Fiche d'exercices sur les suites : rappels première

Exercice 1 :
Soient α, β et γ trois termes consécutifs d'une suite arithmétique.
Déterminer α, β et γ sachant que $\alpha+\beta+\gamma=126$ et que $2\alpha-\beta+\gamma=79$.

Exercice 2 :
Soit (u_n) une suite arithmétique de raison -5.

1) Calculer u_0 et u_{10} sachant que $u_7=11$.

2) En déduire l'expression de u_n en fonction de n ainsi que l'expression de u_{n+1} en fonction de u_n.

Exercice 3 :
Soit (u_n) la suite définie par $u_n=4+2n$.

1) Montrer que la suite (u_n) est arithmétique et déterminer sa raison.

2) Calculer $S_{2017}=u_0+u_1+\cdots+u_{2017}$.

Exercice 4 :
Soit (u_n) une suite géométrique de raison -5.
Calculer u_0 et u_6 sachant que $u_4=5\,250$.

Exercice 5 :
Soit (u_n) la suite définie par $u_n=3\times(-2)^n$.

1) Montrer que la suite (u_n) est géométrique et déterminer sa raison et son premier terme u_0.

2) Calculer $S_{10}=u_0+u_1+\cdots+u_{10}$.

Exercice 6 :
Soit (u_n) une suite géométrique. On sait que $u_3=\dfrac{4}{3}$ et que $u_8=324$.

1) Calculer la raison de la suite (u_n) et son premier terme u_0.

2) En déduire l'expression de u_n en fonction de n ainsi que l'expression de u_{n+1} en fonction de u_n.

3) Construire un algorithme permettant de savoir à partir de quel indice n le terme u_n de la suite (u_n) dépasse la valeur 10 000.

Exercice 7 :
Soit (u_n) la suite définie par $u_0=2$ et par la relation de récurrence $u_{n+1}=0,5u_n+2$ et la suite (v_n) définie par $v_n=u_n-4$.

1) Montrer que la suite (v_n) est géométrique. Déterminer son premier terme v_0 et sa raison.

2) Exprimer v_n en fonction de n puis en déduire l'expression de u_n en fonction de n.

Solutions :

Exercice 1 :
$\alpha = 37$, $\beta = 42$ et $\gamma = 47$.

Exercice 2 :

1) $u_0 = 46$ et $u_{10} = -4$.

2) $u_n = u_0 + nr = 46 - 5n$ et $u_{n+1} = u_n + r = u_n - 5$.

Exercice 3 :

1) $u_{n+1} - u_n = 4 + 2(n+1) - (4+2n) = 4 + 2n + 2 - 4 - 2n = 2$ donc (u_n) est une suite arithmétique de raison $r = 2$.

2) $S_{2017} = \text{nombre de termes} \times \dfrac{\text{premier terme} + \text{dernier terme}}{2}$
$= 2\,018 \times \dfrac{4 + 4\,038}{2} = 4\,078\,378$.

Exercice 4 :
$u_0 = u_4 \times q^{-4} = 5\,250 \times (-5)^{-4} = 8,4$ et $u_6 = u_4 \times q^2 = 5\,250 \times (-5)^2 = 131\,250$.

Exercice 5 :

1) $\dfrac{u_{n+1}}{u_n} = \dfrac{3 \times (-2)^{n+1}}{3 \times (-2)^n} = \dfrac{3 \times (-2)^n \times (-2)}{3 \times (-2)^n} = -2$ donc (u_n) est une suites géométrique de raison $q = -2$ et de premier terme $u_0 = 3 \times (-2)^0 = 3$.

2) $S_{10} = \text{premier terme} \times \dfrac{1 - \text{raison}^{\text{nombre de termes}}}{1 - \text{raison}} = 3 \times \dfrac{1 - (-2)^{11}}{1 - (-2)} = 2\,049$.

Exercice 6 :

1) $u_8 = u_3 \times q^5 = \dfrac{4}{3} \times q^5 = 324$ donc $q^5 = 324 : \dfrac{4}{3} = 324 \times \dfrac{3}{4} = 243$ donc
$q = q^1 = \left(q^5\right)^{\frac{1}{5}} = (243)^{\frac{1}{5}} = 3$.
$u_0 = u_8 \times q^{-8} = 324 \times 3^{-8} = \dfrac{4}{81}$.

2) $u_n = u_0 \times q^n = \dfrac{4}{81} \times 3^n$ et $u_{n+1} = u_n \times q = u_n \times 3$.

3)

Variables : u est un réel
n est un entier naturel
Traitement : u prend la valeur $\dfrac{4}{81}$
n prend la valeur 0
Tant que $u < 10\,000$ faire :
  u prend la valeur $u \times 3$
  n prend la valeur $n + 1$
Fin Tant que
Sortie : Afficher n

exercice 7 :

1) $v_{n+1} = u_{n+1} - 4 = 0,5u_n + 2 - 4 = 0,5u_n - 2 = 0,5\left(u_n - \dfrac{2}{0,5}\right) = 0,5(u_n - 4) = 0,5v_n$ donc (v_n) est une suite géométrique de raison $q = 0,5$ et de premier terme
$v_0 = u_0 - 4 = 2 - 4 = -2$.

2) $v_n = v_0 \times q^n = -2 \times 0,5^n$.
$v_n = u_n - 4$ donc $u_n = v_n + 4$ et donc $u_n = -2 \times 0,5^n + 4$ grâce au résultat précédent.