Оглавление

[**1.** **exp\_series** 3](#_Toc197873937)

[**2.** **cos\_series** 3](#_Toc197873938)

[**3.** **sin\_series** 4](#_Toc197873939)

[**4.** **cosh\_series** 4](#_Toc197873940)

[**5.** **sinh\_series** 5](#_Toc197873941)

[**6.** **bin\_series** 5](#_Toc197873942)

[**7.** **four\_arctan\_series** 6](#_Toc197873943)

[**8.** **ln1mx\_series** 7](#_Toc197873944)

[**9.** **mean\_sinh\_sin\_series** 7](#_Toc197873945)

[**10.** **exp\_squared\_erf\_series** 8](#_Toc197873946)

[**11.** **xmb\_Jb\_two\_series** 8](#_Toc197873947)

[**12.** **half\_asin\_two\_x\_series** 9](#_Toc197873948)

[**13.** **inverse\_1mx\_series** 9](#_Toc197873949)

[**14.** **x\_1mx\_squared\_series** 10](#_Toc197873950)

[**15.** **erf\_series** 11](#_Toc197873951)

[**16.** **m\_fact\_1mx\_mp1\_inverse\_series** 11](#_Toc197873952)

[**17.** **inverse\_sqrt\_1m4x\_series** 12](#_Toc197873953)

[**18.** **one\_twelfth\_3x2\_pi2\_series** 12](#_Toc197873954)

[**19.** **one\_twelfth\_x2\_pi2\_series** 13](#_Toc197873955)

[**20.** **ln2\_series** 13](#_Toc197873956)

[**21.** **one\_series** 14](#_Toc197873957)

[**22.** **minus\_one\_quarter\_series** 14](#_Toc197873958)

[**23.** **pi\_3\_series** 15](#_Toc197873959)

[**24.** **pi\_4\_series** 15](#_Toc197873960)

[**25.** **pi\_squared\_6\_minus\_one\_series** 16](#_Toc197873961)

[**26.** **three\_minus\_pi\_series** 16](#_Toc197873962)

[**27.** **one\_twelfth\_series** 16](#_Toc197873963)

[**28.** **eighth\_pi\_m\_one\_third\_series** 17](#_Toc197873964)

[**29.** **one\_third\_pi\_squared\_m\_nine\_series** 17](#_Toc197873965)

[**30.** **four\_ln2\_m\_3\_series** 18](#_Toc197873966)

[**31.** **exp\_m\_cos\_x\_sinsin\_x\_series** 18](#_Toc197873967)

[**32.** **pi\_four\_minus\_ln2\_halfed\_series** 18](#_Toc197873968)

[**33.** **five\_pi\_twelve\_series** 19](#_Toc197873969)

[**34.** **x\_two\_series** 19](#_Toc197873970)

[**35.** **pi\_six\_min\_half\_series** 20](#_Toc197873971)

[**36.** **x\_two\_throught\_squares\_series** 20](#_Toc197873972)

[**37.** **minus\_one\_ned\_in\_n\_series** 20](#_Toc197873973)

[**38.** **minus\_one\_n\_fact\_n\_in\_n\_series** 21](#_Toc197873974)

[**39.** **ln\_x\_plus\_one\_x\_minus\_one\_halfed\_series** 21](#_Toc197873975)

[**40.** **two\_arcsin\_square\_x\_halfed\_series** 22](#_Toc197873976)

[**41.** **pi\_squared\_twelve\_series** 23](#_Toc197873977)

[**42.** **pi\_cubed\_32\_series** 24](#_Toc197873978)

[**43.** **minus\_three\_plus\_ln3\_three\_devided\_two\_plus\_two\_ln2\_series** 25](#_Toc197873979)

[**44.** **two\_ln2\_series** 25](#_Toc197873980)

[**45.** **pi\_x\_multi\_e\_xpi\_plus\_e\_minusxpi\_divided\_e\_xpi\_minus\_e\_minusxpi** 26](#_Toc197873981)

[**46.** **pi\_minus\_x\_2** 27](#_Toc197873982)

[**48.** **half\_minus\_sinx\_multi\_pi\_4** 29](#_Toc197873983)

[**49.** **ln\_1plussqrt1plusxsquare\_minus\_ln\_2** 29](#_Toc197873984)

[**50.** **ln\_cosx** 30](#_Toc197873985)

[**51.** **ln\_sinx\_minus\_ln\_x** 31](#_Toc197873986)

[**52. pi\_8\_cosx\_square\_minus\_1\_div\_3\_cosx** 31](#_Toc197873987)

[**53. sqrt\_oneminussqrtoneminusx\_div\_x** 32](#_Toc197873988)

[**54. one\_minus\_sqrt\_1minus4x\_div\_2x** 32](#_Toc197873989)

[**55. arcsin\_x\_minus\_x\_series** 33](#_Toc197873990)

[**56. pi\_x\_minus\_x\_square\_square\_minus\_three\_pi\_x\_plus\_two\_pi\_square\_** 33](#_Toc197873991)

[**57. abs\_sin\_x\_minus\_2\_div\_pi\_series** 34](#_Toc197873992)

[**58. pi\_minus\_3pi\_4\_and\_pi\_minus\_x\_minus\_3pi\_4\_series** 35](#_Toc197873993)

[**59. minus\_3\_div\_4\_or\_x\_minus\_3\_div\_4\_series** 36](#_Toc197873994)

[**60. ten\_minus\_x\_series** 37](#_Toc197873995)

[**61. x\_series** 38](#_Toc197873996)

[**62. minus\_x\_minus\_pi\_4\_or\_minus\_pi\_4\_series** 38](#_Toc197873997)

[**63. one\_div\_two\_minus\_x\_multi\_three\_plus\_x\_series** 39](#_Toc197873998)

[**64. si\_x\_series** 40](#_Toc197873999)

[**65. Ci\_x\_series** 40](#_Toc197874000)

[**68. xsquareplus3\_div\_xsquareplus2multix\_minus\_1\_series** 41](#_Toc197874001)

[**69. arcsin\_x\_series** 41](#_Toc197874002)

[**70. arctg\_x\_series** 41](#_Toc197874003)

[**73. sqrt\_1plusx\_series** 42](#_Toc197874004)

[**78. pi\_series** 42](#_Toc197874005)

[**80. arctg\_x2\_series** 42](#_Toc197874006)

[**82. sin\_x2\_series** 43](#_Toc197874007)

[**83. arctg\_x3\_series** 43](#_Toc197874008)

[**Список литературы** 44](#_Toc197874009)

**Используемые ряды**

# **exp\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения в ряд Маклорена функции . В общем виде ряд выглядит следующим образом (1.1).

В коде, члены данного ряда вычисляются рекуррентно, при этом n-ый член ряда вычисляется на основе -го по формуле (1.2).

**Область сходимости**: ряд (1.1) сходится абсолютно и равномерно для всех .

Базовая сходимости: гиперлинейная.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **cos\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения в ряд Маклорена функции . В общем виде ряд выглядит следующим образом (2.1).

В коде, члены данного ряда вычисляются рекуррентно, при этом n-ый член ряда вычисляется на основе -го по формуле (2.2).

**Область сходимости**: ряд (2.1) сходится для всех .

Базовая сходимость: гиперлинейная.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **sin\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения в ряд Маклорена функции . В общем виде ряд выглядит следующим образом (3.1).

В коде, члены данного ряда вычисляются рекуррентно, при этом n-ый член ряда вычисляется на основе -го по формуле (3.2).

**Область сходимости**: ряд (3.1) сходится для всех .

Базовая сходимость: гиперлинейная.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **cosh\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения в ряд Маклорена функции . В общем виде ряд выглядит следующим образом (4.1).

В коде, члены данного ряда вычисляются рекуррентно, при этом n-ый член ряда вычисляется на основе -го по формуле (4.2).

**Область сходимости**: ряд (4.1) сходится для всех .

Базовая сходимость: гиперлинейная.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **sinh\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения в ряд Маклорена функции . В общем виде ряд выглядит следующим образом (5.1).

В коде, члены данного ряда вычисляются рекуррентно, при этом n-ый член ряда вычисляется на основе -го по формуле (5.2).

**Область сходимости**: ряд (5.1) сходится для всех .

Базовая сходимость: гиперлинейная.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **bin\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения в ряд Маклорена бинома Ньютона по степеням . В общем виде ряд выглядит следующим образом (6.1).

где – обобщенный биномиальный коэффициент, который вычисляется в по следующей формуле (6.2).

**Область сходимости**: ряд (6.1) сходится для всех .

Базовая сходимость: гиперлинейная.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **four\_arctan\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения модифицированного ряда для арктангенса в ряд Маклорена. Данный ряд особенно удобен для вычисления π, ведь при – получаем ряд Лейбница. В общем виде ряд выглядит следующим образом (7.1).

**Область сходимости**: ряд (7.1) сходится для всех .

Базовая сходимость: логарифмическая, при ; гиперлинейная, при .

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **ln1mx\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения в ряд Маклорена функции . В общем виде ряд выглядит следующим образом (8.1).

**Область сходимости**: ряд (8.1) сходится для всех .

Базовая сходимость: линейная.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **mean\_sinh\_sin\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения в ряд Маклорена функции .

Данный ряд выводится следующим образом (9.1).

**Область сходимости**: ряд (9.1) сходится для всех .

Базовая сходимость: гиперлинейная.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **exp\_squared\_erf\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения в ряд Маклорена функции . – функция ошибок Гаусса, которая в общем виде выглядит следующим образом (10.1)

Функция ошибок может быть разложена в ряд Тейлора следующим образом (10.2).

Для функции имеем следующее разложение (10.3).

В формуле (10.3) выражение обозначает гамма-функцию.

**Источник**: [1] глава 5.2.9 пункт 18.

**Область сходимости**: ряд (10.3) сходится для всех .

Базовая сходимость: гиперлинейная.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **xmb\_Jb\_two\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения в ряд Маклорена функции , где – функция Бесселя первого рода порядка b. Фунция Бесселя задается следующим образом (11.1).

Где b – порядок.

Функция Бесселя первого рода раскладывается в ряд Маклорена следующим образом (11.2).

Тогда для функции имеем разложение (11.3).

**Источник**: [1] глава 5.2.10 пункт 7.

**Область сходимости**: ряд (11.3) сходится для всех

Базовая сходимость: гиперлиненая.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **half\_asin\_two\_x\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения в ряд Маклорена функции . Данный ряд выводится следующим образом (12.1).

**Источник**: [1] глава 5.2.13 пункт 10.

**Область сходимости**: ряд (12.1) сходится для всех .

Базовая сходимость: гиперлиненая.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **inverse\_1mx\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения в ряд Маклорена функции . Данный ряд имеет следующий вид (13.1).

**Область сходимости**: ряд (13.1) сходится для всех .

Базовая сходимость: линейная.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **x\_1mx\_squared\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения в ряд Маклорена функции . Данный ряд выводится следующим образом.

Из (13.1) имеем следующее разложение (14.1).

Продифференцировав (14.1), получим (14.2).

Тогда имеем соотношение (14.3).

Итак, получаем следующее выражение для искомого ряда (14.4).

**Область сходимости**: ряд (14.4) сходится для всех .

Базовая сходимость: линейная.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **erf\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения в ряд Маклорена функции . Функция erf(x) – функция ошибок Гаусса, которая определяется следующим образом (15.1).

Разложение в ряд Маклорена для этой функции имеет вид (15.2).

Тогда для искомой функции получаем (15.3).

**Область сходимости**: ряд (15.3) сходится для всех .

Базовая сходимость: гиперлинейная.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **m\_fact\_1mx\_mp1\_inverse\_series**

Данный шаблон используется для имплементации ряда Маклорена функции . Данный ряд выводится следующим образом.

Формула для обобщенного биномиального ряда записывается в виде (16.1).

Для искомой функции получим следующее выражение (16.2).

**Область сходимости**: ряд (16.2) сходится для всех .

Базовая сходимость: гиперлинейная.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **inverse\_sqrt\_1m4x\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения в ряд Маклорена функции . Данный ряд выводится следующим образом (17.1).

**Область сходимости**: ряд (17.1) сходится для всех .

Базовая сходимость: гиперлинейная.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **one\_twelfth\_3x2\_pi2\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения в тригонометрический ряд Фурье функции .

Функция – четная, а значит в тригонометрическом ряде Фурье будут только косинусы. Разложение четной функции по косинусам имеет вид (18.1).

Тогда для искомой функции имеем следующее разложение (18.2).

**Область сходимости**: ряд (18.2) сходится для всех

Базовая сходимость: квадратичная.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **one\_twelfth\_x2\_pi2\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения функции в тригонометрический ряд Фурье.

Функция является нечетной, а значит в ее разложении будут только синусы. Разложение нечетной функции по синусам имеет следующий вид (19.1).

Таким образом, для нашего ряда имеем следующее разложение (19.2).

**Область сходимости**: ряд (32) сходится для всех .

Базовая сходимость: кубическая.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **ln2\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения функции в числовой ряд. Разложение выводится следующим образом (20.1).

**Сходимость**: ряд (33) сходится условно, не абсолютно.

Базовая сходимость: линейная.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **one\_series**

Существует множество способов разложить 1 в ряд. В данном шаблоне 1 представляется в виде ряда (21.1)

Данный ряд выводится следующим образом. Рассмотрим соотношение (21.2).

Тогда при суммировании на бесконечности получим (21.3).

Все внутренние члены взаимно сокращаются и выражение принимает вид (21.4).

**Сходимость**: ряд (21.1) сходится абсолютно.

Базовая сходимость: линейная.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **minus\_one\_quarter\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения числа в числовой ряд. Разложение имеет следующий вид (22.1).

**Источник**: [1] глава 5.1.7 пункт 4.

**Сходимость**: ряд сходится (22.1) абсолютно.

Базовая сходимость: линейная.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **pi\_3\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения числа в числовой ряд. Разложение имеет следующий вид (23.1).

**Источник**: [1] глава 5.1.17 стр. 537 номер 7.

**Сходимость**: ряд (23.1) сходится.

Базовая сходимость: кубическая.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **pi\_4\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения числа в числовой ряд. Разложение выводится следующим образом: для начала воспользуемся разложением арктангенса в ряд Маклорена (24.1).

При подстановке получим (24.2).

Сходимость: ряд (24.2) сходится.

Базовая сходимость: линейная.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **pi\_squared\_6\_minus\_one\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения числа в числовой ряд. Для вывода данного разложения воспользуемся разложением для 1 (21.1) и рядом Эйлера (25.1).

Итак, получим следующее выражение для искомой функции (25.2).

Сходимость: ряд (25.2) сходится.

Базовая сходимость: кубическая.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **three\_minus\_pi\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения числа в числовой ряд. Разложение имеет следующий вид (26.1).

**Источник**: [1] глава 5.1.16 стр. 535 пункт 12.

**Сходимость**: ряд (26.1) сходится абсолютно.

Базовая сходимость: кубическая.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **one\_twelfth\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения числа в числовой ряд. Разложение имеет следующий вид (27.1).

**Источник**: [1] глава 5.1.18 стр. 538 пункт 1.

**Сходимость**: ряд (27.1) сходится.

Базовая сходимость: кубическая.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **eighth\_pi\_m\_one\_third\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения числа в числовой ряд. Разложение имеет следующий вид (28.1).

**Источник**: [1] глава 5.1.18 стр. 538 пункт 2.

**Сходимость**: ряд (28.1) сходится абсолютно.

Базовая сходимость: кубическая.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **one\_third\_pi\_squared\_m\_nine\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения числа в числовой ряд. Разложение имеет следующий вид (29.1).

**Источник**: [1] глава 5.1.21 стр. 541 пункт 6.

**Сходимость**: ряд (29.1) сходится абсолютно.

Базовая сходимость: линейная четвертого порядка.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **four\_ln2\_m\_3\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения числа в числовой ряд. Разложение имеет следующий вид (30.1).

**Источник**: [1] глава 5.1.21 стр. 541 пункт 7.

**Сходимость**: ряд (30.1) сходится.

Базовая сходимость: линейная четвертого порядка.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **exp\_m\_cos\_x\_sinsin\_x\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения в тригонометрический ряд функции . Разложение имеет следующий вид (31.1).

**Источник**: [1] глава 5.4.7 стр. 581 пункт 2

**Область сходимости**: ряд (31.1) сходится для всех .

Базовая сходимость: гиперлинейная.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **pi\_four\_minus\_ln2\_halfed\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения числа в числовой ряд. Данный ряд имеет следующий вид (32.1).

**Источник**: [1] глава 5.1.2 стр. 526 пункт 4.

**Сходимость:** ряд (32.1) сходится условно.

Базовая сходимость: линейная.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **five\_pi\_twelve\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения числа в числовой ряд. Данный ряд имеет следующий вид (33.1).

**Источник**: [1] глава 5.1.4 стр. 528 пункт 5.

**Сходимость:** ряд (33.1) сходится условно.

Базовая сходимость: линейная.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **x\_two\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения функции в числовой ряд. Рассмотрим разложение в числовой ряд (34.1).

Тогда для имеем (34.2).

**Источник:** ряд (34.1) в [1] глава 5.1.9 стр. 531 пункт 1.

**Сходимость:** ряд (34.2) сходится абсолютно для любого .

Базовая сходимость: квадратичная.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **pi\_six\_min\_half\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения числа в числовой ряд. Данный ряд имеет следующий вид (35.1).

**Источник:** [1] глава 5.1.13 стр. 534 пункт 7.

**Сходимость:** ряд (35.1) сходится абсолютно.

Базовая сходимость: квадратичная.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **x\_two\_throught\_squares\_series**

Данный шаблон является вторым вариантом имплементации разложения функции в числовой ряд. Рассмотрим другой вариант разложения в числовой ряд (36.1).

Тогда для имеем (36.2).

**Источник:** ряд (36.1) в [1] глава 5.1.27 стр. 552 пункт 15.

**Сходимость:** ряд (36.2) сходится абсолютно для любого .

Базовая сходимость: линейная четвертого порядка.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **minus\_one\_ned\_in\_n\_series**

Данный шаблон используется для имплементации ряда . Сумма

ряда определяется следующим образом (37.1).

**Источник:** ряд (37.1) в [1] глава 5.1.30 стр. 553 пункт 2.

Умножая на получим (37.2).

**Сходимость:** ряд (37.2) сходится для любого .

Базовая сходимость: сверхэкспоненциальная.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **minus\_one\_n\_fact\_n\_in\_n\_series**

Данный шаблон используется для имплементации ряда . Сумма ряда определяется следующим образом (38.1).

**Источник:** ряд (38.1) в [1] глава 5.1.30 стр. 554 пункт 4

Умножая на получим (38.2).

**Сходимость:** ряд (38.2) сходится для любого .

Базовая сходимость: сверхэкспоненциальная.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **ln\_x\_plus\_one\_x\_minus\_one\_halfed\_series**

Данный шаблон предназначен для имплементации разложения в ряд Маклорена функции . Данный ряд выводится следующим образом.

Для начала, преобразуем исходную функцию (39.1).

Заметим, что в выражении (39.1) при нечетных сумма будет давать 0, при четных 2. Значит, можем представить этот ряд в виде (39.2).

Перемножая, получаем искомое разложение (39.3).

**Источник**: ряд (39.3) представлен в [1] глава 5.2.4 стр. 557 п. 8.

**Область сходимости**: ряд (39.3) сходится для всех

Базовая сходимость: линейная.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **two\_arcsin\_square\_x\_halfed\_series**

Данный шаблон предназначен для имплементации разложения в ряд Маклорена функции . Данный ряд выводится следующим образом. Рассмотрим разложение функции арксинуса в ряд Маклорена (40.1).

Применяя произведение Коши двух степенных рядов, получим (40.2).

Далее, подставим в (40.2) вместо x и домножим на 2, получим (40.3).

**Источник**: ряд (40.3) представлен в [1] глава 5.2.14 стр. 567 п. 3.

**Область сходимости**: ряд (40.3) сходится для всех .

Базовая сходимость: гиперлинейная.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **pi\_squared\_twelve\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения числа в числовой ряд. Разложение имеет следующий вид (41.1).

Докажем равенство (41.1). Воспользуемся рядом обратных квадратов (41.2).

Преобразуем правую часть равенства (41.2) следующим образом (41.3).

Пользуясь (41.1) и (41.2) имеем (41.4).

Из (41.4) получаем равенство (41.5).

Далее, подставляя (41.5) в (41.3) и смещая ряд на 1, получим разложение (41.1).

**Сходимость:** ряд (41.1) сходится.

Базовая сходимость: квадратичная.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **pi\_cubed\_32\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения числа в числовой ряд. Разложение имеет следующий вид (42.1).

Произведя замену в ряде (42.1), получим итоговое разложение (42.2).

**Источник**: ряд (42.1) представлен в [2] раздел 0.234 пункт 4.

**Сходимость:** ряд (42.2) сходится условно.

Базовая сходимость: линейная

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **minus\_three\_plus\_ln3\_three\_devided\_two\_plus\_two\_ln2\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения числа в числовой ряд. Разложение имеет следующий вид (43.1).

Произведя замену в ряде (43.1), получим итоговое разложение (43.2).

**Источник**: ряд (43.1) представлен в [2] раздел 0.236 пункт 3.

**Сходимость:** ряд (43.2) сходится абсолютно.

Базовая сходимость: кубическая

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **two\_ln2\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения числа в числовой ряд. Разложение имеет следующий вид (44.1).

Произведя замену в ряде (44.1), получим итоговое разложение (44.2).

**Источник**: ряд (44.1) представлен в [2] раздел 0.236 пункт 6.

**Сходимость:** ряд (44.2) сходится.

Базовая сходимость: кубическая.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **pi\_x\_multi\_e\_xpi\_plus\_e\_minusxpi\_divided\_e\_xpi\_minus\_e\_minusxpi**

Данный шаблон используется для имплементации разложения в ряд Маклорена функции . Воспользуемся разложением (45.1).

Домножим обе части равенства (45.1) на .

Преобразуем правую часть равенства (45.2).

Вычитая единицу с обоих сторон и производя замену в ряде (45.3), получим итоговое разложение (45.4).

**Источник**: ряд (45.1) представлен в [2] раздел 1.217 пункт 1.

**Область сходимости**: ряд (45.4) сходится для всех ; также при ряд обращается в нуль.

Базовая сходимость: квадратичная.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **pi\_minus\_x\_2**

Данный шаблон предназначен для имплементации разложения в тригонометрический ряд Фурье функции . – функция общего вида.

Разложение функции общего вида в ряд Фурье имеет следующий вид (46.1).

Коэффициент вычисляется следующим образом (46.2).

Коэффициент вычисляется следующим образом (46.3).

Тогда для нашей функции имеем следующее разложение (46.4).

Произведя замену в ряде (46.4), получим итоговое разложение (46.5).

**Область сходимости**: ряд (46.5) сходится для всех .

Базовая сходимость: линейная

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

1. **half\_multi\_ln\_1div2multi1minuscosx**

Данный шаблон предназначен для имплементации разложения в тригонометрический ряд Фурье функции . – четная функция. Разложение четной функции в ряд Фурье имеет следующий вид (47.1).

С помощью тригонометрических формул и преобразования логарифма преобразуем исходную функцию (47.2).

Коэффициент вычисляется следующим образом (47.3).

Тогда для нашей функции имеем следующее разложение (47.4).

Произведя замену в ряде (47.4), получим итоговое разложение (47.5).

**Область сходимости**: ряд (47.5) сходится для всех .

Базовая сходимость: линейная

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **half\_minus\_sinx\_multi\_pi\_4**

Данный шаблон предназначен для имплементации разложения в тригонометрический ряд Фурье функции . Воспользуемся разложением (48.1).

Произведя замену в ряде (48.1), получим итоговое разложение (48.2).

**Источник**: ряд (48.1) представлен в [2] раздел 1.444 пункт 7.

**Область сходимости**: ряд (48.2) сходится для всех .

Базовая сходимость: квадратичная.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **ln\_1plussqrt1plusxsquare\_minus\_ln\_2**

Данный шаблон предназначен для имплементации разложения в ряд Маклорена функции . Воспользуемся разложением (49.1).

Перенеся слагаемое в левую часть равенства (49.1) и занося минус под знак суммирования получим (49.2).

Произведя замену в ряде (49.2), получим итоговое разложение (49.3).

**Источник**: ряд (49.1) представлен в [2] раздел 1.515 пункт 1.

**Область сходимости**: ряд (49.3) сходится для всех

Базовая сходимость: гиперлинейная.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **ln\_cosx**

Данный шаблон предназначен для имплементации разложения в ряд Маклорена функции . Данный ряд имеет следующий вид (50.1).

Произведя замену в ряде (50.1), получим итоговое разложение (50.2).

**Источник**: ряд (50.1) представлен в [2] раздел 1.518 пункт 1.

**Область сходимости**: ряд (50.2) сходится для всех .

Базовая сходимость: линейная

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **ln\_sinx\_minus\_ln\_x**

Данный шаблон предназначен для имплементации разложения в ряд Маклорена функции . Воспользуемся разложением (51.1).

Произведя замену в ряде (51.1), получим итоговое разложение (51.2).

**Источник**: ряд (51.1) представлен в [2] раздел 1.521 пункт 2.

**Область сходимости**: ряд (51.2) сходится для всех .

Базовая сходимость: квадратичная.

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **52. pi\_8\_cosx\_square\_minus\_1\_div\_3\_cosx**

Данный шаблон используется для имплементации разложения в ряд Маклорена функции . Данный ряд выводиться следующим образом (68).

Область сходимости: ряд (68) сходится при

Базовая сходимость: todo

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **53. sqrt\_oneminussqrtoneminusx\_div\_x**

Данный шаблон используется для имплементации разложения в ряд Маклорена функции . Данный ряд выводиться следующим образом (69).

Область сходимости: ряд (69) сходится при

Базовая сходимость: todo

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **54. one\_minus\_sqrt\_1minus4x\_div\_2x**

Данный шаблон используется для имплементации разложения в ряд Маклорена функции . Данный ряд выводиться следующим образом (70).

Область сходимости: ряд (70) сходится при

Базовая сходимость: todo

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **55. arcsin\_x\_minus\_x\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения в ряд Маклорена функции . Данный ряд выводиться следующим образом (71).

Перенося x в левую сторону, получим (72).

Область сходимости: ряд (72) сходится при

Базовая сходимость: todo

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **56. pi\_x\_minus\_x\_square\_square\_minus\_three\_pi\_x\_plus\_two\_pi\_square\_**

Данный шаблон используется для имплементации разложения функции в тригонометрический ряд Фурье.

Функция – нечётная, а значит в тригонометрическом ряде Фурье будут только синусы. Разложение нечетной функции по синусам имеет следующий вид (73).

Коэффициент вычисляется следующим образом (74).

Итого, для нашей функции имеем следующее разложение (75).

Область сходимости: ряд (75) сходится абсолютно при .

Базовая сходимость: todo

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **57. abs\_sin\_x\_minus\_2\_div\_pi\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения функции в тригонометрический ряд Фурье.

Функция – чётная, а значит в тригонометрическом ряде Фурье будут только косинусы. Разложение четной функции по косинусам имеет следующий вид (76).

Коэффициент вычисляется следующим образом (77).

Тогда для нашей функции имеем следующее разложение (78).

Область сходимости: ряд (78) сходится при .

Базовая сходимость: todo

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **58. pi\_minus\_3pi\_4\_and\_pi\_minus\_x\_minus\_3pi\_4\_series**

Данный шаблон используется для реализации разложения функции в тригонометрический ряд Фурье.

Функция – общего вида. Разложение функции общего вида в ряд Фурье имеет следующий вид (79).

Коэффициент вычисляется следующим образом (80).

Коэффициент вычисляется следующим образом (81).

Тогда для нашей функции имеем следующее разложение (82).

Область сходимости: todo

Базовая сходимость: todo

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **59. minus\_3\_div\_4\_or\_x\_minus\_3\_div\_4\_series**

Данный шаблон используется для реализации разложения периодической функции с периодом T=6 в тригонометрический ряд Фурье.

Функция – общего вида. Разложение функции общего вида имеет следующий вид (83).

Коэффициент вычисляется следующим образом (84).

Коэффициент вычисляется следующим образом (85).

Тогда для нашей функции имеем следующее разложение (86).

Область сходимости: todo

Базовая сходимость: todo

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **60. ten\_minus\_x\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения периодической функции в тригонометрический ряд Фурье.

Функция – нечётная, а значит в тригонометрическом ряде Фурье будут только синусы. Разложение нечетной функции по синусам имеет следующий вид (87).

Коэффициент вычисляется следующим образом (88).

Тогда для нашей функции имеем следующее разложение (89).

Область сходимости: ряд (89) сходится при .

Базовая сходимость: todo

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **61. x\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения периодической функции в тригонометрический ряд Фурье.

Функция – нечётная, а значит в тригонометрическом ряде Фурье будут только синусы. Разложение нечетной функции по синусам имеет следующий вид (90).

Коэффициент вычисляется следующим образом (91).

Тогда для нашей функции имеем следующее разложение (92).

Область сходимости: ряд (92) сходится при (-∞; +∞)

Базовая сходимость: todo

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **62. minus\_x\_minus\_pi\_4\_or\_minus\_pi\_4\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения функции в тригонометрический ряд Фурье.

Функция – общего вида. Разложение функции общего вида имеет следующий вид (93).

Коэффициент вычисляется следующим образом (94).

Коэффициент вычисляется следующим образом (95).

Тогда для нашей функции имеем следующее разложение (96).

Область сходимости: todo

Базовая сходимость: todo

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **63. one\_div\_two\_minus\_x\_multi\_three\_plus\_x\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения в ряд Лорана функции Данный ряд выводиться следующим образом (97).

Область сходимости: ряд (97) сходится при

Базовая сходимость: todo

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **64. si\_x\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения в ряд Маклорена функции . Данный ряд выводиться следующим образом (98).

Область сходимости: ряд сходится при

Базовая сходимость: todo

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **65. Ci\_x\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения в ряд Маклорена функции . Данный ряд выводиться следующим образом (99).

Где – постоянная Эйлера – Маскерони. Её можно представить в следующем виде (100).

Область сходимости: ряд (99) сходится при

Базовая сходимость: todo

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **68. xsquareplus3\_div\_xsquareplus2multix\_minus\_1\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения в ряд Маклорена функции . Данный ряд выводиться следующим образом (101).

Область сходимости: ряд (101) сходится при

Базовая сходимость: todo

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **69. arcsin\_x\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения в ряд Маклорена функции . Данный ряд имеет следующий вид (102).

Область сходимости: ряд (102) сходится при

Базовая сходимость: todo

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **70. arctg\_x\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения в ряд Маклорена функции . Данный ряд имеет следующий вид (103).

Область сходимости: ряд (103) сходится при .

Базовая сходимость: todo

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **73. sqrt\_1plusx\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения в ряд Маклорена функции . Данный ряд имеет следующий вид (104).

Область сходимости: ряд (104) сходится при .

Базовая сходимость: todo

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **78. pi\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения числа в числовой ряд. Разложение имеет следующий вид (105).

Область сходимости: ряд (105) сходится

Базовая сходимость: todo

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **80. arctg\_x2\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения в ряд Маклорена функции . Данный ряд имеет следующий вид (106).

Область сходимости: ряд (106) сходится при

Базовая сходимость: todo

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **82. sin\_x2\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения в ряд Маклорена функции . Данный ряд имеет следующий вид (107).

Область сходимости: ряд (107) сходится при .

Базовая сходимость: todo

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **83. arctg\_x3\_series**

Данный шаблон используется для имплементации разложения в ряд Маклорена функции . Данный ряд имеет следующий вид (108).

Область сходимости: ряд (108) сходится при

Базовая сходимость: todo

Эффективные алгоритмы ускорения сходимости: todo

# **Список литературы**

1. Прудников А. П. Интегралы и Ряды. В 3 т. Т. 1. Элементарные функции / А. П. Прудников, Ю. А. Брычков, О. И. Маричев; Издательская фирма “Физико-математическая литература”. – Москва, 2002. – 631 с. ISBN 5-9221-0323-7.
2. Gradshteyn I. S. Table of Integrals, Series, and Products: Seventh Edition / I.S. Gradshteyn, I.M. Ryzhik; Academic Press. – Burlington: 30 Corporate Drive, Suite 400, Burlington, MA 01803, USA, 2007. – 1220 c. ISBN-13: 978-0-12-373637-6.