Współrzędne biegunowe, walcowe i sferyczne. Krzywe stożkowe. Powierzchnie drugiego stopnia.

## 1. Naszkicować krzywą

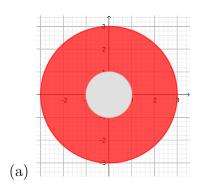
(a) 
$$\rho = 2$$
, gdzie  $\varphi \in [0, \pi]$ 

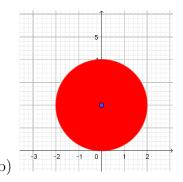
(b) 
$$\varphi = \frac{\pi}{3}$$
, gdzie  $\rho > 0$ ,

(c) 
$$\rho = 2\cos\varphi$$
, gdzie  $\varphi \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ .

Napisać równanie krzywej we współrzędnych kartezjańskich.

2. Obszary przedstawione na rysunkach zapisać we współrzędnych kartezjańskich i biegunowych.





## 3. Zapisać krzywa

$$(x^2 + y^2)^2 = 4(x^2 - y^2)$$

we współrzędnych biegunowych i naszkicować ją.

4. Naszkicować obszary i zapisać we współrzędnych biegunowych

(a) 
$$1 \le x^2 + y^2 \le 2$$
 i  $x \ge 0$  (b)  $x^2 + y^2 \le 2x$ ,

(b) 
$$x^2 + y^2 \le 2x$$

(c) 
$$y \ge |x|$$
 i  $x^2 + y^2 \le 1$ .

5. Jaką krzywą stożkową przedstawia poniższe równanie?

(a) 
$$x^2 + y^2 - 4x + 6y = 12$$
,

(c) 
$$3x^2 - 2y^2 - 6x + 8y = 11$$
,

(b) 
$$x^2 + y^2 - 4y = 0$$
,

(d) 
$$y^2 - x + 6y + 10 = 0$$
.

Naszkicować tę krzywą w układzie współrzędnych.

- 6. Naszkicować obszar
  - (a)  $1 \le x^2 + y^2 + z^2 \le 2$  i  $x \ge 0$ , zapisać go we współ<br/>rzędnych sferycznych,
  - (b)  $x^2+y^2 \leq 2x\,$ i  $\, -1 \leq z \leq 1,$ zapisać go we współrzędnych walcowych,
  - (c)  $-1 \leq z \leq -x^2 y^2$ , zapisać go we współrzędnych walcowych.