

## Fiche d'entraînement : limites et changement de variable

Déterminer les limites suivantes :

1)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (-7xe^{-7x})$

2)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (5xe^{5x})$

3)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} ((2-5x)e^{2-5x})$

4)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} ((4x+1)e^{4x+1})$

5)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (2xe^{5x})$

6)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (-3xe^{-6x})$

7)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (5xe^{4x})$

8)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (-xe^{-3x})$

9)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{4x}}{x}$

10)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{5x}}{2x}$

11)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^{-2x}}{x}$

12)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^{-3x}}{2x}$

13)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{0,2x}}{3x}$

14)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^{-0,1x}}{5x}$

15)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{\frac{2}{3}x}}{x}$

16)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^{-\frac{3}{4}x}}{5x}$

## Solutions

- 1) Changement de variable :  $Y = -7x$  donc  $-7xe^{-7x} = Ye^Y$  et donc  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (-7xe^{-7x}) = \lim_{Y \rightarrow -\infty} Ye^Y = 0$  (COURS)
- 2) Changement de variable :  $Y = 5x$  donc  $5xe^{5x} = Ye^Y$  et donc  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (5xe^{5x}) = \lim_{Y \rightarrow -\infty} Ye^Y = 0$  (COURS)
- 3) Changement de variable :  $Y = 2 - 5x$  donc  $(2 - 5x)e^{2-5x} = Ye^Y$  et donc  $\lim_{x \rightarrow +\infty} ((2 - 5x)e^{2-5x}) = \lim_{Y \rightarrow -\infty} Ye^Y = 0$  (COURS)
- 4) Changement de variable :  $Y = 4x + 1$  donc  $(4x + 1)e^{4x+1} = Ye^Y$  et donc  $\lim_{x \rightarrow -\infty} ((4x + 1)e^{4x+1}) = \lim_{Y \rightarrow -\infty} Ye^Y = 0$  (COURS)
- 5) Changement de variable :  $Y = 5x$  donc  $2xe^{5x} = \frac{2}{5} \times 5xe^{5x} = \frac{2}{5}Ye^Y$  et donc  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (2xe^{5x}) = \lim_{Y \rightarrow -\infty} \frac{2}{5}Ye^Y = 0$  car  $\lim_{Y \rightarrow -\infty} Ye^Y = 0$  (COURS)
- 6) Changement de variable :  $Y = -6x$  donc  $-3xe^{-6x} = \frac{1}{2} \times (-6x)e^{-6x} = \frac{1}{2}Ye^Y$  et donc  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (-3xe^{-6x}) = \lim_{Y \rightarrow -\infty} \frac{1}{2}Ye^Y = 0$  car  $\lim_{Y \rightarrow -\infty} Ye^Y = 0$  (COURS)
- 7) Changement de variable :  $Y = 4x$  donc  $5xe^{4x} = \frac{5}{4} \times 4xe^{4x} = \frac{5}{4}Ye^Y$  et donc  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (5xe^{4x}) = \lim_{Y \rightarrow -\infty} \frac{5}{4}Ye^Y = 0$  car  $\lim_{Y \rightarrow -\infty} Ye^Y = 0$  (COURS)
- 8) Changement de variable :  $Y = -3x$  donc  $-xe^{-3x} = \frac{1}{3} \times (-3x)e^{-3x} = \frac{1}{3}Ye^Y$  et donc  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (-xe^{-3x}) = \lim_{Y \rightarrow -\infty} \frac{1}{3}Ye^Y = 0$  car  $\lim_{Y \rightarrow -\infty} Ye^Y = 0$  (COURS)
- 9) Changement de variable  $Y = 4x$  donc  $\frac{e^{4x}}{x} = 4 \times \frac{e^{4x}}{4x} = 4 \times \frac{e^Y}{Y}$  et donc  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{4x}}{x} = \lim_{Y \rightarrow +\infty} \left(4 \times \frac{e^Y}{Y}\right) = +\infty$  car  $\lim_{Y \rightarrow +\infty} \frac{e^Y}{Y} = +\infty$  (COURS).
- 10) Changement de variable  $Y = 5x$  donc  $\frac{e^{5x}}{2x} = \frac{5}{2} \times \frac{e^{5x}}{5x} = \frac{5}{2} \times \frac{e^Y}{Y}$  et donc  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{5x}}{2x} = \lim_{Y \rightarrow +\infty} \left(\frac{5}{2} \times \frac{e^Y}{Y}\right) = +\infty$  car  $\lim_{Y \rightarrow +\infty} \frac{e^Y}{Y} = +\infty$  (COURS).
- 11) Changement de variable  $Y = -2x$  donc  $\frac{e^{-2x}}{x} = -2 \times \frac{e^{-2x}}{-2x} = -2 \times \frac{e^Y}{Y}$  et donc  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^{-2x}}{x} = \lim_{Y \rightarrow +\infty} \left(-2 \times \frac{e^Y}{Y}\right) = -\infty$  car  $\lim_{Y \rightarrow +\infty} \frac{e^Y}{Y} = +\infty$  (COURS).
- 12) Changement de variable  $Y = -3x$  donc  $\frac{e^{-3x}}{2x} = \frac{-3}{2} \times \frac{e^{-3x}}{-3x} = \frac{-3}{2} \times \frac{e^Y}{Y}$  et donc  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^{-3x}}{2x} = \lim_{Y \rightarrow +\infty} \left(\frac{-3}{2} \times \frac{e^Y}{Y}\right) = -\infty$  car  $\lim_{Y \rightarrow +\infty} \frac{e^Y}{Y} = +\infty$  (COURS).
- 13) Changement de variable  $Y = 0,2x$  donc  $\frac{e^{0,2x}}{3x} = \frac{0,2}{3} \times \frac{e^{0,2x}}{0,2x} = \frac{1}{15} \times \frac{e^Y}{Y}$  et donc  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{0,2x}}{3x} = \lim_{Y \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{15} \times \frac{e^Y}{Y}\right) = +\infty$  car  $\lim_{Y \rightarrow +\infty} \frac{e^Y}{Y} = +\infty$  (COURS).
- 14) Changement de variable  $Y = -0,1x$  donc  $\frac{e^{-0,1x}}{5x} = \frac{-0,1}{5} \times \frac{e^{-0,1x}}{-0,1x} = \frac{-1}{50} \times \frac{e^Y}{Y}$  et donc  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^{-0,1x}}{5x} = \lim_{Y \rightarrow +\infty} \left(\frac{-1}{50} \times \frac{e^Y}{Y}\right) = -\infty$  car  $\lim_{Y \rightarrow +\infty} \frac{e^Y}{Y} = +\infty$  (COURS).
- 15) Changement de variable  $Y = \frac{2}{3}x$  donc  $\frac{e^{\frac{2}{3}x}}{x} = \frac{2}{3} \times \frac{e^{\frac{2}{3}x}}{\frac{2}{3}x} = \frac{2}{3} \times \frac{e^Y}{Y}$  et donc  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{\frac{2}{3}x}}{x} = \lim_{Y \rightarrow +\infty} \left(\frac{2}{3} \times \frac{e^Y}{Y}\right) = +\infty$  car  $\lim_{Y \rightarrow +\infty} \frac{e^Y}{Y} = +\infty$  (COURS).

16) Changement de variable  $Y = -\frac{3}{4}x$  donc  $\frac{e^{-\frac{3}{4}x}}{5x} = \frac{-\frac{3}{4}}{5} \times \frac{e^{-\frac{3}{4}x}}{-\frac{3}{4}x} = \frac{-3}{20} \times \frac{e^Y}{Y}$  et donc

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^{-\frac{3}{4}x}}{5x} = \lim_{Y \rightarrow +\infty} \left( \frac{-3}{20} \times \frac{e^Y}{Y} \right) = -\infty \text{ car } \lim_{Y \rightarrow +\infty} \frac{e^Y}{Y} = +\infty \text{ (COURS).}$$

Entrain'maths