

## Fiche limites de fonctions composées

### Exercice 1 :

$f$  et  $g$  sont deux fonctions dont on donne les tableaux de variations ci-dessous :

$x$	$-\infty$	$-1$	$4$	$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$		$2$	$-\infty$
		$0$		

$x$	$-\infty$	$2$	$7$	$+\infty$
$g(x)$	$7$		$5$	$4$
		$-1$		

Déterminer les limites suivantes :

- 1)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(g(x))$
- 2)  $\lim_{x \rightarrow 4} g(f(x))$
- 3)  $\lim_{x \rightarrow 2} f(g(x))$
- 4)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(f(x))$
- 5)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(f(x))$
- 6)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(g(x))$

### Exercice 2 :

$f$  et  $g$  sont deux fonctions dont on donne les tableaux de variations ci-dessous :

$x$	$-\infty$	$5$	$+\infty$
$f(x)$		$+\infty$	$2$
	$-3$		$-\infty$

$x$	$-\infty$	$2$	$7$	$+\infty$
$g(x)$	$+\infty$		$6$	$5$
		$-1$		

Déterminer les limites suivantes :

- 1)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(g(x))$
- 2)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(f(x))$
- 3)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(g(x))$
- 4)  $\lim_{x \rightarrow 5^+} g(f(x))$
- 5)  $\lim_{x \rightarrow 5^-} f(f(x))$
- 6)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(g(x))$

## Solutions

### Exercice 1 :

- 1)  $\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 4 \\ \lim_{x \rightarrow 4} f(x) = 2 \end{array} \right\} \text{ donc, par composition, } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(g(x)) = 2$
- 2)  $\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 4} f(x) = 2 \\ \lim_{x \rightarrow 2} g(x) = -1 \end{array} \right\} \text{ donc, par composition, } \lim_{x \rightarrow 4} g(f(x)) = -1$

- 3)  $\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow -2} g(x) = -1 \\ \lim_{x \rightarrow -1} f(x) = 0 \end{array} \right\}$  donc, par composition,  $\lim_{x \rightarrow 2} f(g(x)) = 0$
- 4)  $\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = 7 \end{array} \right\}$  donc, par composition,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(f(x)) = 7$
- 5)  $\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty \end{array} \right\}$  donc, par composition,  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(f(x)) = -\infty$
- 6)  $\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = 7 \\ \lim_{x \rightarrow 7} g(x) = 5 \end{array} \right\}$  donc, par composition,  $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(g(x)) = 5$

### Exercice 2 :

- 1)  $\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2 \end{array} \right\}$  donc, par composition,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(g(x)) = 2$
- 2)  $\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2 \\ \lim_{x \rightarrow 2} g(x) = -1 \end{array} \right\}$  donc, par composition,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(f(x)) = -1$
- 3)  $\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 5^+ \\ \lim_{x \rightarrow 5^+} f(x) = -\infty \end{array} \right\}$  donc, par composition,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(g(x)) = -\infty$
- 4)  $\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 5^+} f(x) = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = +\infty \end{array} \right\}$  donc, par composition,  $\lim_{x \rightarrow 5^+} g(f(x)) = +\infty$
- 5)  $\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 5^-} f(x) = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2 \end{array} \right\}$  donc, par composition,  $\lim_{x \rightarrow 5^-} f(f(x)) = 2$
- 6)  $\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 5 \end{array} \right\}$  donc, par composition,  $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(g(x)) = 5$