

LISTA 6 - Funkcje wektorowe

1. Dla funkcji $f = (f_1, f_2): \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, takiej że $f_1(x, y) = x^2 + xy^3$, $f_2(x, y) = xy + 1$ wyznaczyć jacobian.
2. Dla funkcji $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^4$ o 4 funkcjach składowych $f(x, y, z) = (x, 5z, 4y^2 - 2z, z \sin x)$ wyznaczyć macierz Jacobiego. Czy da się wyznaczyć jacobian odwzorowania f ?
3. Wyznaczyć macierz Jacobiego i jacobian odwzorowania walcowego i sferycznego.
4. Sprawdzić, czy pole wektorowe F jest potencjalne na obszarze D
 - (a) $F(x, y) = \left(\frac{y}{x^2 + y^2}, \frac{-x}{x^2 + y^2} \right)$, $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + (y - 2)^2 < 1\}$;
 - (b) $F(x, y, z) = (y + z, x + z, x - y)$, $D = \mathbb{R}^3$.
5. Wyznaczyć (o ile to możliwe) potencjał pola wektorowego F na obszarze D
 - (a) $F(x, y) = (2x + y, x - 2y - 3)$, $D = \mathbb{R}^2$;
 - (b) $F(x, y) = (y^2 - 1, 2xy + 3y)$, $D = \mathbb{R}^2$;
 - (c) $F(x, y, z) = (2x + y + 3, x + 4y + 2, 6z - 6)$, $D = \mathbb{R}^3$.
6. Wyznaczyć dywergencję pola wektorowego F na obszarze D
 - (a) $F(x, y, z) = (xz^3, 2x^2y^4, 5yz^2)$, $D = \mathbb{R}^3$;
 - (b) $F(x, y, z) = (\ln x, e^{xyz}, \arctg \frac{z}{x})$, $D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x > 0\}$.
7. Wyznaczyć rotację pola wektorowego F na obszarze D
 - (a) $F(x, y, z) = (x^3y, 2yz^2, xz)$, $D = \mathbb{R}^3$;
 - (b) $F(x, y, z) = (e^{x+y}, e^{y+z}, e^{x+z})$, $D = \mathbb{R}^3$.