
NEOBIČNE KOCKE

Autor: Ivan Miošić

Pridržavajući se svih mjera zaštite, na samom početku natjecanja posjetit ćemo obitelj Koronić, koja karantenu uljepšava igrajući Monopoly. Članovi obitelji Koronić su vješti matematičari i stoga znaju da je vjerojatnost da dobiju zbroj 2 na dvije kocke jednaka $\frac{1}{36}$, $\frac{2}{36}$ da dobiju zbroj 3, $\frac{3}{36}$ za 4, ... i $\frac{1}{36}$ za 12. Kraće možemo reći i napisati da je distribucija zbrojeva na dvije kocke dana tablicom:

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 \\ \frac{1}{36} & \frac{2}{36} & \frac{3}{36} & \frac{4}{36} & \frac{5}{36} & \frac{6}{36} & \frac{5}{36} & \frac{4}{36} & \frac{3}{36} & \frac{2}{36} & \frac{1}{36} \end{pmatrix}.$$

Nakon par rundi igre, sestra Koronić zapitala se sljedeće: mogu li učiniti igru zanimljivijom tako da umjesto dvije obične kocke označene brojevima od 1 do 6 koriste dvije nove kocke s drukčijim oznakama, ali bez promjene tijeka igre, tj. tako da vjerojatnost dobivanja bilo kojeg zbroja ostane ista. Za potrebe rasprave, bilo koji par kocaka koji zadovoljava ovo svojstvo nazivat ćemo *regularnim*. Sve oznake će biti prirodni brojevi.

Zadatak 1 [2 boda] Predložite sestri Koronić jedan regularni par kocaka, različit od običnih. Dakle, pronađite oznake koje trebaju pisati na novim kockama, uz koje je vjerojatnost (ili broj načina) dobivanja bilo kojeg zbroja od 2 do 12 jednaka kao i za par običnih kocaka.

Nakon što je zajedno s bratom programerom uspjela pronaći tražene kocke, sestra Koronić je naumila pronaći sve parove kocaka koji zadovoljavaju ovo svojstvo.

Zadatak 2 [4 boda] Pronađite sve regularne parove kocaka.

Njezin brat je također razmišljao o problemu regularnih kocaka, ali na pomalo neobičan način. On je uzeo novčić i poliedar s 18 strana umjesto dvije obične kocke. Sada želi upisati brojeve na dvije strane novčića i na svih 18 strana poliedra, na način da zbrojevi od 2 do 12 ponovno imaju jednaku vjerojatnost. I ovakve parove poliedara nazivamo *regularnim*. (m -terostrani poliedar s oznakom na svakoj strani u ovom kontekstu možemo shvaćati i kao posudu u kojoj se nalazi m kuglica, svaka označena jednako kao jedna strana poliedra. Na ovaj način i novčić postaje 2-strani poliedar.)

Zadatak 3 [2 boda] Pronađite sve regularne parove novčića i 18-erostranog polieadra.