Fiche d'exercices : probabilités

Exercice 1

Pour une marque de téléphone portable donnée, on s'intéresse à deux options de dernière technologie proposées, le GPS et le Wifi. Sur l'ensemble des téléphones portables, 40 % possèdent l'option GPS. Parmi les téléphones avec l'option GPS, 60 % ont l'option Wifi.

On choisit au hasard un téléphone portable de cette marque et on suppose que tous les téléphones ont la même probabilité d'être choisis.

On considère les évènements suivants :

- G : « le téléphone possède l'option GPS ».
- W : « le téléphone possède l'option Wifi ».

Dans tout l'exercice, le candidat donnera des valeurs exactes.

1) Traduire les données chiffrées de l'énoncé en termes de probabilité.

2) Représenter la situation à l'aide d'un arbre pondéré, qui sera complété tout au long de l'exercice.
On suppose que la probabilité de W est : $p(\mathrm{W}) = \dfrac{7}{10}$.

3) Déterminer la probabilité de l'évènement « le téléphone possède les deux options ».

4) Démontrer que $p_{\overline{\mathrm{G}}}(\mathrm{W}) = \dfrac{23}{30}$. Compléter l'arbre du **2.**

5) On choisit un téléphone avec l'option Wifi. Quelle est la probabilité qu'il ne possède pas l'option GPS ?
Le coût de revient par téléphone d'une option, pour le fabricant de téléphones, est de 12 euros pour l'option GPS et de 6 euros pour l'option Wifi.

6) Déterminer la loi de probabilité du coût de revient de ces deux options.

7) Calculer l'espérance mathématique de cette loi. Interpréter ce résultat.

Exercice 2

Les parties A et B peuvent être traitées indépendamment l'une de l'autre.

Le comité d'entreprise d'une société parisienne souhaite organiser un week-end en province.
Une enquête est faite auprès des 1 200 employés de cette entreprise afin de connaître leur choix en matière de moyen de transport (les seuls moyens de transport proposés sont le train, l'avion ou l'autocar).

Partie A

Les résultats de l'enquête auprès des employés de l'entreprise sont répertoriés dans le tableau suivant :

	Train	Avion	Autocar	Total
Femme	468	196	56	720
Homme	150	266	64	480
Total	618	462	120	1 200

On interroge au hasard un employé de cette entreprise (on suppose que tous les employés ont la même chance d'être interrogés). On note :

- F l'évènement : « l'employé est une femme » ;
- T l'évènement : « l'employé choisit le train ».

1) Calculer les probabilités $p(\text{F})$, $p(\text{T})$ puis déterminer la probabilité que l'employé ne choisisse pas le train (on donnera les résultats sous forme décimale).

2) Expliquer ce que représente l'évènement $\text{F} \cap \text{T}$, puis calculer sa probabilité.
Les évènements T et F sont-ils indépendants ? Justifier la réponse.

3) L'employé interrogé au hasard ne choisit pas le train. Calculer la probabilité que cet employé soit une femme (on donnera le résultat arrondi au millième).

Partie B

Après l'étude des résultats de l'enquête, le comité d'entreprise choisit le train comme moyen de transport. Pour les employés inscrits à ce voyage, deux formules sont proposées :

- la formule n° 1 : voyage en 1^e^ classe plus hôtel pour un coût de 150 € ;
- la formule n° 2 : voyage en 2^e^ classe plus hôtel pour un coût de 100 €.

40 % des employés inscrits choisissent la formule n° 1.
Le comité d'entreprise propose une excursion facultative pour un coût de 30 €. Indépendamment de la formule choisie, 80 % des employés inscrits choisissent l'excursion facultative.
On interroge au hasard un employé inscrit à ce voyage. On note :

- U l'évènement : « l'employé inscrit choisit la formule n° 1 » ;
- D l'évènement : « l'employé inscrit choisit la formule n° 2 » ;
- E l'évènement : « l'employé inscrit choisit l'excursion facultative ».

1) Construire un arbre de probabilités correspondant à cette situation.

2) Montrer que la probabilité que l'employé inscrit choisisse la formule n° 2 et l'excursion facultative est égale à $0,48$.

3) Soit C le coût total du voyage (excursion comprise).

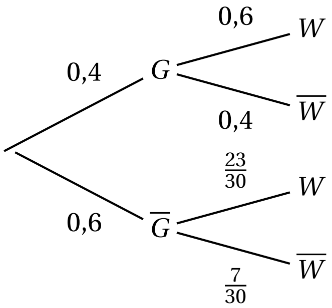
a) Déterminer les différentes valeurs possibles que peut prendre C.
b) Déterminer la loi de probabilité de C.
c) Calculer l'espérance de cette loi. Interpréter le résultat.

Correction

Exercice 1

1) $p(G) = 0,4$ et $p_G(W) = 0,6$.

2)



On suppose que la probabilité de W est : $p(W) = \dfrac{7}{10}$.

3) $p(G \cap W) = p(G) \times p_G(W) = 0,4 \times 0,6 = 0,24$.

4) On a d'après la loi des probabilités totales :

$p(W) = p(G \cap W) + p\left(\overline{G} \cap W\right)$, soit :

$p\left(\overline{G} \cap W\right) = p(W) - p(G \cap W) = 0,70 - 0,24 = 0,46$.

Donc $p_{\overline{G}}(W) = \dfrac{p\left(\overline{G} \cap W\right)}{p\left(\overline{G}\right)} = \dfrac{0,46}{0,6} = \dfrac{23}{30}$

5) $p_W\left(\overline{G}\right) = \dfrac{p\left(W \cap \overline{G}\right)}{p(W)} = \dfrac{0,46}{0,7} = \dfrac{46}{70} = \dfrac{23}{35}$.

6) Tableau de la loi de probabilités du coût de revient des deux options.

Évènement	$G \cap W$	$G \cap \overline{W}$	$\overline{G} \cap W$	$\overline{G} \cap \overline{W}$
$p(X =)$	0,24	0,16	0,46	0,14
Coût	18	12	6	0

7) Calculer l'espérance mathématique de cette loi. Interpréter ce résultat.

$\mathrm{E}(X) = 18 \times 0,24 + 12 \times 0,16 + 6 \times 0,46 + 0 \times 0,14 = 9$

En moyenne le coût de revient par téléphone toutes options confondues est de 9 euros.

Exercice 2

Partie A

1) On a $p(F) = \dfrac{720}{1\,200} = 0,6$, $p(T) = \dfrac{618}{1\,200} = 0,515$ et $p\left(\overline{T}\right) = 1 - p(T) = 0,485$.

2) $F \cap T$ est l'évènement : « l'employé est une femme qui choisit le train ».

On a $p(F \cap T) = \dfrac{468}{1\,200} = 0,39$.

On a $p(T) \times p(F) = 0,515 \times 0,6 = 0,309 \neq 0,39 = p(F \cap T)$, donc les évènements T et F ne sont pas indépendants.

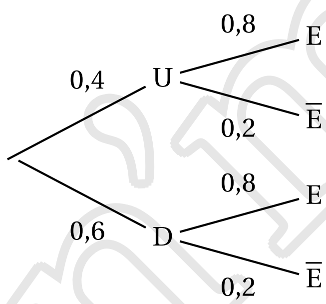
3) On a $p_{\overline{T}}(F) = \dfrac{p(\overline{T} \cap F)}{p(\overline{T})}$.

Or il y a $196 + 56 = 252$ femmes qui ne prennent pas le train, d'où $p(\overline{T} \cap F) = \dfrac{252}{1\,200} = 0,21$.

Donc $p_{\overline{T}}(F) = \dfrac{0,21}{0,485} \approx 0,433$.

Partie B

1)



2) Les évènements D et E étant indépendants on sait :

$p(\text{D} \cap \text{E}) = p(\text{D}) \times p(\text{E}) = 0,6 \times 0,8 = 0,48$.

3) **a)**
- Formule 1 seule : $C = 150$;
- Formule 1 et excursion facultative : $C = 150 + 30 = 180$;
- Formule 2 seule : $C = 100$;
- Formule 2 et excursion facultative : $C = 100 + 30 = 130$

b) Il reste à calculer :

$p\left(\text{U} \cap \overline{\text{E}}\right) = p(\text{U}) \times p\left(\overline{\text{E}}\right) = 0,4 \times 0,2 = 0,08$

$p(\text{U} \cap \text{E}) = p(\text{U}) \times p(\text{E}) = 0,4 \times 0,8 = 0,32$

$p\left(\text{D} \cap \overline{\text{E}}\right) = p(\text{D}) \times p\left(\overline{\text{E}}\right) = 0,6 \times 0,2 = 0,12$.

D'où le tableau de la loi de probabilité suivant :

Coût total en € C_i	100	130	150	180
Probabilité p_i	0,12	0,48	0,08	0,32

c) L'espérance de cette loi est égale à :

$\text{E} = 100 \times 0,12 + 130 \times 0,48 + 150 \times 0,08 + 180 \times 0,32 = 12 + 62,4 + 12 + 57,6 = 144$ €.

Ceci signifie qu'en moyenne le coût par participant est de 144 €.