Formación de Equipos Multiples (MTFP) con Sociometría

Multiple Team Formation Problem

Ignacio Martínez

Introducción al Problema

- Asignar individuos a proyectos considerando:
  - Requerimientos mínimos de habilidades
  - Afinidades sociales entre individuos
  - Prioridades de proyectos
- Objetivo: maximizar la eficiencia social y técnica en la formación de equipos.

Entorno Modelado

- En un entorno real para la formación de equipos se tendrían concideraciones como lo siguiente:
  - Personas con distintas habilidades y disponibilidad.
  - Interacciones sociales (positivas, negativas, neutras).
  - Proyectos independientes, cada uno con requerimientos mínimos por habilidad.
- Se asume:
  - Cada persona tiene una habilidad principal.
  - Puede asignarse parcialmente a varios proyectos (asignación fraccionaria).
  - La afinidad social entre personas es fija durante la asignación.

Consideraciones y Simplificaciones

- **Simplificaciones del modelo:**
  - No se consideran múltiples habilidades por persona.
  - No hay restricciones económicas ni dependencias entre proyectos.
  - La matriz de afinidad social es estática.
- **Importancia de los proyectos:**
  - Cada proyecto tiene un peso que refleja su prioridad o relevancia.
  - El peso ajusta la influencia de cada proyecto en la solución final.

Definición Formal del Problema (MTFP)

Conjuntos:

- $\mathcal{H} = \{1, \ldots, h\}$: Individuos disponibles
- $\mathcal{P} = \{1, \ldots, p\}$: Proyectos
- $\mathcal{K} = \{1, \ldots, k\}$: Habilidades requeridas
- $Q_a \subseteq \mathcal{H}$: Individuos con habilidad $a \in \mathcal{K}$

Parámetros del Modelo

- Afinidad social:
  $s_{ij} \in \{-1, 0, 1\}$
  Indica colaboración o conflicto entre individuos i y j

- Requerimientos:
  $r_{al} \in \mathbb{Z}^+$
  Mínimo de personas con habilidad a para proyecto l

- Peso de proyecto:
  $w_l \in [0, 1]$, con $\sum w_l = 1$
  Prioridad relativa de cada proyecto

Variables y Función Objetivo

- Variables de decisión:
  $x_{il} \in [0, 1]$
  Fracción del tiempo de individuo i en proyecto l

- Función objetivo:

$$\max E = \sum_{l \in \mathcal{P}} w_l \cdot \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\sum_{i \neq j} s_{ij} x_{il} x_{jl}}{\left(\sum_a r_{al}\right)^2} \right)$$

Maximiza eficiencia ponderada de proyectos basada en cohesión social y tamaño.

Explicaciones

- **Valor máximo teórico ≠ 100%**:
  - La división por $(\sum r_{al})^2$ penaliza proyectos grandes.
  - Proyectos pequeños con sobreasignación pueden superar el 100% (ej: 216.67% en *Caso 2*).
- **Interpretación ajustada**:
  - $e_l > 100\%$: Sobreasignación con alta sinergia.
  - $e_l < 50\%$: Equipos con conflictos o baja cohesión.
- La suma de afinidades $\sum_{i,j} s_{ij} x_{il} x_{jl}$ puede crecer con el tamaño del equipo.
- Para comparabilidad, se normaliza dividiendo por $\left(\sum_a r_{al}\right)^2$, el cuadrado del total requerido.

Restricciones del Modelo

1. Capacidad:

$$\sum_{l} x_{il} \leq 1 \quad \forall i \in \mathcal{H}$$

(individuos no pueden asignarse más del 100% de su tiempo)

2. Requerimientos:

$$\sum_{i \in Q_a} x_{il} \geq r_{al} \quad \forall a \in \mathcal{K}, l \in \mathcal{P}$$

Requerimientos: Enteros vs Fraccionales

- **Diseño original:** r_{al} son enteros, ej. 2 personas Backend.
- **En la práctica:**
  - Modelo asigna $x_{il} \in [0, 1]$, permitiendo fracciones de personas.
  - Esto implica que la suma de fracciones puede cumplir el requisito mínimo.
  - Interpretación: carga o tiempo asignado, no individuos enteros estrictos.
- **Importante:** Esta reinterpretación fue inesperada pero válida para el modelo y mejora flexibilidad.

Métrica de Eficiencia por Proyecto

$$e_l = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{\sum_{i,j} s_{ij} x_{il} x_{jl}}{\left(\sum_a r_{al}\right)^2}\right) \times 100\%$$

Valor	Significado
100%	Equipo ideal (No factible)
>100%	Sobreasignación con eficiencia alta
<50%	Conflictos y baja cohesión

Implementación Técnica

- Modelado con Pyomo (Python)
- Optimización con IPOPT (solver no lineal)
- Generadores de datos para instancias controladas y pruebas

Resultados

- Se evaluó el modelo en casos de prueba de distintos tamaños y complejidad:
  - Casos pequeños (validación): eficiencia global alta, asignaciones balanceadas.
  - Casos medianos y grandes: eficiencia disminuye levemente, pero se mantienen tiempos de cómputo bajos (< 2 s).
- Ejemplo de resultados:
  - Eficiencia global varía entre 54% y 87% en escenarios realistas.
  - En casos de sobreasignación, la métrica puede superar el 100% (ej: 216%).
- El modelo es robusto ante requerimientos fraccionarios y distribuciones desiguales de habilidades.

Caso	Pers.	Proy.	Req. Totales	Efic. Global	Tiempo (s)	Observaciones
1	4	2	4	87.5%	2.38	Asignación balanceada
2	6	1	3	216.67%	0.08	Sobreasignación
3	4	1	2	37.5%	0.08	Afinidad negativa
4	5	2	6	89.72%	0.09	Variación en pesos
5	10	2	16	63.13%	0.09	Incremental pequeño
6	20	3	36	81.60%	0.12	Incremental mediano
7	30	4	64	76.39%	0.54	Incremental grande
8	40	3	48	70.37%	0.20	Incremental mayor
9	50	3	48	65.17%	0.39	Incremental extremo
G1	100	10	160	58.20%	18.37	Caso grande
G2	200	20	320	54.10%	767.11	Caso muy grande

Conclusión

- El modelo mantiene tiempos de solución bajos incluso en instancias grandes.
- La métrica penaliza sobreasignación y premia cohesión social.
- Valores >100% reflejan equipos sobredimensionados, no errores.
- Soporta requerimientos fraccionarios (media jornada, etc.).
- Permite priorizar proyectos mediante pesos.
- No considera múltiples habilidades por persona ni restricciones económicas.
- La afinidad social es estática y no evoluciona.
- Útil para planificación flexible y rápida de equipos multidisciplinarios en organizaciones.