Fiche d'exercices : questions sur un tableau de variations

Exercice 1 :

On donne le tableau de variations suivant :

x	-7		-2		3		5		8
$f(x)$	-4	$\nearrow$	1	$\searrow$	-3	$\nearrow$	2	$\searrow$	-6

1) Quel est l'ensemble de définition de f ?

2) **a)** Quel est le minimum de f ?

b) Quel est le maximum de f ?

3) **a)** Sur quel(s) intervalle(s) f est-elle croissante ?

b) Sur quel(s) intervalle(s) f est-elle décroissante ?

4) **a)** Comparer $f(-1)$ et $f(1)$

b) Comparer $f(3,4)$ et $f(4,2)$

c) Comparer $f(6)$ et $f(7)$

d) Comparer $f(-4)$ et $f(-3)$

e) Comparer $f(x)$ et $f(3)$ sur $[-2 ; 5]$

f) Comparer $f(x)$ et $f(-2)$ sur $[-2 ; 3]$

g) Comparer $f(x)$ et 2 sur $[3 ; 8]$

h) Comparer $f(x)$ et -6 sur $[-7 ; 8]$

5) Compléter :

a) Si $x \in [-2 ; 5]$ alors $f(x) \in$ ....

b) Si $x \in [-7 ; 3]$ alors $f(x) \in$ ....

c) Si $x \in [3 ; 8]$ alors $f(x) \in$ ....

d) Si $x \in [-7 ; 8]$ alors $f(x) \in$ ....

Solutions :

Exercice 1 :

1) $D_f = [-7\,;\,8]$

2) **a)** Le minimum de f est -6.

   b) Le maximum de f est 2.

3) **a)** f est croissante sur $[-7\,;\,-2] \cup [3\,;\,5]$

   b) f est décroissante sur $[-2\,;\,3] \cup [5\,;\,8]$

4) **a)**

$$\left.\begin{array}{c} -1 \boxed{<} 1 \\ \\ \text{or } f \text{ est } \underline{\text{décroissante}} \text{ sur } [-2\,;\,3] \end{array}\right\} \text{donc } f(-1) \boxed{>} f(1)$$

   b)

$$\left.\begin{array}{c} 3{,}4 \boxed{<} 4{,}2 \\ \\ \text{or } f \text{ est } \underline{\text{croissante}} \text{ sur } [3\,;\,5] \end{array}\right\} \text{donc } f(3{,}4) \boxed{<} f(4{,}2)$$

   c)

$$\left.\begin{array}{c} 6 \boxed{<} 7 \\ \\ \text{or } f \text{ est } \underline{\text{décroissante}} \text{ sur } [5\,;\,8] \end{array}\right\} \text{donc } f(6) \boxed{>} f(7)$$

   d)

$$\left.\begin{array}{c} -4 \boxed{<} -3 \\ \\ \text{or } f \text{ est } \underline{\text{croissante}} \text{ sur } [-7\,;\,-2] \end{array}\right\} \text{donc } f(-4) \boxed{<} f(-3)$$

   e) Sur $[-2\,;\,5]$, $f(3) = -3$ est le minimum donc $\boxed{f(x) \geqslant f(3)}$ sur $[-2\,;\,5]$

   f) Sur $[-2\,;\,3]$, $f(-2) = 1$ est le maximum donc $\boxed{f(x) \leqslant f(-2)}$ sur $[-2\,;\,5]$

   g) Sur $[3\,;\,8]$, $2(= f(5))$ est le maximum donc $\boxed{f(x) \leqslant 5}$ sur $[3\,;\,8]$

   h) Sur $[-7\,;\,8]$, $-6(= f(8))$ est le minimum donc $\boxed{f(x) \geqslant -6}$ sur $[-7\,;\,8]$

5) **a)** Si $x \in [-2\,;\,5]$ alors $f(x) \in [-3\,;\,2]$

   b) Si $x \in [-7\,;\,3]$ alors $f(x) \in [-4\,;\,1]$

   c) Si $x \in [3\,;\,8]$ alors $f(x) \in [-6\,;\,2]$

   d) Si $x \in [-7\,;\,8]$ alors $f(x) \in [-6\,;\,2]$

Exercice 2 :

On donne le tableau de variations suivant :

x	-6		-4		-1		2		4
$f(x)$	3	$\searrow$	0	$\nearrow$	1	$\searrow$	-2	$\nearrow$	6

1) Quel est l'ensemble de définition de f ?

2) **a)** Quel est le minimum de f ?

b) Quel est le maximum de f ?

3) **a)** Sur quel(s) intervalle(s) f est-elle croissante ?

b) Sur quel(s) intervalle(s) f est-elle décroissante ?

4) **a)** Comparer $f(-3)$ et $f(-2)$

b) Comparer $f(0)$ et $f(1)$

c) Comparer $f(2,5)$ et $f(3,5)$

d) Comparer $f(-5)$ et $f(-5,5)$

e) Comparer $f(x)$ et $f(2)$ sur $[-1\ ;\ 4]$

f) Comparer $f(x)$ et $f(-1)$ sur $[-4\ ;\ 2]$

g) Comparer $f(x)$ et 0 sur $[-6\ ;\ -1]$

h) Comparer $f(x)$ et 6 sur $[-6\ ;\ 4]$

5) Compléter :

a) Si $x \in [-4\ ;\ 2]$ alors $f(x) \in$ ....

b) Si $x \in [-6\ ;\ -1]$ alors $f(x) \in$ ....

c) Si $x \in [-4\ ;\ 4]$ alors $f(x) \in$ ....

d) Si $x \in [-6\ ;\ 2]$ alors $f(x) \in$ ....

Solutions :

Exercice 2 :

1) $D_f = [-6\,;\,4]$

2) **a)** Le minimum de f est -2.

b) Le maximum de f est 6.

3) **a)** f est croissante sur $[-4\,;\,-1] \cup [2\,;\,4]$

b) f est décroissante sur $[-6\,;\,-4] \cup [-1\,;\,2]$

4) **a)**

$$\left.\begin{array}{c} -3 \boxed{<} -2 \\ \\ \text{or } f \text{ est } \underline{\text{croissante}} \text{ sur } [-4\,;\,-1] \end{array}\right\} \text{donc } f(-3) \boxed{<} f(-2)$$

b)

$$\left.\begin{array}{c} 0 \boxed{<} 1 \\ \\ \text{or } f \text{ est } \underline{\text{décroissante}} \text{ sur } [-1\,;\,2] \end{array}\right\} \text{donc } f(0) \boxed{>} f(1)$$

c)

$$\left.\begin{array}{c} 2,5 \boxed{<} 3,5 \\ \\ \text{or } f \text{ est } \underline{\text{croissante}} \text{ sur } [2\,;\,4] \end{array}\right\} \text{donc } f(2,5) \boxed{<} f(3,5)$$

d)

$$\left.\begin{array}{c} -5 \boxed{>} -5,5 \\ \\ \text{or } f \text{ est } \underline{\text{décroissante}} \text{ sur } [-6\,;\,-4] \end{array}\right\} \text{donc } f(-5) \boxed{<} f(-5,5)$$

e) Sur $[-1\,;\,4]$, $f(2) = -2$ est le minimum donc $\boxed{f(x) \geqslant f(2)}$ sur $[-1\,;\,4]$

f) Sur $[-4\,;\,2]$, $f(-1) = 1$ est le maximum donc $\boxed{f(x) \leqslant f(-1)}$ sur $[-4\,;\,2]$

g) Sur $[-6\,;\,-1]$, $0 (= f(-4))$ est le minimum donc $\boxed{f(x) \geqslant 0}$ sur $[-6\,;\,-1]$

h) Sur $[-6\,;\,4]$, $6 (= f(4))$ est le maximum donc $\boxed{f(x) \leqslant 6}$ sur $[-6\,;\,4]$

5) **a)** Si $x \in [-4\,;\,2]$ alors $f(x) \in [-2\,;\,1]$

b) Si $x \in [-6\,;\,-1]$ alors $f(x) \in [0\,;\,3]$

c) Si $x \in [-4\,;\,4]$ alors $f(x) \in [-2\,;\,6]$

d) Si $x \in [-6\,;\,2]$ alors $f(x) \in [-2\,;\,3]$

Exercice 3 :

On donne le tableau de variations suivant :

x	-7		-3		0		2		4		8
$f(x)$	5	$\searrow$	-4	$\nearrow$	3	$\searrow$	-2	$\nearrow$	7	$\searrow$	0

1) Quel est l'ensemble de définition de f ?

2) **a)** Quel est le minimum de f ?

b) Quel est le maximum de f ?

3) **a)** Sur quel(s) intervalle(s) f est-elle croissante ?

b) Sur quel(s) intervalle(s) f est-elle décroissante ?

4) **a)** Comparer $f(-2)$ et $f(-1)$

b) Comparer $f(0,5)$ et $f(1)$

c) Comparer $f(2,5)$ et $f(3,5)$

d) Comparer $f(-5)$ et $f(-6)$

e) Comparer $f(x)$ et $f(2)$ sur $[0\ ;\ 4]$

f) Comparer $f(x)$ et $f(0)$ sur $[-3\ ;\ 2]$

g) Comparer $f(x)$ et -4 sur $[-7\ ;\ 0]$

h) Comparer $f(x)$ et 7 sur $[-7\ ;\ 8]$

5) Compléter :

a) Si $x \in [-3\ ;\ 2]$ alors $f(x) \in$ ....

b) Si $x \in [0\ ;\ 4]$ alors $f(x) \in$ ....

c) Si $x \in [-7\ ;\ 4]$ alors $f(x) \in$ ....

d) Si $x \in [0\ ;\ 8]$ alors $f(x) \in$ ....

Solutions :

Exercice 3 :

1) $D_f = [-7\,;\,8]$

2) **a)** Le minimum de f est -4.

b) Le maximum de f est 7.

3) **a)** f est croissante sur $[-3\,;\,0] \cup [2\,;\,4]$

b) f est décroissante sur $[-7\,;\,-3] \cup [0\,;\,2] \cup [4\,;\,8]$

4) **a)**

$$\left.\begin{array}{c} -2 \boxed{<} -1 \\ \text{or } f \text{ est } \underline{\text{croissante}} \text{ sur } [-3\,;\,0] \end{array}\right\} \text{donc } f(-2) \boxed{<} f(-1)$$

b)

$$\left.\begin{array}{c} 0,5 \boxed{<} 1 \\ \text{or } f \text{ est } \underline{\text{décroissante}} \text{ sur } [0\,;\,2] \end{array}\right\} \text{donc } f(0,5) \boxed{>} f(1)$$

c)

$$\left.\begin{array}{c} 2,5 \boxed{<} 3,5 \\ \text{or } f \text{ est } \underline{\text{croissante}} \text{ sur } [2\,;\,4] \end{array}\right\} \text{donc } f(2,5) \boxed{<} f(3,5)$$

d)

$$\left.\begin{array}{c} -5 \boxed{>} -6 \\ \text{or } f \text{ est } \underline{\text{décroissante}} \text{ sur } [-7\,;\,-3] \end{array}\right\} \text{donc } f(-5) \boxed{<} f(-6)$$

e) Sur $[0\,;\,4]$, $f(2) = -2$ est le minimum donc $\boxed{f(x) \geqslant f(2)}$ sur $[0\,;\,4]$

f) Sur $[-3\,;\,2]$, $f(0) = 3$ est le maximum donc $\boxed{f(x) \leqslant f(0)}$ sur $[-3\,;\,2]$

g) Sur $[-7\,;\,0]$, $-4(= f(-3))$ est le minimum donc $\boxed{f(x) \geqslant -4}$ sur $[-7\,;\,0]$

h) Sur $[-7\,;\,8]$, $7(= f(4))$ est le maximum donc $\boxed{f(x) \leqslant 7}$ sur $[-7\,;\,8]$

5) **a)** Si $x \in [-3\,;\,2]$ alors $f(x) \in [-4\,;\,3]$

b) Si $x \in [0\,;\,4]$ alors $f(x) \in [-2\,;\,7]$

c) Si $x \in [-7\,;\,4]$ alors $f(x) \in [-4\,;\,7]$

d) Si $x \in [0\,;\,8]$ alors $f(x) \in [-2\,;\,7]$