Fiche d'entraînement : points alignés

Dans chacun des cas suivants, montrer que les points sont alignés (les points sont situés dans un repère orthonormé $(O\,;\,I\,,\,J)$) :

1) $A(1\,;\,2)$, $B(-2\,;\,-7)$ et $C(0\,;\,-1)$

2) $D(-1\,;\,-2)$, $E(2\,;\,1)$ et $F(7\,;\,6)$

3) $G(3\,;\,3)$, $H(0\,;\,-3)$ et $K(-2\,;\,-7)$

4) $L(-1\,;\,5)$, $M(2\,;\,-7)$ et $N(-2\,;\,9)$

5) $P(5\,;\,0)$, $Q(3\,:\,-2)$ et $R(-3\,;\,-8)$

6) $S(0\,;\,1)$, $T(-1\,;\,-6)$ et $U(2\,;\,15)$

Solutions :

1) $AB = \sqrt{90} = \sqrt{9\times 10} = \sqrt{9}\times\sqrt{10} = 3\sqrt{10}$
$AC = \sqrt{10}$
$BC = \sqrt{40} = \sqrt{4\times 10} = \sqrt{4}\times\sqrt{10} = 2\sqrt{10}$
$AC + BC = \sqrt{10} + 2\sqrt{10} = 3\sqrt{10} = AB$ donc, d'après le cas particulier de l'inégalité triangulaire, les points A, B et C sont alignés.

2) $DE = \sqrt{18} = \sqrt{9\times 2} = \sqrt{9}\times\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$
$DF = \sqrt{128} = \sqrt{64\times 2} = \sqrt{64}\times\sqrt{2} = 8\sqrt{2}$
$EF = \sqrt{50} = \sqrt{25\times 2} = \sqrt{25}\times\sqrt{2} = 5\sqrt{2}$
$DE + EF = 3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} = 8\sqrt{2} = DF$ donc, d'après le cas particulier de l'inégalité triangulaire, les points D, E et F sont alignés.

3) $GH = \sqrt{45} = \sqrt{9\times 5} = \sqrt{9}\times\sqrt{5} = 3\sqrt{5}$
$GK = \sqrt{125} = \sqrt{25\times 5} = \sqrt{25}\times\sqrt{5} = 5\sqrt{5}$
$HK = \sqrt{20} = \sqrt{4\times 5} = \sqrt{4}\times\sqrt{5} = 2\sqrt{5}$
$GH + HK = 3\sqrt{5} + 2\sqrt{5} = 5\sqrt{5} = GK$ donc, d'après le cas particulier de l'inégalité triangulaire, les points G, H et K sont alignés.

4) $LM = \sqrt{153} = \sqrt{9\times 17} = \sqrt{9}\times\sqrt{17} = 3\sqrt{17}$
$LN = \sqrt{17}$
$MN = \sqrt{272} = \sqrt{16\times 17} = \sqrt{16}\times\sqrt{17} = 4\sqrt{17}$
$LM + LN = 3\sqrt{17} + \sqrt{17} = 4\sqrt{17} = MN$ donc, d'après le cas particulier de l'inégalité triangulaire, les points L, M et N sont alignés.

5) $PQ = \sqrt{8} = \sqrt{4\times 2} = \sqrt{4}\times\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$
$PR = \sqrt{128} = \sqrt{64\times 2} = \sqrt{64}\times\sqrt{2} = 8\sqrt{2}$
$QR = \sqrt{72} = \sqrt{36\times 2} = \sqrt{36}\times\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$
$PQ + QR = 2\sqrt{2} + 6\sqrt{2} = 8\sqrt{2} = PR$ donc, d'après le cas particulier de l'inégalité triangulaire, les points P, Q et R sont alignés.

6) $ST = \sqrt{50} = \sqrt{25\times 2} = \sqrt{25}\times\sqrt{2} = 5\sqrt{2}$
$SU = \sqrt{200} = \sqrt{100\times 2} = \sqrt{100}\times\sqrt{2} = 10\sqrt{2}$
$TU = \sqrt{450} = \sqrt{225\times 2} = \sqrt{225}\times\sqrt{2} = 15\sqrt{2}$
$ST + SU = 5\sqrt{2} + 10\sqrt{2} = 15\sqrt{5} = TU$ donc, d'après le cas particulier de l'inégalité triangulaire, les points S, T et U sont alignés.