ISSN:

V. 1, n. 1, 2016


# Anais do Colóquio de Matemática da Região Norte

Macapá: UNIFAP
2016

**Projeto de Extensão: IV Colóquio de Matemática da Região Norte**, Nº 109/2016-DEX sob coordenação local da Ma. Naralina Viana Soares da Silva e vinculado ao Curso de Lic. em Matemática, Departamento de Ciências Exatas e Tecnológicas, Universidade Federal do Amapá (CCM/DCET/UNIFAP).



**Site do IV Colóquio de Matemática da Região Norte**
Gabriel Brasil - SBM
http://www.sbm.org.br/coloquio-norte-4/

**Acesso aos Anais do Colóquio de Matemática da Região Norte**
http://www2.unifap.br/matematica/publicacoes/anais-do-cmrn/

UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAPÁ. **Anais do Colóquio de Matemática da Região Norte**. Macapá: UNIFAP, 2016. 89f. (4ª Edição do evento).

ISSN: xxxx.xxxx (Aguardando emissão pelo Centro Brasileiro do ISSN/IBICT).
1. Geometria/Topologia; 2. Álgebra/Teoria dos Números; 3. Análise/Equações Diferencias; 4. Matemática Aplicada/Computacional; 5. Otimização; 6. Estatística/Probabilidade; 7. Educação Matemática; 8. Universidade Federa do Amapá; 9. Atividade Extensionista.

# SUMÁRIO

## I. CONFERÊNCIA

# Ideias e Técnicas de Matemática usadas em Programação Não Linear

**Flávia Morgana de Oliveira Jacinto**
Universidade Federal do Amazonas
Departamento de Matemática/Instituto de Ciências Exatas
morgana@ufam.edu.br

### Resumo

Muitos problemas da vida real, formulados dentro da pesquisa operacional no campo da Engenharia Elétrica, da Física e de tantas outras áreas científicas podem ser formulados como um problema de otimização padrão. Tal problema, conhecido como problema de programação não linear consiste basicamente em minimizar (ou maximizar) uma função de uma ou mais variáveis, quando estas se encontram sujeitas a um conjunto de restrições dadas na forma de equações e/ou inequações. Nesta apresentação nos restringiremos ao caso onde todas as funções envolvidas são contínuas e são apresentados modelos com duas finalidades: ilustrar a importância prática do modelo não linear e algumas das complicações que parecem pela não linearidade das funções envolvidas quando comparadas ao caso linear. Em seguida, abordaremos algumas das ferramentas matemáticas que são usadas em três métodos de resolução.

**Palavras-chave**: Otimização Contínua, Programação Não Linear, Condições de Otimalidade, Métodos de Resolução.

### Referência

[1] IZMAILOV, A.; SOLODOV, M. Otimização: Condições de Otimalidade, Elementos de Análise Convexa e de Dualidade. Rio de Janeiro: IMPA, 2014.
[2] LACHTERMACHER, G. Pesquisa Operacional na tomada de decisões: modelagem em Excel. 4ª ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2009.
[3] RIBEIRO, A. A.; KARAS, E. W.; Otimização Contínua: Aspectos Teóricos e Computacionais. São Paulo: Cegange Learning, 2013.

# Desenvolvimento do Pensamento Geométrico e Ensino da Matemática Escolar

**Nelson Antonio Pirola**
Universidade Estadual Paulistana "Júlio de Mesquita Filho"
Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência
npirola@uol.com.br

## Resumo

A psicologia da educação matemática (PEM) é uma área de investigação interdisciplinar, preocupada com os processos de ensino e de aprendizagem da Matemática, tendo como suporte as teorias da Psicologia. Um dos temas de pesquisa da PEM é o desenvolvimento do pensamento geométrico. Embora não exista uma definição única para esse tipo de pensamento, vários autores, como Pirola (2000, 2012) consideram que o pensamento geométrico é formado por componentes que capacitam os indivíduos a solucionarem problemas, cujas situações sejam geometrizadas. Entre esses componentes destacamos a orientação espacial e a percepção. A conferência tem como objetivo tratar do desenvolvimento do pensamento geométrico considerando os aspectos cognitivos e afetivos. Do ponto de vista cognitivo serão abordados temas relacionados à teoria de Van Hiele, apresentada por Nasser (1997), e de Hoffer (1981), enfocando os níveis e habilidades do pensamento geométrico. Além disso, serão discutidos aspectos importantes da formação conceitual em geometria, como níveis cognitivos da aprendizagem, percepção, orientação espacial, processos de generalização e conceitos artificiais. Do ponto de vista afetivo as atitudes em relação à geometria, crenças de auto eficácia e confiança serão discutidas no contexto do ensino da Matemática na Educação Básica.

**Palavras-chave**: Pensamento Geométrico, Ensino de Geometria, Habilidades Geométricas, Afetividade.

## Referência

[1] HOFFER, A. Geometry is more than proof. *Mathematics Teacher*, 71 (1), 1981, p. 11-21.
[2] NASSER, L.; SANT'ANNA, N. F. P. (Cood.). Geometria segundo a Teoria de Van Hiele. Rio de Janeiro: Instituto de Matemática-UFRJ/Projeto Fundão, 1997.
[3] PIROLA, N. A. Solução de problemas geométricos: dificuldades e perspectivas. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Universidade Estadual de Campinas. Campinas, 2000.
[4] TORTORA, E.; PIROLA, N. A. O desenvolvimento de habilidades geométricas na Educação Infantil. In: Anais do XXIII Seminário de Investigação em Educação Matemática. Coimbra, 2012.

# Introdução ao Método do Referencial Móvel sobre Variedades Riemannianas

**José Nazareno Vieira Gomes**
Universidade Federal do Amazonas
Departamento de Ciências Exatas/Instituto de Ciências Exatas
jnvgomes@gmail.com

## Resumo

Nesta conferência faremos um breve revisão de tensores e formas diferenciais sobre variedade riemannianas: definição de tensores e formas diferenciais, produto tensorial, produto exterior, derivada covariante de tensores, derivada exterior de formas diferenciais e propriedades básicas. Em seguida, vamos definir, sobre uma variedade riemanniana M, o referencial móvel, o coreferencial associado, as formas de conexão e a forma de curvatura, calcularemos as equações de estrutura e provaremos a relação entre a forma de curvatura e o tensor curvatura M.

**Palavras-chave**: Variedades Riemannianas, Tensores, Formas Referenciais, Referencial Móvel.

## Referência

[1] CARMO, M. P.  O Método do referencial móvel. Rio de Janeiro: IMPA, 2012.
[2] ________. Formas Diferenciais e aplicações. Rio de Janeiro: SBM, 2015.
[3] ________. Geometria Riemanniana. Rio de Janeiro: IMPA/Projeto Euclides, 2008.
[4] LEE, J. M.  Introduction to smooth Manifolds. New York: Springer-Verlag, 2003.
[5] PETERSEN, P. Riemannian Geometry. New York: Springer-Verlag, 2006.

# Método de Diferenças Finitas Aplicadas às Equações Diferenciais Parciais

**Anderson David de Souza Campelo**
Universidade Federal do Pará
Instituto de Ciências Exatas e Naturais
campelo.ufpa@gmail.com

## Resumo

Os métodos numéricos têm como principais características obter soluções aproximadas de problemas de difícil solução ou até de solução analítica não conhecida. Nesta palestra, faremos uma breve introdução do método numérico de diferenças finitas aplicadas às equações diferenciais parciais, iniciando-se com a apresentação do método, e, posteriormente, apresentando algumas aplicações na equação da onda, equação de vigas de Timoshenko e de placas de Reissner-Mindlin-Tomoshenko. Faremos comparações dos resultados numéricos, com os resultados analíticos conhecidos da literatura.

## Referência

[1] CAMPELO, A. D. S., ALMEIDA JÚNIOR, D. S.; SANTOS, M. L. Stability to the dissipative Reissner-Mindlin-Timoshenko acting on displacement equation, *European Journal of Applied Mathematics*, v. 27, n, 2, 2016, p. 157-193.
[2] CUMINATO, J. A.; MENEGUETTE, M. J. Discretização de Equações Diferenciais Parciais: Técnicas de Diferenças Finitas. Rio de Janeiro: SBM, 2013.
3] TVEITO, A. T.; WINTHER, R. Introduction to Partial Differential Equations: A Computational Approach. New York: Springer, 1998.

# O Ensino do Eixo Tratamento da Informação: O desafio da formação atual do professor de matemática

**Marinalva Cardoso Maciel**
Universidade Federal do Pará
Instituto de Ciências Exatas e Naturais
nalva@ufpa.br

## Resumo

A partir da publicação dos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental (BRASIL, 1998), os currículos de matemática do ensino fundamental incluíram um bloco de conteúdo abrangendo estatística, probabilidade e combinatória, que aparece sob a denominação de "Tratamento da Informação". Nesse contexto faz-se necessário uma maior ênfase das disciplinas Probabilidade e Estatística nos cursos de Licenciatura em Matemática, considerando o grande desafio que é ensinar esses conteúdos na escola básica, pois apesar de todos os planos de cursos discutidos nas Secretarias de Estado e Municipal da Educação e dos livros didáticos conterem o tópico, muitos professores não o desenvolvem nas salas de aula.

**Palavras-chave**: Educação Matemática, Formação Superior em Matemática, Probabilidade e Estatística.

## Referência

[1] BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática*. Brasília: MEC/SEF,1998.
[2] FRANKLIN, C., KADER, G., MEWBORN, D. et al. Guidelines for assessment and instruction in statistics education (GAISE): Report: A Pre-K-12 Curriculum Framework. United States of America: American Statistical Association, 2005. Disponível em: http://www.amstat.org/asa/files/pdfs/GAISE/GAISEPreK-12_Full.pdf, Acesso: 10/10/2016
[3] LOPES, C. E. O Ensino da Estatística e da Probabilidade na Educação Básica e a Formação dos Professores. *Caderno CEDES*, V 28, n. 74, 2008, p. 57-73.
[4] MENDES, M. Uma Reflexão sobre o Ensino do Eixo Tratamento da Informação, 2015. Disponível em: http://mathema.com.br/reflexoes/uma-reflexao-sobre-o-ensino-do-eixo-tratamento-da-informacao-2/. Disponível em: 10/10/2016.

# A Linguagem Matemática na Construção dos Conceitos na História das Ciências e na Construção dos Conceitos Individuais

**Alexandre Campos**
Universidade Federal de Campina Grande/Unidade Acadêmica de Física
fis.campos@gmail.com

## Resumo

Um dos problemas mais antigos da filosofia é o que se refere ao *conceito*. A definição e entendimento do que seja *conceito* pode ser pensada em vários sentidos. Num dos sentidos está aquele construído pela ciência; noutro, está aquele construído psicologicamente. Discutir e compreender como ocorre sua construção na ciência e na psicologia cognitiva é de interesse, portanto, da filosofia, assim como da psicologia e das demais disciplinas científicas. Aqui, situam-se os *conceitos* desenvolvidos empiricamente e os *conceitos* desenvolvidos analiticamente. Nessas construções, a linguagem assume papel de destaque. Contudo, como lidar com os diferentes tipos de linguagem utilizados durante a construção conceitual? Como elas se articulam? Que papel assume a linguagem matemática na construção dos conceitos científicos formais? Há algum elemento linguístico-matemático presente no processo de aprendizagem/desenvolvimento dos conceitos científicos? No sentido de discutir estas questões é que este trabalho se situa. Apresentaremos uma breve revisão do problema enfrentado pela filosofia, sobre o que seja *conceito*. Passaremos então a explorar a construção do *Princípio de Conservação de Energia Mecânica (PCEM)* em dois sentidos: 1) Do ponto de vista histórico; 2) Do ponto de vista da psicologia cognitiva. No primeiro sentido, lançaremos mão dos trabalhos de Lazare Carnot (1753-1823) e J.L. Lagrange (1736-1813), demonstrando como se valeram da linguagem matemática para justificar o *PCEM*. No segundo sentido, apresentaremos indícios de como ocorre a construção pessoal do *PCEM* em nível individual. Para o primeiro sentido nos valemos de aspectos da epistemologia de Bachelard (1884-1962) e G.-G. Granger (1920-2016); para o segundo sentido nos valemos da Teoria dos Campos Conceituais, desenvolvida por G. Vergnaud.

**Palavras-chave:** Conceito científico, Linguagem matemática, Epistemologia, Aprendizagem.

## Referência

[1] BACHELARD, G. A Filosofia do Não. Trad. Joaquim José Moura Ramos. São Paulo: Abril Cultural, 1978. (Col. Os Pensadores).
[2] _______. A Formação do Espírito Científico: contribuição para uma psicanálise do conhecimento. Trad. Estela dos Santos Abreu. 9ª reimp. Rio de Janeiro: Contraponto Ed. Ltda, 2011.

# A Etnomatemática na Formação Superior de Professores Indígenas

**Aldrin Cleyde da Cunha**
Universidade Federal de Grande Dourados/Faculdade Intercultural Indígena
aldrincunha@hotmail.com

## Resumo

O objeto de estudo desta pesquisa insere-se no contexto da formação superior de professores indígenas. O resultado desta pesquisa destaca a concepção holística de educação por meio dos estudos em etnomatemática, com sua abordagem multicultural e visão qualitativa da realidade. A pesquisa em etnomatemática contribui para manutenção e dinamização da cultura indígena, na formação inicial de professores de matemática, desenvolvendo estratégias de ensino e levando a promoção do respeito, da valorização, do fortalecimento da língua materna e das raízes culturais, onde as suas bases são a educação transdisciplinar e transcultural. Nesta perspectiva, as práticas educativas não devem se limitar as ações didático-pedagógicas em sala de aula, mas em processos reflexivos sobre a própria prática. Os futuros professores indígenas de matemática tem consciência da necessidade de uma educação diferenciada, mas eles se encontram em um universo de indecisão em relação a sua formação. Ao mesmo tempo em que estão no meio de um conflito pessoal, entre o conhecimento escolar ocidentalizado a que foram submetidos praticamente em toda a sua formação na educação básica, eles também almejam a construção de um novo processo de escolarização.

**Palavras-chave**: Educação Intercultural, Estratégias de Ensino, Transdisciplinaridade.

## Referência

[1] CUNHA, A. C. Contribuição da Etnomatemática para a manutenção e dinamização da cultura Guarani e Kaiowá na formação inicial de professores indígenas. (Tese de Doutorado). Universidade Bandeirante de São Paulo. São Paulo, 2016.
[2] D' AMBROSIO, U. A ETNOMATEMÁTICA NO PROCESSO DE CONSTRUÇÃO DE UMA ESCOLA Indígena. *Em Aberto*, Ano 13, n. 63, Jul./Set. 1994, p. 93-99.
[3] ______. Environmental influences. In: NORRIS, R (Ed.). Studies in mathematics education: The education of secondary school teachers of mathematics. Paris: UNESCO, 1985. p. 29-46. (The Teaching of Basic Sciences, v. 4).
[4] ______. Transdisciplinaridade. 2ª ed. São Paulo: Palas Athena, 2001.
[5] FREIRE, P.; SHOR, I. Medo e Ousadia: O cotidiano do professor. 3ª ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1986.

# Orientações do Currículo Nacional Base para Ensino e Aprendizagem da Matemática Maia na Educação Primária: Escolarização para quem?

**María Jacinta Xón Riquiac**
Centro de Investigación Científica y Cultural
majaxon13@yahoo.es

## Resumo

Propõe-se uma reflexão sobre o ensino e aprendizagem do sistema de numeração maia na educação primária a partir da análise do *Curriculum Nacional Base* (CNB) da Guatemala. O objetivo é analisar como as limitações pedagógicas no ensino e aprendizagem, que envolvem o por várias aspectos históricos, sociais, econômicas, culturais podem identificar elementos da positivação do conhecimento por uma parte, considerando que o CNB é o documento que formaliza alguns elementos do que se sabe sobre o "maia" a partir de uma lógica "ocidental", no que se considera como fim último, a "positivação", termo Foucault (2005), de uma cotidianidade para desaparecê-lo e "civilizá-lo", através do que o mesmo autor define como discursos, que se compõe dos conjuntos de enunciados que constituem às disciplinas científicas. No caso guatemalteco, devem-se considerar outros componentes que limitam o ensino e a aprendizagem da matemática maia no nível primário, como os processos racializados em que os professores do ensino primário, indígenas e mestiços enunciam a partir de discursos ideológicos que determinam o conteúdo da matemática maia como conhecimentos inferiores, conteúdos inúteis que não têm uma finalidade ou que não servem às crianças indígenas. No contexto particular da Guatemala, as autoconstruções de uma identidade política maia com um conteúdo simbólico para a consideração positiva do povo indígena nas relações sociais têm determinado um "dever ser maia" que hegemoniza uma consciência política indenitária através de um discurso idealizado por um ser eminentemente espiritual e místico. As ideologias racializadas na heterogeneidade indígena prescrevem a refutação da matemática maia, propondo a análise do ensino e a aprendizagem da matemática maia a partir de estudo de caso no Colégio Aprendizagem do Futuro, localizado em Chichicastenango, Guatemala.

**Palavras-chave**: Educação Matemática, Matemática Maia, Educação Primária.

## Referência

[1] D'AMBROSIO, U. Etnomatemática. Arte ou técnica de explicar e conhecer. 5ª ed. São Paulo: Ática, 1998.

[2] FOUCAULT, M. Arqueologia das Ciências e História dos Sistemas de Pensamento. Trad. E. Monteiro. 2ª ed. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 2005.

[3] GUATEMALA. MINISTERIO DE EDUCACIÓN. Curriculum Nacional Base. http://www.mineduc.gob.gt/DIGECUR/?p=CNB.asp&t=Curriculo_Nacional_Base_CNB, Acesso: 02/10/2016.

[4] YOJCOM, D. La Epistemología de la Matemática Maya. Guatemala: Editorial Nawal Wuj, 2013.

## II. MINICURSO
## Introdução a Geometria Diferencial

**Ronaldo Freire de Lima**
Universidade Federal do Rio Grande do Norte
ronaldo@ccet.ufrn.br

**Resumo**

Neste minicurso, nos propomos introduzir a teoria que estuda objetos geométricos através dos conceitos e técnicas do Cálculo Diferencial, a qual, naturalmente, designa-se Geometria Diferencial. Mais especificamente, abordaremos, desse ponto de vista, as curvas e superfícies ditas regulares, as quais caracterizam-se pelo fato de que, em cada um de seus pontos, há um “espaço tangente” bem definido. Essa característica nos permite, então, introduzir o conceito mais fundamental da Geometria Diferencial, o de curvatura, e, relativamente ao mesmo, estudar e classificar esses objetos. A Geometria Diferencial de superfícies, em essência, foi introduzida por Carl Friedrich Gauss (1777–1855) no célebre artigo, publicado em 1828, intitulado *Disquisitiones Generales Circe Superficies Curvas*. Nesse artigo, Gauss propõe uma nova abordagem às superfícies — através de parametrizações locais — e introduz o conceito de curvatura (gaussiana), estabelecendo, então, dois belos e surpreendentes resultados que o envolvem, hoje conhecidos como *Teorema Egregium e Teorema Elegantissimum*. A compreensão e a apreciação desses teoremas, juntamente com aquele conhecido como Teorema de Gauss-Bonnet, constituem, aqui, o nosso principal objetivo. A teoria será apresentada em quatro capítulos. No primeiro, introduziremos as curvas planas, bem como as espaciais. No segundo, consideraremos as superfícies regulares e construiremos a teoria do cálculo diferencial das funções definidas nas mesmas. O capítulo seguinte será devotado ao estudo das formas quadráticas, ditas fundamentais, o que nos conduzirá aos conceitos de comprimento e área em superfícies, bem como ao de curvatura gaussiana. No capítulo final, discutiremos sobre as noções de isometria e geodésica, e concluiremos com a apresentação dos supracitados teoremas.

**Referência**

[1] BLOCH. E. A First Course in Geometric Topology and Differential Geometry. Birkhäuser; New York: Springer & Business Media, 1997.
[2] LIMA, R. F. Topologia e Análise no Espaço $R^n$. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2015.
[3] DoCARMO, M. P. Differential Geometry of Curves and Surfaces. New Jersey: Prentice-Hall, 1976.
[4] GAUSS, C. F. General Investigations of Curved Surfaces. Edited by Peter Persic. New York: Dover Pub., 2005.
[5] HILBERT, D.; COHN-VOSSEN, S. Geometry and the Imagination. New York: Chelsea Pub., 1952.
[6] MASSEY, W. A Basic Course in Algebraic Topology. *Graduate Texts in Mathematics*. New York: Springer-Verlag, 1991.

[7] MONTIEL, S.; ROS, A. Curves and Surfaces. 2nd ed. United States of American: American Mathematical Society / Real Sociedad Matemática Española, 2009. (Graduate Studies in Mathematics, v. 69).
[8] O'NEILL, B. Elementary Differential Geometry. New York, London: Academic Press, 1966.
[9] PRESSLEY, A. Elementary Differential Geometry. London: Springer-Verlag, 2010.

## Explorando a Convexidade em Curvas no Plano

**Hilário Alencar**
Universidade Federal de Alagoas
hilario@mat.ufal.br
**Walcy Santos**
Universidade Federal do Rio de Janeiro
walcy@im.ufrj.br

### Resumo

Neste minicurso, exploramos como a propriedade de convexidade implica em propriedades geométricas de curvas no plano. Iniciaremos explorando as relações da convexidade e da função curvatura da curva. Dentre outros resultados, faremos a prova do Teorema de Shur, que afirma que as extremidades de uma curva ficam mais próximas se ela é mais curvada. Introduzimos a noção de largura de uma curva e fazemos uma introdução às curvas de largura constante. Ainda iremos fazer uma introdução de geometria integral, obtendo expressões para o comprimento de uma curva convexa e para a área da região limitada pela mesma. O Teorema dos Quatro Vértices termina a série de resultados locais e globais que nos mostram como a convexidade influência de forma determinante na geometria de uma curva no plano. O texto está estruturado da seguinte forma: o primeiro capítulo apresenta o comportamento de uma curva diferenciável em uma vizinhança de um ponto de seu traço. Aqui, exploramos o conceito de curvatura de uma curva plana, mostrando que ela determina a curva, a menos de sua posição no plano. Também são apresentados alguns resultados globais como Teorema de Rotação das Tangentes e algumas de suas consequências. O segundo capítulo é dedicado às curvas convexas, suas propriedades e principalmente as consequências geométricas. Este texto é parte adaptada do Livro Geometria Diferencial das Curvas Planas dos mesmos autores.

### Referência

[1] ASPERTI, A. C.; MERCURI, F. Topologia e Geometria das Curvas Planas. 13º Colóquio Brasileiro de Matemática. Rio de Janeiro: IMPA, 1981.
[2] ARAÚJO, P. V. Geometria Diferencial. Rio de Janeiro: IMPA, 1998. (Coleção Matemática Universitária).
[3] ALENCAR, H.; SANTOS, W. Introdução às curvas planas. 3ª ed. Rio de Janeiro: IMPA, 2008.

[4] BIEBERBACH, L. Uber eine Extremaleeigenschaft des Kreises, *Jahrb. Dtsch. Math. Verein.*, 24, 1915, 247-250.
[5] CHERN, S. S. Curves and Surfaces in Euclidean Spaces. Studies in Global Geometry and Analysis. The Mathematical Association of America, 1967.
[6] COURANT, R; JOHN, F Introduction to Calculus and Analysis. New York: Wiley-Interscience Publication, 1974. v. 2.
[7] DoCARMO, M. P. Differential Geometry of Curves and Surfaces. New Jersey: Prentice-Hall, 1976.
[8] GLUCK, H. The converse to the four-vertex theorem. L'Eiseignement Mathématique, 17, 1971.
[8] MONTIEL, S.; ROS, A. Curvas y Superficies. Granada: Proyecto Sur de Ediciones, 1997.
[9] OSSERMAN, R. The four-or-more vertex theorem. *Am. Math*, Monthly, 92, 1985.
[10] RODRIGUEZ, L. Introdução à Geometria Diferencial. 11º Colóquio Brasileiro de Matemática. Rio de Janeiro: IMPA, 1979.
[11] ROSENTHAL, A.; SZASZ, O. Sur le rayon d'une sphère dont la surface contient une curve fermée. Paris: C.R. Acad. Sci. 1996, p. 755-757. v. 25.

## Estudo de Vetores: Aplicações na química

**Jefferson Ferreira Mesquita**
Universidade Estadual do Amapá
jeffersonmesquita@oi.com.br

### Resumo

O referido minicurso de terá duração de 3 aulas, sendo de uma hora e trinta minutos cada, sendo que cada dia será ministrado apenas uma aula, de preferência no horário da 17h a 18h e 30min. Quanto à quantidade de vagas, pretendo ministrar para 45 (quarenta e cinco) participantes, sendo necessária uma sala de aula com a quantidade de cadeiras para suprir o número de inscritos no referido minicurso, tendo como objetivo geral mostrar aplicações de vetores na química. Já os objetivos específicos são: Fazer um estudo sobre vetores e aplicar vetores no estudo de moléculas químicas. No que tange ao conteúdo a ser ministrado o mesmo abordará: UNIDADE I: ESTUDO DE VETORES 1.1 Vetores no $R^2$ e $R^3$; 1.2 Definição; 1.3 Operações; 1.4 Ângulos entre vetores; 1.5 Interpretações geométricas: adição, multiplicação por um escalar, produto escalar, produto vetorial e produto misto; UNIDADE II: Aplicações nas moléculas químicas 2.1 Quanto à polaridade; 2.2 Quanto à área e volume de ocupação no espaço. A proposta terá a seguinte distribuição de conteúdos e seções em relação aos dias a serem ministrados: No dia 08 de novembro: UNIDADE I: ESTUDO DE VETORES - 1.1 Vetores no $R^2$ e $R^3$; 1.2 Definição; 1.3 Operações; No dia 09 de novembro: UNIDADE I: ESTUDO DE VETORES - 1.4 Ângulos entre vetores; 1.5 Interpretações geométricas: adição, multiplicação por um escalar, produto escalar, produto vetorial e produto misto; No dia 10 de novembro: UNIDADE II: Aplicações nas moléculas químicas - 2.1 Quanto à polaridade; 2.2 Quanto à área e volume de ocupação no espaço.

### Referência

[1] LIPSCHUTZ, S. Álgebra Linear: Teoria e problemas. 3ª ed. São Paulo: Makron Books, 1994.
[2] STEINBRUCH, A.; WINTERLE, P. Álgebra Linear. 2ª ed. São Paulo: Pearson Makron Books, 1987.

## A Criptografia como Proposta Didática para o Ensino de Álgebra Elementar

**Claudia B. Dias**
Universidade Federal do Amapá
Departamento de Educação à Distância
claudiabrz.dias@gmail.com

### Resumo

As orientações curriculares para o ensino de matemática apontam que as metodologias a serem aplicadas no ensino devem focar na contextualização e interdisciplinaridade no intuito de modelar cidadãos autônomos e críticos. Dessa forma, a criptografia pode ser um elemento motivador para o processo de ensino e aprendizagem da matemática, pois seu desenvolvimento histórico e sua aplicabilidade disponibilizam ao professor diversos exemplos contextualizados, ao mesmo tempo em que promovem uma interessante interdisciplinaridade. Neste contexto, este minicurso procura aplicar Criptografia no Ensino de Álgebra Elementar, utilizando conceitos de funções, matrizes e análise combinatória, como tema motivador para a aprendizagem da matemática no Ensino Médio. O minicurso ocorrerá em três aulas com duração de uma hora e trinta minutos cada aula. Desta forma, será distribuído em três etapas. Na primeira, de caráter teórico, serão discutidos os principais conceitos desta ciência por meio de um contexto histórico e sua importância no atual desenvolvimento da ciência e da tecnologia e de como a Criptografia pode contribuir para o enriquecimento no ensino de Matemática, uma vez que propõe a contextualização por meio de um tema de grande interesse na sociedade: segurança da informação. Na segunda etapa, de caráter prático, serão apresentadas atividades fundamentadas na técnica de resolução de problemas. Na terceira etapa serão discutidas as possíveis e possibilidades dificuldades de se implementar propostas fundamentadas na Modelagem Matemática. Ao propormos atividades e metodologias contextualizadas, esperamos cooperar com educadores e pesquisadores na construção de alternativas que visem uma formação de alunos críticos e participativos na sociedade.

### Referência

[1] BRASIL. Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional. Brasília: MEC/SEMTEC, 2011.
[2] BRASIL. Parâmetros Curriculares Nacionais (Ensino Médio): Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: Ministério da Educação/Secretaria de Educação Média e Tecnológica, 1999.
[3] COUTINHO, S. Números Inteiros e Criptografia RSA. Rio de Janeiro: SBM, 2009.

[4] D'AMBROSIO, U. Dos fatos reais à Modelagem: Uma proposta de conhecimento matemático. Disponível em: http://ubiratandambrosio.blogspot.com.br/p/textos.html. Acesso: 01/08/2016.
[5] _______. A Matemática nas escolas. *Educação Matemática em Revista*. Ano 9, n. 11, Abr. 2002, p. 29-33.

## Teoria de Green e Escoamento de Poiseuille

**Gilberlandio Jesus Dias**
Universidade Federal do Amapá/Departamento de Ciências Exatas e Tecnológicas/Curso de Licenciatura em Matemática
gjd@unifap.br

**Resumo**

1. Introdução

O escoamento de Poiseuille consiste do Sistema de Navier-Stokes para fluidos em "canais retos" infinitos (no plano: canais; e no espaço: cilindros) sob a hipótese de campo velocidade paralelo ao eixo de simetria do canal e com independência da referida direção. Sob as hipótese estabelecidas acima, a equação de Navier-Stokes torna-se uma equação de Poisson. Mesmo tendo, a equação de Poisson obtida, uma resolução "fácil", fornece-nos uma agradável motivação para o estudo das teorias básicas que se ocupam da resolução de tais equações. Para este minicurso, dentre os possíveis caminhos a se tomar para tratar de nossa equação (de uma forma mais teórica), optamos pela "teoria de Green" (assim resolvemos denominá-la).

2. Pré-Requisitos e Infraestrutura Necessária

Sobre os pré-requisitos necessários para um bom acompanhamento do minicurso, são suficientes apenas os cursos básicos de Cálculo e o curso de Análise na Reta.

3. Objetivo

● Apresentar a Teoria de Green para aqueles alunos que não tiveram a oportunidade de conhecê-la;
● "Insinuar" tópicos de pesquisa atual em Mecânica dos Fluidos;
● Revisitar tópicos básicos de Matemática estudados durante a graduação.

4. Conteúdo

Teoria de Green e Escoamento de Poiseuille.

5. Distribuição de Capítulos e Seções

- Integral de Campos Vetoriais;
- Identidades de Green;
- Função de Green;
- Princípio do Máximo para Funções Harmônicas;
- Equações de Navier-Stokes em Canais Retos;
- Escoamento de Poiseuille.

**Referência**

[1] GALDI, G. P. An Introduction to the Mathematical Theory of the Navier-Stokes Equations: Steady State Problems. 2nd ed. Berlin: Springer-Verlag, 2011.
[2] IÓRIO, R. Jr.; IÓRIO, V. Equações Diferenciais Parciais: Uma Introdução. Rio de Janeiro: IMPA, 1988. (Projeto Euclides)
[3] IÓRIO, V. EDP: Um Curso de Graduação. Rio de Janeiro: IMPA, 1991. (Coleção Matemática Universitária).
[4] LANG, S. Cálculo. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 1977. v. 2.

## Operadores Diferenciais em Variedades Riemannianas

**José Nazareno Vieira Gomes**
Universidade Federal do Amazonas
jnvgomes@gmail.com

**Resumo**

A extensão da análise de operadores diferenciais em domínios do espaço euclidiano para o contexto de variedades diferenciáveis é um tópico moderno e relevante que envolve conceitos geométricos e analíticos e tem recebido bastante atenção na literatura recente. Neste minicurso vamos estabelecer as ferramentas básicas da análise geométrica como o primeiro contato de pesquisadores que tenham interesse em trabalhar em assuntos desta área. Abordaremos os seguintes assuntos: Revisão de geometria Riemanniana: variedades diferenciáveis, métrica Riemanniana, conexão de Levi-Civita, curvaturas. Operadores diferenciais em variedades Riemannianas: gradiente, divergente, Laplaciano, Hessiano. Tensores e os operadores diferenciais: segunda identidade de Bianchi contraída, fórmula de Bochner, imersões isométricas e aplicações.

**Referência**

[1] CARMO, M. P. Geometria Riemaniana. 4ª ed. Rio de Janeiro: IMPA, 2008. (Col. Projeto Euclides).
[2] LEE, J. M. Introduction to smooth Manifolds. New York: Springer-Verlag. 2003.
[3] PETERSEN, P. Riemannian Geometry. 2nd. ed. New York: Springer-Verlag, 2006. (Graduate Texts in Mathematics, v. 171).

# Tópicos na Interseção entre a Teoria dos Grafos e Álgebra

**Abel Ahbid Delgado Ortiz**
Universidade Federal de Rondônia
Departamento de Matemática
abel@unir.br
**Thiago Ginez Velanga Moreira**
Universidade Estadual de Campinas
ra115476@ime.unicamp.br

**Resumo**

A ideia desta proposta é introduzir tópicos de matemática que na atualidade vem sendo objeto de pesquisa, porém com pré-requisitos que não vão além de um conhecimento básico em demonstrações matemáticas formais e de certa exposição a matérias no nível da graduação, como aritmética elementar e álgebra abstrata. Para este fim, a teoria dos grafos e sua generalização à teoria dos hipergrafos prestam-se muito bem para isto, não só porque a maioria dos tópicos que a compõem é de natureza elementar, elas têm sido revitalizadas pelos problemas decorrentes dos avanços tecnológicos, fornecendo assim novos focos de pesquisa. Por outro lado, na interação dessas disciplinas, com a álgebra abstrata e a teoria elementar de números, dá-se a possibilidade de criar novos conceitos e conectar ideias conhecidas a outros novos. Para desenvolver este minicurso no espírito explicitado acima, os autores escolheram artigos escritos dentro do marco da teoria dos grafos de arestas rotuladas com sinais, ou simplesmente, sigrafos (Signed Graphs). Um sigrafo é um grafo no qual as arestas estão rotuladas com sinais positiva + ou negativa −. Nós consideraremos grafos cujo conjunto de vértices é Zn, o anel dos inteiros modulo n. O conjunto de arestas assim como os sinais nelas determinam-se de acordo a propriedades que os vértices têm como elementos do anel.

**Referência**

[1] BERGE, C. Graphs et Hypergraphes. Paris: Dunod, 1970.
[2] BRETTO, A. Hypergraphs: an introduction, *Mathematical Engineering*, 2013. p. 111-116.
[3] BOAVENTURA NETO, P. O. Grafos: Teoria, Modelos, Algoritmos. 4ª ed. ampl. São Paulo: Edgard Blucher, 2006.
[4] CARTWRIGHT, D.; HARARY, F. Structural Balance: A generalization of Heider's theory. *Psychological Review*, 63, 1956, p. 277-292.
[5] DEJTER, I.; GIUDICI, R.E. On Unitary Cayley Graphs, *JCMCC*, 18, 1995 p.121-124.
[6] DUMMIT, D. S.; FOOT, R. M. Abstract Algebra. 3nd ed. New York: Jonh Willey and Sons, 2004.
[7] HARARY, F. Graph Theory. Boston: Addison-Wesley Publishing Company, 1969.
[8] CHARTRAND, G.; LESNIAK, L.; ZHANG, P. Graphs and Digraphs. 5nd ed. New York: CRC Press, 2010.
[9] GONÇALVES, A. Introdução à Álgebra. Rio de Janeiro: IMPA/Projeto Euclides, 2007.

[10] GOLDBARG, M.; GOLDBARG, E. Grafos: Conceitos, algoritmos e aplicações. Rio de Janeiro: Elsevier, 2012.
[11] HARARY, F. On the notion of balance of a signed graph. *Michigan Math. Journal* 2, 1953, p. 143-156.
[12] JÉGOU, P.; NDIAYE, S. N. On the notion of cycles in hypergraphs. *Discrete Mathematics*, 309, 2009, p. 6535-6543
[13] LEE, J.; KWON, Y. S. Cayley hypergraphs and Cayley hypermaps. *Discrete Mathematics*, 333, 2013 p. 540-549.
[14] MAHESWA, B.; MADHAVI, L. Enumeration Of Hamilton cycles and triangles in Euler Totient Cayley Grahs. *Graph Theory Notes of New York*, LIX, 2010, p. 28-31.
[15] MILIES, P.; PITTA COELHO, S. Números: Uma introdução à matemática. São Paulo: Edusp, 2006.
[16] KLOTZ, W.; SANDER, T. Some properties of unitary Cayley Graphs. *Electronic Journal of Combinatrics*. 14:1, 2007.
[17] PINZON, A. Conjuntos y Estructuras. México: Harla,1975. (Coleccion Harper).
[18] SINHA, D.; GARG, P. On the unitary Cayley signed graph. *Electron. J. Combinl*, 2:18, 2011, p. 229.
[19] ZASLAVSKY, T. A mathematical bibliography of signed and gain graphs and allied areas. *The Electronic Journal of Combinatorics*, n. DS8, 1998.

## Sistemas Dinâmicos Lineares no $R^2$

**João Socorro Pinheiro Ferreira**
Universidade Federal do Amapá/Departamento de Ciências Exatas e Tecnológicas
Curso de Lic. em Matemática
joaoferreira@unifap.br

**Resumo**

1 Introdução

Sistemas dinâmicos no $\mathbb{R}^n$ são ferramentas indispensáveis para análise qualitativa de estruturas científicas em diversas áreas do conhecimento científico. Eles podem ser classificados em linear ou não linear. Neste minicurso, devido ao tempo reduzido, daremos atenção aos lineares e em particular no $\mathbb{R}^2$. Para analisar qualitativamente um sistema autônomo faz-se necessário estudar o(s) ponto(s) crítico(s) e a estabilidade em cada um dele(s). No $\mathbb{R}^2$ o ponto crítico é a origem $\bar{X}_0 = (0,0)$.

Os sistemas dinâmicos, *a priori*, são aqueles em que as funções do lado direito de cada equação independem do tempo. Tem aplicações em diversos problemas de modelagem matemática, como por exemplo, na Economia, na Meteorologia (estudos de sistemas de baixa e alta pressão), na Biologia (estudos de sistemas epidemiológicos), na Física (mecânica clássica e quântica), engenharias e outras ciências.

As principais personagens que contribuíram para os estudos de sistemas dinâmicos foram Jules Henri Poincaré (1854-1912), matemático francês, foi um dos precursores dos estudos sobre sistemas autônomos, tendo apresentado as descrições do que hoje é conhecido como plano de fase e também nos estudos sobre a existência de ciclos limites para sistemas não lineares, Ivar Oto Bendixon (1861-1935), matemático sueco, que em 1901 apresentou uma demonstração rigorosa para o teorema de Poincaré sobre a definição de ciclos limites e por justa homenagem, atualmente é conhecido como o teorema de Poincaré–Bendixon, Henri Dulac (1870-1955), matemático francês, defendeu sua tese de doutorado para a banca composta por Poincaré e Painelevé, demonstrou rigorosamente o que hoje se conhece como o critério negativo de Bendixon-Dulac (CNBD) e Aleksandr Lyapunov (1857-1918), matemático e físico russo, contribuiu com a análise qualitativa de sistemas autônomos não lineares no $\mathbb{R}^n$, apresentando dois teoremas: um analisado pelo método direto (envolve a redução do sistema não linear em linear a partir da matriz jacobiana) e do método indireto (com aplicações aos sistemas não lineares aplicados a fenômenos físicos – especialmente aos da mecânica clássica).

Durante o mincurso serão apresentadas diversas aplicações e suas respectivas análises qualitativas de seus pontos críticos.

## 2 Pré-Requisitos e Infraestrutura Necessária

A primeira aula servirá para definir sistemas dinâmicos no $\mathbb{R}^n$ e posteriormente será estudado o caso particular para $n = 2$. Também será feito o estudo de diagonalização de matrizes.

Na segunda aula, construção de retratos de fase.

Na terceira aula, serão estudadas diversas aplicações.

## 3 Objetivo

- ● Definir sistemas dinâmicos no $\mathbb{R}^n$ e posteriormente estudar o caso particular em que $n = 2$.
- ● Escrever na forma matricial um sistema dinâmico no $\mathbb{R}^2$.
- ● Identificar a matriz $A_{2\times 2}$ pertinente ao sistema no $\mathbb{R}^2$.
- ● Obter o polinômio característico a partir do traço e do determinante da matriz $A_{2\times 2}$.
- ● Determinar os autovalores do polinômio característico e seus respectivos autovetores linearmente independentes.
- ● Apresentar a solução $\vec{X} = (x_1, x_2)$ de um sistema autônomo no $\mathbb{R}^2$ na forma vetorial.
- ● Estudar o tipo de estabilidade em torno do ponto crítico $\bar{X}_0 = (0,0)$, a partir dos sinais dos autovalores.
- ● Desenhar o retrato de fase a partir das informações encontradas nos objetivos anteriores e descrever qualitativamente a estabilidade do ponto crítico.
- ● Aplicar os estudos qualitativos de sistemas dinâmicos em situações problemas clássicos apresentando e discutindo a sua solução.

## 4 Conteúdo

Definição; Ponto crítico; Estabilidade: Polinômio característico, autovalores e autovetores; Retrato de fase; Análise qualitativa; Aplicações.

## 5 Sistemas Dinâmicos

5.1 Definição

Um sistema autônomo linear de EDO no $\mathbb{R}^{\boldsymbol{n}}$ é simbolizado por:

$$\dot{\boldsymbol{X}} = A\boldsymbol{X}, \qquad (1)$$

a matriz $\boldsymbol{A} \in \boldsymbol{M}_{\boldsymbol{n}\times\boldsymbol{n}}(\mathbb{R})$. O sistema (1) é representado por:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n \\ \dot{x}_2 = a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n \\ \quad\vdots \qquad\quad \vdots \qquad\quad \vdots \qquad\qquad \vdots \\ \dot{x}_n = a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \cdots + a_{nn}x_n \end{cases} \Rightarrow \qquad \dot{\mathbf{X}} = \mathrm{g}(\mathbf{X})$$

sendo que $\dot{\mathrm{X}} = (\dot{x}_1, \cdots, \dot{x}_n)$ e $\mathrm{X} = (x_1, \cdots, x_n)$, cuja forma matricial de um sistema linear é

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \vdots \\ \dot{x}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \qquad \Rightarrow \qquad \dot{\boldsymbol{X}} = A\boldsymbol{X}.$$

A $g(\boldsymbol{X})$, é formada por: $g_1(x_1, x_2, \cdots, x_n) = a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n$, $g_2(x_1, x_2, \cdots, x_n) = a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n$, $\cdots$, $g_n(x_1, x_2, \cdots, x_n) = a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \cdots + a_{nn}x_n$, são as funções autônomas do sistema no $\mathbb{R}^{\boldsymbol{n}}$**.**

Considerando-se que este texto está restrito ao $\mathbb{R}^2$, utilizaremos em algumas definições e exemplos as variáveis $x$ e $y$. Por esta escolha, alguns sistemas lineares serão representados por

$$\begin{cases} \dot{x} = a_{11}x + a_{12}y \\ \dot{y} = a_{21}x + a_{22}y \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \qquad (2)$$

$$\dot{X} = AX$$

e os não lineares $\dot{X} = f(X)$, por:

$$\begin{cases} \dot{x} = a_{11}x^2 + a_{12}y \\ \dot{y} = a_{21}x + a_{22}y^2 \end{cases} \Leftrightarrow \quad \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} f_1(x, y) \\ f_2(x, y) \end{bmatrix} \quad \Leftrightarrow \quad \dot{X} = AX + F$$

5.1 Ponto crítico

No $\mathbb{R}^2$, o ponto critico é a origem e é representado por $\overline{\boldsymbol{X}} = (0,0)$. O ponto crítico é interpretado como sendo o ponto estacionário do sistema dinâmico. Também é conhecido como ponto de equilíbrio.

5.2 Estabilidade

Um sistema linear pode ser estável ou instável. Para classificá-lo deve-se fazer um estudo aprofundado a partir de três parâmetros intrínsecos.

5.2.1 Polinômio Característico

A partir de (2) pode-se escrever o polinômio característico da matriz $A$ da seguinte forma:

$$P(\lambda) = \lambda^2 - \beta\lambda + \gamma \quad (3)$$

onde $\beta$ é o traço e $\gamma$ é o determinante da matriz $A$.

$$\beta = Tr(A) = a_{11} + a_{22}$$

e

$$\gamma = \det(A) = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$$

5.2.2 Autovalores e autovetores

Os autovalores da matriz $A$ são as raízes do polinômio característico (3) e são obtidos por:

$$\lambda_{1,2} = \frac{\beta \pm \sqrt{\delta}}{2}$$

em que $\delta = \beta^2 - 4\gamma$ é o discriminante da matriz $A$.

Os autovetores $\vec{v}_1$ e $\vec{v}_2$ são determinados a partir da equação

$$A\vec{v}_i = \lambda\vec{v}_i$$

para $i = 1{,}2$.

5.2.3 Solução $\boldsymbol{X} = (\boldsymbol{x_1}, \boldsymbol{x_2})$

A solução de (1) no $\mathbb{R}^2$ é da forma

$$X(t) = \sum_{i=1}^{2} c_i \vec{v}_i \, e^{\lambda_i t}$$

ou $X(t) = Pe^{tD}P^{-1}X(0)$

em que $P$ é a matriz dos autovetores de $A$, $D$ é a matriz diagonal cujos elementos são os autovalores de $A$, $P^{-1}$ é a inversa de $P$ e $X(0) = (x(0), y(0))$ são as condições iniciais do problema.

5.3 Retrato de fase

A seguir apresentaremos apenas três modelos de diagrama de fase, utilizados para representar o comportamento das trajetórias nas proximidades do ponto crítico (ponto estacionário), conforme mostrados nas Figura 1a, 1b e 1c.

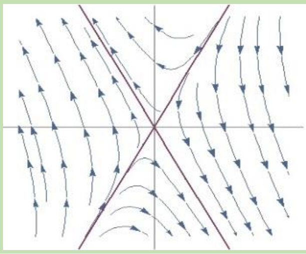


**Figura 1a**- Diagrama de fase de um sistema linear de EDO, com $\lambda_2 < 0 > \lambda_1$. O ponto estacionário $\bar{X} = (0,0)$ é classificado como **sela.**

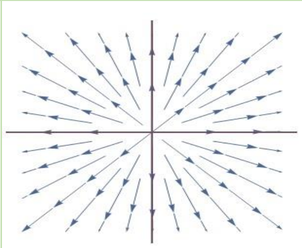


**Figura 1b**- Diagrama de fase de um sistema linear de EDO, com $\lambda_1 = \lambda_2 > 0$. O ponto estacionário $\bar{X} = (0,0)$ é classificado como **nó** (repulsor)**.**

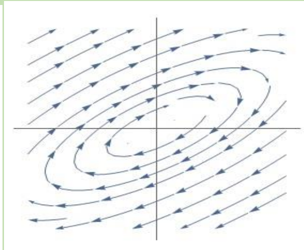


**Figura 1c**- Diagrama de fase de um sistema linear de EDO, com $\lambda = a + ib$. O ponto estacionário $\bar{X} = (0,0)$ é classificado como **centro**. Neste caso $a = 0$.

Fonte: Gráficos produzidos com auxílio do Software Mathematica 10.1 do Wolfran (2015).

### 5.3.1 Análise qualitativa

Na Figura 1a, observa-se que as trajetórias (fluxos) aproximam-se da origem na direção da reta que passa pelo primeiro e terceiro quadrantes e afastam-se da origem, ao longo da reta que passa pelos segundo e terceiro quadrantes. É definido como um ponto de **sela**. É um ponto de equilíbrio instável, porque o traço é positivo $(\beta = Tr(A) > 0)$ e determinante é nulo $(\gamma = \det(A) = 0$.

Na Figura 1b, observa-se que as trajetórias (fluxos) são semirretas que nascem na origem em todas as direções. É um ponto de equilíbrio instável, porque o traço e os determinantes são positivos. Este ponto está sobre a parábola $\gamma = \frac{1}{4}\beta^2$.

Na Figura 1c, observa-se que as trajetórias (fluxos) são elípticas com centro na origem e rotacionando-se no sentido horário. É um ponto de equilíbrio estável, porque o traço, o determinante e os discriminantes são nulos, portanto este ponto de equilíbrio está na origem do sistema $(\beta, \gamma)$.

## Referência

[1] BASSANEZI, R. C.; FERREIRA JR., W. C. Equações Diferenciais com Aplicações. São Paulo: Harbra, 1988.

[2] BASSANEZI, R. C. Equações Diferenciais Ordinárias: Um curso introdutório. São Paulo: UFABC, 2012. (Col. BC&T, v. 1).

[3] EDELSTEIN-KESHET, L. Mathematical models in biology. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, 2005. (Classics in Applied Mathematics, 46).

[4] MONTEIRO, L. H. A. Sistemas Dinâmicos. 2ª ed. São Paulo: Ed. Livraria da Física, 2006.

[5] MÜLLER, J. Mathematical models in biology. Lecture, held in the Winter - Semester, 2003/2004.

# Lógica, Álgebra de Boole, Jogos e Aplicações

**André Luiz dos Santos Ferreira** **Hilton B. P. Viana**
Instituto Federal do Amapá
andre.ferreira@ifap.edu.br hilton.viana@ifap.edu.br
hilton.viana@ifap.edu.br

**Resumo**

## 1 Introdução

A lógica é uma ciência matemática diretamente ligada à filosofia e têm por objeto de estudo as leis gerais do pensamento. Estão presentes na lógica, diversas formas de aplicar estas leis e de maneira categórica, na investigação da verdade e na condução do pensamento formal organizado inicialmente por Aristóteles e até mesmo na estrutura da linguagem da tecnologia contemporânea expressa por teoremas e postulados da álgebra Booleana. Assim como nas mais vastas ponderações e incertezas que tangem a inteligência artificial e moldam as ações naturais com maestria. As ações da lógica compreendidas como momentos de interpretação e transformação de uma linguagem construída a partir de estímulos e respostas dadas pelo homem; podem ser consideradas como passos reais para um desenvolvimento comum de tecnologia e sociedade.

> Acreditamos que mais importante ou tão importante quanto à aprendizagem do aluno é a capacidade que ele terá de utilizar este aprendizado que obteve no seu dia-a-dia. [...] É importante auxiliar o aluno a passar, progressivamente, do pensamento concreto à utilização de outras formas de pensamento. Preparar e capacitar o aluno para o futuro é uma necessidade (MELLO apud BEZERRA, SCHMITT, SOMENSARI, 2009, p.101).

O objetivo deste minicurso é vivenciar algumas aplicações da lógica de forma interativa a partir de momentos de descoberta, com elementos que serão utilizados para a tradução desta linguagem. O contato com a álgebra Booleana será um destes momentos, onde mostraremos a associação da teoria dos conjuntos com as leis da lógica formal. Além de novas discussões sobre o desenvolvimento da tecnologia do último século e o que teremos de possibilidades em poucas décadas com as perspectivas da lógica aplicada à inteligência artificial e outras questões, por exemplo, jogos binários e os ditos jogos Boole como forma de resolução de situações-problema.

## 2 Pré-Requisitos e Infraestrutura Necessária

- É preciso que os alunos tenham conhecimentos básicos de lógica formal e teoria dos conjuntos.
- Os materiais utilizados pelos professores além da sala, cadeiras e o quadro, deverão ser de competência da dupla.

## 3 Objetivo

O objetivo é familiarizar o participante com conceitos e aplicações de lógica que normalmente só são estudados em cursos relacionados à tecnologia e informática, a fim de estimular novas possibilidades de pesquisa, além de contribuir com o ensino de lógica conhecendo novos caminhos para a busca e o entendimento de novos horizontes da lógica.

4 Conteúdo

- Constantes e variáveis booleanas;
- Tabelas verdade;
- Chaveamento;
- Portas lógicas;
- Interpretação de circuitos a partir de expressões booleanas;
- Teoremas da álgebra booleana;
- Aplicações dos teoremas DeMorgan;
- Jogos de Boole;
- Lógica de Fuzzi: Uma breve Discussão.

5 Distribuição de Capítulos e Seções

1. Primeiro encontro definições acerca dos fundamentos da lógica e as aplicações da álgebra booleana.
2. Segundo encontro aplicações da álgebra booleana e os circuitos digitais utilização de circuitos físicos (placas de circuitos e Arduino).
3. Terceiro encontro jogos Boole, novas perspectivas para a lógica e inteligência artificial.

**Referência**

[1] BOOLE, G. The Mathematical Analysis of Logic. Chicago: Thoemmes Press, 1998.
[2] ERCEGOVAC, M.; LANG, T.; MORENO, J. H. Introdução aos Sistemas Digitais. Porto Alegre: Bookman, 2000.
[3] MONTAIGNE, M. E. Os Ensaios. Porto Alegre: Ed. Globo, 1961.
[4] PAPERT, S. Logo: Computadores e Educação: São Paulo: Brasiliense, 1988.
[5] STAREPRAVO, A. R. Jogos para aprender e ensinar matemática. Curitiba: Ed. Coração Brasil, 2006.
[6] TEIXEIRA, A.; ROCHA, M. S. Diálogo sobre a lógica do conhecimento. São Paulo: Edart, 1968.

# A História da Matemática como Metodologia de Ensino: Maravilhas, contos, lendas, enigmas e soluções

**Aldrin Cleyde Cunha**
Universidade Federal da Grande Dourados
aldrincunha@ufgd.edu.br

**Gerson Geraldo Chaves**
Universidade Federal de Viçosa
gerson@.ufv.br

**Janielle da Silva Melo da Cunha**
Universidade Federal do Amapá
janiellecunha@hotmail.com

**Resumo**

## 1. Introdução

As discussões no campo da Educação Matemática no Brasil e no mundo mostram a necessidade de se adequar o trabalho escolar às novas tendências que, se acreditava, poderiam levar as melhores formas de ensinar e aprender Matemática [1]. Muitas aulas de Matemática podem ser motivadas pela utilização da História da Matemática ou de histórias do cotidiano, narrativas, lendas e várias outras. Sabemos que as crianças gostam de ouvir histórias, na verdade todos nós gostamos de ouvi-las. Mas que motivação sustenta investigações que relacionam a História da Matemática no processo educacional como fator de melhoria no ensino de Matemática? O desenvolvimento histórico da Matemática mostra que as ideias, dúvidas e críticas que foram surgindo, não devem ser ignoradas diante de uma organização linear da Matemática. Ele revela que esse tipo de organização axiomática surge apenas após as disciplinas adquirem maturidade, de forma que a matemática está em constante reorganização [2]. Portanto, o uso da história da matemática pode ser uma ferramenta importante para melhorar o processo de ensino e aprendizagem de matemática.

## 2 Pré-Requisitos e Infraestrutura Necessária

- Sala de aula com quadro de giz e giz ou quadro branco e pincel para quadro branco;
- Projetor (Datashow);
- Resma de sulfite (01).

## 3 Objetivo

- Levar o professor a conhecer a Matemática do passado (função direta);
- Melhorar a compreensão da Matemática que eles irão ensinar (função metodológica e epistemológica);
- Fornecer métodos e técnicas para incorporar materiais históricos em sua prática (uso da história em sala de aula);
- Ampliar o entendimento do desenvolvimento do currículo e de sua profissão (História do Ensino de Matemática);
- Usar como estímulo a uso de bibliotecas e a pesquisa;
- Humanizar a Matemática, apresentando suas particularidades e figuras históricas;

- Empregar para articular a Matemática com outras disciplinas como Geografia, História e Língua Portuguesa (expressão em linguagem, interpretação de texto, literatura)

4 Conteúdo

A história da matemática; leitura de fontes e documentos, análise e argumentação. A compreensão sobre elementos como erros, incertezas, argumentos intuitivos, controvérsias e abordagens alternativas a um problema. Identificar que a Matemática possui forma, notação, terminologia, métodos, modos de expressão e representações. Compreender que a Matemática é guiada não apenas por razões utilitárias, mas também por interesses intrínsecos à própria Matemática. Conhecer a Matemática de diversas culturas, além de conhecer seu desenvolvimento e o papel que desempenharam. Proporcionar a visão mais ampla da Matemática em sua forma moderna, como fruto de várias culturas.

5 Distribuição de Capítulos e Seções

1. Introdução a História da Matemática (primeiro dia);
2. Atividade didática (segundo dia);
3. Apresentação das atividades didáticas (terceiro dia).

**Referência**

[1] D'AMBROSIO, U. Uma História Concisa da Matemática no Brasil. Petrópolis: Vozes, 2008.
[2] ONUCHIC, L. R. Ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V. (Org.) Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e perspectivas. São Paulo: UNESP, 1999. p. 199-218.

## III. PÔSTER

# Teorema de Zorn: Uma aplicação em anéis de identidade

**Simone Almeida Delphim Leal** **Eduardo da Conceição Rosário**
Universidade Federal do Amapá/Departamento de Ciências Exatas e Tecnológicas
Curso de Licenciatura em Matemática
leal@unifap.br eduardofaty@hotmail.com

**Resumo**

O Teorema de Zorn é objeto de controvérsias e debates desde o seu surgimento, apesar disto, sua relevância pode ser percebida pelas suas aplicações, como por exemplo, no Teorema de Han-Banach e consequências apresentadas sobre a forma de enunciados equivalentes como o Lema de Zorn. Neste trabalho após a demonstração do Teorema de Zorn, provaremos a existência de ideais maximais C em um anel de identidade F= {I ϵ R}.

**Palavras-chave**: Teoria dos Números, Teorema de Zorn, Demonstração.

**Referência**

[1] CAMPBELL, P. J. The Origin of Zorn's Lemma. Historia Mathematica, v. 5, 1978, p. 77-89. Disponível em: http://www.plover.com/misc/math/ZornsLemma.pdf, 02/09/2016.

[2] DELPHIM, S. A.; ROSARIO, E. Equivalência entre o Axioma da Escolha e o Lema de Zorn. In: Caderno de Resumo 4°Colóquio da Região Centro-Oeste. Catalão: IMTec/UFG, 2015. p. 2-4. Disponível em: http://www.sbm.org.br/coloquio-centro-oeste-4/wp-content/uploads/sites/2/2016/01/caderno_resumos_atual.pdf, Acesso: 02/09/2016.

[3] SILVA, S. G.; JESUS, J. P. C. Cem anos do axioma de escolha: boa ordenação, Lema de Zorn e o Teorema de Tychonoff. Revista Matemática Universitária, n. 42, junho, 2008. p. 16-34. Disponível em: http://rmu.sbm.org.br/Conteudo/n42/n42_Artigo02.pdf, Acesso: 02/09/2016.

# O Teorema da Representação de Riesz

**Lucas Costa Brito** **Renata Alves da Silva**
Universidade Federal do Tocantins
lucascostabrito2011@hotmail.com renataas@uft.edu.br

## Resumo

Frigyes Riesz foi um matemático húngaro que realizou trabalhos variados no desenvolvimento da Análise Funcional que possuem diversas aplicações em outras áreas, como na Física e nas Equações Diferenciais Parciais. Grosso modo, o Teorema da Representação de Riesz (cujas versões são muitas, porém a mais conhecida é a que) compara um espaço de Hilbert H com seu espaço dual $H^{'}$. Mais especificamente, qualquer que seja o funcional linear contínuo f definido em H, existe um único vetor uf em H tal que f(x) = h x, ui para todo x em H, em que h, i é o produto interno de H. Além disso, tal elemento uf possui norma em H igual à norma de f em $H^{'}$. Em outras palavras, H = H0 a menos de um isomorfismo linear isométrico dado por f → uf. Neste trabalho, apresentaremos definições e resultados que são suficientes para a demonstração deste teorema.

## Referência

[1] BREZIS, H. Functional Analysis, Sobolev Spaces and Partial Differential Equations. New York: Springer, 2011.
[2] LIPSCHUTZ, S.; LIPSON, M. L. Álgebra Linear. Trad. Claus Ivo Doering. 4ª ed. Porto Alegre: Bookman, 2011. (Coleção Schaum).

# Sistema de Equações Lineares

**Josiel Rodrigues de Andrade Fonseca** **Núbia Cristina Pereira da Luz**
Universidade Federal do Amapá/Departamento de Ciências Exatas e Tecnológicas
Curso de Licenciatura em Matemática
josieldoap@hotmail.com nubia._.31@outlook.com
**Erasmo Senger**
Universidade Federal do Amapá/Departamento de Ciências Exatas e Tecnológicas
Curso de Licenciatura em Matemática
erasmosenger@unifap.br

## Resumo

O presente trabalho tem como objetivo estudar a resolução de sistemas de equações lineares, utilizando a forma normal de Camille Marie Ennemond Jordan (1838-1942), isto é, $AM^{-1} = J$, com $J_i = \lambda i$. Os dados foram coletadas pela realização de pesquisa bibliográfica sobre álgebra linear, com foco em noções de bases no $R^n$, matrizes e transformações lineares, pois são pré-requisitos para tópicos como multiplicidade algébrica e geométrica, autovalores e autovetores, polinômio minimal, exponencial de matrizes e teorema de Carley Hylton. Além disso, na exposição dos dados apresentou-se uma demonstração e uma aplicação. Na equação $AM^{-1} = J$, "A" é uma matriz constante *n x n* e "x" é uma função diferenciável de R em $R^n$, já que nestes casos não se têm uma solução possível de se desenvolver, como no caso dos escalares. Este método sugere definir a exponencial $e^{At}$ de uma matriz $A^t$ e verificar se suas propriedades permitem generalizar, no caso de escalares para sistemas. Estes e outros resultados são obtidos através da forma normal de Jordan para classificar uma matriz. Ao comparar o método de resolução de matrizes da forma normal de Jordan, com o método de Laplace ou até mesmo de Cramer, notou-se que o método mais eficaz é o de Jordan, o que se verificou pela resolução de matrizes *n x n*, mostrando-se como calcular determinantes, autovalores e autovetores, matrizes inversas e sistemas de equações lineares.

**Palavras-chave:** Camille Jordan, Sistema de Equações Lineares, Século XIX.

## Referência

[1] ALMEIDA, A. G. F. A Forma Canônica de Jordan e algumas Aplicações. Monografia. (Graduação em Matemática). Centro de Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual da Paraíba. Paraíba, 2011.
[2] LIMA, E. L. Álgebra Linear. 7ª ed. Rio de Janeiro: IMPA, 2006.
[3] FONSECA, J. R. A.; LUZ, N. C. P. Nocões de Álgebra Linear com a Forma Canônica de Jordan: Aplicações. Monografia. (Graduação em Matemática). Universidade Federal do Amapá. Macapá, 2016.

# O Teorema da Convergência - Dominada de Lebesgue

**Geovan da Luz**
Universidade Federal do Amapá/Departamento de Ciências Exatas e Tecnológicas
Curso de Licenciatura em Matemática
daluz.1996@gmail.com

## Resumo

O estudo da Integral de Lebesgue é visto como uma generalização da Integral de Riemann, sendo mais eficiente em alguns casos e ampliando a concepção sobre a classe das funções integráveis. Com o fim de mostrar existência de solução para certas classes de equações diferenciais parciais é costume associar a estes um funcional, estes por sua vez são definidos usando-se integrais. Devido a este fato os funcionais herdam as boas propriedades da integral, em particular os teoremas de convergência. Entre eles destaca-se o teorema da convergência dominada de Lebesgue.

Segue o teorema:

Teorema (Convergência Dominada de Lebesgue): Seja $(f_n)$ uma sequência de funções mensuráveis com $\lim_n f_n(x), \forall x \in \mathrm{X}$. Se existe $g \in L(\mathrm{X}, X, \mu)$ tal que $|f_n| \leq g(x), \forall x \in \mathrm{X}$. Temos que $f_n, f \in L(\mathrm{X}, X, \mu)$ para todo $n \in \mathrm{N}$ e

$$\lim_n \int f_n \, d\mu = \int f \, d\mu .$$

O teorema da convergência dominada de Lebesgue é um dos mais importantes teoremas neste sentido, este teorema nos dá condições para calcular limites de integrais em relação a uma medida.

**Palavras-chave:** Análise, Teorema da Convergência dominada de Lebesgue, Integral de Riemann e de Lebesgue.

## Referência

[1] BARTLE, R. G. The Elements of Integration. New York: John Wiley & Sons, 1966.
[2] ______. (Ed.). The Elements of Integration and Lebesgue Measure. New York: John Wiley & Sons, 1995.
[3] FERNANDES, R. L. O Integral de Lebesgue. Lisboa: Instituto Superior Técnico/Departamento de Matemática, 2004. Disponível em: https://www.math.tecnico.ulisboa.pt/~acannas/AMIII/Materiais/loja_fernandes.pdf, Acesso: 09/08/2016.

# Existência de Solução Fraca para um Problema de Dirichlet Não-Linear com uma condição de crescimento

**José Pastana de Oliveira Neto**
Universidade Federal do Amapá/Departamento de Educação à Distância
pastanaoliveira@yahoo.com.br

## Resumo

Neste trabalho o objetivo principal é estudar a existência de solução fraca para o seguinte problema,

$$\begin{cases} -\Delta u = f(x,u) & \Omega \subset R^N \\ u = 0 & \partial\,\Omega \end{cases}$$

conhecido como problema de Dirichlet não-linear, onde $\Omega$ é um domínio limitado com fronteira suave e $f : \overline{\Omega} \times R \to R$ é uma função de Carathéodory satisfazendo a seguinte condições de crescimento:

- (H1) $\exists\ c, d \geq 0$ e $0 \leq \sigma < \frac{(N+2)}{(N-2)}$ se $N \geq 3$ $[0 \leq \sigma < \infty$ se $N = 1, 2]$

Tais que

$$|f(x,t)| \leq c|t|^{\sigma} + d.$$

Uma vez que estamos interessados em estudar a solução fraca do problema acima, queremos então funções u no espaço de Sobolev $H^1(\Omega)$, com suporte compacto, tal que:

$$\int_{\Omega} [\nabla u . \nabla v - f(x,u)v]\, dx = 0 \quad \forall\ v \in H_0^1(\Omega).$$

## Referência

[1] COSTA, D. G. Tópicos em Análise não-linear e Aplicações às Equações Diferenciais. Rio de Janeiro: IMPA, 1986.
[2] PASTANA, J.; OLIVEIRA, N.; Existência de Solução fraca para um problema de Dirichlet Não-linear com a condição de Ambrosetti e Rabinowitz. Monografia, (Graduação em Lic. em Matemática). Universidade Federal do Amapá. Macapá, 2014.

# Disponibilidade de Radiação Solar Anual em Castanhal-PA

**Jehnniane O. Batista** **Rafaela A. Benjamin**
Universidade Federal do Pará
jehhnianne@hotmail.com rafaelab.ufpa@gmail.com
**Igor Vinicius P. Pinheiro** **Arthur C. Almeida**
Universidade Federal do Pará
igor.ivpp@gmail.com arthur@ufpa.br

**Resumo**
Entre os diversos recursos de energias renováveis disponíveis em território brasileiro, destacam-se o potencial hidroelétrico dos rios, o solar, o eólico e a biomassa. A Amazônia, por suas características geográficas, por estar situada na faixa equatorial do planeta e por abrigar a maior floresta equatorial do mundo, dispõe de um grande potencial dessas energias, sendo a hidroelétrica a mais usada atualmente. Mas o potencial solar global também é imenso e responde atualmente por 1% da produção mundial de energia elétrica, com perspectiva de atingir 35% até 2050 [1]. Chega-se a pensar, até, que o potencial solar da Amazônia pode ser um dos maiores do país, pois temos o sol durante 12 horas por dia, praticamente todos os dias do ano, pouco variando com o decorrer das estações, pouco marcadas nessa região. Para verificar essa suposição e também para mostrar a utilidade e aplicação de conhecimentos matemáticos aplicados aos estudos ambientais, este trabalho apresenta um levantamento estatístico estimando o potencial de radiação solar incidente ou insolação. Este pode ser usada por uma placa fotovoltaica e transformada em energia elétrica na cidade de Castanhal, no nordeste paraense. Para o estudo, foram usados os dados diários da estação meteorológica A202, do INMET (Instituto Nacional de Meteorologia), localizada em Castanhal, nas coordenadas -1.300875 de latitude e -47.947967 de longitude. Para o processamento desses dados foi desenvolvido um programa no ambiente R [2]. Resultados interessantes foram obtidos com esse processamento. A disponibilidade anual de energia solar é de 1610 kWh/m$^2$. Considerando-se uma eficiência de conversão dessas placas na faixa de 15%, isso dá 240 kWh/m$^2$ ao ano. Para efeito de comparação, na região nordeste do Brasil, esses valores anuais chegam a 2000 kWh/m$^2$ [1]. Uma provável explicação para esse valor menor é que fatores climáticos, tais como muita umidade, chuvas, grande quantidade de nuvens, diminuem a quantidade de energia solar que chega à superfície, o que não ocorre no nordeste brasileiro. Conforme se observa na Fig. 1, o pico da radiação solar na região do estudo, ocorre das 11h às 13h, o que confirma a observação dos habitantes da região.


Fig. 1 Disponibilidade anual de radiação solar por hora (em Mj/m$^2$)

**Referência**

[1] PEREIRA, E. B; MARTINS, F. R; ABREU, S. L; RÜTHER, R. Atlas Brasileiro de Energia Solar. São José dos Campos: INPE, 2006. Disponível em: http://ftp.cptec.inpe.br/labren/publ/livros/brazil_solar_atlas_R1.pdf, Acesso:

[2] R DEVELOPMENT CORE TEAM. R: A language and environment for statistical computing. Vienna: R Foundation for Statistical Computing, 2011.

## Estimativa de Declividade em Modelos Digitais de Elevação usando Derivadas Parciais

**Igor Vinicius P. Pinheiro** **Arthur C. Almeida**
Universidade Federal do Pará/Faculdade de Matemática
igor.ivpp@gmail.com arthur@ufpa.br

**Resumo**

Declividade de um terreno em um dado ponto é definida por um plano tangente a uma superfície topográfica, normalmente modelada por um MDE (Modelo Digital de Elevação), naquele ponto. O gradiente da declividade é definido como a maior variação de altitude. Em uma superfície diferenciável z = f(x,y), o gradiente é dado por

$$\nabla f\,(x_o, y_o) = \left( \frac{\partial f}{\partial x}(x_o, y_o)\ ,\ \frac{\partial f}{\partial y}(x_o, y_o) \right)$$

e a equação do plano tangente em um ponto $(x_o, y_o)$ é dada por

$$z - f\,(x_o, y_o) = ( \frac{\partial f}{\partial x}(x_o, y_o)\,(x - x_o) + \frac{\partial f}{\partial y}(x_o, y_o)\,(y - y_o).$$

No mundo real, para se calcular a declividade de um terreno em um ponto, usam-se os dados de um MDE, de acordo com o procedimento numérico que consiste na extração de uma matriz de alturas de um MDE, nessa matriz são calculados $\frac{\partial f}{\partial x}$ e $\frac{\partial f}{\partial y}$ gerando o vetor gradiente, em seguida é calculado o seu módulo obtendo um valor numérico que corresponde à declividade dada em porcentagem da região compreendida entre $\frac{\partial f}{\partial x}$ e $\frac{\partial f}{\partial y}$.

O presente trabalho tem como objetivo calcular a declividade de uma área usando imagem de um MDE, além de mostrar como conceitos complexos de matemática podem ser aplicados na vida prática das pessoas utilizando para isso métodos numéricos e computacionais. A área de estudo é uma região do estado do Amapá, cobrindo a cidade de Macapá e uma área da Serra do Navio, conforme Fig. 1. A programação necessária para a execução dos cálculos foi desenvolvida no software R [2]. Os dados de elevação da região foram obtidos por meio de imagem do SRTM (Shuttle Radar Topography Mission), com resolução de 30m [3]. Eles foram processados usando-se um programa desenvolvido com o algoritmo acima e os resultados mostrados na forma de imagem e histograma de declividades e altitudes.

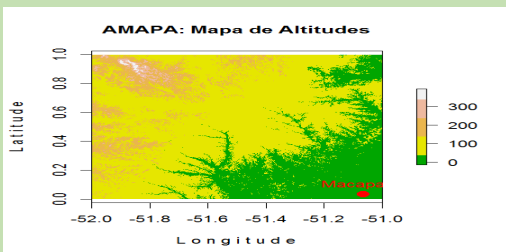



Fig. 1 Imagem do SRTM mostrando diversas altitudes encontradas na área de estudo.

## Referência

[1] PIKE, R. J.; EVANS, I.S.; HENGL, T. Geomorphometry: A brief guide. In: HENGL, T.; REUTER, H. I. (Ed.), Geomorphometry: Geomorphometry: Concepts, Software, Applications. Amsterdam: Elsevier, 200. p. 1-30. (Developments in Soil Science, v. 33).
[2] R DEVELOPMENT CORE TEAM. R: A language and environment for statistical computing. Vienna: R. Foundation for Statistical Computing, 2011.
[3] SHUTTLE RADAR TOPOGRAPHY MISSION. 2008. Disponível em: http://srtm.usgs.gov/data/obtainingdata.html.

# Matemática Pai d'Égua: Desfrutando de um conceito cultural paraense

**José L. M. da Silva** **Matheus dos Santos Martins**
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Pará
joseluizinho97@gmail.com mtsmartins.pingo@gmail.com
**Abner B. F. Barbosa** **Rita S. A. Gil**
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Pará
abner.gp.centro@hotmail.com rita1gil@yahoo.com

## Resumo

Este projeto tem a finalidade de diversificar conhecimentos matemáticos introduzidos em um jogo de tabuleiros identificado como matemática pai d'égua, por meio lúdico relacionados a cultura paraense. Encontramos a dinamicidade de relacionarmos esse jogo matemático com o cotidiano do aluno, para a finalidade de desenvolver a aprendizagem, facilitando na compreensão de conteúdos matemáticos específicos: Operações básicas, geometria plana, equações algébricas (1º grau) e coordenadas cartesianas. Por meio de concepções idealizadas por três alunos do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Pará (IFPA, Campus Belém), chegamos à conclusão de um jogo de tabuleiro, por consequência de sua praticidade e reverência no âmbito escolar-juvenil. E com objetivo de que o aluno adquira raciocínio rápido e lógico através das possibilidades e desafios situados no jogo. Ao analisarmos o contexto do ensino e aprendizagem da matemática, nas séries iniciais do ensino fundamental das escolas públicas do Brasil, percebemos a necessidade de proporcionar aulas dinâmicas, criativas e que também possibilitem transmitir o conhecimento de forma atrativa, estimulando no aluno o prazer em adquirir noções matemáticas, que até então eram considerados inviáveis em uma aula de matemática. Por orientação da professora Rita Gil, certificamo-nos da suma importância da valorização e preservação da cultura paraense, com o propósito de identificá-la em um jogo matemático, tendo em vista a imensurável riqueza da diversidade sociocultural do Pará. Buscamos por meio de um jogo matemático regionalizado, chamado matemática pai d'égua, um método de ensinar, transmitindo o conhecimento sem confundir o educando por meio de técnicas facilitadoras da aprendizagem, usufruindo metodologias e ideias que desafiem nossos alunos.

## Referência

[1] BRASIL. Parâmetros Curriculares Nacionais. 3º e 4º Ciclos do Ensino Fundamental: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998.
[2] D'AMBROSIO, U. Etnomatemática. São Paulo: África, 1990.
[3] LEITE, L. H. Á. Criança fazendo matemática. Porto Alegre: Artes Médicas. 2003.

# O Estudo de Matrizes através da Conta de Energia Elétrica

**Demétrius Gonçalves de Araújo** **Joel Farias Maia**
Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia do Pará
demetrius500@hotmail.com
**Maria Lúcia Pessoa Chaves**
Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia do Pará
lucia.rocha@ifpa.edu.br

## Resumo

A atividade é resultado de um projeto executado na disciplina de modelagem matemática do curso de licenciatura em matemática do IFPA. Foi aplicado em uma turma do 3º ano do ensino médio integrado do Instituto Federal do Pará (IFPA-Campus Belém), como um projeto que tinha como objetivo principal tornar mais visível ao aluno o entendimento do conceito de produto entre matrizes, quando o mesmo se torna abstrato, quando é ensinada da maneira tradicional. Dessa forma, procuramos usar o consumo de energia elétrica das residências dos alunos envolvidos, por se tratar de um item de relevância no orçamento familiar, e assim, criar relações com conteúdos matemáticos e a aplicação nas necessidades do dia a dia.

**Palavras-chave**: Educação Matemática, Modelagem Matemática, Conta de Energia.

## Referência

[1] BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. Modelagem Matemática no Ensino. São Paulo: Contexto, 2000.
[2] CHAVES, M. I. A.; SANTO, A. O. E.; SOUSA, E. G. Educação Matemática na Amazônia: O desenvolvimento de saberes docentes em modelagem matemática. Belém: 2016.
[3] MENDES, I. A. História da Matemática no Ensino: Entre trajetórias profissionais, epistemologias e pesquisa. São Paulo: Livraria da Física, 2015.
[4] STEINBRUCH, A.; WINTERLE, P. Álgebra Linear. São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2008.

# A interdisciplinaridade entre o Desenho Geométrico e a Modelagem Matemática no Patrimônio Histórico de Belém: "A Casa das Onze Janelas"

**Ademir Júlio dos Remédios** **Joel Farias Maia**
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Pará
ademir.remedios@gmail.com joelfariasmaia@yahoo.com.br
**Rita Sidmar Alencar Gil**
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Pará
rita1gil@yahoo.com.br

**Resumo**

O presente trabalho tem como objetivo enfocar a possibilidade de interface entre a Modelagem Matemática e o Desenho Geométrico, a partir de abordagem interdisciplinar, de confecção de uma maquete no patrimônio arquitetônico 'a casa das onze janelas' na cidade de Belém do Pará. A pesquisa foi desenvolvida em quatro etapas e dividida em quatro grupos que construíram a maquete do patrimônio histórico-cultural, passo a passo: 1) Levantamento histórico do patrimônio, e as implicações interdisciplinares entre os conteúdos de modelagem e desenho geométrico; 2) Transformação e cálculo das medidas da maquete; 3) Construção da maquete; 4) Elaboração didática e problematização da construção da maquete. Conclui-se afirmando ser possível a interdisciplinaridade, entre traços geométricos da arquitetura histórico-cultural com os fundamentos matemáticos à base de modelagem-matemática, fortalecendo didaticamente, a aprendizagem e a relação professor-aluno.

**Palavras-chave**: Fundamentos matemáticos; Modelagem matemática; interdisciplinaridade; Desenho geométrico.

**Referência**

[1] BARBOSA, J. C. Modelagem em sala de aula. *Perspectiva***,** Erechim (RS), v. 27, n. 98, 2003, p. 65-74.
[2] BASSANEZI, R. C. Ensino-Aprendizagem com Modelagem Matemática: Uma nova estratégia**.** São Paulo: Contexto, 2002.
[3] BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. Modelagem Matemática no Ensino. 5ª ed. São Paulo: Contexto, 2010.
[4] GIL, R. S. A. Contribuições Didáticas do Estudo de Arcos Geométricos a Partir da Obra de Antônio José Landi. Anais do XI Seminário Nacional de História da Matemática. Natal: SBHmat; UFRN, 2015. Disponível em: http://www.sbhmat.org/wa_files/C80.pdf, Acesso: 23/08/2016.
[5] MENDES, I. A.; GIL, R. S. A. Ensino de Matemática e Patrimônio Histórico-Cultural: Possibilidades didáticas interdisciplinares. Anais da XIII CIAEM-IACME. Recife: 2011. Disponível em: http://ciaem-redumate.org/ocs/index.php/xiii_ciaem/xiii_ciaem/paper/viewFile/1520/639, Acesso: 23/08/2016.

# Uma Estratégia Metodológica utilizando a obra de Lewis Carroll, Alice no País das Maravilhas, para o Ensino de Matemática

**Andre L. Mezz** **Marcelo Weich**
Departamento de Ensino, Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia
andreluizmezz1983@hotmail.com marceloempresa@gmail.com
**Giseli M. Souza**
Departamento de Ensino, Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia
giseli.souza@cnp.ifmt.edu.br

**Resumo**
Há certo tempo os alunos demandam do professor um caráter diferenciado de ensinar, pelo fato do desinteresse evidente apresentado pelos educandos, um modo que fixe a atenção na aula e renove o interesse de aprender. Portanto a ideia é averiguar a eficiência de ensinar utilizando uma literatura que abrange conteúdos matemáticos, mesmo que discretamente, a literatura em questão é *Alice no País Das Maravilhas*. O livro *As aventuras de Alice no País das Maravilhas* apresenta fantasias lúdicas sobre a realidade e a linguagem. Escrito por Charles Lutwidge Dodgson, mais conhecido pelo pseudônimo de Lewis Carroll. Nasceu em Daresbury, Cheirem, Inglaterra, estudou Licenciatura em Matemática na Universidade de Oxford, e ali lecionou matemática entre 1855 e 1888. Seus múltiplos interesses compreendiam o estudo de lógica e matemática. Carroll se preocupava com o tempo, e como o fuso de Greenwich ainda não havia sido adotado e os cavaleiros ingleses tratavam o tempo como queriam, não é de se estranhar, o Coelho Branco, vestido como cavaleiro da época vitoriana, preocupado em controlar o tempo, representado por seu relógio de bolso. Assim Carroll lançou, à época, o seguinte desafio: Qual dentre dois relógios está mais preciso: um que atrasa um minuto por dia ou outro que está parado?. No capítulo 7 (Um chá maluco), Alice faz comentários sobre o relógio do Chapeleiro Maluco, que marcava os dias, e não as horas, que retrata bem este descaso. Para a resposta do problema, sabemos que o relógio atrasa um minuto por dia, então a cada 60 dias o relógio atrasa uma hora, e para voltar a marcar o horário certo é aceitável que o relógio atrase doze horas, assim 60 dias vezes 12 horas é igual a 720 dias, então o relógio que atrasa um minuto por dia, apontara a hora certa após 720 dias. Já o relógio parado dará duas vezes por dia o horário certo, na posição em que seus ponteiros pararam. As passagens encontradas na obra de Lewis Carroll podem ser utilizadas na tentativa de minimizar dificuldades, uma vez que o emprego delas, ou de algo baseado nelas, nas aulas, pode ser um meio de motivar os alunos, pois as curiosidades propostas pelo livro são instigantes e aguçam a curiosidade para a busca pela resolução dos enigmas matemáticos trazidos pelo livro, fazendo com que os alunos tenham mais interesse por matemática.

**Referência**

[1] CARROLL, L. Alice no País das Maravilhas. 3ª ed. São Paulo. Ed. Martin Claret, 2014.

[2] MONTOIO, R.; MENDES, I. A. Na mesa com Alice: sobre diálogos matemáticos a partir da obra de Lewis Carroll. In: Anais do X Encontro Latino Americano de Iniciação Científica e VI Encontro Latino Americano de Pós-Graduação. São José dos Campos: Universidade do Vale do Paraíba, 2006.

# Jfractionlab como Recurso Pedagógico no Ensino e na Aprendizagem de Frações

**Dionata Jakson Garcia Bragança** **Wanessa Hoffmann**
Instituto Federal de Mato Grosso
dionejakson@gmail.com wanessahoffmann95@gmail.com
**Lucy A. Gutiérrez de Alcântara**
Instituto Federal de Mato Grosso
lucy.alcantara@pdl.ifmt.edu.br

**Resumo**

O objetivo deste trabalho é chamar a atenção para o uso pedagógico das tecnologias no processo ensino e aprendizagem na disciplina de Matemática, com o intuito de ampliar o conhecimento em relação à utilização de softwares matemáticos na educação básica. Embora alguns conteúdos de matemática possam parecer simples, esta simplicidade não significa que sejam fáceis. Dentre os conteúdos, o ensino e a aprendizagem de frações pode ser considerado complexo, em função de que a maioria dos alunos apresenta dificuldades em compreender os conceitos envolvidos e cometem erros ao realizar operações com as mesmas. No que diz respeito ao ensino de frações, Lopes [1] afirma que a sua aprendizagem "[...] não se dá com definições prontas, nomenclatura obsoleta e pseudoproblemas sobre pizzas e barras de chocolates. Os professores deveriam dar atenção para as complexidades que envolvem conceito tão delicado." Em relação às operações com frações, Santana et al [2] indicam que o seu ensino, na maioria das vezes, envolve procedimento como o uso de mínimo múltiplo comum, sem estabelecer, por exemplo, a compreensão da relação deste procedimento com a equivalência de frações. Nesta perspectiva, para o ensino em Matemática existe uma infinidade de softwares matemáticos que possibilita ao educando uma melhor compreensão dos conteúdos ministrados nas aulas de matemática. Dentre os vários softwares matemáticos existentes, observou-se que o Software JFractionLab possui uma variedade de recursos no que se refere às operações básicas envolvendo frações. Destaca-se a comparação de frações com figuras, equivalência de frações, simplificação de frações, dentre outras opções. A interface do Software JFractionLab apresenta cada operação que está sendo realizada e ainda demonstra as representações gráficas de cada fração. O mesmo com seus recursos operacionais permite aos alunos melhor aproveitamento na exploração do conceito das operações básicas que envolvem frações. Os exemplos citados são apenas alguns, num universo de operações que o Software JFractionLab proporciona aos estudantes. Este recurso tecnológico possibilita a aprendizagem do conceito de fração e das suas propriedades na educação básica.

**Referência**

[1] LOPES, A. J. O que nossos alunos podem estar deixando de aprender sobre frações, quando tentamos lhe ensinar frações, *Bolema*, Ano 21, n. 31, 2008, p. 1-22.
[2] SANTANA, E. L.; LIMA, L. H. M.; SILVA, S. H.; OLIVEIRA, B. P. Fração e seus diferentes registros de representação semiótica: uma análise da percepção de futuros pedagogos. In: Anais do XI Encontro Nacional de Educação Matemática. Curitiba, Jul./2013.

# Bhaskara Akarya e Ensino de Equações do 2º grau

**Nazaré Farias Brazão** **Jeane Tais Cantão Correa**
**Eliaquim Nabin Sampaio Matias** **Eliane Leal Vasquez**
Universidade Federal do Amapá/Departamento de Ciências Exatas e Tecnológicas
Curso de Licenciatura em Matemática
jeanny-tais@hotmail.com eliaquimmatias@gmail.com elianevasquez@unifap.br

**Resumo**

O objetivo é propor atividades didáticas para aulas de matemática, com abordagem da história da matemática como estratégia de ensino. Este trabalho foi realizado como atividade prática da disciplina Metodologia de Pesquisa Científica em Educação Matemática do Curso de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Federal do Amapá. O trabalho é resultado de pesquisa bibliográfica sobre a história da equação do 2º grau, cujos dados foram coletados em trabalhos acadêmicos, sendo o problema da pesquisa: Como aplicar a história da equação quadrática como estratégia de ensino em turmas do 9° ano do Ensino Fundamental? Como resultado da pesquisa evidenciou-se que o matemático Bhaskara Akarya ou Bhaskara II não foi o único que produziu trabalho sobre equação do 2º grau, como geralmente é dito nos livros didáticos de matemática, já que Diofanto, Al-Khowarizmi, Aryabhata I, Brahamagupta, Sridhara, Luca Bartolomeo de Paciolli, François Viéte e William Ougthred também realizaram estudos sobre a forma geral da equação quadrática e outros assuntos relacionados. É possível o professor de matemática expor alguns tópicos de história da matemática em turmas do ensino fundamental, desde que deseje planejar as aulas, com abordagem histórica a partir de atividades didáticas, como: a) Teatro na aula de matemática, com roteiro da peça com ênfase em matemáticos que contribuíram com a história da equação do 2º grau; b) Produção de texto sobre diferentes métodos de resolução de equação do 2º grau; c) Discussão sobre problemas matemáticos que foram publicados em manuscritos, livros ou outros suportes, cujas resoluções envolvem a equação do 2º grau.

**Palavras-chave**: Educação Matemática, História da Matemática, História da Equação do 2º Grau, Proposta de Atividade Didática.

## Referência

[1] CELESTINO, K. G.; PACHECO, E. R. Observações sobre Bhaskara. In: Anais do XIX Encontro Anual de Iniciação Científica. Guarapuava: Universidade Estadual do Centro Oeste, 2010. Disponível em: http://anais.unicentro.br/xixeaic/pdf/1576.pdf.

[2] _______. História da Equação do Segundo Grau em Livros Didáticos. Anais do XI Encontro Nacional de Educação Matemática. Curitiba: SBEM, 2013. Disponível em: http://sbem.web1471.kinghost.net/anais/XIENEM/pdf/2832_1080_ID.pdf.

[3] SILVA, M. A. Da teoria à prática: uma análise histórica do desenvolvimento conceitual dos números complexos e suas aplicações. Revista Brasileira de História da Ciência, v. 4, n. 1, Jan./Jun. 2011, p. 79-91.

[4] LEMOS NETO, J. C. Uma Análise da História das Equações do 2° Grau nos Livros Didáticos. Monografia. (Licenciatura em Matemática à Distância). Universidade Federal da Paraíba. Itabaiana, 2011.

[5] PEDROSO, H. A. Uma breve história da equação do 2º grau. Revista Eletrônica de Matemática, n. 2, 2010, p. 1-13. Disponível em: http://matematicajatai.com/rematFiles/2-2010/eq2grau.pdf.

## Ensino-aprendizagem das Operações Básicas com Frações através do Software Fractron

**Jonatha Mathaus Santos da Silva** **Rafael Pontes Lima**
Universidade Federal do Amapá/Departamento de Ciências Exatas e Tecnológicas
Curso de Licenciatura em Matemática e Curso de Ciência da Computação
jonatha.silva.94849@hotmail.com rafael@unifap.br

**Resumo**
Dentre os diversos conteúdos matemáticos estudados no ensino fundamental, fração é um dos menos consolidados pelos alunos, as dificuldades em operações básicas, como adição e subtração de frações, vão se prolongando de forma tal que muitos alunos chegam ao 9º ano do ensino fundamental sem as habilidades mínimas necessárias (Jesus, 2013, p. 9). O entrave supracitado não faz parte apenas da realidade da rede pública de ensino, mas também da rede privada e está latente na Escola Conexão Aquarela, localizada na capital do Amapá, em Macapá, local de realização da oficina digital que resultou neste relato de experiência. Para Moreira (2010, apud Lima, 2012, p. 80), tais dificuldades de aprendizagem estão relacionadas às metodologias e aos conhecimentos dos professores acerca do assunto a partir da sua formação docente, pautada em métodos tradicionais e ultrapassados que supervalorizam a reprodução de regras e fórmulas decoradas diante de uma geração escolar tecnológica. Algumas pesquisas na educação matemática trazem propostas de abordagem do conteúdo de frações com o uso das tecnologias digitais. Dentre estas, Lima (2014, p. 207) propõe uma sequência didática alternativa com o uso do Fracton, software de sua autoria, que visa auxiliar o professor no ensino das operações de adição, subtração, multiplicação e divisão de frações, por meio de questões que trazem enunciados significativos e estimulam o desenvolvimento do raciocínio lógico, a leitura e interpretação de textos e a capacidade de construção, descoberta e escrita da regra que resolva estas operações. Fundamentado na proposta de Lima, realizou-se um trabalho com alunos da Escola Conexão Aquarela com o objetivo de minimizar as dificuldades envolvendo as quatro operações básicas envolvendo frações com aplicação do software Fracton.

**Palavras-chave**: Educação Matemática, Software Fractron, Operações com Frações, Recurso Didático.

**Referência**

[1] JESUS, A. B. M. Uma Proposta de Ensino de Frações voltada para a Construção do Conhecimento. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática). Universidade Federal de Lavras. Lavras, 2013
[2] LIMA, R. P. O ensino e a aprendizagem significativa das operações com frações: Sequência didática e o uso de tecnologias digitais para alunos do Ensino Fundamental II. Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Matemática). Universidade Federal de Mato Grosso. Mato Grosso, 2014.
[3] _______. ; SÁ, P. F. O Ensino de Frações sob o Olhar de Discentes. *Estação Científica*, v. 2, 2012, p.79-93.

# Ensinando com o Lúdico: Torre de Hanói

**Lucas Batista Paixão Ferreira** **Márcio Lima do Nascimento**
Universidade Federal do Pará
lucas.ferreira@icen.ufpa.br marcion@ufpa.br

## Resumo

O principal objetivo de um educador é transmitir com clareza e máxima compreensão o conhecimento para o educando, para que o ensino do professor resulte em uma aprendizagem significativa para o aluno. O jogo, com seu caráter lúdico, atua como uma ferramenta de fácil acesso ao interesse das crianças e jovens, por esse motivo, criar situações que envolvam o ensino da matemática e o uso de jogos educativos é atingir o prazer, o desafio e o melhor desempenho daqueles que estão em pleno processo de formação. Isto posto, elegeu-se como objeto de estudo o jogo "Torre de Hanói" para explorar o lúdico e a imaginação dos alunos, tornando as aulas mais agradáveis tanto para o professor, quanto para os próprios alunos. A Torre como uso de nova prática pedagógica, despertará mais o interesse do educando, o estimulando a criar estratégias e contribuindo com seu raciocínio lógico. O objetivo do jogo é passar todos os discos para o terceiro pino, conseguindo completar a transferência com o número mínimo possível de movimentos, com o detalhe de que no momento da passagem, os discos que possuem maior diâmetro, nunca fiquem sobre os de menor diâmetro. Normalmente, esse jogo encontra-se contendo três discos, mas a quantidade pode aumentar, tornando o grau de dificuldade mais elevado de acordo com o número de discos utilizados. Para completar tal desafio, é preciso tanto do pino que está sendo ocupado pela torre inicial, quanto dos que não estão. Este jogo pode ser trabalhado até mesmo na pré-escola, a Torre de Hanói pode ser associada a questões de coordenação motora, identificação de formas, ordem crescente e decrescente, entre outras.

**Palavras-chave:** Educação Matemática, Jogo Matemático, Torre de Hanói.

## Referência

[1] BAIRRAL, M. A. Movendo discos, construindo torres e matematizando com futuros professores. Boletim GEPEM, n. 38, Fev./2001, p. 95-110.

[2] FERREIRA, L. B. P. NASCIMENTO, M. L. Torre de Hanói: Um recurso pedagógico para a educação básica. Anais do XII Encontro Nacional de Educação Matemática "Educação Matemática na Contemporaneidade: Desafios e possibilidades". São Paulo: SBEM-SP; UNICSUL, 2016. Disponível em: http://www.sbembrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/5794_2982_ID.pdf, Acesso: 19/09/2016.

[3] WATANABE, R. Uma Lenda: Torre de Hanói. In: Druck, S. (Org.). Explorando o Ensino da Matemática: Atividades. Brasília: Ministério da Educação; Secretaria de Educação Básica, 2004. p. 132-135. (Col. Explorando o Ensino, v. 2.).

# Cerâmica Icoaraciense: Uma abordagem etnomatemática

**Matheus dos Santos Martins** **Ana Flavia N. de Lima**
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Pará
mtsmartins.pingo@gmail.com anaflavialiima@hotmail.com
**Maria Lúcia Pessoa Chaves Rocha**
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Pará
lucia.rocha@ifpa.edu.br

## Resumo

Neste trabalho, partimos da seguinte problemática: Qual a relação entre a produção da Cerâmica Icoaraciense e a Matemática? Buscando responder esse problema, lançamos mão de pesquisas bibliográfica e de campo. Também conhecemos duas olarias em Icoaraci, distrito de Belém do Pará, o qual se destaca como importante polo da cerâmica amazônica e acompanhamos todo o processo de produção da cerâmica e fizemos um levantamento do nível de escolaridade dos oleiros. Um tinha conhecimentos matemáticos escolares, enquanto o segundo possuía apenas a empiria. Com base nas informações adquiridas, relacionamos a matemática aos saberes ceramistas: conceitos de proporção, porcentagem, figuras geométricas e simetrias; além de perceber que o oleiro com conhecimentos matemáticos era mais criativo e produtivo que o segundo. A produção inicia com a compra da argila que é feita em barras, as quais possuem em média 10 a 12 kg. Segundo os oleiros, uma barra pode produzir até 50 peças pequenas, enquanto que para produzir uma peça grande, são necessárias duas barras. Em seguida, ocorre a limpeza da argila. E então, começa a modelagem no torno, aparelho feito com madeira, que exige o uso das mãos para modelar e das pernas para fornecer a rotação. No torno, há a baliza, instrumento utilizado para dar padrão de altura e largura às peças, o qual foi criado e produzido pelos próprios artesãos. Com as peças modeladas, elas ficam secando, à sombra ou expostas ao sol, é nesse processo que a peça sofre uma contração. Segundo Luiz Otávio, oleiro e desenhista da Olaria Anísio, se um cliente pede uma peça com diâmetro medindo 100 cm, ele modela a peça com 109 cm, pois ela irá contrair. Após a secagem, o desenhista então dá as formas ilustrativas à peça. As ilustrações são feitas por meio de incisões ou texturas. Os desenhos geralmente são réplicas das peças marajoaras e tapajônicas, que são influenciadas pela natureza. As figuras geométricas são muito fáceis de serem identificadas: triângulo, quadrado, trapézio, circunferência e losango. Além das representações de figuras geométricas nas cerâmicas, é perceptível também traços de simetria, os quais podem ser de reflexão, de rotação ou translação. A beleza encantadora da cerâmica icoaraciense guarda em suas entrelinhas da produção grande conteúdo matemático, o qual pode e deve ser explorado para, cada vez mais, aperfeiçoar o trabalho e os trabalhadores da área.

**Palavras-chave**: Etnomatemática, Cerâmica Icoaraciense, Matemática, Geometria.

## Referência

[1] D'AMBROSIO, U. Etnomatemática: Arte ou técnica de explicar e conhecer. 5ª ed. São Paulo: Ática, 1998.

[2] _______. Sociedade, cultura, matemática e seu ensino. Revista Educação e Pesquisa, v. 31, n. 1. Jan./Abr. 2005, p. 99-120. Disponível em: http://www.scielo.br/pdf/ep/v31n1/a08v31n1.pdf, Acesso: 18/09/2016.
[3] PROGRAMA DE PROMOÇÃO DO ARTESANATO DE TRADIÇÃO CULTURAL. Produtos de Cerâmica de Icoaraci (PA). Disponível em: http://www.promoart.art.br/polo/Cer_C3_A2mica_20de_20Icoaraci_20_28PA_29/produtos, Acesso: 18/09/2016.

## Matemática & Geografia: Relação e contribuição mútua interdisciplinar

**Suéllem Cristina de Souza Soares** **Vitor Jordy Farias Vale**
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Pará
criskmonteiro01@gmail.com vitorjordy7@gmail.com
**Anderson Coelho Borges**
Universidade da Amazônia
andersonborges51@yahoo.com.br

### Resumo

Este artigo expõe a importância da relação que a interdisciplinaridade tem na educação, traçando sua concepção social, bem como sua problematização e materialização no contexto escolar para um melhor aproveitamento cognitivo desses alunos, de forma que seja construída interdisciplinaridade entre conhecimento geográfico e matemático em sala de aula, visto que, se faça presente uma nova visão de conhecimento, transdisciplinar, sem, no entanto, desprezar as particularidades de cada um. Podemos dar exemplos como, a conscientização ambiental no cotidiano escolar e também o desenvolvimento do raciocínio lógico-matemático e interpretativo na resolução de problemas de relevância socioambiental. Levando todo esse conhecimento, de forma didática, ao alcance da educação de jovens e adultos. Logo, busca-se associar o conhecimento escolar ao conhecimento contextual do aluno, aos assuntos de seu interesse, visto que interessa à criança, ao jovem, e ao aprendiz em geral aquilo que tem apelo às suas percepções materiais e intelectuais mais imediatas (D'Ambrosio, 1996). Partindo especificamente do problema da hidrografia na perspectiva da Educação Ambiental, usando de artifícios da Geometria Euclidiana e das Equações Diferenciais, com simplificações algébricas no aspecto educacional, usando uma abordagem construtivista a partir da apresentação da problemática em questão, a saber, a análise das bacias hidrográficas da Região Metropolitana de Belém e projetos associados a ela, desenvolvendo a modelagem matemática a partir do problema e sua interpretação prática.

**Palavras-chave**: Educação Matemática, Modelagem Matemática, Hidrografia, Interdisciplinaridade.

### Referência

[1] CHRISTOFOLETTI, A. Geomorfologia. São Paulo: Ed. Edgar Blücher, 1974.
[2] D'AMBROSIO, U. Educação Matemática: Da teoria à prática. Campinas: Papirus, 1996.
[3] FREIRE, C. C.; OMENA, S. P. F. Princípios de Hidrologia Ambiental. [S.L.]: Virtual Book, 2005.

[4] ROSS, J. L. S. Geografia do Brasil. São Paulo: Edusp, 1996.
[5] ZILL, D. G. Equações diferenciais com aplicações em modelagem. 2ª ed. São Paulo: Thompson, 2003.

## Reelaboração da Planta da "Casa das Onze Janelas"

**Wellington Augusto de Araújo Pamplona   Fernando Augusto Cunha Cordeiro Júnior**
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Pará
wellington.augusto02@gmail.com    fernando-jr@live.com

### Resumo

O presente trabalho tem como objeto de estudo, mostrar o processo de reelaboração da planta da "Casa das Onze Janelas", em Belém/PA. O "Palacete das Onze Janelas" foi construída no século XVIII, era a antiga residência de Domingos da Costa Bacelar, proprietário de engenho de açúcar. O projeto de adaptação é do arquiteto bolonhês José Antônio Landi.

Planta Baixa Térrea do Hospital Real.

A planta é uma representação de uma construção vista de cima, em tamanho reduzido, cujas medidas são proporcionais às medidas reais. A da Casa das Onze Janelas foi feita pelo arquiteto Antônio José Landi e que inicialmente era o Hospital Real. A informação de que Landi utilizava em suas medidas o palmo romano como unidade de medida, e que um palmo romano equivale a aproximadamente 22,5 cm. Ao trabalhar com unidades de medidas é conveniente apresentarmos a evolução das unidades de medidas, neste ponto tratamos da história da matemática. E, assim, apresentamos as unidades de medidas relacionadas ao corpo humano, como pé, polegada, jarda e palmo. Assim surgiu a necessidade de convencionar as unidades de medidas para um sistema padrão, como exemplo o Sistema Métrico Decimal. Observando a planta baixa, percebemos que representa um edifício em "L" é composta por um retângulo maior (204x86 palmos = 46x19 metros), paralelo ao rio, com a fachada principal virada a nascente para a Praça da Sé, um retângulo menor (58,3x50 palmos = 13,1x11, 2 metros), do lado poente. Ao trabalharmos com essa planta tivemos que encontrar a relação entre o sistema métrico decimal que utilizamos. Pois, a referência de escalada planta é de 100 palmos romanos. A medida real = 4620 cm, através dos cálculos que foram feitos na sala de aula, decidimos para fazer a planta utilizar 1 m², primeiramente usamos uma escala de 1/330 com medidas de 14x 10,6 cm, com a visualização dela decidimos ampliar para aumentar a riqueza dos detalhes, e chegamos uma planta com a escala de 1/58 em que suas respectivas medidas são 80x40 cm. Completando a reelaboração da planta.Com isso, podemos concluir que os aspectos a cima mencionados nos levam a iniciar um estudo histórico interdisciplinar, com base nos projetos de Landi, mais especificamente a "casa das onze janelas" tendo em vista explorar matematicamente os aspectos geométricos que proporcionem o desenvolvimento de atividades didáticas voltadas ao ensino do objeto matemático em nível fundamental e médio, exemplo, simetria, geometria plana, medidas e escala visualizando em um contexto interdisciplinar.

**Referência**

[1] BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. Modelagem Matemática no Ensino. São Paulo: Ed. Contexto, 2010.

[2] BRAGA, T. Desenho Linear Geométrico: Problemas de desenho linear geométrico, 14ª ed. São Paul,1997.

[3] GIL, R. S. A; BENTES, L. C. S.; FURMIGARE, M. S.; MENDES, I. A. Casa das Onze Janelas: Uma abordagem didática para o ensino de medidas, razões, proporções e escala no ensino fundamental. Anais do VII Encontro Paraense de Educação Matemática. Belém, 2010.

## Matemática e Música: O som do logaritmo

**Dionata Jakson Garcia Bragança Wanessa Hoffmann**
Instituto Federal de Mato Grosso
dionejakson@gmail.com wanessahoffmann95@gmail.com
**Lucy A. Gutiérrez de Alcântara**
Instituto Federal de Mato Grosso
lucy.alcantara@pdl.ifmt.edu.br

**Resumo**

Os primeiros registros de estudos associando a matemática e a música adveio da escola Pitagórica, por volta do século VI a.C. na Grécia Antiga. O monocórdio, possivelmente construído por Pitágoras, foi o instrumento utilizado para realizar os experimentos que possibilitaram ao mesmo estabelecer analogias entre os intervalos musicais e o conceito de razão (ABDOUNUR, 2006). Com os experimentos realizados, também foi possível desenvolver uma escala musical composta de quatro notas musicais que ficou conhecida como Escala Pitagórica e foi utilizada durante muito tempo. Entretanto, esta escala musical apresentava algumas dissonâncias na medida em que se sobe ou desce na escala e, no decorrer do tempo, buscou-se corrigir este desajuste originando a escala musical usada nos dias atuais, conhecida como Escala Temperada. Se pensarmos em representar este fenômeno sonoro das notas de ser sutilmente desiguais, as escalas pitagórica não gera um círculo, mas uma espiral de notas. Assim, os músicos da época precisavam de uma mesma afinação em todas as oitavas, para que não tivessem a impressão de desafinação ao caminhar por estas. A solução encontrada foi dividir a escala não de maneira aritmética, mas sim geométrica ou logarítmica, e desta maneira a escala temperada altera sutilmente todas as notas. Entretanto, o temperamento igual gera uma escala circular em que o fim de uma oitava coincide com o início da outra. A escala musical temperada consiste em dividir o espaço compreendido por uma oitava em 12 intervalos musicais iguais. Mas, esta maneira de afinar os instrumentos e organizar as notas só se tornou possível com a criação dos logaritmos por John Napier (1550-1617), possibilitando associar uma sequência aritmética a uma sequência geométrica. Dentro

desse contexto, o presente trabalho tem como objetivo apresentar uma breve reflexão sobre a utilização dos logaritmos na criação da escala musical temperada, consistindo na ilustração de uma das muitas relações existentes entre matemática e música.

**Referência**

[1] ABDOUNUR, O. J. Matemática e Música: o pensamento analógico na construção de significados. 4ª ed. São Paulo: Escrituras, 2006.
[2] FONSECA, D. F. Aspectos estruturais e históricos que relacionam a música e a matemática: uma abordagem interdisciplinar para a aplicação de médias, progressões e logaritmos, no Ensino Médio. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática. Universidade Federal de Lavras. Lavras, 2013.
[3] PEREIRA, M. C. Matemática e Música: De Pitágoras aos dias de hoje. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática). Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, 2013.

## IV. SEÇÃO TÉCNICA

### Ludicidade e a Aprendizagem da Matemática na Educação Infantil

**Dilene Kátia Costa da Silva**
Universidade Federal do Amapá/Departamento de Educação
Curso de Licenciatura em Pedagogia
dilenekatia@gmail.com
**Camila Progenio Meneses** **Katiane Pereira Luz**
Universidade Federal do Amapá/Departamento de Educação
Curso de Licenciatura em Pedagogia
kmilapmeneses@gmail.com katianepluz@bol.com.br

**Resumo**

O estudo em pauta define-se como uma pesquisa descritiva e em andamento. Desta maneira estabelece-se a seguinte problemática: Em que termos a ludicidade favorece a aprendizagem da Matemática, nas turmas da Educação Infantil? Como hipótese aponta-se que a ludicidade tem sido praticada junto às crianças sem que se estabeleça maiores interligações com os conhecimentos matemáticos a serem ensinados pelos docentes. Buscou-se apoio teórico nos estudos de Abreu e Corrêa (2011), Dallabona e Mendes (s/d), Macêdo e Moraes (2012) e Teixeira e Volpini (2012). O objetivo visa analisar em que condições as atividades lúdicas favorecem a aprendizagem da Matemática às crianças da Educação Infantil. A etapa de pesquisa empírica deverá ocorrer com a participação de 10 professores da Educação Infantil de uma escola pública, em Macapá, a fim de obter suas percepções acerca do tema, por meio de questionários semiestruturados, os quais serão analisados qualitativamente. A proposta deste estudo visa abordar a forma de inserção da Matemática na Educação Infantil, com ênfase no espaço de recreação da criança para a introdução do processo de aprendizagem dos saberes matemáticos. Desta forma, destaca-se que os momentos de brincadeiras promovem o desenvolvimento das potencialidades, do poder reflexivo, bem como das

habilidades matemáticas da criança, num processo contínuo e conexo de educação. Ressalta-se o momento de brincadeira como proveitoso para um processo de mediação e assimilação de conhecimentos da disciplina Matemática, sem que haja, no entanto, comprometimento ou interferência no prazer de brincar da criança.

**Palavras-chave**: Educação Matemática, Educação Infantil, Recreação.

**Referência**

ABREU, F. S.; CORRÊA, H. M. A. A Matemática na Educação Infantil. Monografia (Graduação em Pedagogia). Escola Superior de Ensino Anísio Teixeira. Serra, 2011.

DALLABONA, S. R.; MENDES, S. S. O lúdico na Educação Infantil: jogar, brincar, uma forma de educar. Revista de Divulgação Técnico-Científica do ICPG, v.1, n. 4, Jan.-Mar./2004. p. 1-13.

MACEDO, V. C.; MORAES, S. P. G. Educação Infantil e o Ensino da Matemática: refletindo as práticas de ensino em seu processo inicial. Disponível em: http://www.dfe.uem.br/tcc/ trabalhos_2012/vanessa_cristina_macedo.pdf>. Acesso em: 15 ago. 2016.

TEIXEIRA, H. C.; VOLPINI, M. N. A importância do brincar no contexto da Educação Infantil: Creche e Pré-Escola. *Cadernos de Educação: Ensino e Sociedade*, Bebedouro, 1 (1): 2014, p. 76-88.

## A Alfabetização na Matemática na Perspectiva do Letramento

**Dilene Kátia Costa da Silva**
Universidade Federal do Amapá/Departamento de Educação
Curso de Licenciatura em Pedagogia
dilenekatia@gmail.com
**Yane Sandim N. Ferreira**　　**Lúcia Mara T. Rocha**
Universidade Federal do Amapá/Departamento de Educação
Curso de Licenciatura em Pedagogia
anamara.ap@hotmail.com　　yanesandim@hotmail.com

**Resumo**

O presente estudo pauta-se na literatura sobre a Alfabetização Matemática na perspectiva do Letramento. O objetivo deste estudo é ampliar o conhecimento a respeito do significado da Alfabetização e Letramento. Com isso, leva-se em consideração a concepção de alfabetização, como um processo de contínua reflexão, sobre o ato da leitura e da escrita, através de experiências sociais significativas. Diante disso, a educação é um processo amplo e complexo que abrange diversos sujeitos em diferentes modalidades de aprendizagem, que distingue e personaliza esse jeito de aprender. Foi utilizada como metodologia a pesquisa bibliográfica, constituída principalmente de livros, artigos científicos, e pesquisas eletrônicas. Abordamos na primeira parte deste estudo um aprofundamento do conceito da Alfabetização e Letramento, seguido de uma abordagem dos jogos lúdicos na Matemática com ênfase no Letramento. De acordo com

estudos de Lorenzet; Girotto (2010), a alfabetização é um processo complexo ligado à construção do conhecimento. Atualmente, este conceito está sendo desdobrado aliado a outras áreas do conhecimento, por exemplo: Alfabetização Musical, Alfabetização Matemática, Alfabetização em Informática, além da sua origem que era para designar a aquisição da leitura e da escrita formal. Nesse sentindo, compreende-se que, a alfabetização é um processo contínuo do aprendizado, no qual podemos caracterizar de maneiras distintas, ou seja, na música, na Matemática, nos jogos, nos meios tecnológicos. Assim, a sua origem aborda amplamente sua escrita formal. Diante disso, o termo Letramento passa a ser específico de uma prática social, onde o ser humano confirmar suas habilidades de compreensão total da leitura e da escrita, onde as utilizam para transformar sua realidade, inter-relacionando essas habilidades com suas necessidades para mudanças posteriores, mudanças essas que correspondem a valores, progresso profissional, práticas sociais e cidadania.

**Palavras-chave**: Educação Matemática, Alfabetização Matemática, Letramento.

## Referência

[1] LORENZET, D; GIROTTO, J. C. A Alfabetização e Letramento na prática pedagógica. 2010. Disponível em: http://www.reitoria.uri.br/~vivencias/Numero_010/artigos/artigos_vivencias_10/p1.htm, Acesso em: 20/08/2016.

[2] SOARES, M. Alfabetização e Letramento. 2ª ed. São Paulo: Contexto, 2004.

# A Contribuição de Jogos Matemáticos na Resolução de Problemas envolvendo Divisão por Partição

**Anna Bela Costa de Oliveira** **Taysa de Souza Picanço**
Universidade Federal do Amapá/Departamento de Educação
Curso de Licenciatura em Pedagogia
anabella.costa@hotmail.com taysapicanco@gmail.com

**Resumo**

O presente estudo trata-se de uma pesquisa em andamento realizada na Universidade Federal do Amapá, onde está sendo investigado o seguinte problema: “Quais estratégias os alunos da Educação Infantil e da Educação de Jovens e Adultos (EJA) utilizam para resolver problemas de divisão por partição propostos pelos jogos matemáticos”? Como base teórica, nos inspiramos em partes dos escritos de Vigotski (1998) sobre o desenvolvimento das funções psicológicas superiores, fazendo um enfoque voltado para a aprendizagem de conceitos pelas crianças e a influência das interações para a compreensão dos signos matemáticos e suas representações, em busca do desenvolvimento da aprendizagem do conceito definido como sendo “divisão por partição”, processo no qual o total de elementos em um conjunto deverá ser distribuído igualmente em um número de partes predeterminadas, devendo-se calcular o número de elementos em cada parte (SELVA, 1998). No que tange à opção pelo conceito de divisão por partição, refere-se ao fato de ser um dos mais complexos estudados nas etapas que serão investigadas e nos preocupa saber o que está sendo feito por professores para que os alunos compreendam tal conceito, compreensão que coincide com vários estudos de Selva (1998). A metodologia a ser utilizada terá abordagem qualitativa e envolverá a observação e análise dos registros produzidos por crianças da Educação Infantil e de adultos da primeira etapa da EJA, com enfoque nas influências das interações para criação, pelos alunos, de estratégias de resolução de problemas matemáticos envolvendo a divisão por partição. Conforme Minayo (2011) a abordagem qualitativa não tem como objetivo coletar os números de erros e acertos e sim analisar os fenômenos de forma detalhada, em busca de compreender o objeto de estudo da melhor forma. A coleta de dados será realizada em três etapas: na primeira, pretendemos acompanhar quatro alunos da Educação Infantil e quatro da EJA, enquanto resolvem atividades envolvendo problemas matemáticos, na linguagem apropriada ao seu nível de desenvolvimento, sem auxílio de jogos matemáticos; na etapa seguinte, os alunos participantes resolverão problemas de mesma complexidade voltada para o conceito em estudo, com auxílio de jogos ludo-pedagógicos; na terceira etapa, iremos verificar a forma como os alunos dos dois grupos resolvem problemas do mesmo grau, novamente sem os jogos utilizados. Pretende-se analisar não apenas os registros promovidos em cada etapa vivenciada, mas também as expressões geradas pelos alunos no momento da realização das atividades de matemática e a forma como utilizam recursos pedagógicos na resolução dos problemas de divisão, como ainda observar as aproximações ou distanciamentos entre as estratégias de resolução utilizadas.

**Palavras-chave:** Educação Matemática, Divisão por Partição, Estratégias de Resolução.

**Referência**

[1] MINAYO, M. C. S. O desafio da pesquisa social. In: ______. Pesquisa Social: teoria, método e criatividade. 30ª ed. Petrópolis: Vozes, 2011.

[2] SELVA, A.C.V. A resolução de problemas de divisão: o que já sabemos? Como podemos contribuir para a sala de aula? In: GUIMARÃES, G.; BORBA, R. (Org.) Reflexões sobre o Ensino de Matemática nos Anos Iniciais de Escolarização. Recife: SBEM, 2009, p. 119-130.

[3] VIGOTSKI, L. S. A formação social da mente. São Paulo: Martins Fontes, 1998.

## Uma Investigação sobre a Influência do Laboratório de Ensino de Matemática no Curso de Licenciatura em Matemática da UNIFAP

**Francionaldo Viana Pereira** **Jadson Brito dos Santos**
Universidade Federal do Amapá/Departamento de Ciências Exatas e Tecnológicas
Curso de Licenciatura em Matemática
francionaldopereira@gmail.com jadsonbrito92@gmail.com
**Naralina Viana Soares Silva**
Universidade Federal do Amapá/Departamento de Ciências Exatas e Tecnológicas
Curso de Licenciatura em Matemática
naralina@gmail.com

**Resumo**

O presente trabalho tem como objetivo realizar um resgate histórico do Laboratório de Ensino de Matemática (LEM). Colocando em reflexão qual relevância da utilização do laboratório de ensino de matemática no curso de Licenciatura em Matemática da UNIFAP e despertando a ideia de que existem outras formas de se ensinar conteúdos matemáticos. A presente investigação se deu em duas etapas: a primeira foi pesquisa bibliográfica, considerando os autores influentes na área e a segunda foi de natureza qualitativa através de questionário elaborado com perguntas, tais como: qual a importância do laboratório para o aprendizado do acadêmico? O laboratório de matemática e adequado para a prática acadêmica? Como discente utilizam práticas laboratoriais e em sala de aula? Pesquisa essa, feitas com professores e alunos da UNIFAP. Foi possível perceber que o laboratório é uma ferramenta muito importante para o desenvolvimento de saberes matemáticos e pedagógicos, fazendo com que os docentes da UNIFAP deem uma atenção especial ao laboratório de matemática, obtendo-se um melhor uso do laboratório.

**Palavras-chave**: Educação matemática, Laboratório de Ensino de Matemática, Práticas pedagógicas, Formação docente, Universidade Federal do Amapá.

**Referência**

[1] CRUZ, M. A. Silva. Uma Proposta Metodológica Para Realização do Estágio Supervisionado em um Curso de Formação Inicial de Professores de Matemática: limites e possibilidades. Tese (Doutorado em Educação). Universidade Federal do Mato Grosso do Sul. Campo Grande, 2010.

[2] CURY, H. N. Formação de professores de matemática: uma visão multifacetada. Porto Alegre: EDIPURCRS, 2001.
[3] D'AMBROSIO, U. Educação matemática: da teoria à pratica. 17ª ed. Campinas: Papirus, 2009. (Coleção perspectivas em educação matemática).
[4] NAGLE, J. As unidades universitárias: educadores x Pesquisadores. In: CATANI, D. B et al (Org.). Universidade, Escola e Formação de Professores. São Paulo: Brasiliense, 1986.
[5] LORENZATO, S. Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores. Campinas: Autores Associados, 2006.
[6] PEREIRA, F. V.; SANTOS, J. B. Uma Investigação sobre a Influência do Laboratório de Ensino de Matemática no Curso de Licenciatura em Matemática da UNIFAP. Monografia (Curso de Graduação em Matemática). Universidade Federal do Amapá. Macapá, 2016.
[7] POSSAS, A. R. O. C. Projeto para Criação de um Laboratório de Ensino de Matemática e Ciências na Fundação Universidade Federal do Amapá. Macapá, 1992.
[8] TURRIONI, A. M. S. O laboratório de educação matemática na formação inicial de professores, 2004. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Instituto de Geociências e Ciências Exatas da Universidade Estadual Paulista. Rio Claro, 2004.
[9] TURRIONI, A. M. S. O laboratório de educação matemática na formação inicial de professores, 2004. In: EWBANK, W. A. The mathematics laboratory: what? why? when? how? Alberta: NCTM: 1997.

## O Ensino Através do Lúdico: Biblioteca de objetos matemáticos da UFPA

**Lucas Batista Paixão Ferreira**
Universidade Federal do Amapá/Faculdade de Matemática
lucas.ferreira@icen.ufpa.br

**Resumo**

A biblioteca de objetos matemáticos da Universidade Federal do Pará (BOM/UFPA) tem como objetivo geral montar um acervo de objetos matemáticos, vídeos e materiais didáticos, que possam ser utilizados por alunos de licenciatura, professores e a comunidade. Este instiga a curiosidade e a vontade de aprender dos alunos do ensino fundamental e médio, bem como o envolvimento dos professores da Faculdade de Matemática e dos alunos da licenciatura das áreas envolvidas no projeto para o uso dos objetos matemáticos como recurso pedagógico. A BOM já trouxe resultados positivos com visitas em escolas públicas e privadas, trabalhos aprovados abordando os objetos da biblioteca e com produção científica dos alunos de graduação por meio de projetos de extensão do curso de licenciatura em matemática da UFPA. O que se deve atentar é para o método que se utiliza para apresentar e compartilhar essa forma de aprender matemática. De acordo com Freire (1997, p. 112), "a criança é uma especialista em brinquedo, mais até que a própria professora. Não uma especialista em teorizar sobre o brinquedo, mas em brincar". Quando se trata de objetos matemáticos, não nos referimos apenas a exposição de um objeto lúdico com uma legenda, ou com um resumo sobre a definição desta peça. Mas uma explicação oral sobre algumas das suas aplicações ou

história, de forma que podemos relacioná-la com o cotidiano e ensinar a compreender a peculiaridade que cada objeto lúdico carrega consigo. Hoje a BOM possui um acervo bem maior que sua quantidade inicial, podemos citar como exemplos: Amigo Secreto, Balancinho, Braquistócrona/Tautócrona, Caixa de Areia, Centro de Massa, Chocalhos, Dados Não Transitivos, Dodecaedro, Elipsóide, Esponja de Menger, Fractais, Icosiano, Jogo da Velha 3D, Máquina de Somar em Base 2, Material Dourado, Máquina de Traçar Elipses, Máquina de Somar na Base 2, Pontes de Königsberg, Sela (Parabolóide Hiperbólico), Sistemas Lineares, Tabuleiro de Galton, Teorema de Pitágoras, Triângulo de Penrose, Triângulo de Reuleaux, Traçador de Cônicas, entre outros. O que a criança nota no objeto matemático que não percebe no quadro é uma imensa vontade de "desvendar o mistério por trás da peça". O que a leva a passar horas tentando descobrir o por quê. Geralmente no ensino médio tem-se uma visão da matemática não muito agradável, existem muitos casos de alunos que pensam que "decorar fórmula" ao invés de aprender o mecanismo de um determinado contexto, é suficiente. Hoje, o Prof. Dr. Márcio Lima do Nascimento da Faculdade de Matemática da UFPA, coordena um projeto de pesquisa que objetiva o uso da BOM para a confecção de novos objetos concretos, vídeos e oficinas de materiais, com assuntos que tenham relação com as disciplinas de matemática da graduação e divulgação da matemática em geral, que está em andamento. A ludicidade permite uma maior interação, tornando o ensino mais atraente e instigando o aluno a discussão sobre a aprendizagem significativa. São muitos os objetivos que a utilização de ferramentas lúdicas pode alcançar, como a interação entre os alunos, as projeções de definição que se constrói o estímulo ao raciocínio e desenvolvimento do senso crítico, a disposição para aprender e descobrir coisas novas.

**Palavras-chave:** Educação Matemática, Universidade Federal do Pará, Biblioteca de Objetos Matemáticos, Ludicidade.

**Referência**

[1] FREIRE, J. B. Educação de Corpo Inteiro: Teoria e prática da educação física. São Paulo: Scipione, 1997.

[2] KISHIMOTO, T. M. Jogo, Brinquedo, Brincadeira e Educação. São Paulo: Cortez, 2001.

[3] NASCIMENTO, M. L.; SILVEIRA, I. R. Objetos Matemáticos: O concreto e o abstrato no processo de ensino e aprendizagem. In: Anais do XII Encontro Nacional de Educação Matemática - Educação Matemática na Contemporaneidade: Desafios e possibilidades. São Paulo: SBEM-SP, 2016. Disponível em: http://www.sbembrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/6702_2825_ID.pdf, Acesso: 18/09/2016.

# Densidade dos Números Reais: Concepções de Estudantes Concluintes do Ensino Médio

**Gerson Geraldo Chaves**
Universidade Federal de Viçosa
gerson@.ufv.br
**Aldrin Cleyde Cunha**
Universidade Federal da Grande Dourados/Faculdade Intercultural Indígena
aldrincunha@ufgd.edu.br

## Resumo

Neste trabalho, apresentamos uma discussão qualitativa sobre as ideias manifestadas por concluintes do Ensino Médio sobre números reais, com foco especial na propriedade da densidade. Para essa discussão, analisamos as respostas obtidas em uma questão com o objetivo de verificar se a discretização dos números reais é atributo, ou não, da *imagem de conceito* do grupo pesquisado. Diante dos resultados obtidos discutimos a possibilidade de iniciar o estudo dessa propriedade no Ensino Básico. Os números reais são estudados ao final do Ensino Fundamental e aprofundados no Ensino Médio. Porém, pesquisas nacionais e internacionais (SOARES, FERREIRA e MOREIRA, 1999; ROBINET, 1993; FISCHBEIN, JEHIAM e COHEN, 1995) apontam que a questão dos números reais e conceitos subjacentes como, por exemplo, a densidade, não é compreendida por grande parte dos pesquisados que fizeram parte de seus estudos. Preocupados com essa situação, aplicamos uma questão utilizando um contexto geométrico a 23 estudantes de uma terceira série do Ensino Médio para verificarmos que elementos concernentes a essa propriedade dos números reais está presente na *imagem de conceito*, termo utilizado por Tall e Vinner (1981) para explicar o processo cognitivo da formação dos conceitos matemáticos. A *imagem de conceito* se refere à estrutura cognitiva individual total associada a determinado conceito, que pode ter aspectos incluídos, excluídos ou modificados, conforme o indivíduo amadurece. Não é uma estrutura estática, pode ser enriquecida à medida que o indivíduo encontra novos estímulos, no decorrer da vida.

A questão a seguir foi aplicada aos 23 estudantes, nomeados de A a W, com a qual tivemos o objetivo de verificar se a discretização de $\mathbb{R}$ é atributo da *imagem de conceito* em um intervalo real, procurando avaliar se os pesquisados têm em sua *imagem de conceito* a concepção de que entre dois números reais distintos existem infinitos números reais e da impossibilidade de se indicar um número real mais próximo de outro. Escolhemos propositalmente dois números que, talvez, possam ser considerados como "consecutivos" pelos pesquisados.

1) Observe o segmento de reta destacado entre os números 1 e 1,1:


a) Quantos números reais existem entre 1 e 1,1? Justifique.
b) Indique, caso exista, um número entre 1 e 1,1 e depois outro número entre 1 e o número que você indicou.

c) Podemos sempre encontrar um número entre 1 e outro número já escolhido e que esteja mais próximo de 1 que todos outros? Justifique.
d) De todos os números maiores que 1 e menores que 1,1 existe um que seja o mais próximo de 1? Se sim, represente-o. Se não, escreva porque não existe.

Na letra a), 5 estudantes dizem não existir nenhum número real entre 1 e 1,1; três deles considerando explicitamente número real como um número inteiro (G, T,W) e as justificativas dos demais nos dão indícios de considerarem números reais como inteiros (H, M). 1 estudante indica que existem apenas nove números, considerando apenas duas casas decimais (L). 17 dizem existir infinitos números, com justificativas de que existem infinitos números reais entre dois outros (K, N, P, S, U, V), dando alguns exemplos de números entre esses dois (A, C, J), números reais podem ser decimais (B, E, R) e outros quatro não justificaram (D, F, O, Q).

Em b), 4 estudantes dizem não existir números reais no intervalo considerado (G, H, M, W), os mesmos dentre os cinco que consideram números reais como inteiros. Os números 1,01 e 1,001 foi a reposta mais frequente, indicada por 6 dos 19 estudantes que indicaram exemplos numéricos.

19 estudantes responderam sim para a letra c), sendo que nove justificaram que podemos sempre encontrar um número devido os números reais serem infinitos (D, I, K, N, O, P, S, U, V), outros seis justificaram no sentido de podermos aumentar as casas decimais de maneira a sempre encontrar esse número (B, C, E, G, R) e quatro, deram outras justificativas (F, H, J, M). 4 responderam não (A, L, Q, W), sendo que um deles vê a possibilidade de infinitas indicações de números (Q). Um fato que nos chamou atenção foi que dentre os cinco que consideraram os números reais como inteiros, quatro deles viram a possibilidade de sempre encontrar um número mais próximo de 1tendo escolhido outro, o que nos leva a interpretar o quão confusa é a ideia de número real e noções subjacentes em suas mentes.

Quando são questionados sobre a existência de um número real mais próximo de 1 (letra d), pretendemos verificar se há uma relação entre essa resposta e as demais para atribuirmos se a discretização dos reais é, ou não, atributo da *imagem de conceito*. Dos 10estudantes que responderam não, dois consideram números reais como inteiros (H, W), cinco trazem justificativas que nos fazem acreditar que a densidade dos reais é atributo da imagem de conceito (B, I, J, Q, S), para exemplificar destacamos a resposta dada por B: “Não, pois podem ser adotadas infinitas casas decimais com o número zero e o número um no fim, então, independente do número real que seja mais próximo de 1, sempre vai haver um mais próximo”. (N) vê a impossibilidade de representação desse número porque teria infinitos zeros nas casas decimais e (A) porque o número mais próximo de 1 é infinito. O estudante (O) diz que não existe, mas indica um número do tipo 1,0000000000000000.

1. (F) diz da impossibilidade de representação do número, mas indica um número parecido com o indicado por O e (E) diz ser muito difícil determinar esse número. (D) responde sim, mas justifica ser quase impossível representá-lo. 10 estudantes indicam um número que seja mais próximo de 1 que todos outros (C, G, K, L, M, P, R, T, U, V).

De acordo com nossas análises podemos inferir que o conceito de densidade é consistente apenas para cinco estudantes dessa turma. Isso aponta para a necessidade de um trabalho específico sobre os números reais, construindo esse conjunto a partir dos racionais e irracionais trabalhando com as expansões decimais que possam conduzir à questão da densidade e da completude.

A questão da densidade dos conjuntos numéricos deveria ser um assunto discutido na Educação Básica, como realçam Silva e Penteado (2009), uma vez que poderia contribuir para a aprendizagem dos números reais, levando à não discretização dos reais. A abordagem da densidade dos números racionais poderia ser introduzida pela noção de média aritmética, para discutir a existência de infinitos números racionais entre dois números dados, mas que mesmo assim não preenchem toda a reta numérica e deixam nela "buracos", que são preenchidos por outro tipo de número, ainda mais numeroso. A densidade dos irracionais poderia ser discutida pela mudança de algarismos em sua representação decimal infinita, vindo com os racionais completar a reta numérica e que esses dois conjuntos disjuntos formam os números reais. Talvez, trabalhar as ideias de densidade e de infinito atual possam contribuir para superar a circularidade com que o assunto é introduzido no Ensino Médio, causa apontada por pesquisadores (BALDINO,1997) para a não compreensão dos números reais e venham a enriquecer a *imagem de conceito* dos estudantes, fazendo-o compreender esse conjunto tão importante e que é a base de vários assuntos da Matemática.

**Palavras-chave**: Educação Matemática, Densidade dos Números Reais, Ensino Médio.

**Referência**

[1] BALDINO, R. R. (1994). A Ética de uma definição circular de número real. *Boletim de Educação Matemática*, v. 10, 1994, p. 31-52.

[2] FISHBEIN, E.; JEHIAM, R. COHEN, D. The concept of irrational numbers in high-school students and prospective teachers. *Educational Studies in Mathematics*, v. 29, 1995, p. 29-44.

[3] ROBINET, J. Les reels: quels modèles en ont les élèves. *Educational Studies in Mathematics*. v. 17, p. 359-386, 1986.

[4] SILVA, B. A.; PENTEADO, C. B. Fundamentos dos números reais: concepções de professores e viabilidade de início do estudo da densidade no ensino médio. *Educação Matemática e Pesquisa*, v. 1, 2009, p. 351-371.

[5] SOARES, E. F.; FERREIRA, M. C. C.; MOREIRA, P. C. Números reais: concepções dos licenciandos e formação Matemática na Licenciatura. *Zetetiké*. v. 7, 1999, p. 95-117.

[6] TALL, D.; VINNER, S. Concept Image and Concept Definition in Mathematics With Particular Reference to Limits and Continuity. *Educational Studies in Mathematics*, v. 12, 1981, p. 151-169.

# Escoamento em Canais Cônicos

**Gilberlandio Jesus Dias**
Universidade Federal do Amapá/Departamento de Ciências Exatas e Tecnológicas
Curso de Licenciatura em Matemática
gjd@unifap.br

**Resumo**

O escoamento de um fluido viscoso estacionário incompressível com lei de potência em um domínio $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ é modelado pelo sistema

$$\begin{cases} div\{|D(v)|^{p-2}D(v)\} & = & \delta(v\cdot\nabla v) + \nabla\wp \;\; em\,\Omega \\ \nabla\cdot v & = & 0 \quad em\;\Omega \\ v & = & 0 \quad em\;\partial\Omega \end{cases} \tag{1}$$

$\delta = 0$: **Sistema de Stokes com Lei de Potência**
$\delta = 1$: **Sistema de Navier-Stokes com Lei de Potência**
$\wp$: pressão $\quad v$: velocidade $\quad D(v) = \frac{\nabla v + (\nabla v)^t}{2}$: gradiente simétrico
$|D(v)|^{p-2}$: viscosidade $\quad \mathbb{S} = |D(v)|^{p-2}D(v)$: tensor stress da viscosidade

O escoamento é classificado segundo o valor de $p$:

- $p = 2$: *Fluidos Newtonianos* (ex. água e óleo).
  O sistema (1) torna-se o Sistema de Stokes ($\delta = 0$) e Navier-Stokes ($\delta = 1$)

$$\begin{cases} \Delta v & = & \delta(v\cdot\nabla v) + \nabla\wp \;\; em\,\Omega \\ \nabla\cdot v & = & 0 \quad em\;\Omega \\ v & = & 0 \quad em\;\partial\Omega \end{cases}$$

- $p < 2$: *shear-thinning* (ou plásticos e pseudo-plástico, ex. polímeros e soluções).
- $p > 2$: *shear-thickening* (ou dilatantes, ex. barro e cimento).

Consideremos um domínio $\Omega$ com canais cilíndricos, do seguinte tipo

$$\Omega = \bigcup_{i=0}^{m} \Omega_i,$$

onde $\Omega_0$ é um domínio de $\mathbb{R}^n$ e, em possíveis diferentes sistemas de coordenadas cartesianas,

$$\Omega_i = \{x = (x', x_n) \in \mathbb{R}^n;\; |x'| < g_i(x_n),\;\; x_n > 0\}.$$

As funções $g_i$ satisfazem

$$g_i(t) \ge g_0,\;\; t > 0; \quad |g_i(t_1) - g_i(t_2)| \le M_i|t_1 - t_2|,\;\; t_1, t_2 > 0,$$

$M_i$ constantes. Para cada $i = 1,2,\cdots,m$ definamos

$$I_i(\infty) = \int_0^\infty g_i^\lambda(t), \quad \lambda = \begin{cases} -n(p-1) - 1\,, & & \delta = 0 \\ -n(p-1) - 1\,, & \begin{cases} n = 2 \\ n = 3, \quad 2 < p \le \frac{7}{3}, \end{cases} & \delta = 1 \\ 2 - \dfrac{p}{p-2}\,, & n = 3,\;\; p \ge \frac{7}{3}, & \delta = 1 \end{cases}$$

No caso $I_i = \infty$ dizemos que a *seção transversal diverge*, enquanto no caso $I_i < \infty$ dizemos que a *seção transversal converge*. Assim, temos as seguintes possibilidades, excludentes, para $\Omega$: todas as seções transversais divergem, todas convergem, existe $m_1 \in \{1, \cdots, m-1\}$ tal que as primeiras $m_1$ seções divergem enquanto as demais convergem. Em símbolos, escrevemos

$$I_i(\infty) = \infty\,, \quad para\ \ i = 1, \cdots, m$$

$$I_i(\infty) < \infty\,, \quad para\ \ i = 1, \cdots, m$$

$$\begin{cases} I_i = \infty, & i = 1, \cdots, m_1 \\ I_i < \infty, & i = m_1 + 1, \cdots, m \end{cases} \qquad m_1 \in \{1, \cdots, m-1\}.$$

**Problema.** Dados $\Phi_i \in \mathbb{R}$ quaisquer, satisfazendo $\sum_{i=1}^{m} \Phi_i = 0$, obter um par $(v, \mathcal{P})$ satisfazendo (num sentido bem definido) o sistema (1) e

$$\int_{\Sigma_i} v \cdot n = \Phi_i$$

$$\lim_{|x| \to \infty} v(x) = 0 \ \ em\ \Omega_i, \ \ i = 1, \cdots, m$$

onde $\Sigma_i(t) = \{(x', t); |x'| < g_i(t)\}$ .

**Resultados:**

- Em 1980 O. Ladyzhenskaya e V. Solonnikov resolveram o problema para $p = 2$ (veja [1]).
- Resolvemos o problema para $p > 2$ em [2].

**Palavras-chave:** power-law fluids, Ladyzhenskaya-Solonnikov problem, non-newtonian fluids, shear thickening fluids.

**Referência**

[1] LADYZHENSKAYA, O.A., SOLONNIKOV, V. A. Determination of the Solutions of Boundary Value Problems for Steady-State Stokes and Navier-Stokes Equations in Domains Having an Unbounded Dirichlet Integral. *Zap. Nauchn. Sem. Leningrad Otdel. Mat. Inst. Steklov* (LOMI), 96 (1980) 117-160 (English Transl.: *J. Soviet Math*., 21, 1983, 728-761).

[2] DIAS, G. J. Steady flow for shear thickening fluids in domains with unbounded sections. *Journal of Differential Equations*, v. 262, 3056-3092, 2016.

# O Teorema de Arzelá-Ascoli

**Gilson T. Pereira** **Sérgio Barbosa de Miranda**
Universidade Federal do Amapá/Departamento de Ciências Exatas e Tecnológicas
Curso de Licenciatura em Matemática
gilsonmatematica@hotmail.com smiranda@unifap.br

## Resumo

A análise é o ramo da matemática que tem por objetivo investigar, generalizar regras e criar resultados com fim de facilitar o seu bom entendimento e de outras áreas, como por exemplo, Topologia, Geometria Diferencial, EDO-Equações Diferenciais Ordinárias, dentre outras. Isto é, visa elaborar formulações rigorosas e precisas para ideias que até então eram intuitivas do cálculo. Sendo assim, abordaremos neste trabalho um resultado com inúmeras aplicações tanto na Análise Real, quanto na Análise Funcional e amplamente usado na Matemática Pura Aplicada por ser considerado um instrumento muito útil na demonstração de existência de soluções e na promoção de teorias matemáticas. Tudo isso, sem fazer ênfase na quantidade de conceitos matemáticos que o envolve, familiarizado pelos matemáticos como sendo o teorema de Arzelá-Ascoli, o qual nos fornecerá quais as condições necessárias para que uma sequência de funções contínuas definidas num subconjunto compacto dos números reais admita uma subsequência uniformemente convergente.

## Referência

[1] ÁVILA, G. S. S. Introdução à Análise Matemática. 2ª ed. rev. São Paulo: Edgard Blücher, 1999.
[2] FIGUEIREDO, D. G. Análise I. 2ª ed. São Paulo: Livros Técnicos e Científicos, 1975.
[3] LIMA, E. L. Curso de Análise. 11ª ed. Rio de Janeiro: IMPA, 2012. v. 1.
[4] LIMA, E. L. Análise Real. 12ª ed. Rio de Janeiro: Associação Nacional de Matemática Pura e Aplicada, 2010. v.1.
[5] LIMA, L, R. Relatório de Pesquisa: Enumerabilidade em Subconjunto em R. Porto Velho: UNIR/SBM, 2013.
[6] MOREIRA, C. N. Curso de Análise Real. Rio de Janeiro: UFRJ, 2008. v. 2.

# Uma Aplicação do Grau de Brouwer: Teorema do passo da montanha generalizado

**José Pastana de Oliveira Neto**
Universidade Federal do Amapá/Departamento de Educação à Distância
pastanaoliveira@yahoo.com.br

## Resumo

Neste Trabalho temos como objetivo apresentar e demonstrar uma versão mais generalizada do Teorema do Passo da Montanha de Ambrosetti-Rabinowitz, como uma aplicação do grau de Brouwer, em que é o seguinte Teorema:
Teorema do Passo da Montanha Generalizado: Seja $E = V \oplus X$ um espaço de Banach real, onde $\dim V < +\infty$. Considere $I \in C^1(E, R)$ um funcional satisfazendo a condição de Palais-Smale-(PS) e as seguintes condições:

- a): Existem constantes $\alpha, \rho > 0$ tais que I restrito à $(\partial B\rho \cap X)$ tem-se $I \geq \alpha$, e
- b): Existe $e \in (\partial B_1 \cap X)$ e $R > \rho$ tais que, se $Q \equiv \{B_R \cap V\} \oplus \{re; 0 < r < R\}$, então I restrito à $\partial Q$ é negativo.

Então, I possui um valor crítico $c \geq \alpha$, com

$$c = \inf_{h \in \Gamma} \max_{u \in \overline{Q}} I(h(u)),$$

Onde,

$$\Gamma = \left\{ h \in C\left(\overline{Q}, E\right);\ \ h = id\ \ em\ \ \partial Q \right\}.$$

## Referencia

[1] FÉLIX, J. B. Teoremas do Tipo Minimax e Aplicações. Dissertação (Mestrado em Matemática). Universidade Federal de Campina Grande. Paraíba, 2005.

[2] RABINOWITZ, P. H. Minimax methods in critical point theory with applications to differential equations. In: Expository lectures from the CBMS Regional Conference held at the University of Miami. Miami, n. 65, 1986, p, 86-100.

# O Princípio Variacional de Ekeland

**Kelmem da Cruz Barroso**
Universidade Federal do Amapá/Departamento de Ciências Exatas e Tecnológicas
Curso de Licenciatura em Matemática
kelmem@.unifap.br

## Resumo

O princípio variacional de Ekeland foi descoberto em 1972, a partir daí encontrou-se uma grande variedade de aplicações em diferentes campos da análise. Além disso, tal princípio oferece provas simples e elegantes de resultados já conhecidos. Neste trabalho pretendemos demonstrar o Princípio variacional de Ekeland (forma forte). Este teorema nos diz que dado um espaço métrico completo $(X, d)$ e um funcional $\psi$ com domínio em $X$, satisfazendo certas condições obteremos estimativas sobre o funcional $\psi$ e a métrica $d$. Este teorema como foi dito possui várias aplicações, faremos menção de duas: a primeira é que este princípio implica em um teorema de ponto fixo devido a Caristi, e a segunda é que ele nos permite mostrar a existência de solução para certa classe de equações diferenciais.

## Referência

[1] EKELAND, I. Nonconvex minimization problems, *Bull. Amer. Math. Soc*, 1 (1979), 443-474.
[2] FIGUEIREDO, D. G. Lectures on the Ekeland Variational Principle with Applications and Detours. New York: Springer-Verlag, 1989.

# Um Estudo de Transformada de Laplace aplicado as Equações Diferenciais Ordinárias

**Marcel Lucas Picanço Nascimento   Lucicleuma L. do Amaral**
Universidade Federal do Amapá/Departamento de Ciências Exatas e Tecnológicas
Curso de Licenciatura em Matemática
marcelnascimento@unifap.br   cleuma.lobato@gmail.com

## Resumo

A transformada de Laplace é uma ferramenta importante de resolução de equações, em particular, as que vamos abordar neste trabalho, as equações diferenciais ordinárias lineares com coeficientes constantes que envolvem condições iniciais e de contorno. O método consiste em transformar equações diferenciais em equações algébricas que, em muitos casos, são mais simples de resolver. Neste trabalho, faremos um estudo amplo de transformadas de Laplace, iniciando com conceitos de integrais impróprias, depois estudaremos definição e propriedades de Transformada de Laplace, em seguida faremos estudo de transformada inversa e produto convolução, finalizando com a formalização do m´método para aplicar equações diferenciais. Vamos resolver, por exemplo, o problema de valor inicial das vigas em que a equação diferencial é dada por

$$k\frac{d^4y}{dx^4} = -w(x)$$

e as condições iniciais são y(0) = 0; y''(0) = 0; y(l) = 0 e y''(l) = 0.

## Referência

[1] FIGUEIREDO, D. G.; NEVES, A. F. Equações Diferenciais Aplicadas. 3ª ed. Rio de Janeiro: IMPA, 2014.
[2] GUIDORIZZI, H. L. Um curso de cálculo. São Paulo: Ed. A., 1986. v. 1
[3] _______. Um curso de cálculo. 5ª ed. São Paulo: LTC, 2004. v. 2.

# Teoremas Clássicos Aplicados ao Espaço *c(k ; rm)*

**Marcel Lucas Picanço Nascimento   Rafaela G. Brito**
Universidade Federal do Amapá/Departamento de Ciências Exatas e Tecnológicas
Curso de Licenciatura em Matemática
marcelnascimento@unifap.br            rafaella goveia@hotmail.com

**Resumo**

Neste trabalho faremos um estudo sobre o espaço das funções contínuas definidas em um conjunto compacto: C (K; R m). Pelo fato deste ser um espaço vetorial de dimensão infinita, veremos que este perde, ou enfraquece algumas propriedades em espaços de dimensão finita, porém preserva outras. Isto é evidenciado em alguns teoremas clássicos da Análise, a saber: o teorema de Picard, que com a ajuda do teorema do Ponto Fixo de Banach, garante a existência e unicidade de soluções de problemas de valor inicial em $C([0, T]; R^n)$ da forma

$$\gamma'(t) = f(t, \gamma(t)), \forall t \in (0, T)$$
$$\gamma(0) = x_0;$$

o teorema de Arzelá-Ascoli, por meio deste caracterizamos os conjuntos compactos de $C(K; R^m)$ e o teorema de aproximação de Weierstrass que utilizamos para provarmos a separabilidade de C([a, b]; R).

**Referência**

[1] BOTELHO, G.; PELLEGRINO, D.; TEIXEIRA, E. Fundamentos de Análise Funcional. Rio de Janeiro: SBM, 2012.
[2] CIPOLATTI, R. Cálculo Avançado I. 2ª ed. Rio de Janeiro: UFRJ/IM, 2002.
[3] HONIG, C. S. Aplicações da Topologia à Análise. São Paulo: Ed. Livraria da Física 2011. (Coleção Textos Universitários do IME/USP, v. 4).

# Algorítmo de Grover: Simulação usando zeno e Quantum Script Playgroun

**Deidson V. Santos** **José Walter Cárdenas Sotil**
Universidade Federal do Amapá/Departamento de Ciências Exatas e Tecnológicas
Curso de Licenciatura em Matemática
deidsonjc@hotmail.com cardenas@unifap.br

## Resumo

Neste trabalho implementamos computacionalmente o Algoritmo de Grover, o qual procura um determinado elemento de uma lista de dados, usando o simulador quântico ZENO construindo as portas quânticas e através da linguagem Q-Script no ambiente online Quantum Computing Playground do Google. Os resultados mostram que o uso conjunto destas simulações é útil para entender a implementação de algoritmo s quânticos clássicos, assim como no desenvolvimento de novos algoritmos quânticos.
Palavras-chave: Computação Quântica, Algoritmo de Grover, Simulador Zeno, Linguagem Q-Script. Um dos principais algoritmos da computação quântica é o algoritmo de Grover, que tem como objetivo buscar um elemento específico dentre uma lista de N elementos. Na computação clássica busca-se o elemento específico testando um a um os elementos da lista, assim, no pior caso possível, precisaríamos fazer N testes. Usando as propriedades da mecânica quântica, a quantidade de "testes" necessários para a identificação do elemento procurado será proporcional a N1/2. Neste trabalho seguimos o Algoritmo de Grover apresentado por Portugal [1] para as simulações computacionais, na qual a busca será realizada sobre a lista {0,1,2, ...,N}, onde $N=2^n$ e n é o número de *qubits* utilizados na memória do computador. O algoritmo de Grover utiliza dois registradores quânticos: o primeiro, com n qubits, inicializado no estado |0...0> relacionado aos elementos da lista onde será feita a busca e o segundo, com 1 qubit, inicializado no estado |1> o qual tem o papel fundamental da marcação do elemento procurado. A cada elemento i da lista {0,1,...,N-1}, associaremos o estado |i> de n qubits. O Algoritmo de Grover para N=8, segue os seguintes passos [1]:

**i)** Aplicamos a porta Hadamard H em cada estado do primeiro e segundo, formando uma superposição dos estados do primeiro registrador da forma: $|\boldsymbol{\Psi}\rangle=\boldsymbol{H}|\mathbf{0}\rangle\otimes\boldsymbol{H}|\mathbf{0}\rangle\otimes\boldsymbol{H}|\mathbf{0}\rangle$.

**ii)** O segundo passo é aplicar o operador Uf sobre o estado $|\boldsymbol{\Psi}\rangle|-\rangle$, obtendo $\boldsymbol{Uf}(|\boldsymbol{\Psi}\rangle|-\rangle)=|\boldsymbol{\Psi}_1\rangle|-\rangle$. Este operador tem a função de um "oráculo", que irá identificar o elemento que será buscado pelo algoritmo. Esse elemento será o único que terá seu sinal alterado. O circuito para o operador Uf, quando N=8, utiliza uma porta Toffoli generalizada com n qubits de controle, 1 qubit alvo em $|-\rangle$ e 2 portas **X** atuando no n-ésimo qubit de controle sempre que o n-ésimo digito binário de $i_0$ for 0.

**iii)** Identificado $i_0$, aplicamos o operador $\mathbf{2}|\boldsymbol{\Psi}\rangle\langle\boldsymbol{\Psi}|-\boldsymbol{I}$ em $|\boldsymbol{\Psi}_1\rangle$, considerando o operador $\mathbf{2}|\mathbf{0}\rangle\langle\mathbf{0}|-\boldsymbol{I}$.

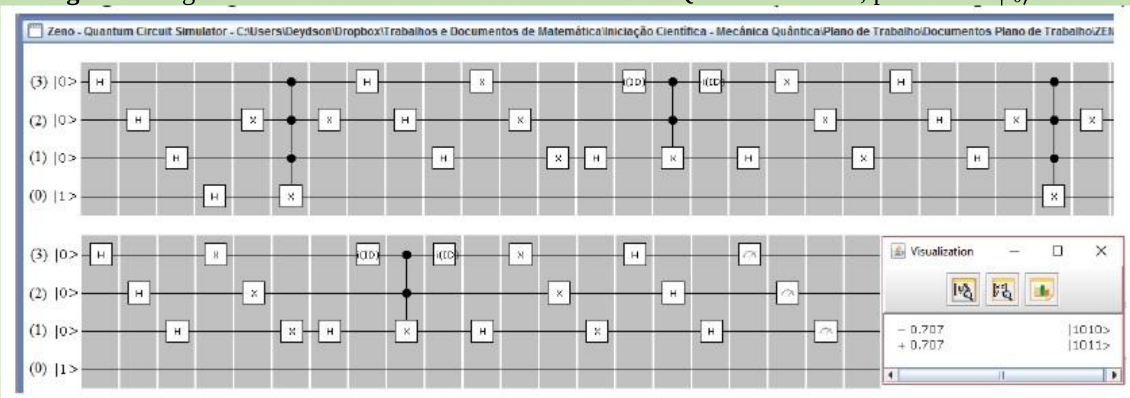
**iv)** Novamente fazemos a implementação do operador Uf que irá identificar o estado procurado, porém, desta vez, no estado $|\boldsymbol{\Psi}_G\rangle|-\rangle$, obtendo: $\boldsymbol{Uf}(|\boldsymbol{\Psi}_G\rangle|-\rangle)=|\boldsymbol{\Psi}_2\rangle|-\rangle$.

**v)** Também implementamos novamente o operador $\mathbf{2}|\boldsymbol{\Psi}\rangle\langle\boldsymbol{\Psi}|-\boldsymbol{I}$, que irá aumentar a amplitude probabilidade) desse estado, mas agora em $|\boldsymbol{\Psi}_2\rangle$, obtendo: $(\mathbf{2}|\boldsymbol{\Psi}\rangle\langle\boldsymbol{\Psi}|-\boldsymbol{I})|\boldsymbol{\Psi}_2\rangle=|\boldsymbol{\Psi}_G{}^2\rangle$.

**vi)** Fazemos a medida do estado $|\boldsymbol{\Psi}_G{}^2\rangle$, onde a amplitude do estado procurado $|\boldsymbol{i}_0\rangle$ é $\mathbf{11}/(\mathbf{4}\sqrt{\mathbf{8}})$, logo, a probabilidade de obtermos o estado procurado será: $(\mathbf{11}/(\mathbf{4}\sqrt{\mathbf{8}}))^2=\mathbf{94{,}53}\%$. A superposição irá colapsar para $|\boldsymbol{i}_0\rangle$, pois sua amplitude é aproximadamente 100%.

Para a implementação das portas quânticas nos circuitos, usamos um simulador de circuitos quânticos, o software *zeno* [2], que além da visualização do circuito, nos dá o estado que resultará da implementação, explicitando assim, como o computador quântico funciona na prática. Na Figura 1 se apresenta os resultados da implementação do Algoritmo de Grover com N=8 e $|i_0\rangle$=101.

**Figura 1:** Algoritmo de Grover no Simulador de Circuitos Quânticos ZENO, para N=8 e $|i_0\rangle$=101.




Fonte: Simulador ZENO.

O Algoritmo de Glover é implementado na plataforma online desenvolvido pelo Google, o *Quantum Computing Playground*, que utiliza sua própria linguagem de programação denominada *Q-Script (Quantum Script)* [3]. Assim, poderemos programar os circuitos com a devida sintaxe das portas quânticas, e ao final teremos o resultado já convertido de binário para decimal. Na Figura 2, se apresenta a implementação do Algoritmo de Glover usando o Q-Script.

**Figura 2:** Algoritmo de Grover implementado no Q-Script, para N=8 e $|i_0\rangle$=101.


Fonte: Programador *Quantum Computing Playground.*

O uso de um simulador dos circuitos e portas quânticas junto com uma Linguagem de Programação quântica mostra potencial para o estudo dos algoritmos quânticos, assim como o desenvolvimento de novos algoritmos. O primeiro permite entender o conceito de cada uma das portas, assim como a combinação de elas para formar outras portas, enquanto o segundo é um estágio que permite simplificar os processos por meio da linguagem de programação.

**Palavras-chave**: Computação Quântica, Algoritmo de Grover, Simulador Zeno, Linguagem Q-Script.

**Referência**

[1] PORTUGAL, R. Uma Introdução à Computação Quântica. São Carlos: SBMAC, 2004. (Notas em Matemática Aplicada, v. 8)
[2] http://www.dsc.ufcg.edu.br/~iquanta/zeno/, Acesso: 20/09/2016.
[3] http://www.quantumplayground.net/#/playground/5080491044634624, Acesso: 20/09/2016.

## Um Estudo das Preposições relativas do Hiperplano e da N-Esfera no Espaço Euclidiano

**Joselito de Oliveira**
Departamento de Matemática/Universidade Federal de Roraima
joselito.oliveira@ufrr.br
**Wender Ferreira Lamounier**
Escola de Aplicação/Universidade Federal de Roraima
wender.lamounier@ufrr.br

**Resumo**

Neste trabalho, dá-se continuidade ao estudo sobre as posições relativas entre o hiperplano e a n-esfera, conforme realizado em [3] e em [2]. Utilizando-se de técnicas da álgebra linear, que podem ser encontradas em [1], apresentam-se, inicialmente, as posições relativas entre hiperplanos. Depois, estudam-se as posições relativas entre n-esferas. Para cada posição relativa, tem-se um resultado que as caracterizam.

**Referência**

[1] COELHO, F. U.; LOURENC¸O, M. L. Um curso de álgebra linear. São Paulo: EDUSP, 2001.
[2] OLIVEIRA, J.; LAMOUNIER, W. F. Hiperplano e n-esfera: posições relativas, *Revista de Ciências e Tecnologia*, v. 1, 2015, p. 1-9.
[3] LAMOUNIER, W. F. A geometria analítica do ensino médio no contexto do espaço euclidiano $R^n$. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT). Universidade Federal de Roraima. Boa Vista, 2014. 61f.

# Geometrical and Analycal Properes of Chebyshev Sets in Riemannian Manifolds

**Ronaldo Freire de Lima**
Universidade Federal do Rio Grande do Norte
ronaldo@ccet.ufrn.br

## Resumo

In this work, recently published in Proceedings of the American Mathematical Society, we study the closed subsets of Riemannian manifolds known as Chebyshev sets, which are characterized by the existence of a well defined distance-realizing projection onto them. Our approach relates certain analytical properties of the distance function to these sets to their geometrical properties, giving particular attention to convexity. First, we characterize simple Chebyshev sets as suns and, then, use this result and the classical Toponogov's Comparison Theorem to prove that a simple Chebyshev set of a complete connected Riemannian manifold M of nonnegative curvature is totally convex. In this same setting, we apply a result by Cheeger and Gromoll [2] to show that a simple Chebyshev set of M with empty boundary is a submanifold of M whose normal bundle is diffeomorphic to M. Next, again by means of Toponogov's Theorem, we establish that in a complete connected Riemannian manifold M of nonnegative Ricci curvature, the distance function to a simple Chebyshev set is (strongly) subharmonic. Conversely, if the sectional curvature of M is nonnegative and the distance function to a closed set C $\subset$ M is (strongly) subharmonic, then C is a simple Chebyshev set. This constitutes an extension of a theorem due to Armitage and Kuran [1], which provides the same result in Euclidean space.

## Referência

[1] ARMITAGE, D. H.; KURAN, U. The convexity of a domain and the superharmonicity of the signed distance function, *Proceedings of the American Mathematical Society*, 93, n. 4, 1985, p. 598-600. Retrieved from http://www.ams.org/journals/proc/1985-093-04/S0002-9939-1985-0776186-8/S0002-9939-1985-0776186-8.pdf.
[2] CHEEGER, J.; GROMOLL, D.: On the structure of complete manifolds of nonnegative curvature, *Ann. of Math*, 96, n. 3, 1972, p. 413-443.
[3] LIMA, R. F. Geometrical and Analycal Properes of Chebyshev Sets in Riemannian Manifolds, *Proceedings of the American Mathematical Society*, v. 144, n. 4, April 2016, p. 1697-1710. Retrieved from http://www.ams.org/journals/proc/2016-144-04/S0002-9939-2015-12793-1/S0002-9939-2015-12793-1.pdf.

# Como os Egressos do Curso de Pedagogia lidam com o Ensino de Conceitos Matemáticos

**Rejanne S. Evangelista** **Thalita S. Pinheiro**
Universidade Federal do Amapá/Departamento de Educação
re.janne.2@hotmail.com thasspinheiro@hotmail.com

## Resumo

O presente estudo tem como perspectiva, investigar como os egressos do Curso de Pedagogia, formados nos últimos cinco anos, lidam atualmente com o ensino de conceitos matemáticos. A pesquisa utilizará uma abordagem qualitativa e terá como objeto de estudo as dificuldades que os egressos do Curso de Pedagogia têm enfrentado ao lidar com o ensino de conceitos matemáticos no exercício da docência. A investigação envolverá 02 egressos de uma IES pública que estejam lecionando em turmas do 1º e 5º anos do Ensino Fundamental I. As análises serão referendadas por teóricos como Vigotski (2003) além de autores brasileiros como Gatti (2009), que discutem sobre o tema bem como de autores da área de Educação Matemática, como D'Ambrósio (1996), entre outros. As informações serão obtidas por meio de entrevistas, observações nas salas de aula, utilização de gravador de voz para registrar os áudios e registros escritos em diário de campo. Após o período de entrevistas iniciaremos o processo de transcrição integral dos dados, vale ressaltar que os participantes serão selecionados a partir da identificação de uma escola do nível de ensino desejado para o estudo, e que possuam em seu quadro egressos de Pedagogia atuando como docentes nos anos iniciais, e que embora os dois sejam da mesma escola, não necessariamente terão a mesma origem de formação. O objetivo é compreender a importância do papel do professor no desenvolvimento dos conceitos matemáticos nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental (AIEF), uma vez que nessa fase a criança necessita de um auxilio maior pelo fato de estar com seu processo de desenvolvimento em estado de maturação, como afirma Vigotski ao relacionar as Zonas de Desenvolvimento Proximal e Real e o processo de aprendizagem. ‘’A Zona de Desenvolvimento Proximal define aquelas funções que ainda não amadureceram, mas que estão em processo de maturação, funções que amadurecerão, mas que estão presentemente em estado embrionário. Essas funções poderiam ser chamadas de “brotos” ou “flores” do desenvolvimento, ao invés de “frutos” do desenvolvimento. O nível de desenvolvimento real caracteriza o desenvolvimento mental retrospectivamente, enquanto a zona de desenvolvimento proximal caracteriza o desenvolvimento mental prospectivamente’’ (VIGOTSKI, 2003). O processo de aquisição de conceitos matemáticos nos AIEF é de suma importância pois servirá de base não só no decorrer da vida escolar, assim como para o cotidiano dos educandos. Por estar tão presente no dia-a-dia, estes conceitos devem ser bem trabalhados e desenvolvidos ao longo do processo levando em consideração que segundo D’Ambrósio (1996), o conhecimento é o gerador do saber, que vai, por sua vez, ser decisivo para a ação, e, por conseguinte é no comportamento, na prática, no fazer que se avalia, redefine e reconstrói o conhecimento. Acreditamos que encontraremos como resultados confirmação de que os egressos do Curso de Pedagogia encontram muitas dificuldades para construir e socializar os conceitos de Matemática nos AIEF, tendo em vista que é uma disciplina muito difícil de aprender e ensinar,

porque seus conceitos não trazem como referência a realidade vivenciada pelos alunos, são estáticos e frios sem a dimensão social que faz o conhecimento ser vivo e prazeroso de estudar, por esse motivo a pesquisa iniciada se justifica na maneira superficial que a disciplina é ministrada na universidade, trazendo como consequência dificuldades para relacionar a teoria com a prática na atividade docente. Pois acreditamos que não é suficiente apenas que os professores gostem da Matemática. Antes, de mais nada é necessário aprender para ensinar. É inaceitável que o professor ensine o que ainda não está claro para si próprio. Dominar uma disciplina específica, como a matemática, exige uma compreensão apropriada da construção de seus conceitos, das distintas visões metodológicas e suas respectivas epistemologias, de sua lógica e linguagem. Logo é imprescindível intervir na formação dos professores, para que a realidade do Ensino da Matemática tome novos rumos, capaz de tornar uma prática divertida, mas rigorosa, não esquecendo os conceitos que devem ser trabalhados e adquiridos pelos alunos. Pois para muitos a formação dos educadores é apontada como uma das principais causas responsáveis pelos problemas da educação.

## Referência

[1] D'AMBROSIO, U. Educação Matemática: Da teoria à prática. São Paulo: Papirus, 1996. (Col. Perspectivas em Educação Matemática).

[2] GATTI, B. A. Formação de Professores para o Ensino Fundamental: Estudos de currículos das licenciaturas em pedagogia, língua portuguesa, matemáticas e ciências biológicas. São Paulo: FCC/DPE, 2009.

[3] VIGOTSKI, L. S. A Formação Social da Mente. São Paulo: Martins Fontes, 2003.

# O Ensino de Matemática nos Anos Iniciais e o Curso de Pedagogia: Percepções sobre a formação

**Danielle de Almeida** **Arthane Menezes Figuerêdo**

Universidade Federal do Amapá/Departamento de Educação/
Curso de Licenciatura em Pedagogia

danielledealmeida.ap@gmail.com arthane@gmail.com

## Resumo

Esta pesquisa é integrante do Trabalho de Conclusão de Curso realizada no ano 2016 por egressas do Curso de Pedagogia da Universidade Federal do Amapá. Teve por objetivo investigar as percepções de acadêmicos do Curso de Pedagogia e de professores desse curso que atuam com disciplinas voltadas ao ensino de Matemática para os futuros docentes dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental (AIEF), sobre a preparação para a docência dos profissionais pedagogos no que tange aos conhecimentos matemáticos. O estudo foi realizado em duas Instituições do Ensino Superior (IES) do município de Macapá, com a participação de sete acadêmicos concluintes, que haviam cursado disciplina (s) específica (s) do ensino de Matemática e

dois professores das referidas disciplinas, sendo um de cada IES. A análise partiu de uma pesquisa qualitativa, a qual permite uma análise mais aprofundada da temática e utilizou duas formas de coleta de informações: na primeira, dirigida aos acadêmicos, foi utilizada a técnica denominada Grupo Focal, que consiste em um diálogo coletivo focado no tema em estudo, e as sessões foram gravadas em vídeo para posterior transcrição das falas e identificação dos participantes; esse instrumento foi aplicado aos acadêmicos colaboradores, do qual participaram sete interessados em discutir a respeito de suas inquietações, dúvidas e proposições sobre o ensino da matemática oferecido no curso de Pedagogia, tendo em vista suas futuras atuações como docentes dessa área do conhecimento. A segunda forma, dirigida aos professores, foi a entrevista semiestruturada, que consistiu em realizar entrevista individual com os interessados, em sala reservada e com o diálogo gravado apenas em áudio, utilizando um roteiro de questões subjetivas sobre o tema, porém, com possibilidade de inserções de acordo com as respostas apresentadas, e teve por objetivo buscar respostas sobre a forma como ocorre o Ensino de Matemática no Curso de Pedagogia e analisar esses dados em conjunto com as informações prestadas pelos acadêmicos. As análises dos resultados revelaram que, tanto os acadêmicos como os professores consideram que existem lacunas no que se referem aos conhecimentos matemáticos, apontando fragilidades da disciplina em termos da aprendizagem dos conteúdos matemáticos, consequentemente, influenciando a futura prática docente no campo profissional. Entre os resultados encontrados na pesquisa, já concluída, destacamos: entre os acadêmicos participantes de ambas as instituições investigadas, a maioria destacou que não se sentem preparados para lecionar matemática para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental, seja em razão das lacunas do currículo acadêmico, seja pelas dificuldades que trazem de sua trajetória escolar na Educação Básica, que não foram sanadas pelo Curso de Pedagogia; com relação às respostas dos professores observamos que estes salientam a importância de alteração na uma carga horária da disciplina que ministram no Curso de Pedagogia, a qual considera insuficiente para discutir os conceitos e as práticas educativas de matemática em tão pouco tempo definido nos currículos acadêmicos, devido a realidade no cenário educacional brasileiro, onde as avaliações revelam baixos índices de aproveitamento dos conhecimentos em Matemática pelos alunos dos AIEF, bem como pelas dificuldades dos alunos em formação. Acerca da importância dos conhecimentos matemáticos na formação dos sujeitos, D'Ambrosio (1996, p. 7) afirma que o conhecimento matemático é "uma estratégia desenvolvida pela espécie humana ao longo de sua história para explicar, para entender, para manejar e conviver com a realidade sensível de um contexto natural e cultural", dessa forma, tem um destaque na sociedade e no ensino escolar. Portanto, é relevante que o Curso de Pedagogia ofereça oportunidades para consolidar e aprofundar, de forma articulada, o conhecimento dos conteúdos matemáticos, os conhecimentos didáticos desses conteúdos e o conhecimento do currículo referente a disciplina que concerne a Matemática, com a realização de atividades práticas que possam proporcionar aos futuros professores a reflexão com base em teorias que as fundamentem. Dessa forma, consideramos necessário refletir sobre a complexidade que marca esse processo de formação no que concernem as disciplinas voltadas para o Ensino de Matemática no Curso de Pedagogia e analisar a maneira como estas são organizadas nos currículos das IES e sua efetiva contribuição para a formação do Pedagogo, objetivando melhorar a prática deste futuro profissional. De acordo com os estudos de Curi (2004), para ensinar matemática, é preciso que o futuro professor seja capaz de conversar sobre matemática e não apenas de descrever procedimentos, precisa ser capaz de explicar por que, de relacionar procedimentos matemáticos, como também, relacionar a matemática com outras áreas do conhecimento, ou até mesmo de contextualizá-la da melhor forma, sendo assim, torna-se imprescindível a construção de capacidades profissionais necessárias ao pleno exercício do seu desempenho profissional, já que é fundamental saber que nada está pronto e acabado, tudo se encontra em movimento e em transformação.

## Referência

[1] CURI, E. Formação de professores polivalentes: uma análise do conhecimento para ensinar Matemática e de crenças e atitudes que interferem na constituição desses conhecimentos. 2004. Tese. (Doutorado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo, 2004.

[2] D'AMBROSIO, U. Educação Matemática: Da teoria à prática. Campinas: Papirus, 1996. (Col. Perspectivas em Educação Matemática).

# A Prática Docente no Ensino de Geometria nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: estudo colaborativo

**Bruna Luana M. Modesto** **Sheila da S. Teixeira**
Universidade Federal do Amapá/ Departamento de Educação
b.mglhs@gmail.com teixeira1986sheila@gmail.com
**Arthane Menezes Figuerêdo**
Universidade Federal do Amapá/ Departamento de Educação
arthane@gmail.com

## Resumo

Este estudo trata-se de uma pesquisa qualitativa do tipo colaborativa, em andamento, que tem por objetivo conhecer, analisar e contribuir com a superação das dificuldades na prática docente no ensino da geometria para crianças. Sugerimos problematizar a maneira em que se dá a prática docente no ensino da geometria e de que forma esta prática pode influenciar na aprendizagem desses conceitos nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental (AIEF). Para tanto, utilizaremos como base a teoria sócio histórica, elaborada por Vygotsky (1991), além de estudos de autores que trabalham com a temática, como Lima e Carvalho, Silva e Valente, entre outros. O interesse por esse estudo surgiu primeiramente mediante a busca de conhecer e contribuir para melhorar as práticas docentes no que concerne à forma que a prática docente pode ser realizada no ensino de geometria para crianças dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, visando analisar as dificuldades existentes e propor novos saberes para facilitar o ensino da mesma. A escolha do tema do estudo se deu considerando que a Matemática é uma disciplina complexa na qual os índices brasileiros são muito baixos em relação a essa disciplina, bem como da importância de uma boa base de estudos para que possamos superar as barreiras existentes nessa área. Desta forma, propomos mudanças na

formação e práticas pedagógicas intentando a proximidade de conteúdos da geometria dos anos iniciais simultaneamente com o fundamento teórico de Vygotsky (1991) que se refere ao desenvolvimento da linguagem da criança estimulando as potencialidades da criança nos aspectos cognitivos e motores. A Matemática está presente no cotidiano de todas as pessoas, no qual a geometria se encontra desde o início do desenvolvimento dessa grande área de conhecimentos científicos. Silva e Valente (2013) destacam que a geometria, atualmente, pode ser denominada como espaço e forma, onde a criança começa a ter o interesse de explorar o mundo ao seu redor, ou seja, ela passa a fazer leituras das diferentes representações geométricas no seu dia a dia. Ainda a mesma a partir desta exploração pode mover-se e desenvolver a competência de localização no espaço. Lima e Carvalho (2010) afirmam que o professor deve levar em consideração todo esse desenvolvimento descrito anteriormente ao iniciar os estudos com seus alunos e deve procurar trabalhar o movimento, manuseio e a visualização dos objetos do mundo físico, incluindo atividades que envolvam as representações desses objetos como desenhos e imagens, utilizando também em sua prática os conceitos abstratos de ponto, reta, plano, semirreta, paralelismo, triângulo, polígono, semelhança e simetria. A pesquisa será realizada com abordagem qualitativa, utilizando como instrumentos a observação, entrevista semiestruturada e estudos teóricos, utilizando como sujeitos dois professores que atuem nos AIEF, em uma escola da rede pública de ensino de uma escola urbana. Consistirá na realização de quatro etapas, sendo elas: primeiramente ouvir dos professores envolvidos as dificuldades que enfrentam no ensino da geometria, em segundo observar a prática docente durante cinco dias, com o objetivo de identificar as dificuldades encontradas pelos mesmos e como eles lidam com elas; na terceira, a partir da escuta e observação promover uma formação teórico-prática por meio de oficinas com o intuito de contribuir na superação das dificuldades elencadas e por fim, a quarta etapa do estudo consistirá em uma entrevista semiestruturada com os participantes da pesquisa, para que possamos conhecer e analisar suas percepções sobre o processo vivenciado e analisar as possíveis mudanças promovidas pela interação com as pesquisadoras. Os resultados esperados são que os professores apresentem os conceitos de geometria superficialmente, mas que, a partir da etapa de oficina passem a compreender melhor os conceitos e se proponham a aprofundar mais esses estudos com seus alunos.

## Referência

[1] LIMA, P. F.; CARVALHO, J. B. P. F. Geometria. In CARVALHO, J. B. P. F. (Coord.). Matemática no Ensino Fundamental. Brasília: MEC/SEB, 2010. (Col. Explorando o Ensino, v. 17). p. 135-166.

[2] SILVA, M. C. L.; VALENTE, W. R. A Aritmética e Geometria nos Anos Iniciais: o passado sempre presente, *Revista Educação em Questão*, v. 47, n. 33, 2013, p. 178-206.

[3] VIGOTSKI. L. S. A formação social da mente. São Paulo: Martins Fontes, 1991.

# A Relação existente entre o Sistema de Coordenadas Cartesianas e o Sistema de Coordenadas Polares: Uma abordagem com o auxílio do Software Geogebra

**Augusto José da S. Carvalho** **Nilce de O. Barral**
Universidade Federal do Amapá/Departamento de Ciências Exatas e Tecnológicas
Curso de Licenciatura em Matemática
ajscar@hotmail.com nilcebarral@hotmail.com
**Naralina Viana Soares da Silva**
Universidade Federal do Amapá/Departamento de Ciências Exatas e Tecnológicas
Curso de Licenciatura em Matemática
naralina@gmail.com

## Resumo

Este trabalho apresenta uma proposta de ensino utilizando-se da tecnologia para abordar a relação existente entre os sistemas de coordenadas polares e cartesianas, baseada na utilização do Software GeoGebra, o qual possibilita fazer construções de forma dinâmica. O desenvolvimento deste trabalho foi dividido em duas etapas; a primeira composta por uma pesquisa bibliográfica e a segunda por uma pesquisa ação, onde os autores foram participantes da pesquisa. Seu principal objetivo é avaliar a aprendizagem do sistema de coordenadas cartesianas e o sistema de coordenadas polares, bem como a relação entre eles, propiciada por uma sequência didática fundamentada na teoria das representações semióticas de Raymond Duval e aplicada em um ambiente informatizado e dinâmico. As atividades da experiência didática foram aplicadas para um grupo de 9 (nove) alunos do 2º ano do Ensino Médio da Escola Nancy Nina Costa, localizada em Macapá, Estado do Amapá. Foi possível verificar que a aprendizagem da relação entre o sistema de coordenadas cartesianas e o sistema de coordenadas polares foi favorecida pelo uso do software de Geometria Dinâmica, o que propiciou a observação e compreensão da relação entre esses dois sistemas, permitindo a experimentação de hipóteses e elaboração de conclusões. Durante o processo instigou-se discussões, tornando as aulas mais dinâmicas, onde o professor deixou o papel de transmissor, assumindo o papel de orientador, estimulador e mediador, permitindo assim que os alunos construam seus conceitos, competências, habilidades e desenvolvam capacidades, desempenhando um aprendizado verdadeiramente construtivo.

**Palavras-chave:** Registros de Representação Semiótica, GeoGebra, Relação entre os Sistemas de Coordenadas Cartesianas e Coordenadas Polares.

## Referência

[1] BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Média e Tecnológica. Parâmetros Curriculares Nacionais + (PCN+): Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: MEC, 1998.
[2] CARVALHO, A. J. S.; BARRAL, N. O. A Relação Existente entre o Sistema de Coordenadas Cartesianas e o Sistema de Coordenadas Polares: Uma abordagem com o

auxílio do Software Geogebra. Monografia (Graduação em Matemática). Universidade Federal do Amapá. Macapá, 2016.

[3] D'AMBROSIO, B. S. Como ensinar Matemática hoje?, Revista Temas e Debates, Ano II, n. 2, Brasília: SBEM, 1989.

[4] DUVAL, R. Registre de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. Annales de Didactique et Sciences Cognitives. Strasbourg: IREM ULP, 1993. p. 37- 65. V. 5.

[5] _______. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: MACHADO, S. D. A. (Org.). Aprendizagem em matemática: Registros de representação semiótica. Campinas: Papirus, 2003. p.11-33.

[6] _______. Semioses e Pensamento Humano: Registros semióticos e aprendizagens intelectuais. São Paulo: Ed. Livraria da Física, 2009.

[7] _______. Ver e Ensinar a Matemática de outra forma: Entrar no modo matemático de pensar: Os registros de representações semióticas, São Paulo: Proem, 2011.

[8] LIMA, E. L. Coordenadas no Plano. Rio de Janeiro: SBM, 2002. (Coleção Professor de Matemática).

[9] MARDALENA, T. A. A. O Sistema de Coordenadas Polares e sua Inserção no Ensino Básico através de Projetos; Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática). Universidade Federal de Mato Grosso do Sul. Três Lagoas, 2014.

[10] VALENTE, J. A. Análise dos diferentes tipos de softwares usados na educação. In: ________. (Org.). Computadores na Sociedade do Conhecimento. Campinas: Unicamp/ Nied, 1999.

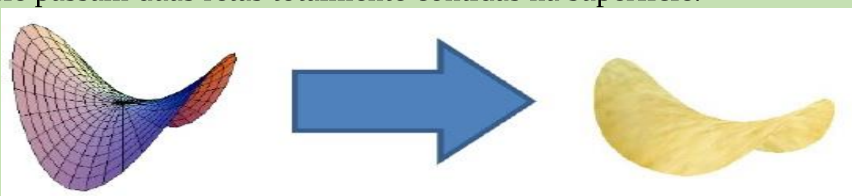
## Uma análise do Parabolóide Hiperbólico no Geogebra

**Wellington Augusto de A. Pamploma** **Fernando Cardosos de Matos**
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Pará
wellington.augusto02@gmail.com matos2001@gmail.com

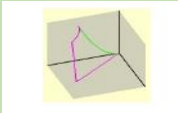
**Resumo**

O presente trabalho tem como objeto de estudo, uma análise do parabolóide hiperbólico no Geogebra. Sejam a e b números reais positivos. Denominamos parabolóide hiperbólico superfície quádrica S, formada pelos pontos P = (x, y, z) do espaço, cujas coordenadas satisfazem uma equação do tipo S: $z = \frac{y^2}{b^2} - \frac{x^2}{a^2}$.

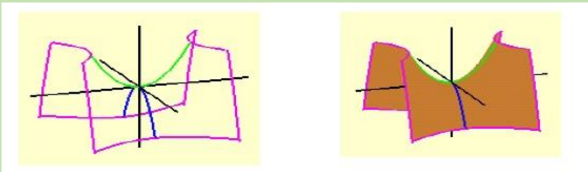
sendo convencionado que a > 0 e b > 0. Isto é um parabolóide hiperbólico que se abre para baixo ao longo do eixo X e ao longo do eixo dos Y (ou seja, a parábola no plano x=0 é aberta para cima e a parábola no plano y = 0 abre-se para baixo). Um exemplo do cotidiano de um paraboloide hiperbólico é o formato de uma batata Pringles. O paraboloide hiperbólico é uma superfície duplamente regrada, ou seja, por cada ponto da superfície passam duas retas totalmente contidas na superfície.



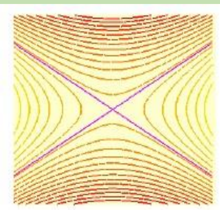
Não há cortes do parabolóide hiperbólico com os eixos coordenados, exceto pela origem: tomando duas variáveis nulas na equação do parabolóide hiperbólico, obtemos sempre a origem (0, 0, 0), que é o ponto de sela do parabolóide. Já o corte do parabolóide hiperbólico com o plano coordenado x y é o par de retas concorrentes dadas por: a | y | = b | x | e o corte do parabolóide hiperbólico com os planos coordenados verticais y = 0 e x = 0, são as parábolas dadas por: $z = \frac{1}{a^2} x^2$ , $z = \frac{1}{b^2} y^2$, sendo que só metade da primeira aparece de verde no primeiro octante, ao lado; neste octante também vemos uma semi-reta horizontal na cor carmim.



As duas parábolas dadas pelos cortes com os planos coordenados verticais aparecem nas figuras abaixo: à esquerda temos as duas parábolas no parabolóide hiperbólico transparente e à direita aparecem (partes) destas curvas no mesmo parabolóide hiperbólico, agora pintado de marrom.



Nas figuras acima também aparecem em carmim os cortes do parabolóide hiperbólico por quatro planos dados por x = ± constante e z = ± constante; como veremos a seguir, nos dois planos verticais as curvas são (partes de) parábolas e nos dois planos horizontais as curvas são (partes de) hipérboles. Convêm observar que o que é exibido nestas figuras é só uma parte do parabolóide hiperbólico, que se estende indefinidamente em todos os seis sentidos do espaço tridimensional; no entanto, basta entender o comportamento do parabolóide na vizinhança do ponto de sela, pois o resto tem um comportamento semelhante.

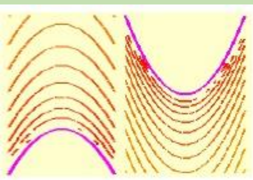


Cortes Horizontais

O parabolóide hiperbólico evidentemente é o gráfico da função real:

$$z = f(x, y) = \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}$$

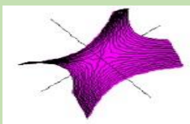
de duas variáveis reais obtida da equação-padrão. As curvas de nível desta função são as hipérboles dadas pelos cortes horizontais, de equação: $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = K$;



Cortes Verticais

à esquerda, aparece o mapa de contornos desta função Por outro lado, os cortes por planos verticais paralelos aos eixos coordenados, sempre resultam em parábolas, como indicamos nas duas figuras acima à direita, nas quais as parábolas limites em carmim são obtidas pelos planos coordenados verticais pela origem.

Concluímos esta visualização do parabolóide hiperbólico deixando-o girar livremente em torno do ponto de sela:



**Referência**

[1] EDWARDS JR, C. H.; PENNEY, E. D. Cálculo com Geometria Analítica. São Paulo: Pretence- Hall do Brasil Ltda,1994.
[2] LEITHOLD, L. Cálculo com Geometria Analítica. 3 ed. São Paulo: Habra, 1994. v. 2.

## Leonhard Euler (1707-1783) e Estudo da Fórmula de Poliedros no Ensino Médio

**Julimar da Silva Aguiar** **Eliane Leal Vasquez**
Universidade Federal do Amapá/Departamento de Educação à Distância
Curso de Especialização em Ensino de Matemática para o Ensino Médio
jjs_aguiar@hotmail.com elianevasquez@unifap.br

**Resumo**

Este trabalho discute a história da matemática como estratégia de ensino para educação básica, com foco no estudo da fórmula de poliedros. A monografia é resultado de pesquisa bibliográfica e qualitativa, cujos dados foram coletados em livros de história da matemática, artigos, teses, dissertações, livros didáticos e em parte da *Letter CXXXV* de Leonhard Euler de 14 de novembro de 1750, que foi publicada, em 1843, por Paul Heinrich Fuss no livro *Correspondance mathématique et physique de quelques célèbres géomètres du XVIIIème siècle*. Também realizamos uma oficina com estudantes do ensino médio da Escola Estadual Joaquim Nabuco, no Oiapoque, Estado do Amapá, com finalidade de apresentar o texto produzido como material didático, com tema: "Leonhard Euler (1707-1783) e o estudo da fórmula de poliedros no ensino médio". Os livros didáticos analisados pouco explanam sobre a história dos poliedros no ensino médio. Filósofos, artistas e matemáticos realizaram estudos que abordam este assunto, como Platão, Arquimedes, Euclides, Piero, Kepler e Descartes. Euler mencionou o teorema $H + S = A + 2$ e, uma carta destinada a Christian Goldbach e em outros trabalhos. Este teorema é citado em livros didáticos por meio da fórmula $V – A + F = 2$. Os participantes da pesquisa conheceram uma parte da história dos poliedros, além de entender que Euler não foi o único que teorizou sobre o tema.

**Palavras-Chave**: História da Matemática, Fórmula de Poliedros, Estratégia de Ensino, Ensino Médio.

**Referência**

[1] AGUIAR, J. S. Leonhard Euler (1707-1783) e Estudo da Fórmula de Poliedros no Ensino Médio. Monografia (Especialização em Ensino de Matemática para o Ensino Médio pela modalidade Educação à Distância). Universidade Federal do Amapá. Macapá, 2016.
[2] BORGES FILHO, F. O Desenho e o Canteiro no Renascimento Medieval (século XII e XIII): indicativos da formação dos arquitetos mestres construtores. Tese

(Doutorado em Estruturas Ambientais Urbanas). Universidade de São Paulo. São Paulo, 2005

[3] D'AMBROSIO, U. Euler, um matemático multifacetado. *Revista Brasileira de História da Matemática*, v. 9, n. 17, 2009, p. 13-31. Disponível em: http://www.rbhm.org.br/vo9-no17.html, Acesso: 15/02/2016.

[4] DIAS, M. S.; SAITO, F. Interface entre história da matemática e ensino: uma aproximação entre historiografia e perspectiva lógico-histórica. In: Anais do Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática. Brasília: SBEM, 2009. p. 1-14

[5] EULER, L. Lettre CXXXV. Berlin d. 14 November 1750. In: FUSS, P. H. Correspondance mathématique et physique de quelques célèbres géomètres du XVIII$^{\text{ème}}$ siècle. St. Pètersbourg, 1843. Tome I, p. 536-539.

[6] GALINDER, R. S. Leonhard Euler: Mathematical Genius in the Enlightenment. United States of America: Princeton University Press, 2016.

[7] GONZÁLEZ URBANEJA, P. M. La historia de las matemáticas como recurso didáctico e instrumento para enriquecer culturalmente su enseñanza. *Suma*, n. 45, 2004, p.17-28

[8] LEONARDO, F. M. (Ed.). Conexões com Matemática. 2ª ed. São Paulo: Moderna, 2013.

[9] MELO, H. S. Os 13 sólidos Arquimedianos. *Correio dos Açores*, 2014. Disponível em: https://repositorio.uac.pt/bitstream/10400.3/3568/1/Os_2013%20solidos_20Arquimedianos.pdf, Acesso: 15/02/2016.

[10] PAIVA, M. Matemática: Ensino Médio. São Paulo: Moderna, 2013. v. 2.

[11] PLATÃO. Timeu-Crítias. Trad. de Rodolfo Lopes. Coimbra: FCT, 2011.

[12] SANDIFER, C. E. V, E and F, Part 2. In: _______. (Ed.) How Euler Did It. United States of America: MAA, 2007.

[13] SMOLE, K.S.; DINIZ, M. I. Matemática: Ensino Médio. São Paulo: Saraiva, 2005. v. 2.

[14] SIQUEIRA, R. M. História e Tradição sob Disputa: O caso dos poliedros na Geometria. *Revista Brasileira de História da Matemática*, v. 9, n. 17, 2009, p. 53-63. Disponível em: http://www.rbhm.org.br/vo9-no17.html, Acesso: 15/02/2016.

[15] VAZ, D. A. F. A Matemática e a Filosofia de René Descartes. 2010. Disponível em: http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/FILOSOFIA/Artigos/Duelci.pdf, Acesso: 15/02/2016.

# APÊNDICE

- Programação do IV Colóquio de Matemática da Região Norte;

- Relação de Inscritos;

- Relação de Convidados.

- Relação da Equipe de Apoio Logístico.

## Programação do IV Colóquio de Matemática da Região Norte:


| PROGRAMAÇÃO: 07 A 11 DE NOVEMBRO DE 2016 | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Horários | **Segunda-feira** | **Terça-feira** | **Quarta-feira** | **Quinta-feira** | **Sexta-feira** |
| **8:30-10:00** | | Minicurso A | Minicurso A | Minicurso A | Robótica |
| **10:00-10:30** | | Café | Café | Café | Café |
| **10:30-12:00** | | Minicurso B | Minicurso B | Minicurso B | Conferência 9<br>Encerramento |
| **12:00-14:00** | | Almoço | Almoço | Almoço | Almoço |
| **14:00-15:00** | Credenciamento | Seções Técnicas (Orais) | Seções Técnicas (Orais) | Seções Técnicas (Orais) | |
| **15:00-16:15** | Cerimônia de Abertura<br>Conferência 1 | Conferência 3 | Conferência 5 | Conferência 7 | |
| **16:15-16:45** | Café | Café e Pôsteres | Café e Pôsteres | Café e Pôsteres | |
| **16:45-18:00** | Conferência 2 | Conferência 4 | Conferência 6 | Conferência 8 | |
| **18:00-22:00** | | Programação Cultural | I JHCESI | I JHCESI | |

## Relação de Convidados:

| N. | Nome/Instituição | E-mail |
|---|---|---|
| 01 | Dr. Aldrin Cleyde da Cunha - UFGD | aldrincunha@hotmail.com |
| 02 | Dr. Alexandre Campos - UFCG | fis.campos@gmail.com |
| 03 | Dr. Anderson Campelo - UFPA | campelo.ufpa@gmail.com |
| 04 | Dra. Flávia Morgana de Oliveira Jacinto - UFAM | morgana@ufam.edu.br |
| 05 | Dr. José Nazareno Vieira Gomes - UFAM | jnvgomes@gmail.com |
| 06 | Ma. María Jacinta Xón Riquiac - CICC | majaxon13@yahoo.es |
| 07 | Dra. Marinalva Cardoso Maciel - UFPA | nalva@ufpa.br |
| 08 | Dr. Nelson Antônio Pirola - UNESP | npirola@uol.com.br |

## Relação de Inscritos:

| N. | Nome | E-mail |
|---|---|---|
| 1 | Abel Ahbid Ahmed Delgado Ortiz | abel@unir.br |
| 2 | Adelso Xavier da Silva | AdelsoReivax@hotmail.com |
| 3 | Ademir Júlio dos Remédios | ademir.remedios@gmail.com |
| 4 | Ailton Francisco de Oliveira Junior | a.oliveira.jr@hotmail.com |
| 5 | Adrian Gabriel | adrian.gabriell@hotmail.com |
| 6 | Aldrin Cleyde da Cunha | aldrincunha@hotmail.com |
| 7 | Alice Souza de Souza | alicesouzasouza77382@gmail.com |
| 8 | Amanda Thais dos Reis Fernandes | amandathais1458@gmail.com |
| 9 | Ana Bella Costa de Oliveira | anabella.costa@hotmail.com |
| 10 | Ana Karoline Trindade | karol_trndd@outlook.com |
| 11 | André Costa Marques | andrexyz4@gmail.com |
| 12 | André Luiz de Almeida Macedo | dedeumacedo.ap@gmail.com |
| 13 | Andre Luiz Mezz | andreluizmezz1983@hotmail.com |
| 14 | Andre Pimentel Nascimento | andre2552@yahoo.com.br |
| 15 | Andriny Lohane Fonceca Videira | andrinylohane13al@gmail.com |
| 16 | Bruna Luana Magalhães Modesto | b.mglhs@gmail.com |
| 17 | Caio Ramos | cairamos@hotmail.com |
| 18 | Camila Progenio Meneses | kmilapmeneses@gmail.com |
| 19 | Carla Pereira de Souza | carla-anjo@hotmail.com.br |
| 20 | Cristiane Santos dos Santos | cristiane.santos_s@hotmail.com |

| N. | Nome | E-mail |
|---|---|---|
| 21 | Daniel Moraes dos Reis | danielreis1298@gmail.com |
| 22 | Deidson Vilhena Santos | deidsonJC@hotmail.com |
| 23 | Dionata Jakson Garcia Bragança | dionejakson@gmail.com |
| 24 | Eduarda Maria Santos Ferreira | eduarda98ap@gmail.com |
| 25 | Eduardo da Conceição Rosário | Eduardofaty@hotmail.com |
| 26 | Eguinaldo Barbosa de Azevedo | eguinaldo1329@gmail.com |
| 27 | Eliane Leal Vasquez | elianevasquez@unifap.br |
| 28 | Eliaquim Nabin Sampaio Matias | eliaquimmatias@gmail.com |
| 29 | Elifaleth Rego Sabino | elifalethsabino@yahoo.com.br |
| 30 | Evelyn da Conceição e Silva | evelynloureiroo@gmail.com |
| 31 | Everaldo de Araújo Ferreira | everaldodeaf@gmail.com |
| 32 | Fabrício de Oliveira | fabricio.oliveira@live.com |
| 33 | Fabrício de Souza dos Santos | fabricio.de.santos@gmail.com |
| 34 | Fabrício Pantoja Marinho | fabriciomarinho.ap@gmail.com |
| 35 | Flávia Morgana de Oliveira Jacinto | flavia.jacinto@gmail.com |

| N. | Nome | E-mail |
|---|---|---|
| 36 | Geovan da Luz | daluz.1996@gmail.com |
| 37 | Gerson Geraldo Chaves | gerson@ufv.br |
| 38 | Gessulino Barros | G.barros@yahoo.com.br |
| 39 | Givaldo da Silva Costa | givaldocosta59@gmail.com |
| 40 | Haroldo Berg dos Santos da Silva | berg.silva25@gmail.com |
| 41 | Herculano Rodrigues Fróes | rherculano@yahoo.com.br |
| 42 | Huddson Fernandes de Almeida Paz | huddson.huddsonfernandes@gmail.com |

| | | |
|---|---|---|
| 43 | Ian Rafael de Souza Brito da Silva | ianrafasilva@gmail.com |
| 44 | Igor Vinícius Pereira Pinheiro | igor.ivpp@gmail.com |
| 45 | Iran Caputo Rego | iran.rego@hotmail.com |
| 46 | Jackson Yuri Fernandes Capucho | jfcapucho122@gmail.com |
| 47 | Janielle da Silva Melo da Cunha | janiellecunha@hotmail.com |
| 48 | Jeane Tais Cantão Correa | jeanny-tais@hotmail.com |
| 49 | Joanilda Quintela de Melo | joanildamelo@hotmail.com |
| 50 | João Socorro Pinheiro Ferreira | joaoferreira@unifap.br |
| 51 | Joel Farias Maia | joelfariasmaia@yahoo.com.br |
| 52 | Jonatha Mathaus Santos da Silva | jonatha.silva.94849@hotmail.com |
| 53 | José Luis Magalhães da Silva | luizinhonotades@hotmail.com |
| 54 | José Pastana de Oliveira Neto | pastanaoliveira@yahoo.com.br |
| 55 | José Nazareno Gomes | jnvgomes@gmail.com |
| 56 | Julimar da Silva Aguiar | jjs_aguiar@hotmail.com |

| N. | Nome | E-mail |
|---|---|---|
| 57 | Karen Vanessa Silva Pacheco | karenv_pacheco@hotmail.com |
| 58 | Kelmem da Cruz Barroso | Kelmem@unifap.br |
| 59 | Leandro Ribeiro de Sousa | leandro8ribeiro@gmail.com |
| 60 | Leonardo Santos da Silva | lsds.1997@gmail.com |
| 62 | Lucas Aguiar | lucas_saguiar@outlook.com |
| 63 | Lucas Batista Paixão Ferreira | lucas.ferreira@icen.ufpa.br |
| 64 | Lucas da Costa Gomes | lucasgomesmat12@gmail.com |
| 65 | Lúcia Mara Tavares Rocha | Anamara.ap@hotmail.com |
| 66 | Marcel Lucas Picanço Nascimento | marcelucaspn@hotmail.com |
| 67 | Marcos Paulo Barba Avaroma | marcosavaroma@hotmail.com |
| 68 | Mardoqueu Carneiro de Oliveira | marduk.de.oliveira@gmail.com |
| 69 | Marlene Lobato das Chagas Ferreira | lennylobatto@gmail.com |
| 70 | Matheus dos Santos Martins | mtsmartins.pingo@gmail.com |

| | | |
|---|---|---|
| 71 | Mattheus Lustosa de Melo Machado | mattheuslustosa07@gmail.com |
| 72 | Maria Jacinta Xón | majaxon13@yahoo.es |
| 73 | Maurilio Trindade Junior | maurilio.trindade@hotmail.com |
| 74 | Mayara Cristina Gomes da Silva | mayaragomes777@gmail.com |
| 75 | Michele Alessandra Silva da Silva | Michele-alessandra@hotmail.com |
| 76 | Milena Dutra Sanábria | milena.dutra1998@hotmail.com |
| 77 | Náira Cristina de Brito Ramos | nanabrito02@gmail.com |
| 78 | Naralina Viana Soares da Silva | naralina@gmail.com |

| N. | Nome | E-mail |
|---|---|---|
| 79 | Núbia Cristina Pereira da Luz | nubia._.31@outlook.com |
| 80 | Nazaré Farias Brazão | nazare.95@outlook.com |
| 81 | Paula Luna | paulaluna.pfrl@gmail.com |
| 82 | Rodrigo Rodrigues | rodrigorsimoes2014@gmail.com |
| 83 | Rodrigo Diogo Figueiredo Melo | rodrigodiogomelo@gmail.com |
| 84 | Ronaldo Freire de Lima | ronaldo@ccet.ufrn.br |
| 85 | Ruane Barbosa Lima | ruanegta973@gmail.com |
| 86 | Salomão Lima Monteiro | salomaolimamonteiro@gmail.com |
| 87 | Scheivla Suanne de Andrade Rodrigues | scheivla@gmail.com |
| 88 | Sérgio Vitor dos Santos Rodrigues | sessevitor@gmail.com |
| 89 | Sérgio Barbosa de Miranda | sbmirand@yahoo.com.br |
| 90 | Suelen Cristina da Silva Leão de Castro | crisleao22445522@gmail.com |
| 91 | Tainã Cardoso de Assunção | t.assunção07@gmail.com |
| 92 | Tamires Carvalho Tomaz | tamirescarvalho@outlook.com |
| 93 | Tammyres Reis de Sousa | myres_sousa@hotmail.com |
| 94 | Taysa de Souza Picanço | taysapicanco@gmail.com |
| 95 | Thalita Samara da Silva Pinheiro | thasspinheiro@hotmail.com |
| 96 | Tiago Cordeiro de Oliveira | tiaguituogaitcordeiro@gmail.com |

| | | |
|---|---|---|
| 97 | Victor Marley Nascimento Xavier | victormarley1@hotmail.com |
| 98 | Walcy Santos | walcy@im.ufrj.br |
| 99 | Wellington Augusto de Araújo Pamplona | wellington.augusto02@gmail.com |
| 100 | Wesley Felipe de Oliveira Sousa | weslleyfellipe.wp@gmail.com |

## Relação da Equipe de Apoio Logístico:

| Nome | Carga Horária |
|---|---|
| Abimael Monteiro da Silva | 40h |
| Adelson Xavier da Silva | 50h |
| Alex Gouveia da Silva | 40h |
| Alice Souza de Souza | 50h |
| Amanda Trais dos Reis Fernandes | 50h |
| Ana Karoline dos Santos da Trindade | 50h |
| Anderson Vasconcelos de Barros | 50h |
| Andriny Lohane Fonseca Videira | 50h |
| Bruna Luana Magalhães Modesto | 50h |
| Daniel Moraes dos Reis | 50h |
| Eliaquim Nabin Sampaio Matias | 50h |
| Eliaze da Silva Braga | 50h |
| Elifaleth Rego Sabino | 50h |
| Eriel Freitas de Souza | 50h |
| Estefano Raul Marques Vilhena | 40h |
| Fabrício Pantoja Marinho | 50h |
| Fernando Alan dos Santos Queiroz | 40h |
| Geovan da Luz | 40h |
| Gilana Macedo de Souza | 50h |
| Huddson Fernandes de Almeida Paz | 50h |

| | |
|---|---|
| João Gilberto Junior | 50h |
| Jonatha Mathaus Santos da Silva | 50h |
| Laíse Naira Teixeira Miranda | 50h |
| Mardoqueu Carneiro | 50h |
| Maria Odenice Dias Monteiro | 40h |
| Mattheus Lustosa de Melo Machado | 50h |
| Mayara Cristina Gomes da Silva | 50h |
| Michele Alessandra Silva da Silva | 50h |
| Nataly Santos de Oliveira | 50h |
| Nazaré Farias Brazão | 50h |
| Núbia Cristina da Luz | 50h |
| Rafael Rodrigues Nunes | 50h |
| Ruane Barbosa Lima | 50h |
| Salomão Lima Monteiro | 50h |
| Sérgio Vitor dos Santos Rodrigues | 50h |
| Suelen Fernandes Maciel | 50h |
| Tainá Picanço de Almeida | 50h |
| Vitor dos Santos Luz | 20h |
| Wendel Ferreira Rebelo | 40h |
| William Alves Matos | 50h |

**Realização:**

**Sociedade Brasileira de Matemática**
Estrada Dona Castorina, n. 110, sala 119, Rio de Janeiro,
CEP: 22460-320, Brasil
http://www.sbm.org.br/
Telefone: (+55)21.2529.5065
secretaria@sbm.org.br

**Universidade Federal do Amapá**
**Departamento de Ciências Exatas e Tecnológicas**
**Curso de Licenciatura em Matemática**
End.: Rodovia Juscelino Kubitschek, KM-02, Jardim Marco Zero, Macapá,
CEP: 68.903-419, Brasil
Site: www2.unifap.br/matematica
Telefone: (+55).96.3312.1784
E-mail: matematica@unifap.br ou matematica.coord@gmail.com

**Apoio:**

**Submissão de trabalhos e informações:**
coloquio4matnorte@outlook.com

**Certificação ao Comitê Científico e aos Participantes Inscritos**
http://www.sbm.org.br/coloquio-norte-4/

**Certificação aos Convidados, Comitê Organizador Local**
**e Equipe de Apoio Logístico**
www2.unifap.br/matematica/

**Anais do Colóquio de Matemática da Região Norte**
http://www2.unifap.br/matematica/publicacoes/anais-do-cmrn/