

Máquina de Turing

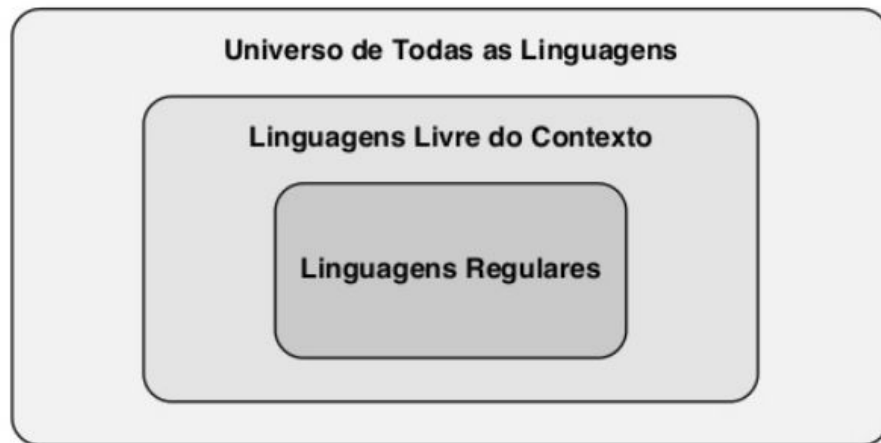
Parte 1

Introdução

- Os autômatos finitos e autômatos de pilha, embora importantes do ponto de vista prático e teórico, possuem limitações quanto ao poder de reconhecimento;
- Mesmo linguagens relativamente simples não podem ser reconhecidas por essas máquinas, como:

$$D = \{ww \mid w \in \{0,1\}^*\}.$$

Introdução



Introdução

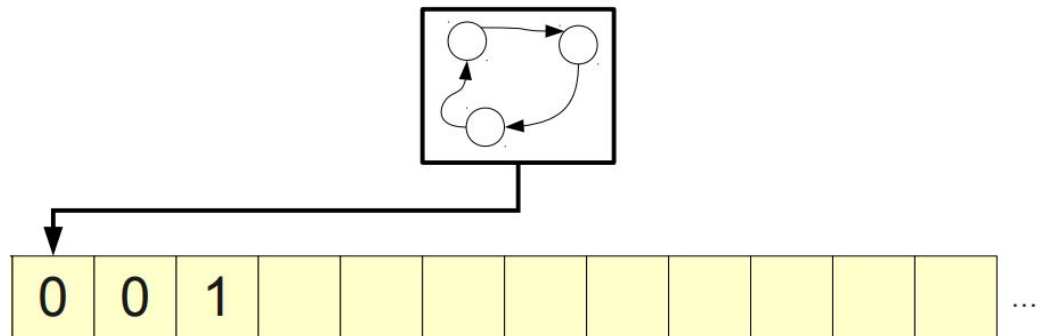


- O modelo computacional Máquina de Turing foi proposto, por volta de 1930, pelo matemático inglês Alan Turing.

Dica: o filme **O Jogo da Imitação** mostra as contribuições de Turing para desvendar mensagens cifradas pela máquina Enigma

- Possui, no mínimo, o mesmo poder computacional de qualquer computador de propósito propósito geral;

A Máquina de Turing



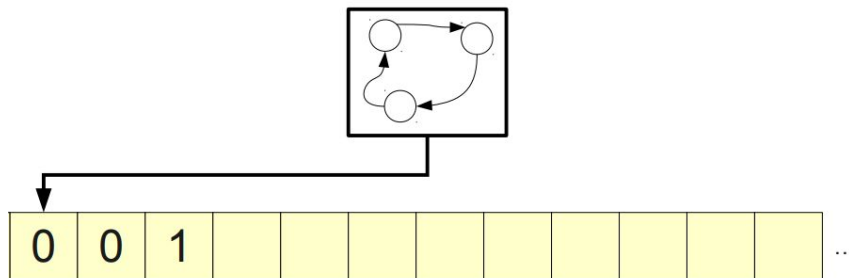
- Uma máquina de Turing é um autômato finito com uma fita infinita como sua memória.
- A máquina começa a computação com a entrada escrita no início da fita e o restante das células em branco.
- A máquina tem uma cabeça de fita que pode ler e escrever sobre a fita, uma única célula de memória por vez.
- Os estados especiais para rejeitar e aceitar têm efeito imediato.

A Máquina de Turing

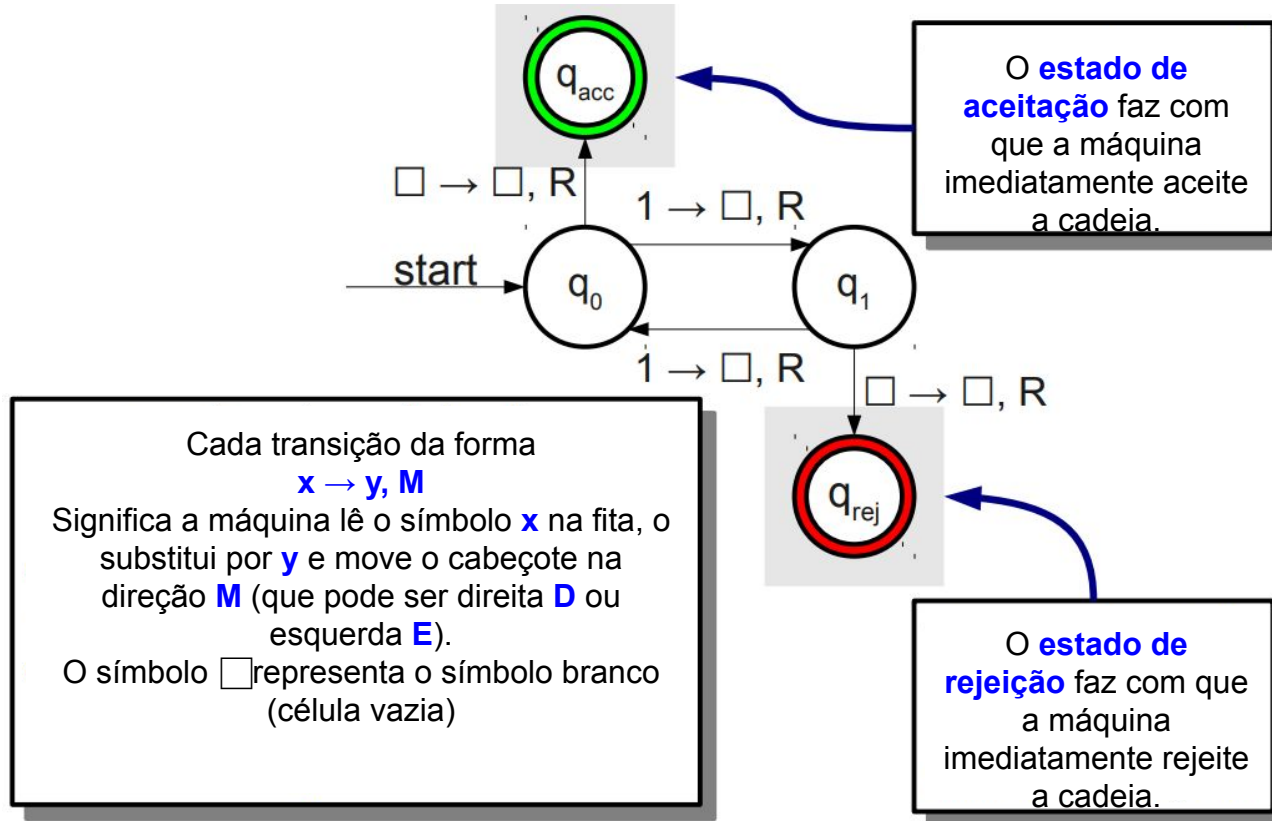
- Uma máquina de Turing é constituída de três partes:
 - Um **controle de estados finito**;
 - Uma **fita infinita**;
 - Uma **cabeçote**, que pode ler e escrever sobre a fita.
- Em cada etapa, a máquina de Turing:
 - Escreve um símbolo na célula da fita que está abaixo do cabeçote;
 - Muda de estado, e
 - Move o cabeçote para a direita ou para a esquerda.

A Máquina de Turing

- Uma máquina de Turing é constituída de três partes:
 - Um **controle de estados finito**;
 - Uma **fita infinita**;
 - Uma **cabeçote**, que pode ler e escrever sobre a fita.
- Em cada etapa, a máquina de Turing:
 - Escreve um símbolo na célula da fita que está abaixo do cabeçote;
 - Muda de estado, e
 - Move o cabeçote para a direita ou para a esquerda.



Exemplo:



Estados de aceitação e rejeição

- Ao contrário dos AF, as máquinas de Turing não param de processar a entrada quando elas terminam de ler a cadeia de entrada.
- As máquinas de Turing decidem quando (e se!) elas aceitarão ou rejeitarão sua entrada.
- Máquinas de Turing podem entrar em loops infinitos e nunca aceitar ou rejeitar; mais sobre isso mais tarde...

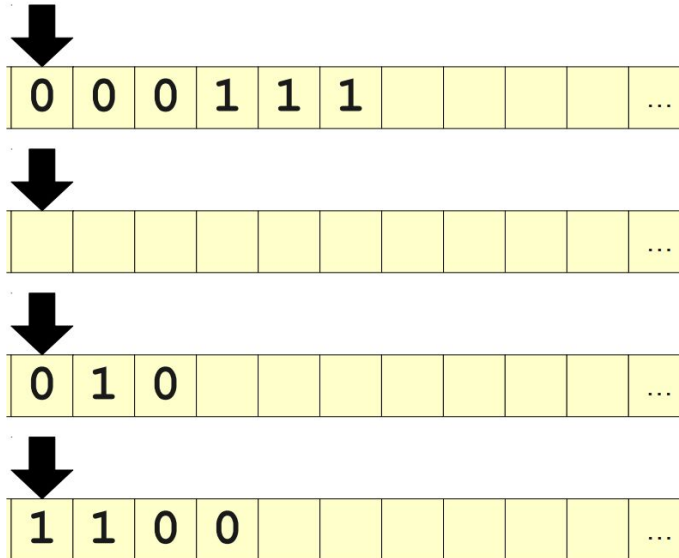
Exemplo:

Construa uma máquina de Turing que testa a pertinência de uma cadeia na linguagem $L = \{0^n 1^n \mid n \geq 0\}$.

Exemplo:

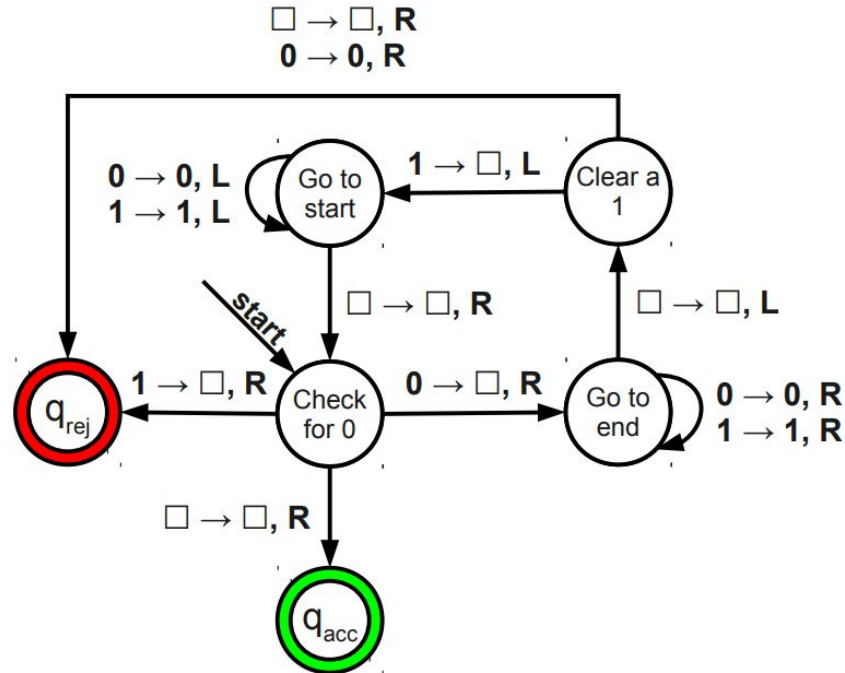
Construa uma máquina de Turing que testa a pertinência de uma cadeia na linguagem $L = \{0^n 1^n \mid n \geq 0\}$.

$$L = \{0^n 1^n \mid n \in \mathbb{N}\}$$



Exemplo:

Construa uma máquina de Turing que testa a pertinência de uma cadeia na linguagem $L = \{0^n 1^n \mid n \geq 0\}$.



Definição formal de máquina de Turing

Definição

Uma *máquina de Turing* é uma 7-upla $(Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, q_{aceita}, q_{rejeita})$, onde Q, Σ, Γ são todos conjuntos finitos e

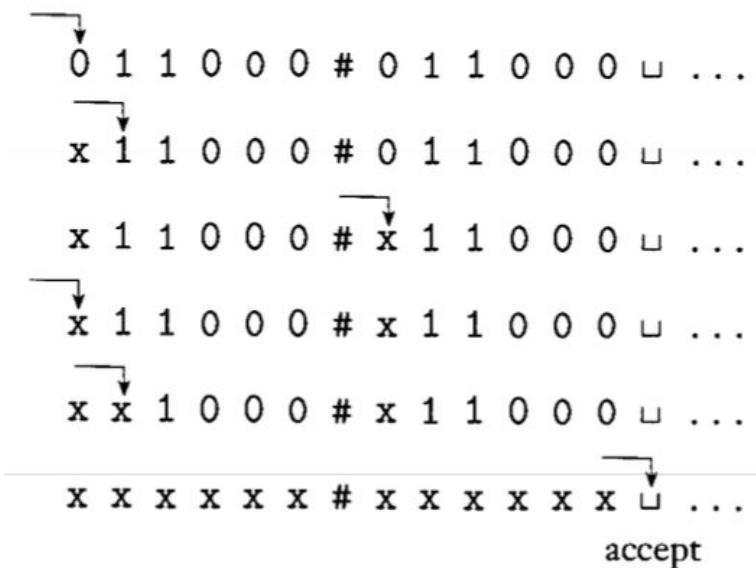
1. Q é o conjunto de estados.
2. Σ é o alfabeto de entrada que não contém o símbolo especial *branco* \sqcup ,
3. Γ é o alfabeto da fita, onde $\sqcup \in \Gamma$ e $\Sigma \subseteq \Gamma$,
4. $\delta : Q \times \Gamma \longrightarrow Q \times \Gamma \times \{E, D\}$ é a função de transição,
5. q_0 é o estado inicial,
6. $q_{aceita} \in Q$ é o estado de aceitação,
7. $q_{rejeita} \in Q$ é o estado de rejeição.

Exemplo:

Construa uma máquina de Turing que testa a pertinência de uma cadeia na linguagem $B = \{w\#w \mid w \in \{0, 1\}^*\}$.

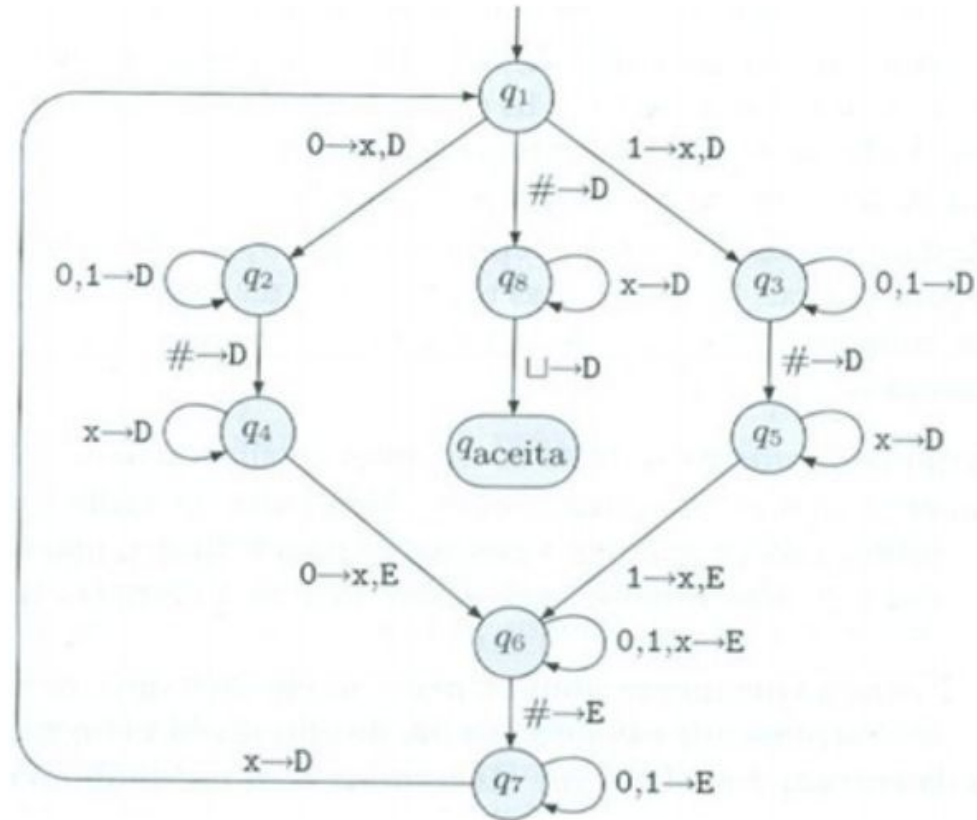
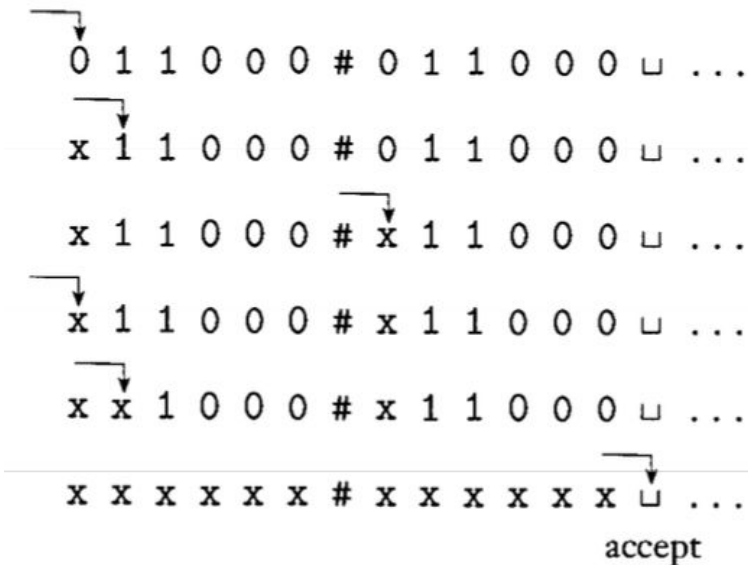
Exemplo:

Construa uma máquina de Turing que testa a pertinência de uma cadeia na linguagem $B = \{w\#w \mid w \in \{0,1\}^*\}$.



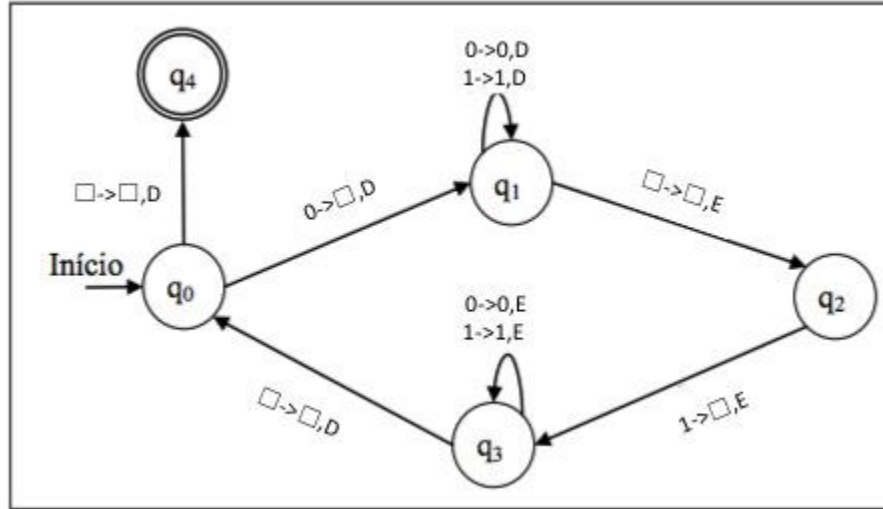
Exemplo:

Construa uma máquina de Turing que testa a pertinência de uma cadeia na linguagem $B = \{w\#w \mid w \in \{0,1\}^*\}$.



Exercícios:

1 - Considere a seguinte máquina de Turing:



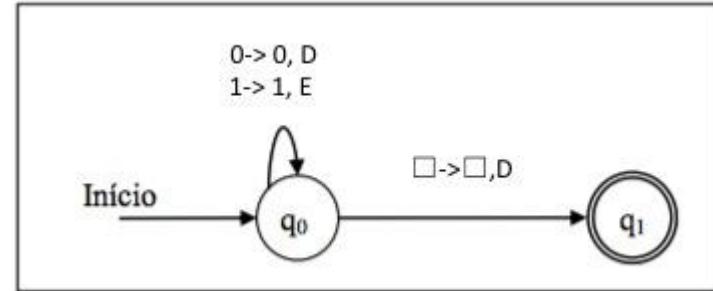
a) Indique o traço de execução para cada uma das seguintes cadeias de entrada:

i) 0011 ii) 0101 iii) 0 iv) 1

b) Qual é a linguagem aceita por esta máquina de Turing?

c) Explique genericamente o algoritmo seguido pela máquina.

2 - Considere a seguinte máquina de Turing:



a) Indique o traço de execução para cada uma das seguintes cadeias de entrada:

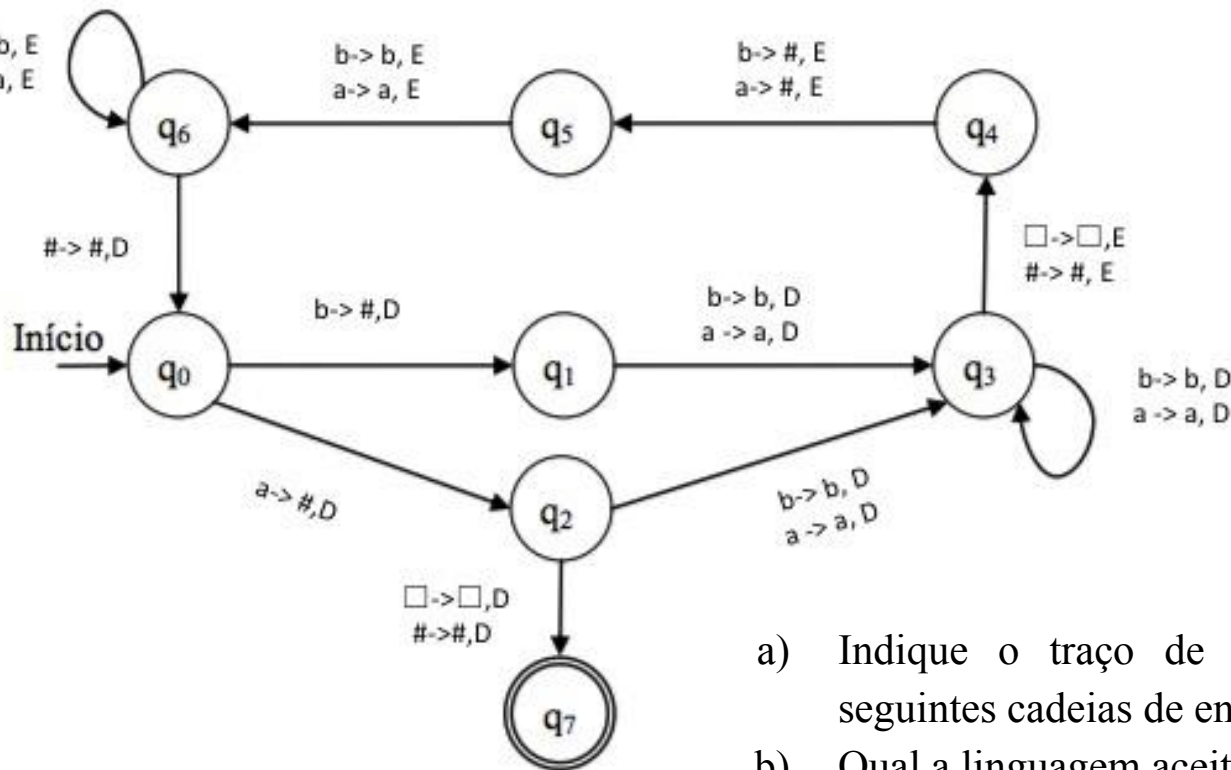
i) ii) 000 iii) 001 iv) 101

b) Qual é a linguagem aceita por esta máquina?

c) Modifique a máquina para aceitar a mesma linguagem, sem entrar em ciclo infinito quando a cadeia de entrada não faz parte da linguagem.

Exercícios:

Considere a seguinte máquina de Turing:



- Indique o traço de execução para cada uma das seguintes cadeias de entrada: (i) aaa (ii) aba (iii) baaba.
- Qual a linguagem aceita pela máquina?

Exercícios:

Qual a linguagem aceita pela Máquina de Turing $M = (\{q_0, q_1, q_2, q_3\}, \{a, b\}, \{a, b, \square\}, \delta, q_0, \{q_3\})$, onde:

$$\delta(q_0, a) = (q_1, a, R),$$

$$\delta(q_0, b) = (q_2, b, R),$$

$$\delta(q_1, b) = (q_1, b, R),$$

$$\delta(q_1, \square) = (q_3, \square, R),$$

$$\delta(q_2, a) = (q_3, a, R),$$

$$\delta(q_2, b) = (q_2, b, R).$$

Exercícios:

Para cada uma das linguagens a seguir, projete uma máquina de Turing determinísticas que reconheça a linguagem e explique sucintamente o algoritmo seguido.

a) $\{w \in \{a, b\}^* \mid |w|_a = |w|_b\}$;

b) $\{ww^R \mid w \in \{a, b\}^*\}$;

A Máquina de Turing

