Оглавление

[**1.** **exp\_series** 4](#_Toc199003942)

[**2.** **cos\_series** 4](#_Toc199003943)

[**3.** **sin\_series** 5](#_Toc199003944)

[**4.** **cosh\_series** 5](#_Toc199003945)

[**5.** **sinh\_series** 6](#_Toc199003946)

[**6.** **bin\_series** 6](#_Toc199003947)

[**7.** **four\_arctan\_series** 7](#_Toc199003948)

[**8.** **ln1mx\_series** 7](#_Toc199003949)

[**9.** **mean\_sinh\_sin\_series** 7](#_Toc199003950)

[**10.** **exp\_squared\_erf\_series** 8](#_Toc199003951)

[**11.** **xmb\_Jb\_two\_series** 9](#_Toc199003952)

[**12.** **half\_asin\_two\_x\_series** 10](#_Toc199003953)

[**13.** **inverse\_1mx\_series** 10](#_Toc199003954)

[**14.** **x\_1mx\_squared\_series** 10](#_Toc199003955)

[**15.** **erf\_series** 11](#_Toc199003956)

[**16.** **m\_fact\_1mx\_mp1\_inverse\_series** 12](#_Toc199003957)

[**17.** **inverse\_sqrt\_1m4x\_series** 12](#_Toc199003958)

[**18.** **one\_twelfth\_3x2\_pi2\_series** 13](#_Toc199003959)

[**19.** **one\_twelfth\_x2\_pi2\_series** 13](#_Toc199003960)

[**20.** **ln2\_series** 14](#_Toc199003961)

[**21.** **one\_series** 14](#_Toc199003962)

[**22.** **minus\_one\_quarter\_series** 15](#_Toc199003963)

[**23.** **pi\_3\_series** 15](#_Toc199003964)

[**24.** **pi\_4\_series** 16](#_Toc199003965)

[**25.** **pi\_squared\_6\_minus\_one\_series** 16](#_Toc199003966)

[**26.** **three\_minus\_pi\_series** 17](#_Toc199003967)

[**27.** **one\_twelfth\_series** 17](#_Toc199003968)

[**28.** **eighth\_pi\_m\_one\_third\_series** 17](#_Toc199003969)

[**29.** **one\_third\_pi\_squared\_m\_nine\_series** 18](#_Toc199003970)

[**30.** **four\_ln2\_m\_3\_series** 18](#_Toc199003971)

[**31.** **exp\_m\_cos\_x\_sinsin\_x\_series** 18](#_Toc199003972)

[**32.** **pi\_four\_minus\_ln2\_halfed\_series** 19](#_Toc199003973)

[**33.** **five\_pi\_twelve\_series** 19](#_Toc199003974)

[**34.** **x\_two\_series** 20](#_Toc199003975)

[**35.** **pi\_six\_min\_half\_series** 20](#_Toc199003976)

[**36.** **x\_two\_throught\_squares\_series** 20](#_Toc199003977)

[**37.** **minus\_one\_ned\_in\_n\_series** 21](#_Toc199003978)

[**38.** **minus\_one\_n\_fact\_n\_in\_n\_series** 21](#_Toc199003979)

[**39.** **ln\_x\_plus\_one\_x\_minus\_one\_halfed\_series** 22](#_Toc199003980)

[**40.** **two\_arcsin\_square\_x\_halfed\_series** 23](#_Toc199003981)

[**41.** **pi\_squared\_twelve\_series** 23](#_Toc199003982)

[**42.** **pi\_cubed\_32\_series** 24](#_Toc199003983)

[**43.** **minus\_three\_plus\_ln3\_three\_devided\_two\_plus\_two\_ln2\_series** 25](#_Toc199003984)

[**44.** **two\_ln2\_series** 26](#_Toc199003985)

[**45.** **pi\_x\_multi\_e\_xpi\_plus\_e\_minusxpi\_divided\_e\_xpi\_minus\_e\_minusxpi** 26](#_Toc199003986)

[**46.** **pi\_minus\_x\_2** 27](#_Toc199003987)

[**48.** **half\_minus\_sinx\_multi\_pi\_4** 29](#_Toc199003988)

[**49.** **ln\_1plussqrt1plusxsquare\_minus\_ln\_2** 30](#_Toc199003989)

[**50.** **ln\_cosx** 31](#_Toc199003990)

[**51.** **ln\_sinx\_minus\_ln\_x** 31](#_Toc199003991)

[**52.** **pi\_8\_cosx\_square\_minus\_1\_div\_3\_cosx** 32](#_Toc199003992)

[**53.** **sqrt\_oneminussqrtoneminusx\_div\_x** 32](#_Toc199003993)

[**54.** **one\_minus\_sqrt\_1minus4x\_div\_2x** 33](#_Toc199003994)

[**55.** **arcsin\_x\_minus\_x\_series** 33](#_Toc199003995)

[**56.** **pi\_x\_minus\_x\_square\_square\_minus\_three\_pi\_x\_plus\_two\_pi\_square\_** 34](#_Toc199003996)

[**57.** **abs\_sin\_x\_minus\_2\_div\_pi\_series** 35](#_Toc199003997)

[**58.** **pi\_minus\_3pi\_4\_and\_pi\_minus\_x\_minus\_3pi\_4\_series** 35](#_Toc199003998)

[**59.** **minus\_3\_div\_4\_or\_x\_minus\_3\_div\_4\_series** 37](#_Toc199003999)

[**60.** **ten\_minus\_x\_series** 38](#_Toc199004000)

[**61.** **x\_series** 39](#_Toc199004001)

[**62.** **minus\_x\_minus\_pi\_4\_or\_minus\_pi\_4\_series** 40](#_Toc199004002)

[**63.** **one\_div\_two\_minus\_x\_multi\_three\_plus\_x\_series** 41](#_Toc199004003)

[**64.** **si\_x\_series** 41](#_Toc199004004)

[**65.** **ci\_x\_series** 42](#_Toc199004005)

[**66.** **riemann\_zeta\_func\_series** 42](#_Toc199004006)

[**67.** **riemann\_zeta\_func\_xmin1\_div\_Riemann\_zeta\_func\_x\_series** 43](#_Toc199004007)

[**68.** **xsquareplus3\_div\_xsquareplus2multix\_minus\_1\_series** 44](#_Toc199004008)

[**69.** **arcsin\_x\_series** 44](#_Toc199004009)

[**70.** **arctg\_x\_series** 44](#_Toc199004010)

[**71.** **k\_x\_series** 45](#_Toc199004011)

[**72.** **e\_x\_series** 45](#_Toc199004012)

[**73.** **sqrt\_1plusx\_series** 46](#_Toc199004013)

[**74.** **lambert\_W\_func\_series** 46](#_Toc199004014)

[**75.** **incomplete\_Gamma\_func\_series** 47](#_Toc199004015)

[**76.** **series\_with\_ln\_number1** 47](#_Toc199004016)

[**77.** **series\_with\_ln\_number2** 48](#_Toc199004017)

[**78.** **pi\_series** 49](#_Toc199004018)

[**79.** **x\_min\_sqrt\_x\_series** 49](#_Toc199004019)

[**80.** **arctg\_x2\_series** 50](#_Toc199004020)

[**81.** **ln1px4\_series** 50](#_Toc199004021)

[**82.** **sin\_x2\_series** 51](#_Toc199004022)

[**83.** **arctg\_x3\_series** 51](#_Toc199004023)

[**84.** **arcsin\_x2\_series** 52](#_Toc199004024)

[**85.** **ln1\_m\_x2\_series** 52](#_Toc199004025)

[**86.** **artanh\_x\_series** 53](#_Toc199004026)

[**87.** **arcsinh\_x\_series** 53](#_Toc199004027)

[**88.** **cos\_x2\_series** 54](#_Toc199004028)

[**89.** **sinh\_x2\_series** 54](#_Toc199004029)

[**90.** **arctanh\_x2\_series** 55](#_Toc199004030)

[**91.** **cos3xmin1\_div\_xsqare\_series** 56](#_Toc199004031)

[**92.** **two\_degree\_x\_series** 56](#_Toc199004032)

[**93.** **sqrt\_1plusx\_min\_1\_min\_x\_div\_2\_series** 57](#_Toc199004033)

[**94.** **ln13\_min\_ln7\_div\_7\_series** 57](#_Toc199004034)

[**95.** **Ja\_x\_series** 58](#_Toc199004035)

[**96.** **one\_div\_sqrt2\_sin\_xdivsqrt2\_series** 58](#_Toc199004036)

[**97.** **ln\_1plusx\_div\_1plusx2** 59](#_Toc199004037)

[**98.** **cos\_sqrt\_x** 59](#_Toc199004038)

[**99.** **ln\_1\_plus\_x3** 60](#_Toc199004039)

[**100.** **x\_div\_1minx** 60](#_Toc199004040)

[**Список литературы** 62](#_Toc199004041)

**Используемые ряды**

# **exp\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения в ряд Маклорена функции . В общем виде ряд выглядит следующим образом (1.1).

В коде, члены данного ряда вычисляются рекуррентно, при этом n-ый член ряда вычисляется на основе -го по формуле (1.2).

**Источник**: ряд (1.1) представлен в [2] раздел 1.211 пункт 1.

**Область сходимости**: ряд (1.1) сходится абсолютно и равномерно для всех .

Базовая сходимости: гиперлинейная.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **cos\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения в ряд Маклорена функции . В общем виде ряд выглядит следующим образом (2.1).

В коде, члены данного ряда вычисляются рекуррентно, при этом n-ый член ряда вычисляется на основе -го по формуле (2.2).

**Источник**: ряд (2.1) представлен в [2] раздел 1.411 пункт 3.

**Область сходимости**: ряд (2.1) сходится для всех .

Базовая сходимость: гиперлинейная.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **sin\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения в ряд Маклорена функции . В общем виде ряд выглядит следующим образом (3.1).

В коде, члены данного ряда вычисляются рекуррентно, при этом n-ый член ряда вычисляется на основе -го по формуле (3.2).

**Источник**: ряд (3.1) представлен в [2] раздел 1.411 пункт 1.

**Область сходимости**: ряд (3.1) сходится для всех .

Базовая сходимость: гиперлинейная.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **cosh\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения в ряд Маклорена функции . В общем виде ряд выглядит следующим образом (4.1).

В коде, члены данного ряда вычисляются рекуррентно, при этом n-ый член ряда вычисляется на основе -го по формуле (4.2).

**Источник**: ряд (4.1) представлен в [2] раздел 1.411 пункт 4.

**Область сходимости**: ряд (4.1) сходится для всех .

Базовая сходимость: гиперлинейная.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **sinh\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения в ряд Маклорена функции . В общем виде ряд выглядит следующим образом (5.1).

В коде, члены данного ряда вычисляются рекуррентно, при этом n-ый член ряда вычисляется на основе -го по формуле (5.2).

**Источник**: ряд (5.1) представлен в [2] раздел 1.411 пункт 2.

**Область сходимости**: ряд (5.1) сходится для всех .

Базовая сходимость: гиперлинейная.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **bin\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения в ряд Маклорена бинома Ньютона по степеням . В общем виде ряд выглядит следующим образом (6.1).

где – обобщенный биномиальный коэффициент, который вычисляется по следующей формуле (6.2).

**Источник**: ряд (6.1) представлен в [2] раздел 1.111 пункт 1.

**Область сходимости**: ряд (6.1) сходится для всех .

Базовая сходимость: гиперлинейная.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **four\_arctan\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения модифицированного ряда для арктангенса в ряд Маклорена. Данный ряд особенно удобен для вычисления π, ведь при – получаем ряд Лейбница. В общем виде ряд выглядит следующим образом (7.1).

**Источник**: ряд (7.1) представлен в [1] раздел 5.2.4 пункт 8.

**Область сходимости**: ряд (7.1) сходится для всех .

Базовая сходимость: логарифмическая, при ; гиперлинейная, при .

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **ln1mx\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения в ряд Маклорена функции . В общем виде ряд выглядит следующим образом (8.1).

Произведя замену в ряде (8.1), получим итоговое разложение (8.2).

**Источник**: ряд (8.1) представлен в [1] раздел 5.2.4 пункт 4.

**Область сходимости**: ряд (8.2) сходится для всех .

Базовая сходимость: линейная.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **mean\_sinh\_sin\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения в ряд Маклорена функции .

Данный ряд выводится следующим образом (9.1).

**Источник**: ряд (9.1) представлен в [1] раздел 5.2.7 пункт 11.

**Область сходимости**: ряд (9.1) сходится для всех .

Базовая сходимость: гиперлинейная.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **exp\_squared\_erf\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения в ряд Маклорена функции . – функция ошибок Гаусса, которая в общем виде выглядит следующим образом (10.1)

Функция ошибок может быть разложена в ряд Тейлора следующим образом (10.2).

Для функции имеем следующее разложение (10.3).

В формуле (10.3) выражение обозначает гамма-функцию.

**Источник**: ряд (10.3) в [1] глава 5.2.9 пункт 18.

**Область сходимости**: ряд (10.3) сходится для всех .

Базовая сходимость: гиперлинейная.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **xmb\_Jb\_two\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения в ряд Маклорена функции , где – функция Бесселя первого рода порядка b. Фунция Бесселя задается следующим образом (11.1).

Где b – порядок.

Функция Бесселя первого рода раскладывается в ряд Маклорена следующим образом (11.2).

Тогда для функции имеем разложение (11.3).

**Источник**: ряд (11.3) в [1] глава 5.2.10 пункт 7.

**Область сходимости**: ряд (11.3) сходится для всех

Базовая сходимость: гиперлиненая.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **half\_asin\_two\_x\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения в ряд Маклорена функции . Данный ряд выводится следующим образом (12.1).

**Источник**: [1] глава 5.2.13 пункт 10.

**Область сходимости**: ряд (12.1) сходится для всех .

Базовая сходимость: гиперлиненая.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **inverse\_1mx\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения в ряд Маклорена функции . Данный ряд имеет следующий вид (13.1).

**Источник**: ряд (13.1) представлен в [2] раздел 1.12 пункт 2.

**Область сходимости**: ряд (13.1) сходится для всех .

Базовая сходимость: линейная.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **x\_1mx\_squared\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения в ряд Маклорена функции . Данный ряд выводится следующим образом.

Из (13.1) имеем следующее разложение (14.1).

Продифференцировав (14.1), получим (14.2).

Тогда имеем соотношение (14.3).

Итак, получаем следующее выражение для искомого ряда (14.4).

**Источник**: ряд (14.1) представлен в [2] раздел 1.12 пункт 2.

**Область сходимости**: ряд (14.4) сходится для всех .

Базовая сходимость: линейная.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **erf\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения в ряд Маклорена функции . Функция erf(x) – функция ошибок Гаусса, которая определяется следующим образом (15.1).

Разложение в ряд Маклорена для этой функции имеет вид (15.2).

Тогда для искомой функции получаем (15.3).

**Источник**: ряд (15.3) в [1] глава 5.2.8 пункт 8.

**Область сходимости**: ряд (15.3) сходится для всех .

Базовая сходимость: гиперлинейная.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **m\_fact\_1mx\_mp1\_inverse\_series**

Данный шаблон используется для имплементации ряда Маклорена функции . Данный ряд выводится следующим образом.

Формула для обобщенного биномиального ряда записывается в виде (16.1).

Для искомой функции получим следующее выражение (16.2).

**Источник**: ряд (16.1) в [2] раздел 1.111 пункт 1.

**Область сходимости**: ряд (16.2) сходится для всех .

Базовая сходимость: гиперлинейная.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **inverse\_sqrt\_1m4x\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения в ряд Маклорена функции . Данный ряд выводится следующим образом (17.1).

Итого, получили итоговое разложение (17.2).

**Источник**: ряд (16.1) в [2] раздел 1.112 пункт 3.

**Область сходимости**: ряд (17.1) сходится для всех .

Базовая сходимость: гиперлинейная.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **one\_twelfth\_3x2\_pi2\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения в тригонометрический ряд Фурье функции .

Функция – четная, а значит в тригонометрическом ряде Фурье будут только косинусы. Разложение четной функции по косинусам имеет вид (18.1).

Тогда для искомой функции имеем следующее разложение (18.2).

**Источник**: ряд (18.2) в [1] глава 5.4.2 пункт 12.

**Область сходимости**: ряд (18.2) сходится для всех

Базовая сходимость: квадратичная.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **one\_twelfth\_x2\_pi2\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения функции в тригонометрический ряд Фурье.

Функция является нечетной, а значит в ее разложении будут только синусы. Разложение нечетной функции по синусам имеет следующий вид (19.1).

Таким образом, для нашего ряда имеем следующее разложение (19.2).

**Источник**: ряд (18.2) в [1] глава 5.4.2 пункт 13.

**Область сходимости**: ряд (32) сходится для всех .

Базовая сходимость: кубическая.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **ln2\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения в числовой ряд. Разложение выводится следующим образом (20.1).

Домножая обе части равенства (20.1) на , получим итоговое разложение (20.2).

**Источник**: ряд (20.1) в [2] раздел 0.233 пункт 1.

**Область сходимости**: ряд (20.2) сходится для всех .

Базовая сходимость: линейная.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **one\_series**

Существует множество способов разложить 1 в ряд. В данном шаблоне 1 представляется в виде ряда (21.1)

Данный ряд выводится следующим образом. Рассмотрим соотношение (21.2).

Тогда при суммировании на бесконечности получим (21.3).

Все внутренние члены взаимно сокращаются и выражение принимает вид (21.4).

Домножая обе части равенства (21.1) на , получим итоговое разложение (21.5).

**Источник**: ряд (21.1) в [1] глава 5.1.7 пункт 1.

**Область сходимости**: ряд (21.5) сходится для всех .

Базовая сходимость: линейная.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **minus\_one\_quarter\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения числа в числовой ряд. Разложение имеет следующий вид (22.1).

Домножая обе части равенства (22.1) на , получим итоговое разложение (22.2).

**Источник**: ряд (22.1) в [1] глава 5.1.7 пункт 4.

**Область сходимости**: ряд (22.2) сходится для всех .

Базовая сходимость: линейная.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **pi\_3\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения числа в числовой ряд. Разложение имеет следующий вид (23.1).

Домножая обе части равенства (23.1) на , получим итоговое разложение (23.2).

**Источник**: ряд (23.1) в [1] глава 5.1.17 стр. 537 номер 7.

**Область сходимости**: ряд (23.2) сходится для всех .

Базовая сходимость: кубическая.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **pi\_4\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения числа в числовой ряд. Разложение выводится следующим образом: для начала воспользуемся разложением арктангенса в ряд Маклорена (24.1).

При подстановке получим (24.2).

Домножая обе части равенства (24.2) на , получим итоговое разложение (24.3).

**Источник**: ряд (24.2) в [2] раздел 0.232 пункт 2.

**Область сходимости**: ряд (24.3) сходится для всех .

Базовая сходимость: линейная.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **pi\_squared\_6\_minus\_one\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения числа в числовой ряд. Для вывода данного разложения воспользуемся разложением для 1 (21.1) и рядом Эйлера (25.1).

Итак, получим следующее выражение для искомой функции (25.2).

Домножая обе части равенства (25.2) на , получим итоговое разложение (25.3).

**Источник**: ряд (25.1) в [2] раздел 0.233 пункт 3.

**Область сходимости**: ряд (25.3) сходится для всех .

Базовая сходимость: кубическая.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **three\_minus\_pi\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения числа в числовой ряд. Разложение имеет следующий вид (26.1).

Домножая обе части равенства (26.1) на , получим итоговое разложение (26.2).

**Источник**: ряд (26.1) в [1] глава 5.1.16 стр. 535 пункт 12.

**Область сходимости**: ряд (26.2) сходится для всех .

Базовая сходимость: кубическая.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **one\_twelfth\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения числа в числовой ряд. Разложение имеет следующий вид (27.1).

Домножая обе части равенства (27.1) на , получим итоговое разложение (27.2).

**Источник**: ряд (27.1) в [1] глава 5.1.18 стр. 538 пункт 1.

**Область сходимости**: ряд (27.2) сходится для всех .

Базовая сходимость: кубическая.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **eighth\_pi\_m\_one\_third\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения числа в числовой ряд. Разложение имеет следующий вид (28.1).

Домножая обе части равенства (28.1) на , получим итоговое разложение (28.2).

**Источник**: ряд (28.1) в [1] глава 5.1.18 стр. 538 пункт 2.

**Область сходимости**: ряд (28.2) сходится для всех .

Базовая сходимость: кубическая.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **one\_third\_pi\_squared\_m\_nine\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения числа в числовой ряд. Разложение имеет следующий вид (29.1).

Домножая обе части равенства (29.1) на , получим итоговое разложение (29.2).

**Источник**: ряд (29.1) в [1] глава 5.1.21 стр. 541 пункт 6.

**Область сходимости**: ряд (29.2) сходится для всех .

Базовая сходимость: линейная четвертого порядка.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **four\_ln2\_m\_3\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения числа в числовой ряд. Разложение имеет следующий вид (30.1).

Домножая обе части равенства (30.1) на , получим итоговое разложение (30.2).

**Источник**: ряд (30.1) в [1] глава 5.1.21 стр. 541 пункт 7.

**Область сходимости**: ряд (30.2) сходится для всех .

Базовая сходимость: линейная четвертого порядка.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **exp\_m\_cos\_x\_sinsin\_x\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения в тригонометрический ряд функции . Разложение имеет следующий вид (31.1).

**Источник**: ряд (31.1) в [1] глава 5.4.7 стр. 581 пункт 2

**Область сходимости**: ряд (31.1) сходится для всех .

Базовая сходимость: гиперлинейная.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **pi\_four\_minus\_ln2\_halfed\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения числа в числовой ряд. Данный ряд имеет следующий вид (32.1).

Домножая обе части равенства (32.1) на , получим итоговое разложение (32.2).

**Источник**: ряд (32.1) в [1] глава 5.1.2 стр. 526 пункт 4.

**Область сходимости**: ряд (32.2) сходится для всех .

Базовая сходимость: линейная.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **five\_pi\_twelve\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения числа в числовой ряд. Данный ряд имеет следующий вид (33.1).

Домножая обе части равенства (33.1) на , получим итоговое разложение (33.2).

**Источник**: ряд (33.1) в [1] глава 5.1.4 стр. 528 пункт 5.

**Область сходимости**: ряд (33.2) сходится для всех .

Базовая сходимость: линейная.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **x\_two\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения функции в числовой ряд. Рассмотрим разложение в числовой ряд (34.1).

Тогда для имеем (34.2).

**Источник:** ряд (34.1) в [1] глава 5.1.9 стр. 531 пункт 1.

**Область сходимости:** ряд (34.2) сходится для любого .

Базовая сходимость: квадратичная.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **pi\_six\_min\_half\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения числа в числовой ряд. Данный ряд имеет следующий вид (35.1).

Домножая обе части равенства (35.1) на , получим итоговое разложение (35.2).

**Источник:** ряд (35.1) в [1] глава 5.1.13 стр. 534 пункт 7.

**Область сходимости:** ряд (35.2) сходится для любого .

Базовая сходимость: квадратичная.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **x\_two\_throught\_squares\_series**

Данный шаблон является вторым вариантом имплементации разложения функции в числовой ряд. Рассмотрим другой вариант разложения в числовой ряд (36.1).

Тогда для имеем (36.2).

**Источник:** ряд (36.1) в [1] глава 5.1.27 стр. 552 пункт 15.

**Область сходимости:** ряд (36.2) сходится для любого .

Базовая сходимость: линейная четвертого порядка.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **minus\_one\_ned\_in\_n\_series**

Данный шаблон используется для имплементации ряда . Сумма

ряда определяется следующим образом (37.1).

**Источник:** ряд (37.1) в [1] глава 5.1.30 стр. 553 пункт 2.

Умножая на получим (37.2).

**Сходимость:** ряд (37.2) сходится для любого .

Базовая сходимость: логорифмическая.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **minus\_one\_n\_fact\_n\_in\_n\_series**

Данный шаблон используется для имплементации ряда . Сумма ряда определяется следующим образом (38.1).

**Источник:** ряд (38.1) в [1] глава 5.1.30 стр. 554 пункт 4

Умножая на получим (38.2).

**Сходимость:** ряд (38.2) сходится для любого .

Базовая сходимость: сверхэкспоненциальная.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **ln\_x\_plus\_one\_x\_minus\_one\_halfed\_series**

Данный шаблон предназначен для имплементации разложения в ряд Маклорена функции . Данный ряд выводится следующим образом.

Для начала, преобразуем исходную функцию (39.1).

Заметим, что в выражении (39.1) при нечетных сумма будет давать 0, при четных 2. Значит, можем представить этот ряд в виде (39.2).

Перемножая, получаем искомое разложение (39.3).

**Источник**: ряд (39.3) представлен в [1] глава 5.2.4 стр. 557 п. 8.

**Область сходимости**: ряд (39.3) сходится для всех

Базовая сходимость: линейная.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **two\_arcsin\_square\_x\_halfed\_series**

Данный шаблон предназначен для имплементации разложения в ряд Маклорена функции . Данный ряд выводится следующим образом. Рассмотрим разложение функции арксинуса в ряд Маклорена (40.1).

Применяя произведение Коши двух степенных рядов, получим (40.2).

Далее, подставим в (40.2) вместо x и домножим на 2, получим (40.3).

**Источник**: ряд (40.3) представлен в [1] глава 5.2.14 стр. 567 п. 3.

**Область сходимости**: ряд (40.3) сходится для всех .

Базовая сходимость: гиперлинейная.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **pi\_squared\_twelve\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения числа в числовой ряд. Разложение имеет следующий вид (41.1).

Докажем равенство (41.1). Воспользуемся рядом обратных квадратов (41.2).

Преобразуем правую часть равенства (41.2) следующим образом (41.3).

Пользуясь (41.1) и (41.2) имеем (41.4).

Из (41.4) получаем равенство (41.5).

Далее, подставляя (41.5) в (41.3) и смещая ряд на 1, получим разложение (41.1).

Домножая обе части равенства (41.1) на , получим итоговое разложение (41.6).

**Источник:** ряд (41.1) в [2] раздел 0.234 пункт 1.

**Область сходимости:** ряд (41.6) сходится для любого .

Базовая сходимость: квадратичная.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **pi\_cubed\_32\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения числа в числовой ряд. Разложение имеет следующий вид (42.1).

Произведя замену в ряде (42.1) и домножив обе части на , получим итоговое разложение (42.2).

**Источник**: ряд (42.1) представлен в [2] раздел 0.234 пункт 4.

**Область сходимости:** ряд (42.2) сходится для любого .

Базовая сходимость: линейная

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **minus\_three\_plus\_ln3\_three\_devided\_two\_plus\_two\_ln2\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения числа в числовой ряд. Разложение имеет следующий вид (43.1).

Произведя замену в ряде (43.1) и домножив обе части на , получим итоговое разложение (43.2).

**Источник**: ряд (43.1) представлен в [2] раздел 0.236 пункт 3.

**Область сходимости:** ряд (43.2) сходится для любого .

Базовая сходимость: кубическая

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **two\_ln2\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения числа в числовой ряд. Разложение имеет следующий вид (44.1).

Произведя замену в ряде (44.1) и домножив обе части на , получим итоговое разложение (44.2).

**Источник**: ряд (44.1) представлен в [2] раздел 0.236 пункт 6.

**Область сходимости:** ряд (44.2) сходится для любого .

Базовая сходимость: кубическая.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **pi\_x\_multi\_e\_xpi\_plus\_e\_minusxpi\_divided\_e\_xpi\_minus\_e\_minusxpi**

Данный шаблон используется для имплементации разложения в ряд Маклорена функции . Воспользуемся разложением (45.1).

Домножим обе части равенства (45.1) на .

Преобразуем правую часть равенства (45.2).

Вычитая единицу с обоих сторон и производя замену в ряде (45.3), получим итоговое разложение (45.4).

**Источник**: ряд (45.1) представлен в [2] раздел 1.217 пункт 1.

**Область сходимости**: ряд (45.4) сходится для всех ; также при ряд обращается в нуль.

Базовая сходимость: квадратичная.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **pi\_minus\_x\_2**

Данный шаблон предназначен для имплементации разложения в тригонометрический ряд Фурье функции . – функция общего вида.

Разложение функции общего вида в ряд Фурье имеет следующий вид (46.1).

Коэффициент вычисляется следующим образом (46.2).

Коэффициент вычисляется следующим образом (46.3).

Тогда для нашей функции имеем следующее разложение (46.4).

Произведя замену в ряде (46.4), получим итоговое разложение (46.5).

**Источник**: ряд (46.4) представлен в [1] глава 5.4.2 пункт 9.

**Область сходимости**: ряд (46.5) сходится для всех .

Базовая сходимость: линейная

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

1. **half\_multi\_ln\_1div2multi1minuscosx**

Данный шаблон предназначен для имплементации разложения в тригонометрический ряд Фурье функции . – четная функция. Разложение четной функции в ряд Фурье имеет следующий вид (47.1).

С помощью тригонометрических формул и преобразования логарифма преобразуем исходную функцию (47.2).

Коэффициент вычисляется следующим образом (47.3).

Тогда для нашей функции имеем следующее разложение (47.4).

Произведя замену в ряде (47.4), получим итоговое разложение (47.5).

**Источник**: ряд (47.4) представлен в [1] глава 5.4.2 пункт 10.

**Область сходимости**: ряд (47.5) сходится для всех .

Базовая сходимость: линейная

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **half\_minus\_sinx\_multi\_pi\_4**

Данный шаблон предназначен для имплементации разложения в тригонометрический ряд Фурье функции . Воспользуемся разложением (48.1).

Произведя замену в ряде (48.1), получим итоговое разложение (48.2).

**Источник**: ряд (48.1) представлен в [2] раздел 1.444 пункт 7.

**Область сходимости**: ряд (48.2) сходится для всех .

Базовая сходимость: квадратичная.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **ln\_1plussqrt1plusxsquare\_minus\_ln\_2**

Данный шаблон предназначен для имплементации разложения в ряд Маклорена функции . Воспользуемся разложением (49.1).

Перенеся слагаемое в левую часть равенства (49.1) и занося минус под знак суммирования получим (49.2).

Произведя замену в ряде (49.2), получим итоговое разложение (49.3).

**Источник**: ряд (49.1) представлен в [2] раздел 1.515 пункт 1.

**Область сходимости**: ряд (49.3) сходится для всех

Базовая сходимость: гиперлинейная.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **ln\_cosx**

Данный шаблон предназначен для имплементации разложения в ряд Маклорена функции . Данный ряд имеет следующий вид (50.1).

Произведя замену в ряде (50.1), получим итоговое разложение (50.2).

**Источник**: ряд (50.1) представлен в [2] раздел 1.518 пункт 1.

**Область сходимости**: ряд (50.2) сходится для всех .

Базовая сходимость: линейная

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **ln\_sinx\_minus\_ln\_x**

Данный шаблон предназначен для имплементации разложения в ряд Маклорена функции . Воспользуемся разложением (51.1).

Произведя замену в ряде (51.1), получим итоговое разложение (51.2).

**Источник**: ряд (51.1) представлен в [2] раздел 1.521 пункт 2.

**Область сходимости**: ряд (51.2) сходится для всех .

Базовая сходимость: квадратичная.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **pi\_8\_cosx\_square\_minus\_1\_div\_3\_cosx**

Данный шаблон используется для имплементации разложения в ряд Маклорена функции . Воспользуемся разложением (52.1).

Произведя замену в ряде (52.1), получим итоговое разложение (52.2).

**Источник**: ряд (52.1) представлен в [2] раздел 1.426.

**Область сходимости**: ряд (52.2) сходится для всех .

Базовая сходимость: кубическая.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **sqrt\_oneminussqrtoneminusx\_div\_x**

Данный шаблон используется для имплементации разложения в ряд Маклорена функции . Данное разложение имеет следующий вид (53.1).

**Источник**: ряд (53.1) представлен в [2] раздел 1.114 пункт 1.

**Область сходимости**: ряд (53.1) сходится при .

Базовая сходимость: гиперлинейная.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **one\_minus\_sqrt\_1minus4x\_div\_2x**

Данный шаблон используется для имплементации разложения в ряд Маклорена функции . Данный ряд выводиться следующим образом (54.1).

**Источник:** ряд (54.1) представлен в [2] раздел 1.114 пункт 2.

**Область сходимости**: ряд (54.1) сходится при .

Базовая сходимость: гиперлинейная.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **arcsin\_x\_minus\_x\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения в ряд Маклорена функции . Воспользуемся разложением (55.1).

Перенося x в левую сторону, получим (55.2).

Произведя замену в ряде (55.2), получим итоговое разложение (55.3).

**Источник:** ряд (55.3) представлен в [1] раздел 5.2.13 пункт 7.

**Область сходимости**: ряд (55.3) сходится при .

Базовая сходимость: гиперлинейна.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **pi\_x\_minus\_x\_square\_square\_minus\_three\_pi\_x\_plus\_two\_pi\_square\_**

Данный шаблон используется для имплементации разложения функции в тригонометрический ряд Фурье. Разложение имеет следующий вид (56.1).

Произведя замену в ряде (56.1), получим итоговое разложение (56.2).

**Источник**: ряд (56.1) представлен в [1] раздел 5.4.15 пункт 1.

**Область сходимости**: ряд (56.2) сходится при .

Базовая сходимость: квадратичная.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **abs\_sin\_x\_minus\_2\_div\_pi\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения функции в тригонометрический ряд Фурье. Воспользуемся разложением (57.1).

Произведя замену в ряде (57.1), получим итоговое разложение (57.2).

**Источник**: ряд (57.1) представлен в [1] раздел 5.4.15 пункт 2.

**Область сходимости**: ряд (57.2) сходится при .

Базовая сходимость: квадратичная

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **pi\_minus\_3pi\_4\_and\_pi\_minus\_x\_minus\_3pi\_4\_series**

Данный шаблон используется для реализации разложения функции в тригонометрический ряд Фурье.

Функция – общего вида. Разложение функции общего вида в ряд Фурье имеет следующий вид (58.1).

Коэффициент вычисляется следующим образом (58.2).

Коэффициент вычисляется следующим образом (58.3).

Тогда для нашей функции имеем следующее разложение (58.4).

Произведя замену в ряде (58.4), получим итоговое разложение (58.5).

**Источник**: ряд (58.4) представлен в [1] раздел 5.4.15 пункт 3.

**Область сходимости**: ряд (58.5) сходится при .

Базовая сходимость: квадратичная.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **minus\_3\_div\_4\_or\_x\_minus\_3\_div\_4\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения периодической функции с периодом T=6 в тригонометрический ряд Фурье.

Функция – общего вида. Разложение функции общего вида имеет следующий вид (59.1).

Коэффициент вычисляется следующим образом (59.2).

Коэффициент вычисляется следующим образом (59.3).

Тогда для нашей функции имеем следующее разложение (59.4).

Произведя замену в ряде (58.4) и упростив выражение, получим итоговое разложение (59.5).

**Источник**: ряд (59.4) представлен в [1] раздел 5.4.15 пункт 4.

**Область сходимости**: ряд (59.5) сходится при .

Базовая сходимость: квадратичная.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **ten\_minus\_x\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения периодической функции в тригонометрический ряд Фурье.

Функция – нечётная, а значит в тригонометрическом ряде Фурье будут только синусы. Разложение нечетной функции по синусам имеет следующий вид (60.1).

Коэффициент вычисляется следующим образом (60.2).

Тогда для нашей функции имеем следующее разложение (60.3).

Произведя замену в ряде (60.3), получим итоговое разложение (60.4).

**Источник**: ряд (60.3) представлен в [1] раздел 5.4.15 пункт 5.

**Область сходимости**: ряд (60.4) сходится при .

Базовая сходимость: линейная.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **x\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения периодической функции в тригонометрический ряд Фурье.

Функция – нечётная, а значит в тригонометрическом ряде Фурье будут только синусы. Разложение нечетной функции по синусам имеет следующий вид (61.1).

Коэффициент вычисляется следующим образом (61.2).

Тогда для нашей функции имеем следующее разложение (61.3).

Произведя замену в ряде (61.3), получим итоговое разложение (61.4).

**Источник**: ряд (61.3) представлен в [1] раздел 5.4.15 пункт 6.

Область сходимости: ряд (61.4) сходится при .

Базовая сходимость: линейная.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **minus\_x\_minus\_pi\_4\_or\_minus\_pi\_4\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения функции в тригонометрический ряд Фурье.

Функция – общего вида. Разложение функции общего вида имеет следующий вид (62.1).

Коэффициент вычисляется следующим образом (62.2).

Коэффициент вычисляется следующим образом (62.3).

Тогда для нашей функции имеем следующее разложение (62.4).

Произведя замену в ряде (62.4), получим итоговое разложение (62.5).

**Источник**: ряд (62.4) представлен в [1] раздел 5.4.15 пункт 7.

**Область сходимости**: ряд (62.5) сходится при .

Базовая сходимость: квадратичная.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **one\_div\_two\_minus\_x\_multi\_three\_plus\_x\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения в ряд Лорана функции Данный ряд выводиться следующим образом (63.1).

**Источник**: ряд (63.1) представлен в [1] раздел 5.3.7 пункт 4.

**Область сходимости**: ряд (63.1) сходится при

Базовая сходимость: логарифмическая.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **si\_x\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения в ряд Маклорена функции . Разложение имеет следующий вид (64.1).

**Источник**: ряд (64.1) представлен в [1] раздел 5.2.9 пункт 15.

**Область сходимости**: ряд (64.1) сходится при .

Базовая сходимость: гиперлинейная.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **ci\_x\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения в ряд Маклорена функции . Данный ряд выводиться следующим образом (65.1).

Где – постоянная Эйлера – Маскерони. Её можно представить в следующем виде (65.2).

**Источник**: ряд (65.1) представлен в [1] раздел 5.2.9 пункт 12.

**Область сходимости**: ряд (65.1) сходится при

Базовая сходимость: гиперлинейная.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **riemann\_zeta\_func\_series**

Дзета-функция Римана - это функция комплексной переменной , при Данный шаблон используется для имплементации разложения в ряд Дирихле функции . Разложение имеет следующий вид (66.1).

Произведя замену в ряде (66.1), получим итоговое разложение (66.2).

**Источник**: ряд (66.1) представлен в [1] раздел II. 4.

**Область сходимости**: ряд (66.2) сходится при .

Базовая сходимость: логарифмическая.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **riemann\_zeta\_func\_xmin1\_div\_Riemann\_zeta\_func\_x\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения в ряд Дирихле функции , где - Дзета-функция Римана (см. 66). Разложение имеет следующий вид (67.1).

Коэффициент можно можно вычислить с помощью функции Эйлера (67.2)

Произведя замену в ряде (67.1) и подставляя выражение (67.2), получим итоговое разложение (67.3)

**Источник**: ряд (67.1) представлен в [1] раздел II. 4.

**Область сходимости**: ряд (67.3) сходится при .

Базовая сходимость: логарифмическая.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **xsquareplus3\_div\_xsquareplus2multix\_minus\_1\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения в ряд Маклорена функции в точке . Данный ряд выводиться следующим образом (68.1).

**Источник**: ряд (68.1) представлен в [1] раздел 5.2.9 пункт 11.

**Область сходимости**: ряд (68.1) сходится при .

Базовая сходимость: логарифмическая.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **arcsin\_x\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения в ряд Маклорена функции . Разложение имеет следующий вид (69.1).

**Область сходимости**: ряд (69.1) сходится при .

Базовая сходимость: todo

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **arctg\_x\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения в ряд Маклорена функции . Данный ряд имеет следующий вид (70.1).

**Область сходимости**: ряд (70.1) сходится при .

Базовая сходимость: линейная.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **k\_x\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения в ряд Тейлора функции , где k – эллиптический модуль (при ).

Разложение имеет следующий вид (71.1).

Произведя замену в ряде (71.1), получим итоговое разложение (71.2).

**Область сходимости**: ряд (71.2) сходится при .

Базовая сходимость: гиперлинейная.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **e\_x\_series**

, где k – эллиптический модуль

Данный шаблон предназначен для имплементации разложения в ряд Тейлора функции , где k – эллиптический модуль . Разложение имеет следующий вид (72.1).

**Область сходимости**: ряд (72.1) сходится при .

Базовая сходимость: todo

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **sqrt\_1plusx\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения в ряд Маклорена функции . Разложение имеет следующий вид (73.1).

**Источник**: ряд (73.1) представлен в [2] раздел 1.111 пункт 1.

**Область сходимости**: ряд (73.1) сходится при .

Базовая сходимость: todo

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **lambert\_W\_func\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения в ряд Маклорена W-функции Ламберта. Функция определяется как обратная функция к функции для комплексных w. С помощью теоремы Лагранжа об обращении рядов можно получить следующее выражение для ряда Тейлора в окрестности нуля (74.1).

Произведя замену в ряде (74.1), получим итоговое разложение (74.2).

**Область сходимости**: ряд (74.2) сходится при

Базовая сходимость: гиперлинейная.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **incomplete\_Gamma\_func\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения в ряд Тейлора функции , где s – параметр. Разложение имеет следующий вид (75.1).

**Область сходимости:** ряд сходится при и .

Базовая сходимость: гиперлиненая.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **series\_with\_ln\_number1**

Данный шаблон предназначен для имплементации ряда (76.2). Воспользуемся рядом (76.1).

Произведя замену в ряде (76.1), получим итоговое разложение (76.2).

**Область сходимости:** ряд сходится.

Базовая сходимость: гиперлиненая.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **series\_with\_ln\_number2**

Данный шаблон предназначен для имплементации ряда (77.2). Воспользуемся рядом (77.1).

Произведя замену в ряде (77.1), получим итоговое разложение (77.2).

**Область сходимости:** ряд сходится.

Базовая сходимость: логарифмическая.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **pi\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения числа в числовой ряд. Разложение имеет следующий вид (78.1).

**Область сходимости**: ряд (78.1) сходится

Базовая сходимость: линейная.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **x\_min\_sqrt\_x\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения в ряд Тейлора функции . Разложение имеет следующий вид (79.1)

В ряде (79.1) оператор обозначает биноминальный коэффициент.

**Область сходимости**: ряд (79.1) сходится при .

Базовая сходимость: todo

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **arctg\_x2\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения в ряд Маклорена функции . Воспользуемся стандартным разложением арктангенса (80.1).

При подстановке получим разложение (80.2).

**Область сходимости**: ряд (80.2) сходится при

Базовая сходимость: линейная.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **ln1px4\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения в ряд Маклорена функции . Воспользуемся стандартным разложением логарифма (81.1).

При подстановке получим разложение (81.2).

Произведя замену в ряде (81.2), получим итоговое разложение (81.3).

**Источник**: ряд (81.1) представлен в [2] раздел 1.12 пункт 2.

**Область сходимости**: ряд (81.3) сходится при .

Базовая сходимость: линейная.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **sin\_x2\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения в ряд Маклорена функции . Воспользуемся стандартным разложением синуса (82.1).

При подстановке получим разложение (82.2).

**Источник**: ряд (82.1) представлен в [2] раздел 1.411 пункт 1.

**Область сходимости**: ряд (82.2) сходится при .

Базовая сходимость: гиперлинейная.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **arctg\_x3\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения в ряд Маклорена функции . Воспользуемся стандартным разложением арктангенса (83.1).

При подстановке получим разложение (83.2).

**Область сходимости**: ряд (83.2) сходится при .

Базовая сходимость: линейная.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **arcsin\_x2\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения в ряд Маклорена функции . Данный ряд выводиться следующим образом (84.1).

**Область сходимости**: ряд (84.1) сходится при .

Базовая сходимость: гиперлинейная.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **ln1\_m\_x2\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения в ряд Маклорена функции . Данный ряд выводиться следующим образом (85.1).

Произведя замену в ряде (85.1), получим итоговое разложение (85.2).

**Источник**: ряд (85.1) представлен в [2] раздел 1.12 пункт 2

**Область сходимости**: ряд (85.2) сходится при .

Базовая сходимость: линейная.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **artanh\_x\_series**

Данный шаблон используется для используется для имплементации разложения в ряд Маклорена функции . Данный ряд выводиться следующим образом (86.1).

**Область сходимости**: ряд (86.1) сходится при

Базовая сходимость: линейная

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **arcsinh\_x\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения в ряд Маклорена функции . Данный ряд выводиться следующим образом (87.1).

Произведя замену в ряде (87.1), получим итоговое разложение (87.2).

**Область сходимости**: ряд (87.2) сходится при .

Базовая сходимость: гиперлиненая.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **cos\_x2\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения в ряд Маклорена функции . Воспользуемся стандартным разложением косинуса (88.1)

При подстановке получим разложение (88.2).

**Источник**: ряд (88.1) представлен в [2] раздел 1.411 пункт 3.

**Область сходимости**: ряд (88.2) сходится при .

Базовая сходимость: гиперлиненая.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **sinh\_x2\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения в ряд Маклорена функции . Воспользуемся стандартным разложением гиперболического синуса (89.1)

При подстановке получим разложение (89.2).

**Источник**: ряд (89.1) представлен в [2] раздел 1.411 пункт 5.

**Область сходимости**: ряд (89.2) сходится при

Базовая сходимость: гиперлиненая.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **arctanh\_x2\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения в ряд Маклорена функции . Воспользуемся стандартным разложением обратного гиперболического тангенса (90.1)

При подстановке получим разложение (90.2).

**Область сходимости**: ряд (90.2) сходится при .

Базовая сходимость: линейная.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **cos3xmin1\_div\_xsqare\_series**

Данный шаблон используется для реализации ряда Маклорена функции Данный ряд выводиться следующим образом

**Источник**: ряд (90.1)

Область сходимости: ряд сходится при

Базовая сходимость: todo

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **two\_degree\_x\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения в ряд Маклорена функции . Данный ряд выводиться следующим образом (92.1).

**Источник**: ряд (92.1)

**Область сходимости**: ряд (92.1) сходится при

Базовая сходимость: гиперлинейная.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **sqrt\_1plusx\_min\_1\_min\_x\_div\_2\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения в ряд Маклорена функции . Данный ряд выводиться следующим образом (93.1).

где – биноминальный коэффициент.

Сдвинув для удобства ряд (93.1) на 2, получим итоговое разложение (93.2).

**Источник**: ряд (93.1)

**Область сходимости**: ряд (93.2) сходится при .

Базовая сходимость: гиперлинейная.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **ln13\_min\_ln7\_div\_7\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения в ряд числа . Разложение имеет следующий вид (94.1).

Произведя замену в ряде (94.1) и домножив обе части равенства на , получим итоговое разложение (94.2).

**Источник**: ряд (94.1)

**Область сходимости**: ряд (94.2) сходится при .

Базовая сходимость: логорифмическая.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **Ja\_x\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения в ряд Маклорена функции – функции Бесселя первого рода, где – порядок. Разложение имеет следующий вид (95.1).

Здесь – гамма-функция Эйлера.

**Источник**: ряд (95.1) в [1] глава 5.2.10 пункт 7.

**Область сходимости**: ряд (95.1) сходится при .

Базовая сходимость: гиперлинейная.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **one\_div\_sqrt2\_sin\_xdivsqrt2\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения в ряд Маклорена функции . Разложение имеет следующий вид (96.1).

В формуле (96.1), обозначает функцию Бесселя первого рода порядка .

**Источник**: ряд (96.1)

**Область сходимости**: ряд (96.1) сходится при

Базовая сходимость: гиперлинейная.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **ln\_1plusx\_div\_1plusx2**

Данный шаблон используется для имплементации разложения в ряд Маклорена функции . Разложение имеет следующий вид (97.1).

**Источник**: ряд (97.1) представлен в [1]

**Область сходимости**: ряд (97.1) сходится при .

Базовая сходимость: логорифмическая.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **cos\_sqrt\_x**

Данный шаблон используется для имплементации разложения в ряд Маклорена функции . Воспользуемся стандартным разложением косинуса (98.1)

Подставляя вместо , получаем итоговое разложение (98.2).

**Источник**: ряд (98.1) представлен в [1]

**Область сходимости**: ряд (98.2) сходится при .

Базовая сходимость: гиперлинейная.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **ln\_1\_plus\_x3**

Данный шаблон используется для имплементации разложения в ряд Маклорена функции . Воспользуемся стандартным разложением логарифма (99.1).

Подставляя в ряд (99.1), получим (99.2).

Произведя замену в ряде (99.2) и домножив обе части равенства на , получим итоговое разложение (99.3).

**Источник**: ряд (99.1) представлен в [1]

**Область сходимости**: ряд (99.3) сходится при .

Базовая сходимость: линейная.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **x\_div\_1minx**

Данный шаблон используется для имплементации разложения в ряд Маклорена функции . Разложение имеет следующий вид (100.1).

**Источник**: ряд (100.1) представлен в [1]

**Область сходимости**: ряд (100.1) сходится при .

Базовая сходимость: гиперлинейная.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

101. x\_div\_1minx2 – ряд для

Данный шаблон используется для реализации ряда Маклорена функции Данный ряд выводиться следующим образом

Область сходимости: ряд сходится при

Базовая сходимость: todo

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

102. gamma\_series – Гармонический ряд

Гармонический ряд имеет вид

Область сходимости: ряд расходится

Базовая сходимость: todo

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **Список литературы**

1. Прудников А. П. Интегралы и Ряды. В 3 т. Т. 1. Элементарные функции / А. П. Прудников, Ю. А. Брычков, О. И. Маричев; Издательская фирма “Физико-математическая литература”. – Москва, 2002. – 631 с. ISBN 5-9221-0323-7.
2. Gradshteyn I. S. Table of Integrals, Series, and Products: Seventh Edition / I.S. Gradshteyn, I.M. Ryzhik; Academic Press. – Burlington: 30 Corporate Drive, Suite 400, Burlington, MA 01803, USA, 2007. – 1220 c. ISBN-13: 978-0-12-373637-6.