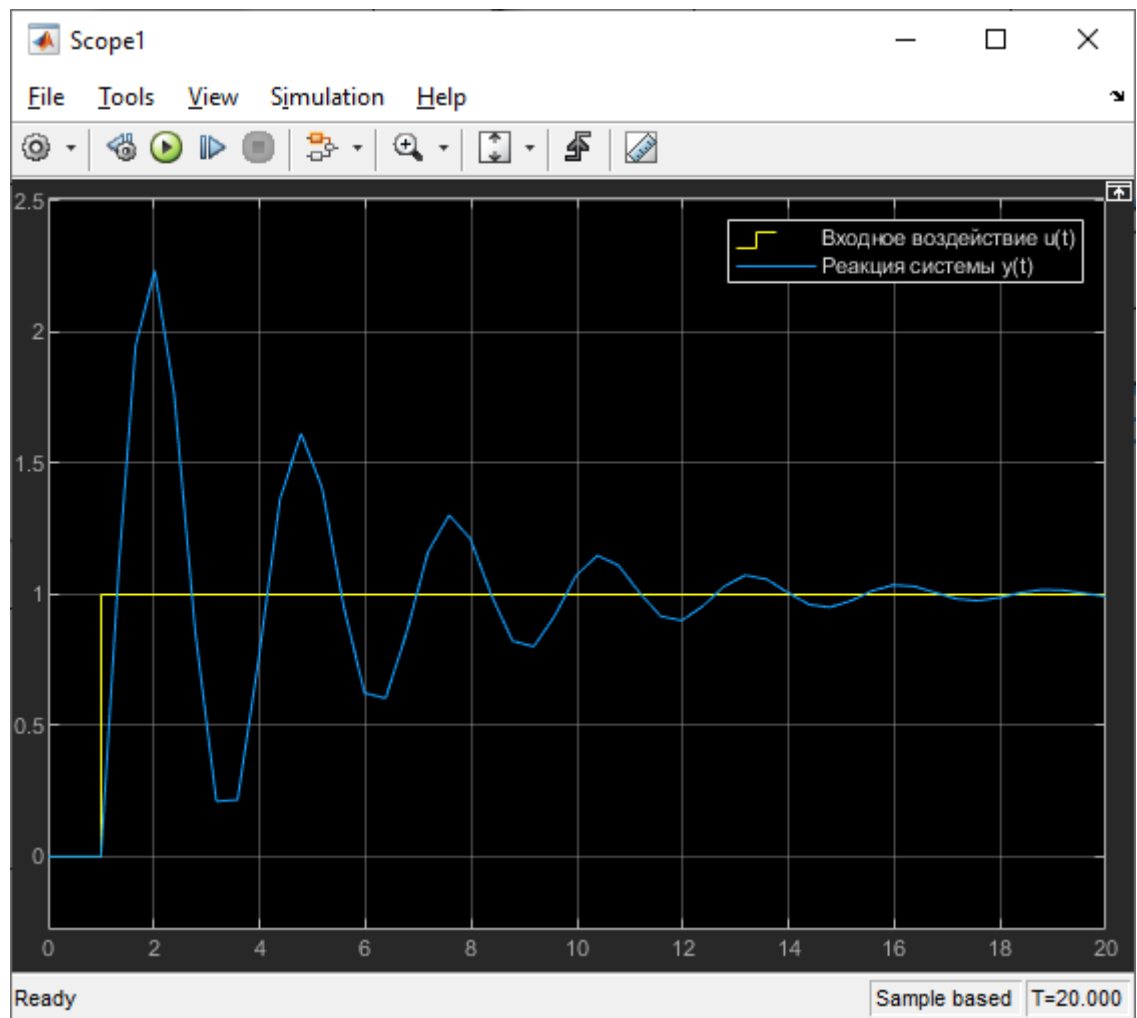


Рисунок 2.3

2.3) Моделирование свободного движения системы со следующими начальными условиями:

$$x_1(0) = 0.2, x_2(0) = -0.1$$

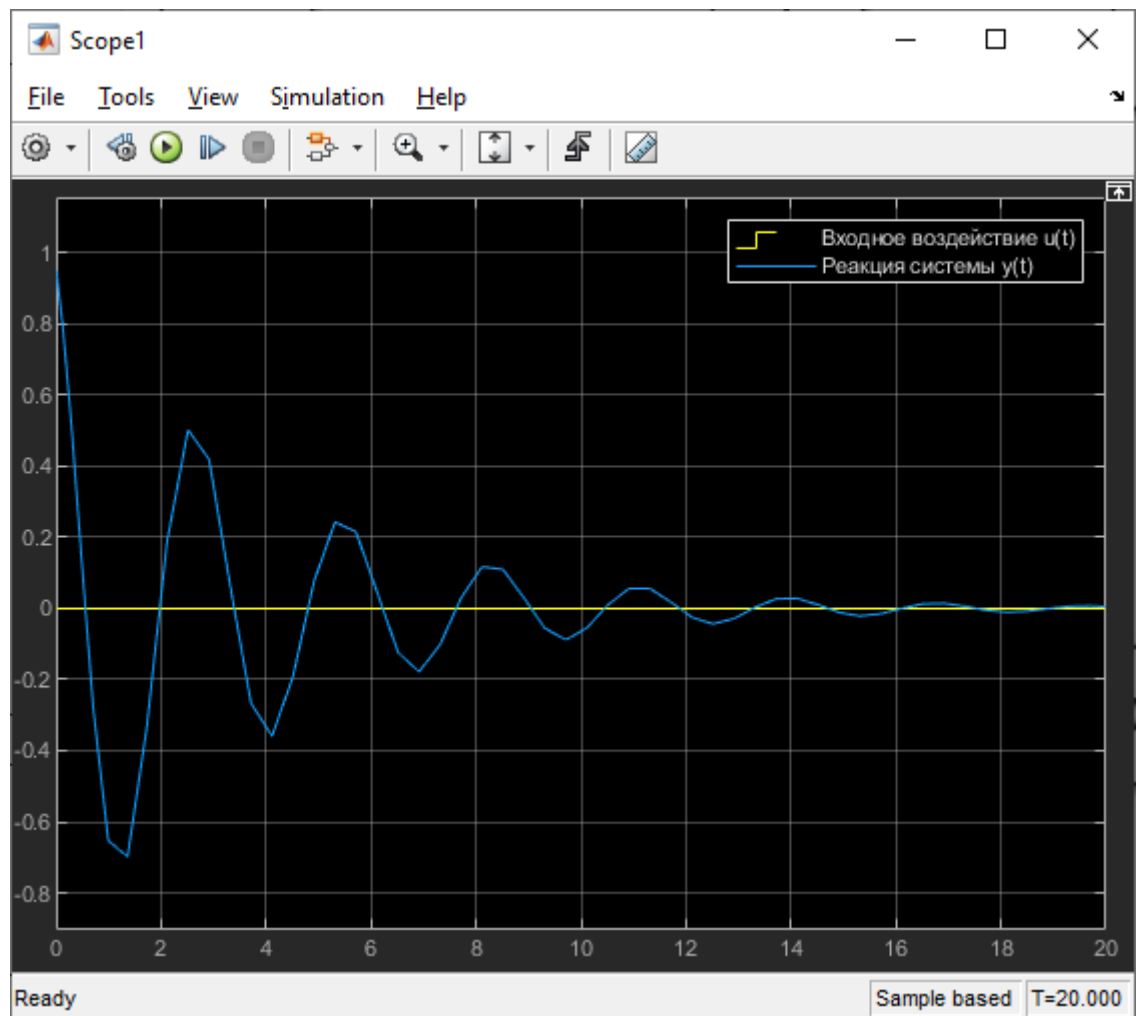


Рисунок 2.4

Вывод: ознакомился с пакетом программ Simulink, разобрался как моделировать процессы с помощью этого ПО.