

做题方法:

1. 可以推导公式 设第 $n$ 次差分后函数为  $f_n(x) = f_{n-1}(x+1) - f_{n-1}(x)$ , 其中  $f_0$  为原函数  $f$ 。然后, 第 $n$ 个寄存器的初始值便是  $f_{8-n}(0)$  的值。更进一步的,  $f_n(0) = \sum_{i=0}^n (f(i) * (-1)^{n-i} * \binom{n}{i})$ 。
2. 基本同上。同时, 注意到差分机只有31位精度, 可以看作float, 因此只需保留到0.33333333即可, 更多的3没有意义。
3. 由数学归纳法, 我们可以求出  $f_n(0) = (e^{0.01} - 1)^n$ 。注意到  $e^x - 1 = x + x^2/2! + x^3/3! + o(x^4)$  (泰勒展开) 而 0.01 是一个较小的数, 因此我们可以只保留前2位  $f_n(0) \approx 0.01^n + (n/2) * 0.01^{n+1}$ 。为了方便测试, 将结果保留了14位小数。(即保证乘以  $10^{14}$  再取整后每个寄存器的值不为0, 精度未完全丢失。)