

Математический анализ

ДЗ к Семинар 4

Найти следующие пределы:

1. $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2 + 4x - 5}{x^2 - 1}$, если

(a) $a = 2$

(b) $a = +\infty$

(c) $a = 1$

2. $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{3}{1-x^3} + \frac{1}{x-1} \right)$

3. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^n - 1)(x^{n-1} - 1) \dots (x^{n-k+1} - 1)}{(x-1)(x^2-1) \dots (x^k-1)}$, $n, k \in \mathbb{N}, k \leq n$

4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\prod_{k=1}^n (1+kx) - 1}{x}$, где символ $\prod_{k=1}^n$ означает произведение, например

$$\prod_{k=1}^1 (1+kx) = 1 + 1 \cdot x$$

$$\prod_{k=1}^3 (1+kx) = (1 + 1 \cdot x)(1 + 2 \cdot x)(1 + 3 \cdot x)$$

$$\prod_{k=1}^n (1+kx) = (1 + 1 \cdot x)(1 + 2 \cdot x) \dots (1 + n \cdot x).$$

5. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[n]{1+ax} - \sqrt[n]{1+bx}}{x}$, $m, n \in \mathbb{N}, a, b \in \mathbb{R}$

Найти следующие пределы, воспользовавшись сведением к одному из золотых пределов.

6. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 4x}{\sin x}$

7. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{\sin(6x) - \sin(7x)}$

8. $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 \left(\cos \frac{1}{x} - \cos \frac{3}{x} \right)$

9. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x}{1+x} \right)^x$

10. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^{\circ n}(x)}{x}$, где $f^{\circ n} = \underbrace{f(f(f(\dots(x)\dots)))}_{n \text{ раз}}$

Например, $\sin^{\circ 3}(x) = \sin(\sin(\sin(x)))$