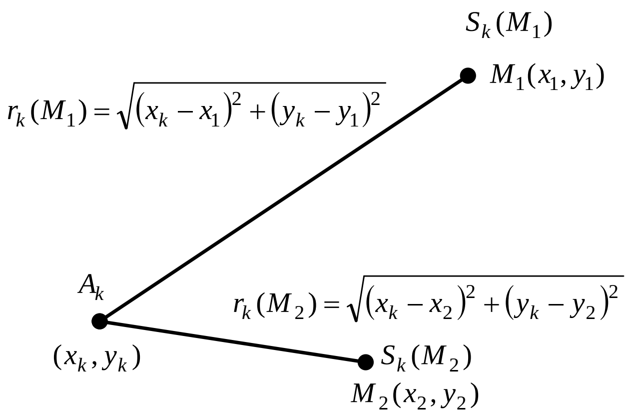
ДРУГИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ
ИНЖЕЊЕРСКИХ ОПТИМИЗАЦИОНИХ АЛГОРИТАМА

6. децембар 2019.

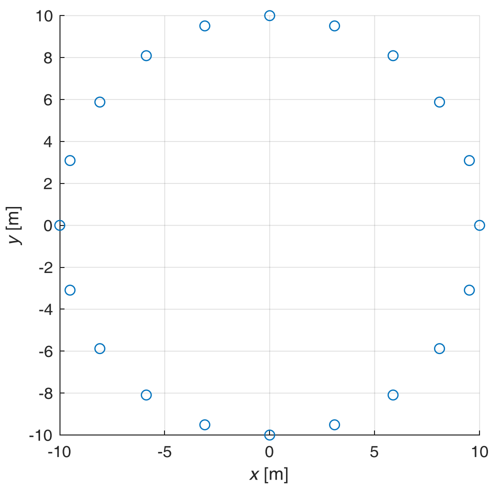
Напомене. Колоквијум траје 120 минута. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба овога листа папира и рачунара. Коначне одговоре уписати у одговарајуће кућице, уцртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Кодове програма коришћених за решавање питања архивирати преко сајта предмета. Решења питања признају се само уколико садрже извођење, образложење или уколико постоји архивиран одговарајући код. Попунити податке о кандидату у следећој таблици. Колоквијум носи 20 поена.

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ		ПИТАЊЕ				Укупно
Индекс (година/број)	Презиме и име	1.	2.	3.	4.	
/						

Сигнал, S_k, који емитује предајник k дат је изразом $S_k = \dfrac{A_k}{r_k}$, где је A_k константа предајника (реалан број), а r_k је растојање (у метрима) између тачке у којој се налази предајник и тачке у којој се мери сигнал (слика 1). Ради одређивања локације и константи два непозната извора сигнала, извршена су мерења у $N = 20$ тачака. Мерне тачке су униформно распоређене на кружници полупречника $R = 10\ \mathrm{m}$, а координате мерних тачака су дате изразом $(x_i, y_i) = \left(R\cos\dfrac{2\pi i}{N}, R\sin\dfrac{2\pi i}{N} \right)$, $i = 0,1,2,\ldots N-1$ (слика 2). Извори сигнала се налазе у равни тог круга, у њему. Вредност сигнала у једној тачки простора једнака је збиру вредности сигнала које емитују појединачни извори (важи принцип суперпозиције). Редни бројеви мерних тачака и вредности измереног сигнала у тим тачкама дати су у табели I.



Слика 1. Пример извора сигнала A_k који се налази у тачки (x_k, y_k) и две мерне тачке: $M_1(x_1, y_1)$ и $M_2(x_2, y_2)$.



Слика 2. Распоред мерних тачака.

Табела I. Редни бројеви мерних тачака и измерени сигнали у тим тачкама.

i	S_i
0	3.636892808589881e-01
1	2.605839592598729e-01
2	1.973419139079054e-01
3	1.534478308563590e-01
4	1.185896383794114e-01
5	8.576264313222261e-02
6	4.733829937660344e-02

i	S_i
7	-9.363342872771518e-03
8	-9.847775663222047e-02
9	-1.272357077088943e-01
10	-2.743016571882356e-02
11	5.448574204615267e-02
12	1.148226880872824e-01
13	1.728375199337635e-01

i	S_i
14	2.447613550732441e-01
15	3.537703729044290e-01
16	5.475646202592677e-01
17	8.724066260570496e-01
18	8.741598335630356e-01
19	5.530413758135669e-01

1. Записати формално овај оптимизациони проблем.

2. Одредити број глобалних оптимума за претходно одабран формални запис овог оптимизационог проблема. Образложити одговор.

3. (а) Навести оптимизациони алгоритам (или алгоритме) који су коришћени за решавање овог проблема, (б) објаснити избор сваког појединачног параметра тих алгоритама, (в) објаснити избор полазне тачке за оптимизацију и (г) објаснити поступак решавања.

(а)
(б)
(в)
(г)

4. Написати одговарајући код за оптимизацију и помоћу њега израчунати координате и константе непознатих извора сигнала са (апсолутном) прецизношћу од најмање $\pm 10^{-3}$ и записати их. Уколико је пронађено више различитих решења, навести свако од њих.

ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА СА ДРУГОГ КОЛОКВИЈУМА ИЗ ИНЖЕЊЕРСКИХ ОПТИМИЗАЦИОНИХ АЛГОРИТАМА ОДРЖАНОГ 6. ДЕЦЕМБРА 2019. ГОДИНЕ

1. Оптимизациона функција се може записати као $f(\mathbf{x}) = \sum_{i=0}^{N-1}\left(S_i - \sum_{k=1}^{2}\frac{A_k}{r_k(i)}\right)^2$, где је $\mathbf{x} = \left(x_1^{(\mathrm{e})}, y_1^{(\mathrm{e})}, A_1, x_2^{(\mathrm{e})}, y_2^{(\mathrm{e})}, A_2\right)$ вектор оптимизационих промењљивих (позиције и константа првог, односно другог извора, редом) и $r_k(i) = \sqrt{(x_k - x_i)^2 + (y_k - y_i)^2}$. На основу услова да извори морају бити унутар кружнице на којој се налазе мерне тачке, добијају се додатни услови $\sqrt{x_k^2 + z_k^2} < R$, $k = 1,2$. На овај начин добија се формални запис овог оптимизационог проблема

$\min\ f(\mathbf{x}) = \sum_{i=0}^{N-1}\left(S_i - \sum_{k=1}^{2}\frac{A_k}{r_k(i)}\right)^2$, где је $f(\mathbf{x}): R^6 \to R$, уз додатне услове

$\sqrt{x_k^2 + z_k^2} < R$, $k = 1,2$.

2. За претходно описан формални запис постоје два глобална минимума оптимизационе функције, $f(\mathbf{x}) = 0$, ако је први $\mathbf{x}' = \left(x_1^{(\mathrm{e})}, y_1^{(\mathrm{e})}, A_1, x_2^{(\mathrm{e})}, y_2^{(\mathrm{e})}, A_2\right)$, други се добија заменом места првог и другог извора $\mathbf{x}'' = \left(x_2^{(\mathrm{e})}, y_2^{(\mathrm{e})}, A_2, x_1^{(\mathrm{e})}, y_1^{(\mathrm{e})}, A_1\right)$.

3. (а) Овај оптимизациони проблем спада у генералну класу NLP проблема и може се решити на пример Nelder-Mead симплекс алгоритмом, градијентном методом или симулираним каљењем. (б) У зависности од избора алгоритма, параметри се подешавају према одговарајућој теорији. (в) Полазну тачку за оптмизацију је најједноставније изабрати на случајан начин. (г) С обзиром на то да оптимизациона функција има више локалних минимума, потребно је покренути алгоритам неколико пута из различитих полазних тачака док се не добије $f(\mathbf{x}) \approx 0$.

4. Решење овог оптимизационог проблема је следеће: координате (у метрима) и константа првог извора су $\left(x_1^{(\mathrm{e})}, y_1^{(\mathrm{e})}, A_1\right) = (-2\pi, \mathrm{e}, -1)$, а координате и константа другог извора су $\left(x_2^{(\mathrm{e})}, y_2^{(\mathrm{e})}, A_2\right) = (5, -5, 3)$.

- РЕЗУЛТАТИ КОЛОКВИЈУМА БИЋЕ ОБЈАВЉЕНИ ДО 12. ДЕЦЕМБРА У 21 ЧАС.
- УВИД У ЗАДАТКЕ, У ЛАБОРАТОРИЈИ 64б, ЈЕ 13. ДЕЦЕМБРА ОД 11:15 ДО 12:00 ЧАСОВА.