T1

油滴发生器产生的小油滴，直径在 $0.5 \sim 1 \mu m$ 。需要注意，若油滴的大小太小，则布朗运动的影响会过大，且不易观察。若油滴太大，则带的电荷较多，且下降的时间快，不易控制找到稳定的电压。

我们考虑油滴的直径为 $d = 1.0\ \mu m$ 左右，其密度为 $\rho = 0.981 \times 10^3\ kg \cdot m^{-3}$ ，其质量为 $m = \frac{\pi}{6}\rho d^3 = 5.13 \times 10^{-16}\ kg$ 。我们假定电荷量 $q = ne$ ，其中 e 为元电荷。对于平行板电容器，我们假设其尺寸远大于油滴的大小，那么板间电场可近似为 $E = \frac{U}{d_1}$ 。由于重力和电场力平衡，我们可以得到: $mg = ne\frac{U}{d_1}$ 。

我们取 $g = 9.8\ m \cdot s^{-2}$ ，取间距 $d_1 = 5.0 \times 10^{-2}\ m$ ，取 n 为 5 ，估算得到所需电压 $U = 3.1 \times 10^2\ V$ 。实际采用电压为 $300 \sim 700\ V$

实际计算公式大致如下:

首先测出油滴的质量。在没有电场作用的情况下，油滴会受到重力和空气阻力，由于其本身尺寸小，质量与 r^3 成反比，而阻力一般近似为 $f = 6\pi r\eta v$， $\frac{f}{m}$ 关于 r^2 成反比 。因此，油滴因为体积小，在下落短暂时间之后 (因为 $\frac{f}{m}$ 关于 r^2 成反比而变大，所以时间不会太久)，将会近似匀速直线下降。此时 $f = mg$ 。

因此，当两个极板之间的电压为 0 ，设此时匀速下降的距离为 l，时间为 t 。则:

$$
\begin{gathered}
v = \frac{l}{t} \\
f = 6\pi r\eta v \\
f = mg \\
m = \frac{4}{3}\pi\rho r^3 \\
mg = ne\frac{U}{d_1}
\end{gathered}
$$

因此:

$$
e = \frac{1}{n}\frac{9\sqrt{2}\pi}{\rho g}[\frac{\eta l}{t}]^{\frac{3}{2}}
$$

$$r=\sqrt{\frac{9\eta l}{2\rho g t}}$$

T2

A4 纸(仅仅用于估算纸片质量) 大小为 $21.0\ cm \times 29.7cm$ ，质量约为 $4.37g$ 。估计纸片大小为 $1.0\ cm \times 1.0\ cm$ ，质量约为 $7.0 \times 10^{-6}\ kg$ 。取 $g = 9.8\ m \cdot s^{-2}$ ，则重力大约为 $6.9 \times 10^{-5}\ N$ 。我们不妨假定电荷面密度 $\sigma = const$ ，并且把塑料尺看作理想无穷大的平面 (因为纸片相比于尺子较小，且吸引时两者距离非常接近)，则由高斯公式 $\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$ 易知其产生电场强度 $E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$ 。我们假设两种材料上电荷异号，那么由于能够吸引，且因为间隔要足够近才能吸引，所以可以认为满足电场力近似等于或略强于纸片重力 $Eq \simeq mg$ ，而 $q = \sigma a^2$ 。所以代入，得到 $q = \sqrt{2\epsilon_0 mg}\ a = 3.5 \times 10^{-10}\ C$

T3

铯-133 原子不受干扰的基态超精细能级跃迁频率 $\Delta \nu_{Cs}$ 为 $9192631770\ Hz$

- 真空中光的速度 c 为 $299792458\ m \cdot s^{-1}$
- 普朗克常数 h 为 $6.62607015 \times 10^{-34}\ J \cdot s$
- 基本电荷 e 为 $1.602176634 \times 10^{-19}\ C$
- 玻尔兹曼常数 k 为 $1.380649 \times 10^{-23}\ J \cdot K^{-1}$
- 阿伏伽德罗常数 N_A 为 $6.02214076 \times 10^{23} mol^{-1}$
- 频率为 $540 \times 10^{12}\ Hz$ 的单色辐射的发光效率 K_{cd} 为 $683\ lm \cdot W^{-1}$

而精细结构常数 α 为 $7.2973525693 \times 10^{-3}$ ($\frac{1}{\alpha} = 137.035999084$) 为测量量。

1. 电荷: 已被定义
2. 电流: 1安培等于每秒钟通过导线横截面的电荷量为1库伦的电流。$1\ A = 1\ C \cdot s^{-1}$
3. 光速: 已被定义
4. 真空介电常数: $\epsilon_0 = \frac{e^2}{2\alpha hc} = 8.8541878128 \times 10^{-12}\ F \cdot m^{-1}$
5. 真空磁导率: $\mu_0 = \frac{1}{\epsilon_0 c^2} = 1.25663706212 \times 10^{-6}\ N \cdot A^{-2}$

特别的是，在新定义下，真空介电常数 与 真空磁导率不再是常数，其不确定度与精细结构常数 α 有关。

参考资料：wiki

(否则 y方向电场不可能同时为0)

17.

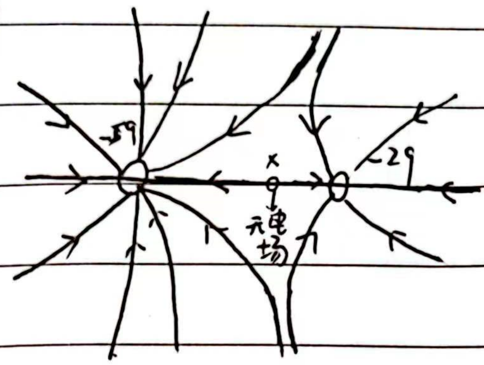
(a) 合电场为0的点显然在 x轴上. 设其为 x. ($x\in(0,d)$)

因此 $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{x^2}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_2}{(d-x)^2}$

$\therefore\ x=\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}d\approx 0.61d$

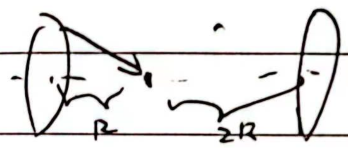
$\therefore$ 位置在 $\left(\frac{\sqrt{5}d}{\sqrt{5}+\sqrt{2}},0\right)$

(b)



大致如图所示

18.



对于一个带电量为 q, 半径为 R 的圆环, 在距环心 x 距离之处(轴线上).

$$E=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0(R^2+x^2)}\cdot\frac{x}{\sqrt{R^2+x^2}}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{x}{(R^2+x^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$\because$ P点处 $\Sigma E=0$ $\quad\therefore\ \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{x_1}{(R^2+x_1^2)^{\frac{3}{2}}}+\frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{x_2}{(R^2+x_2^2)^{\frac{3}{2}}}=0$

又 $\because\ x_1=R,\quad x_2=-2R$

$\therefore\ \frac{q_1}{q_2}=\frac{4\sqrt{10}}{25}\approx 0.506$

26. 圆盘半径 $R_0=2.5\,cm$, $\sigma=5.3\,\mu C/m^2$

$\cancel{\therefore E=\int_0^{R_0}\frac{2\pi r dr\,\sigma}{4\pi\varepsilon_0(r^2+z^2)}\frac{z}{\sqrt{r^2+z^2}}=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[1-\frac{z}{\sqrt{z^2+R_0^2}}\right]}$

$$\therefore E=\int_0^{R_0}\frac{2\pi r dr\,\sigma}{4\pi\varepsilon_0(r^2+z^2)}\frac{z}{\sqrt{r^2+z^2}}=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[1-\frac{z}{\sqrt{z^2+R_0^2}}\right]=6.27\times10^3\ N\cdot C^{-1}$$

记a向东为正　　记E向东为正

28. $\overset{E}{\leftarrow} \quad \overset{a}{\rightarrow}$　$F = ma$,　$F = qE$,　$q = -e$

$\therefore E = -\frac{ma}{qe} = -1.02 \times 10^{-2}\ N \cdot C^{-1}$

大小 $1.02 \times 10^{-2}\ N \cdot C^{-1}$

方向向西

40. (a) $q\vec{E} = m\vec{a}$　$\therefore \vec{a} = -\frac{e\vec{E}}{m} = -2.11 \times 10^{13}\ m \cdot s^{-2}\ \vec{j}$

(b). $\begin{cases} v_x \cdot \Delta t = d, & v_x' = v_x \\ v_y' = v_y + a \cdot \Delta t. \end{cases}$

$\therefore \vec{v}' = (v_x', v_y') = 1.5 \times 10^5\ \vec{i} - 2.8 \times 10^6\ \vec{j}$ (单位 $m \cdot s^{-1}$

44. (a) $|\vec{p}| = |q\vec{l}| = \underbrace{|q|}_{1.500nC}\ \underbrace{|\vec{l}|}_{6.20\mu m} = 1100 N \cdot C^{-1}$

(a) ~~[illegible]~~

(b) 偶极子势能 $V = -\vec{p} \cdot \vec{E}$ ①

$\therefore |\Delta V| = 2pE = 2.05 \times 10^{-11} J$

且由①可知 与电场平行时势能更低