Правительство Калужской области Российская академия наук

Российский фонд фундаментальных исследований ФГУ ФНЦ «Научно-исследовательский институт системных исследований РАН»

Обнинский институт атомной энергетики — филиал $\Phi \Gamma AOY$ ВО НИЯУ МИ $\Phi И$

Международная конференция «Математические идеи П. Л. Чебышёва и их приложения к современным проблемам естествознания», приуроченная к 200-летию со дня рождения великого русского математика, академика П. Л. Чебышёва

Материалы конференции

international conference
"P. Chebyshev Mathematical Ideas and Their Applications to Natural Sciences" commemorating the 200th anniversary of P. Chebyshev, the great Russian mathematician

Conference Proceedings. Short Papers

УДК 51(063)+53(063)+622.3(063)+004(063)+658:622.3(063) ББК 22+32.97+65.304 М 431

Печатается по решению Оргкомитета конференции

Редакционная коллегия:

академик В.Б. Бетелин; В.А.Галкин, д.ф.-м.н., профессор (отв. редактор); Д.А.Моргун, к.ф.-м.н., доцент. Переводчик: Д.И.Троицкий, к.т.н., доцент.

Международная конференция «Математические идеи П. Л. Чебышёва и их приложения к современным проблемам естествознания», приуроченная к 200-летию со дня рождения великого русского мамичатика, академика П. Л. Чебышёва : Материалы конференции. / (Обнинск, 14–18 мая; Сургут, 23–29 мая 2021 г.): Материалы конференции. Подред. акад. В.Б. Бетелина. — Калуга: Калужский печатный двор, 2021. — 397 с. DOI: 10.51790/chebconf-2021

ISBN 978-5-6041954-8-2

УДК 51(063)+53(063)+622.3(063)+004(063)+658:622.3(063) ББК 22+32.97+65.304



- © Авторы, 2021
- © Компьютерная вёрстка Д. А. Моргун, 2021
- © Калужский печатный двор, 2021



Пафнутий Львович Чебышёв (1821-1894)

Организационный комитет конференции:

- К. М. Горобцов заместитель Губернатора Калужской области, сопредседатель организационного комитета;
- В. Б. Бетелин академик РАН, доктор физико-математических наук, научный руководитель федерального государственного учреждения «Федеральный научный центр Научно-исследовательский институт системных исследований Российской академии наук», сопредседатель организационного комитета;
- Т. Е. Головатская главный специалист управления профессионального образования и науки министерства образования и науки Калужской области, секретарь организационного комитета.

Члены организационного комитета конференции:

- А. С. Аникеев министр образования и науки Калужской области;
- С. Е. Власов доктор технических наук, директор федерального государственного учреждения «Федеральный научный центр Научно-исследовательский институт системных исследований Российской академии наук»;
- В. А. Галкин доктор физико-математических наук, профессор, директор Сургутского филиала федерального государственного учреждения «Федеральный научный центр Научно-исследовательский институт системных исследований Российской академии наук»;
- В. П. Гинкин доктор физико-математических наук, профессор, учредитель общества с ограниченной ответственностью «МАТЭК»;
- В. В. Доможир кандидат экономических наук, первый проректор федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Калужский государственный университет им. К. Э. Циолковского»;
- И. С. Зенов заместитель министра внутренней политики и массовых коммуникаций Калужской области начальник Управления по развитию медиадоступности и информационным технологиям;
- Т. Н. Леонова глава Администрации городского округа «Город Обнинск»;
- А. В. Оксюта заместитель министра культуры Калужской области начальник Управления государственной поддержки культуры, искусства и народного творчества;
- Т. А. Осипова исполняющий обязанности директора Обнинского института атомной энергетики филиала федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»;
- В. Я. Панченко академик РАН, доктор физико-математических наук, профессор, председатель Совета Российского фонда фундаментальных исследований;
- Г. И. Савин академик РАН, доктор физико-математических наук, профессор, научный руководитель Межведомственного суперкомпьютерного центра Российской академии наук филиала ФГУ ФНЦ НИИСИ РАН;

- С. О. Старков доктор физико-математических наук, профессор, начальник отделения интеллектуальных кибернетических систем Обнинского института атомной энергетики филиала федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»;
- А. В. Суярко глава Администрации муниципального района «Жуковский район»;
- А. В. Царьков доктор технических наук, профессор, директор Калужского филиала федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Московский государственный технический университет имени Н. Э. Баумана»;
- Е. Е. Чудаков начальник Управления по охране объектов культурного наследия Калужской области.

Программный комитет конференции

Председатель:

В. Б. Бетелин – академик РАН, доктор физико-математических наук, научный руководитель федерального государственного учреждения «Федеральный научный центр Научно-исследовательский институт системных исследований Российской академии наук».

Заместители председателя:

- В. А. Галкин доктор физико-математических наук, профессор, директор Сургутского филиала федерального государственного учреждения «Федеральный научный центр Научно-исследовательский институт системных исследований Российской академии наук»;
- Р. Д. Гимранов начальник управления ІТ ПАО «Сургутнефтегаз»;
- В. Я. Панченко академик РАН, доктор физико-математических наук, профессор, председатель Совета Российского фонда фундаментальных исследований.

Члены программного комитета конференции:

- Г. И. Савин академик РАН, доктор физико-математических наук, профессор, научный руководитель Межведомственного суперкомпьютерного центра Российской академии наук филиала ФГУ ФНЦ НИИСИ РАН;
- С. Е. Власов доктор технических наук, директор федерального государственного учреждения «Федеральный научный центр Научно-исследовательский институт системных исследований Российской академии наук»;
- М. В. Якобовский член-корреспондент РАН, доктор физико-математических наук, профессор, заместитель директора по научной работе Института прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, заведующий отделом программного обеспечения высокопроизводительных вычислительных систем и сетей, профессор базовой кафедры математического

моделирования Московского физико-технического института, профессор кафедры вычислительных методов Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова;

- М. Ю. Савастьин кандидат технических наук, директор филиала федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Тюменский индустриальный университет» в г. Сургуте;
- И. Б. Петров член-корреспондент РАН, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой информатики, федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет)»;
- С. А. Кащенко доктор физико-математических наук, профессор, первый проректор Ярославского государственного университета имени П. Г. Демидова;
- Н. Н. Смирнов доктор физико-математических наук, профессор, заместитель директора федерального государственного учреждения «Федеральный научный центр Научно-исследовательский институт системных исследований Российской академии наук» по стратегическим информационным технологиям, заслуженный профессор федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова»;
- Р. М. Шагалиев доктор физико-математических наук, заместитель директора федерального государственного унитарного предприятия «Российский федеральный ядерный центр Всероссийский научно-исследовательский институт экспериментальной физики»; В. Н. Чубариков доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой математических и компьютерных методов анализа, федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова»;
- М. М. Лаврентьев доктор физико-математических наук, профессор, декан факультета информационных технологий, федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Новосибирский национальный исследовательский государственный университет»;
- A. Пападопулос Doctorat d'Etat (Habilitation), mathematics, директор по научной работе, Национальный центр научных исследований Франции, Университет Страсбурга, Страсбург, Франция;
- Я. Земпо PhD (Physics), профессор кафедры цифровых технологий, Университет Хосэй, Токио, Япония;
- В. В. Савченко PhD (Theoretical Mechanics), почетный профессор кафедры цифровых технологий, Университет Хосэй, Токио, Япония;
- Б.-В. Шульце профессор, Потсдамский университет, кампус Голм, Институт математики, Германия;
- С. О. Старков доктор физико-математических наук, профессор, начальник отделения интеллектуальных кибернетических систем Обнинского института атомной энергетики;
- В. П. Гинкин доктор физико-математических наук, профессор, учредитель общества с ограниченной ответственностью «МАТЭК».

Organizing Committee:

K.M. Gorobtsov, Vice Governor, Kaluga Region, Co-chairperson of the Organizing Committee V.B. Betelin, member of the Russian Academy of Sciences, Doctor of Science (Physics and Mathematics), Scientific Adviser, Scientific Research Institute for System Analysis of the Russian Academy of Sciences, Co-chairperson of the Organizing Committee

T.Ye. Golovatskaya, senior expert, Vocational Education and Research Board, Ministry of Science and Education, Kaluga Region Government, secretary of the Organizing Committee

Organizing Committee Members:

A.S. Anikeev, Minister for Science and Education, Kaluga Region Government

S.Ye. Vlasov, Doctor of Science (Engineering), Director, Scientific Research Institute for System Analysis of the Russian Academy of Sciences

Prof. V.A. Galkin, Doctor of Science (Physics and Mathematics), Director, Surgut Site, Scientific Research Institute for System Analysis of the Russian Academy of Sciences

Prof. V.P. Ginkin, Doctor of Science (Physics and Mathematics), founder, MATECH Limited Liability Company

V.V. Domozhir, PhD (Economics), First Vice Director, Tsiolkovsky Kaluga State University

I.S. Zenov, Vice Minister for Internal Policy and Mass Media, Kaluga Region Government, Head, IT and Mass Media Accessibility Dept.

T.N. Leonova, Head of Administration, Obninsk city

A.V. Oksyuta, Vice Minister for Culture, Kaluga Region Government, Head, Dept. of Government Support for Culture, Arts, and Crafts

T.A. Osipova, Acting Director, Obninsk Institute for Nuclear Power Engineering, a branch of the National Research Nuclear University MEPhI

Prof. V.Ya. Panchenko, member of the Russian Academy of Sciences, Doctor of Science (Physics and Mathematics), Chairperson, Russian Foundation for Basic Research

Prof. G.I. Savin, member of the Russian Academy of Sciences, Scientific Adviser, Joint Supercomputer Center of the Russian Academy of Sciences, a branch of the Scientific Research Institute for System Analysis

Prof. S.O. Starkov, Doctor of Science (Physics and Mathematics), Head, Division of Cyber Intelligence Systems, Obninsk Institute for Nuclear Power Engineering, a branch of the National Research Nuclear University MEPhI

A.V. Suyarko, Head of Administration, Zhukovsky Municipality

Prof. A.V. Tsarkov, Doctor of Science (Engineering) Director, Kaluga Campus, Bauman Moscow State Technical University

Ye. Ye. Chudakov, Head, Cultural Heritage Protection Dept., Kaluga Region Government

Program Committee

Chairperson:

V.B. Betelin, member of the Russian Academy of Sciences, Doctor of Science (Physics and Mathematics), Scientific Adviser, Scientific Research Institute for System Analysis of the Russian Academy of Sciences

Vice Chairpersons:

Prof. V.A. Galkin, Doctor of Science (Physics and Mathematics), Director, Surgut Site, Scientific Research Institute for System Analysis of the Russian Academy of Sciences R.D. Gimranov, IT Dept. Head, Surgutneftegas

Prof. V.Ya. Panchenko, member of the Russian Academy of Sciences, Doctor of Science (Physics and Mathematics), Chairperson, Russian Foundation for Basic Research

Program Committee Members:

Prof. G.I. Savin, member of the Russian Academy of Sciences, Scientific Adviser, Joint Supercomputer Center of the Russian Academy of Sciences, a branch of the Scientific Research Institute for System Analysis

S.Ye. Vlasov, Doctor of Science (Engineering), Director, Scientific Research Institute for System Analysis of the Russian Academy of Sciences

M.V. Yakobovskiy, Corresponding Member of the Russian Academy of Sciences, Doctor of Science (Physics and Mathematics), Professor, Deputy Director for Science, Keldysh Institute of Applied Mathematics (Russian Academy of Sciences), Professor of the Basic Department of Mathematical Modeling, Moscow Institute of Physics and Technology, Professor of the Department of Computational Methods, Lomonosov Moscow State University

M. Yu. Savastyin, PhD (Engineering), Director, Surgut Campus, Industrial University of Tyumen

Prof. I.B. Petrov, corresponding member of the Russian Academy of Sciences, Doctor of Science (Physics and Mathematics). Head, Dept. of Computer Science, Moscow Institute of Physics and Technology

Prof. S.A. Kashchenko, Doctor of Science (Physics and Mathematics), First Vice Director, Demidov Yaroslavl State University

Prof. N.N. Smirnov, Doctor of Science (Physics and Mathematics), Vice Director for Strategic IT, Scientific Research Institute for System Analysis of the Russian Academy of Sciences, Professor, Lomonosov Moscow State University

R.M. Shagalieyev, Doctor of Science (Physics and Mathematics) Vice Director, Russian Federal Nuclear Center, Russian Research Institute of Experimental Physics

Prof. V.N. Chubarikov, Doctor of Science (Physics and Mathematics). Head, Dept. of Mathematical and Computer Analysis, Lomonosov Moscow State University

Prof. M.M. Lavrentiev, Doctor of Science (Physics and Mathematics), Dean, IT School, Novosibirsk State University

Athanase Papadopoulos, Doctorat d'Etat (Habilitation), mathematics, Director for Research, French National Center for Scientific Research, University of Strasbourg, France

Prof. Y. Zempo, PhD (Physics), Dept. of Digital Media, Hosei University, Tokyo, Japan

V.V. Savchenko, PhD (Theoretical Mechanics), Professor Emeritus, Dept. of Digital Media, Hosei University, Tokyo, Japan

Prof. B.-W. Schulze, University of Potsdam, Golm Campus, Institute of Mathematics, Germany Prof. S.O. Starkov, Doctor of Science (Physics and Mathematics), Head, Division of Cyber Intelligence Systems, Obninsk Institute for Nuclear Power Engineering

Prof. V.P. Ginkin, Doctor of Science (Physics and Mathematics), founder, MATECH Limited Liability Company

СОДЕРЖАНИЕ | CONTENTS

Приветственное слово	31
Conference Welcome Address	34
Пленарные доклады	
Бетелин В. Б., Моргун Д. А.	
Устойчивые к киберугрозам системы управления технологическим процессом Betelin V. B., Morgun D. A.	37
,	38
Сингулярно возмущённые задачи с многозонными внутренними и пограничными	
СЛОЯМИ	39
Butuzov V. F. Singularly perturbed problems with multizonal interior and boundary layers	40
Течения в сложных областях и проблема описания крови в сосудах	40
Flows in Complicated Domains and the Problem of the Blood Description in Vessels Земпо Я., Кано С. С.	41
Применение метода максимальной энтропии к временным рядам в рамках нестационарной теории функционала плотности	42
Maximum Entropy Method Applied to Time-series Data in Real-time Time-Dependent Density Functional Theory	43
Локальная динамика логистического уравнения с запаздыванием и диффузией Kashchenko S. A.	44
Local Dynamics of Logistic Equation with Delay and Diffusion	45
Симплектическая геометрия оператора Купмана	45
Symplectic Geometry of the Koopman Operator	45
Новые возможности моделирования на ПК на примере решения системы уравнений мелкой воды в задаче прогноза цунами	46
Lavrentiev M. M., Marchuk An. G.	
New PC Facilities for Modelling by Solving Shallow Water System for Tsunami Problem	47
Пападопулос А. О трудах Пафнутия Чебышёва	48
О трудал тафпутил теоринева	40

Papadopoulos A.	
On the work of Pafnuty Chebyshev	48
Петров И. Б.	
Компьютерное моделирование индустриальных процессов в Арктике	48
Simulation of Industrial Processes in the Arctic	49
Вычислительное моделирование многомасштабных задач горения: проблемы и ре-	
шения	50
Computational Modeling of Multiscale Combustion Processes: Problems and Solutions .	50
Старков С. О.	F 1
ИИ — хайп, технологическая платформа, новая экономика?	51
AI – Hype, Technological Platform, New Economy?	51
Некоторые особенности применения разрывного метода Галеркина для решения за-	
дач газовой динамики	51
Some Features of the Application of the Discontinuous Galerkin Method for Solving Gas Dynamic Problems	52
Исследования П. Л. Чебышёва по теории чисел, их дальнейшее развитие и прило-	
жения	53
P.L.Chebyshev studies on the theory of numbers, their advances and applications	54
Численное решение задач лазерного термоядерного синтеза на вычислительных си-	
стемах с массовым параллелизмом	55
Massively Parallel Numerical Solutions for Laser Thermonuclear Fusion Problems Якобовский М. В.	56
Суперкомпьютерные технологии: алгоритмы и инфраструктура	56
Supercomputing Technologies: Algorithms and Infrastructure	57
Численное моделирование в механике сплошных сред	
Aksenov V. V., Beklemysheva K. A., Vasyukov A. V.	
Acquiring elastic properties of thin composite structure from vibrational testing data Аристова Е. Н., Караваева Н. И.	59
Бикомпактные схемы для численного решения задач переноса нейтронов	60
Bicompact schemes for the numerical solving of neutron transport problems	61
Параллельные алгоритмы решения задач диффузии-конвекции на многопроцессорной вычислительной системе	62

Atayan A. M.	
Parallel Algorithms for Solving Diffusion-Convection Problems on a Multiprocessor Com-	
puter System	63
Беклемышева К. А., Васюков А. В.	
Сеточно-характеристический метод для численного моделирования ударного воздей-	
ствия на авиационные композиты	64
Beklemysheva K. A., Vasyukov A. V.	
Grid-characteristic Method for Numerical Modeling of Impact Loading of Aircraft Com-	
posites	65
Васюков А. В., Ермаков А. С.	
Моделирование текстильной мембраны с явным разрешением структуры плетения .	65
Vasyukov A. V., Ermakov A. S.	
Modeling of textile membrane with weave structure resolution	66
Голубев В. И., Борисова А. В.	
Моделирование волновых процессов в анизотропных пластинах	67
Golubev V. I., Borisova A. V.	
Simulation of Waves in Anisotropic Slabs	68
Моделирование волновых процессов в поперечно-изотропных геологических средах .	69
Golubev V. I., Petrukhin V. Yu.	00
Simulation of Waves in Transversely Isotropic Geological Media	70
Егоров И. В.	
Роль прямого численного моделирования в предсказании ламинарно-турбулентного	
перехода	71
Egorov I. V.	
The Role of Direct Numerical Simulation in Prediction of High-Speed Laminar-Turbulent	
Transition	72
Зимина С. В., Петров М. Н.	
Уточнение поля течения с помощью сверточных нейронных сетей в задачах внешней	
аэродинамики	73
Zimina S. V., Petrov M. N.	
Application of Convolutional Neural Networks to refine flow fields in external aerody-	
namics problems	74
Конов Д. С., Муратов М. В., Бирюков В. А.	
Численное решение задачи Стефана для искусственного ледового острова	75
Konov D. S., Muratov M. V., Birjukov V. A.	
Numerical Solution of the Stefan Problem Considering Artificial Ice Island	76
Леонтьев А. Л., Чумак М. И.	
Математическая модель гидродинамических процессов Каспийского моря с учетом	
наличия льда на его поверхности	77
Leontyev A. L., Chumak M. I.	
Mathematical Model of the Caspian Sea Fluid Dynamics Processes Taking into Account	
the Presence of Ice on its Surface	78
Митьковец И. А., Хохлов Н. И.	
Моделирование неоднородных сред с явным выделением неоднородностей сеточно-	
характеристическим методом	79
Mitskovets I. A., Khokhlov N. I.	
Simulation of Inhomogeneous Media with Explicit Identification of Inhomogenees by the	
Grid-Characteristic Method	80

Муратов М. В., Петров Д. И., Рязанов В. В., Бирюков В. А.	
Решение обратных задач сейсморазведки трещиноватых пластов методами машин-	
ного обучения	81
Muratov M. V., Petrov D. I., Ryazanov V. V., Biryukov V. A.	
Exploration Seismology of Fractured Layers Inverse Problems Solution by Methods of	
Machine Learning	82
Муратов М. В., Стогний П. В., Караев Н. А.	
Изучение динамических процессов в задачах сейсморазведки пластов мезотрещино-	
ватости методами математического и физического моделирования	83
Muratov M. V., Stognii P. V., Karaev N. A.	
The Study of Dynamical Processes in Mesofractures Layers Exploration Seismology Prob-	
lems by Methods of Mathematical and Physical Modeling	84
Никитин И. С., Никитин А. Д., Стратула Б. А.	
Математическое моделирование усталостного разрушения на основе теории повре-	
ждаемости	85
Nikitin I. S., Nikitin A. D., Stratula B. A.	
Mathematical Modeling of Fatigue Fracture Based on Damage Theory	86
Песня Е. А., Кожемяченко А. А.	
Применение неявных схем в сеточно-характеристическом методе	87
Pesnya E. A., Kozhemyachenko A. A.	
Application of implicit schemes in grid-characteristic method	88
Stankevich A. S., Vasyukov A. V.	
Using convolutional neural networks for inverse problems of boundary location in hetero-	
geneous medium	89
Стецюк В. О., Хохлов Н. И.	
Методы интерполяции значений в узлах сеток в сеточно-характеристическом методе	90
Stetsyuk V. O., Khokhlov N. I.	
Node Values Interpolation Methods for Grid-Characteristic Method	91
Сухинов А. И., Белова Ю. В., Никитина А. В.	
Математическое моделирование процессов самоочищения азовского моря на графи-	
ческом ускорителе	92
Sukhinov A. I., Belova Y. V., Nikitina A. V.	
Mathematical Modeling of the Azov Sea Self-Cleaning Processes on a Graphic Accelerator	93
Хохлов Н. И.	
О подходах явного выделения трещиноватых неоднородностей на структурных сет-	
ках в задачах моделирования распространения динамических возмущений	94
Khokhlov N. I.	
Approaches for modeling fractured inhomogeneities on structural meshes in problems of	
modeling the propagation of dynamic waves propagation	95
Чикиткин А. В., Корнев Е. К.	
Численное решение уравнения Больцмана с модельным интегралом столкновений с	
помощью тензорных разложений	96
Chikitkin A. V., Kornev E. K.	
Numerical solution of the Boltzmann equation with a model collision integral using tensor	
decompositions	96
Чистяков А. Е., Кузнецова И. Ю.	
Численное моделирование процесса осаждения взвеси	97
Chistyakov A. E., Kuznetsova I. Yu.	
Numerical Simulation of the Suspended Sedimentation Process	98

Шишленин М. А., Новиков Н. С., Кабанихин С. И.
Коэффициентные динамические обратные задачи и законы сохранения
Shishlenin M. A., Novikov N. S., Kabanikhin S. I.
Coefficient Inverse Problems and Conservation Laws
Дифференциальные уравнения
и нелинейная динамика
Анашкин О. В.
Устойчивость и бифуркации решений импульсных систем
Stability and Bifurcations in Impulsive Systems
Гомоклинические орбиты и странные аттракторы в кусочно-гладкой системе лорен-
цевского типа: точные результаты
Homoclinic orbits and strange attractors in a Lorenz-type system: rigorous results 105 Глызин С. Д., Колесов А. Ю.
Устойчивые бегущие волны в полносвязной системе квазилинейных осцилляторов 106 Glyzin S.D., Kolesov A. Yu.
Stable traveling waves in a fully connected system of quasilinear oscillators 107 Golubenets V. O.,
On nonlocal periodic solutions in a logistic equation with state-dependent delay 108 Гонченко С. В.
Три формы динамического хаоса
Three Forms of Dynamical Chaos
Пространственно неоднородные структуры и самоорганизация одного класса рас-
пределенных биофизических моделей
Spatially inhomogeneous structures and self-organization of one class of distributed biophysical models
Ивановский Л. И.
Устойчивость нулевого решения одной параболической краевой задачи с дополни-
тельной внутренней связью
Stability of the zero solution in one parabolic boundary-value problem with an auxiliary
internal connection
Kashchenko A. A.
Dynamics of one singularly perturbed model of three coupled oscillators
Бесконечный процесс прямых и обратных бифуркаций в системах с запаздыванием . 115
Kashchenko I. S.
Endless process of direct and inverse bifurcations in delay dynamics systems
Lerman L. M.
A Shilnikov type bifurcation for a Hamiltonian system
Плышевская С. П.
Динамика уравнения Кана-Хилларда

Plyshevskaya S. P.
Local Dynamics Of Cahn–Hilliard Equation
Преображенская М. М.
Дискретные бегущие волны в кольцевой цепи генераторов типа Мэки—Гласса с дву-
мя запаздываниями
Preobrazhenskaia M. M.
Discrete traveling waves in a ring of Mackey-Glass-type generators with two delays 120
Толбей А. О.
Об одном семействе разностных аппроксимаций логистического уравнения с запаз-
дыванием
On a family of difference approximations of the logistic equation with delay 122
Фаминский А.В.
Об одной начально-краевой задаче для нелинейного уравнения Шредингера высоко-
го порядка
Faminskii A. V.
On one initial-boundary value problem for the high order nonlinear Schrödinger equation 124
Асимптотические методы в сингулярно возмущённых задачах
Волков В. Т., Нефедов Н. Н.
Асимптотическое решение некоторых коэффициентных обратных задач для сингу-
лярно возмущенного уравнения типа Бюргерса
Volkov V. T., Nefedov N. N.
Asymptotic Solution of Some Coefficient Inverse Problems for a Singularly Perturbed
Burgers-Type Equation
Давыдова М. А., Лукьяненко Д. В., Захарова С. А.
Асимптотический анализ в прямых и коэффициентных обратных задачах нелиней-
ного теплообмена
Davydova M. A., Lukyanenko D. V., Zakharova S. A.
$A symptotic \ Analysis \ in \ Direct \ and \ Coefficient \ Inverse \ Problems \ of \ Nonlinear \ Heat \ Exchange 129$
Заборский А. В., Нестеров А. В.
Асимптотика решения сингулярно возмущенной дифференциально операторной си-
стемы уравнений переноса полидисперсной примеси в атмосфере
Zaborskiy A. V., Nesterov A. V.
Asymptotics of the Solution of Singularly Perturbed Differential Operator System of the
Transport Equation Polydispersed Particles in the Atmosphere
Кащенко И. С., Маслеников И. Н.
Локальная динамика уравнения второго порядка с запаздыванием в производной 132
Kashchenko I. S., Maslenikov I. N.
Local dynamics of a second order equation with a delay in the derivative
Левашова Н. Т., Быцюра С. В.
Стабилизация решения вида фронта системы автоволновых уравнений к стационар-
ному решению вида контрастной структуры типа ступеньки
Levashova N. T., Bytsyura S. V.
Stabilization of the front form solution of an autowave system of equations to the sta-
tionary step-type contrast structure solution

Nefedov N. N., Nikulin E. I.	
The periodic solutions with an interior layer of Burgers type equations	136
Никулин Е. И., Орлов А. О.	
Существование контрастных структур в задаче с разрывными реакцией и адвекцией 1	136
Nikulin E. I., Orlov A. O.	
Existence of Contrast Structures in Problem with Discontinuous Reaction and Advection 1	137
Тищенко Б. В., Левашова Н. Т.	
Существование и устойчивость решения системы двух нелинейных уравнений диф-	
фузии в среде с разрывными характеристиками при различных условиях квазимо-	
нотонности	138
Tishchenko B. V., Levashova N. T.	100
Existence and Stability of the Solution of the Two Stationary Diffusion Equation Sys-	
tem With Internal Transition Layer in a Medium with Discontinuous Characteristics for	
Different Types of Quasi-Monotonicity	130
Different Types of Quasi-Monotometry	100
Mamaramanaanaanaanaanaan	
Математическое моделирование	
физико-механических процессов	
Allilueva A. I.	
Asymptotic Solutions of a System of Gas Dynamics with Low Viscosity that Describe	
Smoothed Discontinuities	141
Афанаскин И. В., Вольпин С. Г.	
CRM-моделирование для мультискважинной деконволюции данных о давлениях и	
дебитах в замкнутом коллекторе	142
Afanaskin I. V., Volpin S. G.	
CRM-Modelling for Pressure and Well Rates Data Multiwell Deconvolution Conducted	
for Closed-Boundary Reservoir	143
Афанаскин И. В., Ялов П. В., Солопов Д. В.	
Анализ влияния точности исходных данных на результаты математического моде-	
лирования разработки нефтяных месторождений	144
Afanaskin I. V., Yalov P. V., Solopov D. V.	
Analysis of the Influence of the Accuracy of the Initial Data on the Results of Mathe-	
matical Modeling of the Development of Oil Fields	145
Бахмутский М. Л.	
Быстрое преобразование Фурье и безусловная устойчивость явных разностных схем	
для уравнений теплопроводности	146
Bakhmutsky M. L.	
Fast Fourier Transform and Unconditional Stability of Explicit Difference Schemes for	
Heat Conduction Equations	147
Глушаков А. А., Королев А. В., Афанаскин И. В., Ялов П. В.	
Анализ разработки нефтяных месторождений с помощью резервуарных математи-	
ческих моделей при забойном и пластовом давлении ниже давления насыщения без	
газовой шапки	148
Glushakov A. A., Korolev A. V., Afanaskin I. V., Yalov P. V.	
Oil Fields Production Analysis by Reservoir Mathematic Models for Downhole and Reser-	
voir Pressures below Bubble Point without Gas Cap	149
Godunov S. K., Fortova S. V., Denisenko V. V., Oparina E. I.	_0
Direct Cascade Numerical Simulation in Two-Dimensional Turbulence Accompanied by	
Energy Flux	149
	_

Душин В. Р., Никитин В. Ф., Коленкина(Скрылева) Е. И.,
Макеева М. Н., Манахова А. Н.
Моделирование вытеснения жидкостей из пористых сред с учетом химических вза-
имодействий между фазами
Dushin V. R., Nikitin V. F., Kolenkina(Skryleva) E. I., Makeeva M. N.,
Manahova A. N.
Simulation of the Displacement of Liquids From Porous Media Taking into Account the
Chemical Interactions between the Phases
Кравченко М. Н., Диева Н. Н.
Гидродинамический анализ эффективности циклического термогазохимического
воздействия на месторождениях с генерационным потенциалом
Kravchenko M. N., Dieva N. N.
Hydrodynamic Analysis of Cyclic Thermogasochemical Treatment Efficiency in
Hydrocarbon-Generating Potential Fields
Крыганов П. В., Афанаскин И. В., Вольпин С. Г.
Особенности применения деконволюции для обработки материалов гидродинамиче-
ских исследований скважин
Kryganov P. V., Afanaskin I. V., Volpin S. G.
Deconvolution Algorithm Application for Well Test Data Interpretation
Мальсагов М. Ю., Михальченко Е. В., Карандашев Я. М., Никитин В. Ф.
Нейросетевой подход к решению задач газовой динамики
Neural Network Approach to Solving Gas Dynamics Problems
Михальченко Е. В., Никитин В. Ф.
Моделирование детонационного двигателя на смеси ацетилен-кислород
Mikhalchenko E. V., Nikitin V. F.
Simulation of a Detonation Engine on the Acetylene-Air Mixture
Никитин В. Ф., Михальченко Е. В.
Моделирование ячеистой структуры детонации в смеси водород-воздух
Nikitin V. F., Mikhalchenko E. V.
Simulation of the Cellular Structure of Detonation in a Hydrogen-Air Mixture 160
Рыбакин Б. П.
Математическое моделирование процесса детонации в пиропатроне сложной формы 161
Rybakin B. P.
Mathematical modeling of the detonation process in a squib of complex shape 162
Смирнов Н. Н., Никитин В. Ф., Коленкина(Скрылева) Е. И.,
Вайсман Ю. Г.
Многократная пропитка пористой среды в условиях микрогравитации: эксперимен-
тальные исследования и математическое моделирование
Smirnov N. N., Nikitin V. F., Kolenkina(Skryleva) E. I., Weisman Yu. G.
Multiple Successive Imbibition of a Porous Medium Under Microgravity Conditions: Ex-
perimental Investigation and Mathematical Modeling
Смирнов Н. Н., Никитин В. Ф., Коленкина(Скрылева) Е. И.,
Фахретдинова Р. Р.
Вычислительное моделирование процесса очистки трещины ГРП и процесса вытес-
нения нефти из области, содержащей трещину ГРП

Smirnov	N.	N.,	Nikitin	V.	F.,	Kolenkina	(Skryleva)	$\mathbf{E}.$	I.,	
Fakhretding	ova R	. R.			ŕ		,		ŕ	
Computation	al Sim	nulation	of the Pro	cess o	f Clean	ing Up of a H	Iydraulic Fra	acture	and	
the Process of	of Disp	lacemen	t of Oil from	m the	Region	Containing a	Hydraulic F	racture		165
Стамов 3	л. и.,	Кушн	иренко А	. Γ., I	Михал	ъченко Е. В	., Смирнов	за М.	Н.,	
Тюренкова			_				-		-	
Моделировал	ние го	рения т	вердого то	плива	в каме	ере сгорания і	чбридного д	двигате	еля .	166
Stamov 1	L. I.,	Kushn	irenko A.	G., I	Mikhal	chenko E. V	., Smirnov	а М.	N.,	
Tyurenkova	ı V. V	7 .								
Simulation of	f Solid	Fuel Co	ombustion is	n the	Combu	stion Chamber	r of a Hybrid	l Engin	е	167
Shafarevi	ich A.	Ι.								
Short-Wave A	Asymp	totic So	lutions of the	ne Wa	ve Equa	ation with Loc	alized Pertur	rbation	s of	
the Velocity										168
Родре		00DD		<u>.</u>	0.000	O				
ропро	СЫ	corbe	еменної	и Ма	атем	атики				
A ***aa**aa	۸ D	Пъги	wwo I/ II	г						
			кков К. П			пеньки на мел	TYON DO TO HO			
	-		-			пеньки на мел				160
			 hkov K. P							109
		•			e Cmo	othed Step in	Challery We	ton orr	271 0	
•						· · · · · · · ·				170
Алмазов										170
			тто той мот	03. f 0. TOTA		,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,	THIND CONO	D	200	
						учению школ 				170
Almazova			стической.	ЛИНИИ	1					170
			Futuro Too	hora e	of Moth	ematics to Te	och Students	tho M	[oin	
	-					· · · · · · · · ·				171
Анкудин				sucar	Line				• • •	1/1
•		-		ппош	ia sono.	сных изделий	продприяти	а в опу	1100	
		_								179
Ankudin	-									112
				lenish	ment o	f Spare Produ	cts of the En	ternris	e in	
			_					_		173
		_	у рко В. А .		illares .					110
		,	-		залач п	рогнозирован	ия остаточн	oro pec	:VD-	
										174
			ourko V. A							111
					of Nucle	ear Power Plai	nt Equipmen	t Resid	lual	
										175
Гаспарян	0									1.0
-			бических ф	VНКЦИ	оналов	. Обобщённые	е неравенств	а Чебь	шева	a176
Gasparya			Τ.	, 1		1				
			Functional	s. Gei	neralize	d Chebyshev I	nequalities.			177
Глазунов						J	•			
•			приложения	якис	следова	анию критиче	ских опреде	лителє	ей и	
лиофантовы						•	<u>.</u> . '			177

Glazunov N. M.	
Chebyshev Metrics and their Applications to Investigation of Critical Determiners and	
Diophante Approximations	178
Доброхотов С. Ю.	
Квазиклассический подход построения равномерных асимптотик ортогональных по-	
линомов	179
Dobrokhotov S. Yu.	
Semiclassical Approach to Constructing Uniform Asymptptics of Orthogonal Polynomials	180
Доброхотов С. Ю., Назайкинский В. Е.	
Биллиарды с полужесткими стенками и униформизация в задаче о набеге длинных	
волн на пологий берег	180
Dobrohotov S. Yu., Nazaikinskii V. E.	
Billiards with Semi-Rigid Walls and Uniformization in the Problem of Run-Up of Long	
Waves on a Shallow Coast	181
Емельянова А. В., Антонов А. В.	
Применение показателей значимости в рамках оценки риска и комплексного риск-	
ориентированного подхода	182
Emelianova A. V., Antonov A. V.	
Application of Risk Importance Measures in Risk Assessment and Integrated Risk-	
Informed Decision Making	183
Жидков О. А., Доненко И. Л.	
Фрактальное разделение интенсивности волны в современных GPON системах 1	184
Zhidkov O. A., Donenko I. L.	
Fractal Separation of Wave Intensity in Modern GPON Systems	185
Жукова А. М.	
Работы П. Л. Чебышева о шарнирных механизмах	186
Zhukova A. M.	
Works of P. L. Chebyshev on linkages	187
Kalinichenko V. A., Minenkov D. S.	
Asymptotics of 1d standing long waves on shallow water	188
Kalyabin G. A.	
Refinement of Mertens Formula and Robin Inequality	188
Марчук Ан. Г.	
Направленность излучения волновой энергии очагом цунами	189
Marchuk An. G.	
Directivity of the Wave Energy Radiation by the Tsunami Source	190
Николаев Д. А., Чепурко В. А., Антонов А. В.	
Оценка параметров распределения Вейбулла методом минимизации функции риска	
с учётом усеченных слева и цензурированных справа данных	190
Nikolaev D. A., Chepurko V. A., Antonov A. V.	
Parameters Estimation for Weibull Distribution by the Bayes Estimator Taking into Ac-	
count Left Truncated and Right Censored Data	191
Носиков И. А., Толченников А. А., Доброхотов С. Ю., Клименко М. В.	
Вариационный подход к расчету лучевых траекторий волн цунами	192
Nosikov I. A., Tolchennikov A. A., Dobrokhotov S. Yu., Klimenko M. V.	
Variation Approach to the Ray Tracing of Tsunami Waves	193
Носов М. А., Большакова А. В., Колесов С. В., Семенцов К. А.	
Генерация цунами землетрясением с учетом распределения подвижки и динамики	
	193

Nosov M. A., Bolshakova A. V., Kolesov S. V., Sementsov K. A.
Tsunami Generation by Earthquake Taking into Account Slip Distribution and Dynamics
of Rupture Formation
Семенцов К. А., Колесов С. В., Носов М. А., Нурисламова Г. Н.
Трехмерное моделирование волн цунами в рамках потенциальной теории сжимаемой
жидкости с использованием сигма координат
Sementsov K. A., Kolesov S. V., Nosov M. A., Nurislamova G. N.
Three-Dimensional Simulation of the Tsunami Waves Within the Potential Theory of a
Compressible Fluid Using Sigma Coordinates
Сергеев С. А.
Асимптотическое моделирование решения явной разностной схемы, отвечающей вол-
новому уравнению
Asymptotic modelling of the solution for the explicit difference scheme for the wave equation 198 Цветкова $A.~B.$
Вещественная квазиклассика для асимптотик с комплексными фазами и приложение
к совместно ортогональным полиномам Эрмита
Real-valued semiclassical approximation for the asymptotics with complex-valued phases
and an application to multiple orthogonal Hermite polynomials
Моделирование физических процессов Афанасенкова Ю. В., Гладышев Ю. А.
Применение метода обобщенных степеней Берса для построения решений системы
дифференциальных уравнений Мойсила-Теодореску
Afanasenkova Yu. V., Gladyshev Yu. A.
Application of the Method of Generalized Bers Degrees for Constructing Solutions of a
System of Differential Equations the Moisila-Teodorescu Equations
Бухенский К. В., Дюбуа А. Б., Конюхов А. Н., Кучерявый С. И.,
Машнина С. Н., Ципорков Н. И., Ципоркова К. А., Ревкова Л. С.,
Сафошкин А. С.
Возбуждение поверхностного поляритона на графеновой структуре
Bukhenskyy K. V., Dubois A. B., Konyukhov A. N., Kucheryavyy S. I.,
Mashnina S. N., Tsiporkov N. I., Tsiporkova K. A., Revkova L. S.,
Safoshkin A. S.
Excitation of a Surface Polariton on a Graphene Structure
Быковских Д. А., Галкин В. А.
· · ·
О моделировании течения газа Кнудсена в трехмерной области методом Монте-Карло 205 Bykovskikh D. A., Galkin V. A.
Bykovskikh D. A., Galkin V. A.
Bykovskikh D. A., Galkin V. A. On Modeling of the Knudsen gas Flow in a Three-Dimensional Space by the Monte Carlo
Bykovskikh D. A., Galkin V. A. On Modeling of the Knudsen gas Flow in a Three-Dimensional Space by the Monte Carlo Method
Bykovskikh D. A., Galkin V. A. On Modeling of the Knudsen gas Flow in a Three-Dimensional Space by the Monte Carlo Method
Bykovskikh D. A., Galkin V. A. On Modeling of the Knudsen gas Flow in a Three-Dimensional Space by the Monte Carlo Method
Bykovskikh D. A., Galkin V. A. On Modeling of the Knudsen gas Flow in a Three-Dimensional Space by the Monte Carlo Method
Bykovskikh D. A., Galkin V. A. On Modeling of the Knudsen gas Flow in a Three-Dimensional Space by the Monte Carlo Method

Galkin V. A., Dubovik A. O.	
Modeling the Potential Flow of a Liquid in a Region With a Variable Geometry	210
Галкин В. А., Дубовик А. О.	
Точные решения уравнений гидродинамики, связанные с нефтегазовой отраслью Galkin V. A., Dubovik A. O.	211
Exact Solutions of the Equations of Hydrodynamics Related to the Oil and Gas Industry Гинкин В. П., Ганина С. М.	212
Численное моделирование кристаллизации многокомпонентных расплавов Ginkin V. P., Ganina S. M.	213
Numerical Simulation of Multicomponent Alloy Solidification	213
Об использовании обобщенных степеней Берса при сплайновой аппроксимации задач	
теплопереноса	214
On the Use of Generalized Powers of Bers in Spline Approximation of Heat Transfer	
Problems	215
Губайдуллин А. А., Болдырева О. Ю., Дудко Д. Н.	
Компьютерное моделирование распространения возмущений давления в гидратосо-	216
держащих пористых образцах	210
Gubaidullin A. A., Boldyreva O. Yu., Dudko D. N.	
Computer simulation of propagation of pressure perturbations in hydrate-containing	016
porous samples	210
Гуляев Д. Ю.	
Численное исследование влияния теплообмена между прудом-охладителем и атмо-	
сферным воздухом на движение ветра в пределах промплощадки атомной электро-	04 =
станции	217
Gulyaev D. Y.	
Numerical Study of the Effect of Heat Transfer Between Cooling Pond and Atmospheric	
Air on Wind Movement within Industrial Site of Nuclear Power Plant	218
Дубовик А. О.	
Групповые свойства специальных функций математической физики	219
Group Properties of Special Functions of Mathematical Physics	220
Кошелев М. М., Ульянов В. В., Коновалов М. А., Харчук С. Е.	
Моделирование теплообмена в кольцевом зазоре с жидкометаллическим теплоноси-	
телем применительно к решению задачи повышения эффективности печей огневого	
нагрева	221
Koshelev M. M., Ulyanov V. V., Konovalov M. A., Kharchuk S. E.	
Modeling of Heat Exchange in an Annular Gap With a Liquid-Metal Coolant as Applied	
to the Solution of the Problem of Increasing the Efficiency of Fired Heating Furnaces	222
Кошелев М. М., Ульянов В. В., Харчук С. Е., Кремлева В. С.	
Сравнительный анализ эффективности устройств создания двухкомпонентных по-	
токов «теплоноситель — газ» для проведения водородной очистки тяжёлых жидко-	
металлических теплоносителей	223
Koshelev M. M., Ulyanov V. V., Kharchuk S. E., Kremlyova V. S.	220
Comparative Analysis of the Device Efficiency for Creating Two-Component "Coolant –	
Gas" Flows for Hydrogen Purification of Heavy Liquid Metal Coolants	224
Кремлёва В. С., Ульянов В. В., Харчук С. Е., Кошелев М. М.	
Изучение процесса пиролиза органических веществ в свинецсодержащем теплоноси-	
теле	225

Kremlyova V. S., Ulyanov V. V., Kharchuk S. E., Koshelev M. M.
Study of the Process of Pyrolysis of Organic Substances in a Lead-Containing Coolant $$. 225
Лазарева Г. Г.
Модель вращения расплава при импульсной тепловой нагрузке
Lazareva G. G.
Model of Melt Rotation under Pulsed Thermal Load $\ \ldots \ \ldots \ \ldots \ \ldots \ \ldots \ 227$
Lapin A.V., Shaidurov V.V.
A diffusion-convection problem with a fractional derivative along the trajectory of motion 228
Матвеев С. А., Смирнов А. П., Тыртышников Е. Е.
Сильно осциллирующие стационарные решения модели агрегации с множественны-
ми источниками частиц
Matveev S. A., Smirnov A. P., Tyrtyshnikov E.E.
Strongly oscillating stationary solutions for aggregation model with multiple sources 230
Панов Е. Ю.
О стабилизации при больших временах энтропийных решений скалярных законов
сохранения
Panov E. Yu.
On the long time decay of entropy solutions to scalar conservation laws
Степович М. А.
О некоторых моделях тепломассопереноса, обусловленного киловольтными электро-
нами в проводящих объектах
Stepovich M. A.
On Some Models of Heat and Mass Transfer Caused to Kilovolt Electrons in Conductive
Objects
П. Л. Чебышёв И М. В. Келдыш: компьютинг, прикладная математика, авиация,
атом, космос, цифровизация. К 200-летию П. Л. Чебышёва и 110-летию М. В. Кел-
дыша со дня их рождения
Sushkevich T. A.
Chebyshev and M. Keldysh: Computing, Applied Mathematics, Aviation, Atom, Space,
Digitalization. To 200th Anniversary of P. Chebyshev and 110th Anniversary of M. Keldysh236
Филимонов М. Ю., Ваганова Н. А.
Моделирование динамики изменения границы залегания вечной мерзлоты на неф-
тегазовых месторождениях Арктики
Filimonov M. Yu., Vaganova N. A.
Modeling the Changes of Permafrost Boundaries in the Oil and Gas Fields in the Arctic
and Subarctic Regions
Современные информационные технологии
в моделировании сложных систем
Farmanus D. D. Haranaus A. M.
Борисенко В. В., Чеповский А. М.
Восстановление геометрии коронарных артерий по данным компьютерной томографии240
Borisenko V. V., Chepovskiy A. M. Reconstruction of the Geometry of Coronary Arteriesbased on Computed Tomography . 241
Гавриленко Т. В., Смородинов А. Д.
Некоторые аспекты аппроксимации функций нейронными сетями
Gavrilenko T. V., Smorodinov A. D.
Some Aspects of Approximation of Functions by Neural Networks

Галкин В. А., Гавриленко Т. В., Смородинов А. Д., Девицын И. Н.	
О нейронной сети для решения класса систем линейных алгебраических уравнений.	. 244
Galkin V. A., Gavrilenko T. V., Smorodinov A. D., Devitsyn I. N.	
Neural Network for Solving a Class of Systems of Linear Algebraic Equations	. 245
Гимранов Р. Д.	
Контекстное мобильное приложение для встраивания в унаследованные информа-	
ционные системы крупного предприятия	246
Gimranov R. D.	
Dedicated Mobile App for Embedding into Large Corporate Legacy IT Systems	247
Деев Г. Е., Ермаков С. В.	
В-компьютеры: принцип работы, абстрактные вычисления	248
Deev G. E., Ermakov S. V.	210
B-computers: principle of operation, abstract calculations	249
Епифанов А. А.	243
Примнение методов глубокого обучения для решения трёхмерных уравнений Навье	
	250
— Стокса	. 250
Epifanov A. A.	250
Deep Learning Methods for Three Dimensional Navier-Stokes Equations	. 250
Еськов В. В.	051
Моделирование возрастной динамики параметров сердца с позиций Complexity	. 251
Eskov V. V.	~~~
Complex Systems Theory: Modeling of Age-Related Dynamics of Heart Parameters	. 252
Еськов В. М.	
Представления W. Weaver и L. A. Zadeh в моделировании живых систем	253
Eskov V. M.	
The Vision of W. Weaver and L. A. Zadeh of Living Systems Modeling	254
Запевалов А. С.	
Высокопроизводительные вычисления как основа искусственного интеллекта. Опыт	
ведущих российских и зарубежных компаний	255
Zapevalov A. S.	
High-Performance Computing as AI Foundation:Best Practices of Leading Russian and	
International Companies	. 257
Моргун Д. А.	
Применение РТЕХ для автоматизации визуализации научных расчётов	258
$\overline{Morgun D. A.}$	
Application of LATEX to Automate the Visualization of Scientific Calculations	. 259
Острейковский В. А., Лысенкова С. А.	
Математические модели необратимости и асимметрии времени в теории долговечно-	
сти структурно и функционально сложных критически важных систем длительного	
активного существования	260
Ostrejkovskij V. A., Lysenkova S. A.	
Mathematical Models of Irreversibility and Asymmetry of Time in the Theory of Dura-	
bility of Structurally and Functionally Complex Critical Systems of Long Active Existence	e261
Пушкарева М. М., Карандашев Я. М.	~C201
Структурный прунинг конволюционных нейронных сетей	262
Pushkareva M. M., Karandashev I. M.	202
Structured Pruning of Convolutional Neural Networks	263
Ржаксинский А. В.	. 200
Виртуальный датчик давления УЭЦН на основе технологий машинного обучения	264
3.21.52. 2.56/12:11:11:11:11:11:11:11:11:11:11:11:11:1	

Rzhaksinsky A. V.	
Machine Learning-Based Virtual Pressure Transducer for ESP Units	265
Теплякова А. Р., Старков С. О.	
Применение рекуррентной нейронной сети Long short-term memory для решения за-	
дачи распознавания действий людей в видео	265
Teplyakova A. R., Starkov S. O.	
Application of Long Short-Term Memory Recurrent Neural Network to Solve the Human	
Activity Recognition Problem in Video	266
Урманцева Н. Р., Галкин В. А.	
Решение задачи классификации на основании использования нейронных сетей для	
поддержки принятия решений хирургом-флебологом	267
Urmantseva N. R., Galkin V. A.	
Solution of the Classification Problem Based on the Use of Neural Networks to Support	
Decision-Making by a Phlebologist Surgeon	268
Филатов М. А., Колосова А. И., Макеева С. В., Хвостов Д. Ю.	
Неустойчивость параметров психической деятельности человека	269
Filatov M. A., Kolosova A. I., Makeeva S. V., Khvostov D. Yu.	
Parameters' Instability of Human Mental Activities	270
и проектирование конструкций Горынин Г. Л., Иванов А. В.	
Расчёт криволинейных стержней в пространственной постановке	272
Gorynin G. L., Ivanov A. V.	212
Calculation of Curvilinear Rods in Spatial Statement	273
Горынин Г. Л., Снигирева В. А.	210
Сравнение результатов расчета предварительно напряженной и традиционной тру-	
бобетонных стоек	274
Gorynin G. L., Snigireva V. A.	
Comparison of the Calculation Results of Prestressed and Traditional Concrete Filled	
Steel Tube Columns	275
Матвеев С. А.	_, _
Определение напряжений в армированных слоях дорожной одежды	276
Matveev S. A.	
Stress Determination in Reinforced Pavement Layers	277
Михеев В. В., Савельев С. В.	
Моделирование взаимодействия рабочего органа уплотняющей дорожной машины с	
активной областью грунтовой среды	278
Mikheyev V. V., Saveliev S. V.	
Modeling of the Interaction between Working Tool of the Compactor and Active Volume	
of the Soil Layer	279
Михеев П. В., Артемьев А. В., Мостовой Г. Е., Конюшенков А. В.	
Моделирование свойств многорядных соединений по результатам испытаний одно-	
точечных образцов	280
Mikheev P. V., Artemyev A. V., Mostovoy G. E., Konyushenkov A. V.	
${\it Modeling of Multi-Row\ Joint\ Properties\ Based\ on\ Single-Point\ Sample\ Test\ Results\ .\ .\ .}$	281

Михеев П. В., Бухаров С. В., Лебедев А. К.	
Моделирование пространственного армирования высокоплотных толстостенных за-	
готовок слоистых композиционных материалов	2
Mikheev P. V., Bukharov S. V., Lebedev A. K.	
High Density Transversal Reinforced Thick-Walled Composite Modelling	3
Соколов С. Б.	
Эйлерова модель гидромеханики и две задачи теории движения энергии 28- Sokolov S. B.	4
Euler Model of Fluid Mechanics and two Problems of the Theory of Energy Motion 288	5
Дистанционные доклады в Сургуте	
Аветисян М. Г., Шапошникова И. В.	
Среднее число рассеяния при диффузном отражении	7
Avetisyan M. G., Shaposhnikova I. V.	
Average Number of Scattering by Diffuse Reflection	8
Азизов А. Н., Чилин В. И.	
Эргодические теоремы в некоммутативных атомических симметричных пространствах 289	9
Azizov A. N., Chilin V. I.	
Ergodic theorems in noncommutative atomic symmetric spaces	0
Akramova D. I.	
On estimates for the Fourier transform of indicator function of non-convex sets 29	1
Алешин С. В., Кащенко С. А.	
Особенности численного анализа распространения волн в уравнении Колмогорова-	
Петровского-Пискунова с отклонением	2
Aleshin S. V., Kaschenko S. A.	
Computational aspects of the wave distribution problem in the Fisher-Kolmogorov equa-	
tion with spatial deviation	3
Баранчук В. А., Пятков С. Г.	
О некоторых классах обратных задач с точечным переопределением для математических моделей тепломассопереноса	1
Baranchuk V. A., Pyatkov S. G.	+
On Some Classes of Inverse Problems with Point Overdimension for Mathematical Models	
of Heat and Mass Transfer	5
Бурцев А. А.	J
Вещественная арифметика в ДССП для троичной машины	6
Burtsev A. A.	Ŭ
Real Arithmetic in DSSP for Ternary Machine	7
Власова Л. А., Демин А. М.	
Моделирование риформинга с непрерывной регенерацией катализатора для иссле-	
дования выхода продуктов и энергопотребления установки	8
Vlasova L. A., Demin A. M.	
Simulation of Reforming with Continuous Catalyst Regeneration for the Study of Unit	
Product Yield and Energy Consumption	9
Гладышев Ю. А., Лошкарева Е. А.	
О приложении метода обобщенных степеней Берса для решения уравнения Дирака . 300 Gladyshev Yu. A., Loshkareva E. A.	0
On The Application of the Method of Generalized Powers of Bers to the Solution of the	
Dirac Equation	1
•	

Глызин С. Д., Колесов А. Ю.
Полносвязные сети нелинейных осцилляторов, существование и устойчивость бегу-
щих волн
Glyzin S. D., Kolesov A. Yu.
Fully connected networks of nonlinear oscillators, existence and stability of traveling waves 303
Давыдова М. А., Рублев Г. Д.
Применение асимптотического анализа в задачах нелинейной теплопроводности с
учётом конвекции: теория и приложения
Davydova M. A., Rublev G. D.
Application of Asymptotic Analysis to the Problems of Nonlinear Thermal Conductivity Taking into Account Convection: Theory and Applications
Апроксимация функций влияния мультимедиа технологий от зависимости и подат-
ливости обучающихся
Zhidkov O. A., Donenko I. L.
Approximation of the Influence Functions of Multimedia Technologies on the Dependence
and Supply of Students
Зимин М. И., Зимина С. А.
Системный анализ состояния очага землетрясений и последствий прогнозируемых
сейсмических событий
Zimin M. I., Zimina S. A.
System Analysis of Seismic Centre's Condition and Consequences of Predicted Earthquakes 309
Зимин М. М., Кумукова О. А., Зимин М. И.
Моделирование тренда опасных природных явлений
Zimin M. M., Kumukova O. A., Zimin M. I.
Modeling Trend of Dangerous Natural Phenomena
Иванов Ф. Ф.
О роли академика Чебышёва П. Л. в становлении математических школ России
и Европы, в развитии математических основ информатики, в совершенствовании
преподавательской деятельности
Ivanov F. F.
About the Role of Academician Chebyshev P. L. in the Formation of Mathematical
Schools in Russia and Europe, in the Development of Mathematical Foundations of Com-
puter Science, in the Improvement of Teaching Activities
Иванов Ф. Ф., Гордеев А. С., Хитрень Д. В.
Состояние и будущее конкурирующих ветвей вычислительной техники, информа-
ционных технологий начала XXI века: суперкомпьютеры, смартфоны, сети, искус-
ственный интеллект
Ivanov F. F., Gordeev A. S., Khitren D. V.
State and Future of Competing Branches of Computer Engineering, Information Tech-
nologies, etc. XXI Centurya: Supercomputers, Smartphones, Networks, Artificial Intelli-
gence
Икромов И. А., Сафаров А. Р.
Об оценке тригонометрических интегралов с квадратичной фазой
Ikromov I. A., Safarov A. R.
On Estimates for Trigonometric Integrals with Quadratic Phase
Кадощук И. Т.
Экспериментальные алгоритмы решения NP-полных задач управления финансами . 318
Kadoshchuk I. T.
Experimental Algorithms For Solving NP-Hard Financial Management Problems 319

Кондюков А. О., Сукачева Т. Г.
Нестационарные уравнения соболевского типа в магнитогидродинамике
Kondyukov A. O., Sukacheva T. G.
Non-Stationary Sobolev-Type Equations in Magnetohydrodynamics
Костерин Д. С.
Кусочно-гладкие решения одной краевой задачи специального вида
Kosterin D. S.
Piecewise smooth solutions of a specific boundary value problem
Kostrova Yu. S.
Professional Orientation of Teaching Higher Mathematics to Students of Natural Science
Specialties
Кощеев В. П., Штанов Ю. Н.
Численное моделирование электронных термов двухатомных молекул в первом по-
рядке теории возмущений
Koshcheev V. P., Shtanov Yu. N.
Numerical Simulation of Electronic Thermes of Two-Atomic Molecules in the First Order
of Perturbation Theory
Крыжановский Б. В., Литинский Л. Б.
Эффективное вычисление статистической суммы методом п-окрестностей 328
Kryzhanovsky B. V., Litinskii L. B.
Effective Calculation of Partition Function by n-Vicinity Method
Леонтьев А. Л., Чумак М. И.
Разработка исследовательской гидроинформационной системы на основе фреймвор-
ка Qt
Leontyev A. L., Chumak M. I.
Development of a Research Hydroinformation System Based on the Qt Framework 331
Литвинов В. Н., Грачева Н. Н., Шабаев Е. А.
Применение попеременно-треугольного итерационного метода для решения задач
гидродинамики мелководного водоема на графическом ускорителе
Litvinov V. N., Gracheva N. N., Shabaev E. A.
Application of the Alternative-Triangular Iterative Method for Solving the Shallow Water
Hydrodynamics Problems on a Graphic Accelerator
Майоров В. В., Бушмелева К. И., Шайторова И. А.
Исследование методов визуализации знаний при дистанционном обучении в нефте-
газовой отрасли
Mayorov V. V., Bushmeleva K. I., Shaitorova I. A.
Research of Knowledge Visualization Methods in Distance Learning in the Oil and Gas
Industry
·
Марушкина Е. А.
Бифуркация Неймарка—Сакера в системе трех связанных RCLG—генераторов 336
Marushkina E. A.
Neimark–Sacker bifurcation in a system of three coupled RCLG–generators
Орлова Д. С.
Обратные задачи определения коэффициента волатильности в модели Блэка-Шоулза 338
Orlova D. S.
The Inverse Problems of Recovering the Volatility Coefficient in the Black-Scholes Model 339
Pelinovsky E., Talipova T.
Korteweg-de Vries-Type Hierarhy

Петров П. Н.
Асимптотика волн на поверхности жидкости, порожденных источником, движущим-
ся по дну бассейна
Petrov P. N.
Asymptotics of Linear Surface Waves Generated by a Localized Source Moving Along the
Bottom of the Basin
Petropavlovsky S. V., Tsynkov S. V., Turkel E.
Numerical Solution of 3d Non-Stationary Scattering Problems with Sublinear Complexity 342 Π TITKOB C. Γ .
Об обратных задачах для параболических систем с точечным переопределением 343 Pyatkov S. G.
On inverse problems for parabolic systems with pointwise overdetermination 344 Пятков С. Г., Неустроева Л. В.
Обратные параболические задачи об определении точечных источников
Pyatkov S. G., Neustroeva L. V.
Inverse Parabolic Problems on Determining Point Sources
Рассадин А. Э.
Полугрупповой анализ уравнения переноса и автопредставление ограниченных
функций
Rassadin A. E.
Semigroup analysis of the transfer equation and autorepresentation of bounded functions 348
Рогов Б. В., Брагин М. Д.
Консервативные интерполяционно-характеристические схемы третьего порядка и их
диссипативные и дисперсионные свойства
Rogov B. V., Bragin M. D.
Conservative Interpolation-Characteristic Third Order Schemes and their Dissipative and
Dispersive Properties
Симаков С. С.
Математическое моделирование методов лечения сердечно-сосудистых патологий 351 Simakov S. S.
Mathematical modelling of the treatment of cardiovascular diseases
Stognii P. V.
The Numerical Study of Influence of Gas Layers on the Modelling Results
Сухинов А. И., Сидорякина В. В.
Локально-двумерные схемы расщепления для решения 3D задачи транспорта взве-
шенного вещества в прибрежных системах
Sukhinov A. I., Sidoryakina V. V.
Local-Two-Dimensional Splitting Schemes for Solving 3D Suspended Matter Transport
Problem in Coastal Systems
Трунтаева Т. И.
Гуманитарная составляющая изучения математической логики в вузе
Humanitarian Component of the Study of Mathematical Logic at the University 357
Ципоркова К. А., Ципорков Н. И.
Оценка векторного полезного сигнала при наличии мультипликативной помехи 358 Tsiporkova K. A., Tsiporkov N. I.
Estimation of the Vector Useful Signal in the Presence of Multiplicative Interference 359

Стендовые доклады в Обнинске

Акино Н., Зэмпо Я.	
Расчет оптических свойств материалов с термически активированной замедленной	
флуоресценцией на основе нестационарной теории функционала плотности	361
Akino N., Zempo Y.	
Optical Properties of TADF Materials by TDDFT	362
Бодрова И. В., Чуйко А. А.	
Моделирование поляризованной световой волны и расчет параметров Стокса	363
Bodrova I. V., Chuiko A. A.	
Simulation of a Polarized Light Wave and Calculation of Stokes Parameters \dots	364
Биологические нейронные сети и искуственый интеллект	365
Burykin Y. G.	
Biological Neural Networks and Artificial Intelligence	367
Егоров А. А.	
Течение жидкости в параметрически заданном поровом пространстве методом ре-	
шетчатых уравнений Больцмана	368
Egorov A. A.	
Flow of a Liquid in a Parametrically Given Porous Space by the Method of Lattice	
Boltzmann Equations	369
Картанов А. А., Калманович В. В.	
Матричный метод решения задачи теплопроводности в многослойной среде при	
неидеальном тепловом контакте слоев	370
Kartanov A. A., Kalmanovich V. V.	
Matrix Solution Method Heat Conductivity Problems in a Multilayer Medium with Non-	a - .
perfect Thermal Contact of the Layers	371
Кирюхина Н. В.	
Задачи с историко-научным содержанием на основе работ П.Л. Чебышева в курсе	070
теоретической физики для будущих учителей	372
Kiryukhina N. V.	
Tasks with Historical and Scientific Content Based on the Works of P. L. Chebyshev in	276
the Course of Theoretical Physics for Future Teachers	373
Асимптотика собственных функций типа прыгающего мячика оператора $\nabla D(x) \nabla$ в	27/
области, ограниченной полужёсткими стенками	314
Asymptotics of Eigenfunctions of the Bouncing Ball Type of the Operator $\nabla D(x)\nabla$ in a	
· - · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	375
Коновалов М. А., Ульянов В. В., Кошелев М. М., Харчук С. Е.	310
Моделирование охлаждения кристаллизатора машин непрерывного литья заготовок	
водяным и жидкометаллическим теплоносителями	376
Konovalov M. A., Ulyanov V. V., Koshelev M. M., Kharchuk S. E.	510
Simulation of Heat Transfer Process into the Continuous Casting Machine Mold with	
· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	377
Кристиансен Я. С., Саймон Б., Юдицкий П., Зинченко М.	511
Асимптотика многочленов Чебышева	378
Christiansen J. S., Simon B., Yuditskii P., Zinchenko M.	
Asymptotics of Chebyshev Polynomials	379

Лысенкова С. А., Еловой С. Г.	
Численное решение кинетики процесса гидрокрекинга парафинов	380
Lysenkova S. A., Elovoy S. G.	
Numerical Solution of the Kinetics of the Paraffin Hydrocracking Process	381
Мышев А. В.	
Метод виртуальной перспективы и технологии вычислений	382
Myshev A. V.	
Virtual Perspective Method and Calculation Technologies	383
Панфёров С. В.	
Научные достижения П. Л. Чебышёва в задачах космических исследований	384
Panferov S. V.	
Scientific Achievements of P. L. Chebyshev in the Problems of Space Research	385
Погребняк М. А.	
Модель движения транспортного потока	385
Pogrebnyak M. A.	
Traffic flow model	386
Толченников А. А.	
Равномерные формулы для асимптотического решения линейного псевдодиффер	рен-
циального уравнения для волн на воде, порожденных локализованным источник	ком . 387
Tolchennikov A. A.	
Uniform Formulas for the Asymptotic Solution of a Linear Pseudodifferential Equa-	tion
Describing Water Waves Generated by a Localized Source	388
Авторский указатель Author index	390
Tibiopointi jiaoatom Tamior iliaoa	550

ПРИВЕТСТВЕННОЕ СЛОВО

От имени Правительства Калужской области и организационного комитета международной научно-практической конференции «Математические идеи П.Л.Чебышёва и их приложение к современным проблемам естествознания» приветствуем её участников на Калужской земле!

Калужский край славится именами знаменитых людей. Особое место занимает Пафнутий Львович Чебышёв — великий русский математик и механик, основоположник петербургской математической школы, академик Петербургской академии наук и еще 24 академий во всем мире.

Родился Пафнутий Львович 14 мая 1821 г. в селе Окатово Боровского уезда Калужской губернии.

В 1837 г. П.Л. Чебышёв поступил на математическое отделение философского факультета Московского университета. В 1846 г. в университете он защитил магистерскую диссертацию по теории вероятностей. Еще в 1841 году за работу «Вычисление корней уравнений» по теме, предложенной факультетом в Московском университете, Чебышёв награждается серебряной медалью, а его докторская диссертация «Теория сравнений» удостоена специальной премии Петербургской Академии наук. Сложившимся ученым П.Л. Чебышёв переезжает в Петербург в 1847 г. В 1859 году Пафнутий Львович избирается академиком Петербургской Академии наук. Там в течение ряда лет вокруг него сформировалась всемирно известная математическая школа. П. Л. Чебышёв со времени приезда в Петербург начал чтение лекций в Петербургском университете, профессором которого он состоял с 1850 по 1882 год. В 1882 году он вышел в отставку, посвятив себя целиком научной



1868 г. Сидят слева направо: А. В. Советов, П. Л. Чебышёв, К. Ф. Кесслер, А. Н. Савич, П. А. Пузыревский, Ф. В. Овсянников, А. Н. Бекетов

работе в Академии наук, П.Л. Чебышёв воспитал большую группу математиков, виднейшими представителями которой были: А.М. Ляпунов, А.А. Марков, В.А. Стеклов, Д.А. Граве, Г.Ф. Вороной, А.Н. Коркин, Е.И. Золотарев. П.Л. Чебышёвым написаны первоклассные учебники, он был избран действительным членом Российской академии наук, а также являлся членом Академий наук Франции, Англии, Италии, Швеции. По заданию артиллерийского отделения Военно-ученого комитета им выполнен ряд исследований по «математическим вопросам и опытам».

Умер П.Л. Чебышёв 26 ноября 1894 г. в Петербурге и похоронен в фамильном склепе на родине в основании звонницы церкви в селе Спас-Прогнань (неподалеку от с. Окатово), построенной еще его дедом.

Научные идеи П.Л. Чебышёва оказали огромное влияние на развитие теории чисел, теории вероятностей, теории приближения функций. Общепризнанной жемчужиной его творчества является знаменитая теорема о распределении простых чисел. Вместе с тем П.Л. Чебышёв глубоко исследовал задачи механики, теории механизмов, занимался изобретательством, связывая эти проблемы с математикой. В частности, теория наилучших приближений функций возникла в процессе усовершенствования Чебышёвым параллелограмма Уатта для паровых машин.

Научные интересы П.Л. Чебышёва отличаются большим разнообразием и широтой. Он оставил после себя блестящие исследования в области математического анализа, особенно в теории приближения функций многочленами, в интегральном исчислении, теории чисел, теории вероятностей, геометрии, баллистике, теории механизмов и других областях знаний. В каждой из этих областей науки Пафнутий Львович получил фундаментальные результаты, выдвинул новые идеи и методы, определившие развитие этих ветвей математики и механики на многие годы и сохранившие свое значение и до сих пор. При этом поражает способность Чебышёв простыми, элементарными средствами получать великолепные научные результаты.

В теории вероятностей Чебышёву удалось необычайно простыми средствами получить ряд весьма важных результатов. Многие результаты и выводы были только намечены, не доведены до конца, но все работы Чебышёва в этой области явились той базой, на которой развилась русская школа теории вероятностей. Строгие доказательства многих теорем, намеченные Чебышёвым, и дальнейшее их развитие было проведено его учениками, академиками А.М. Ляпуновым и А.А. Марковым. Выдающееся значение для науки имели исследования П.Л. Чебышёва в теории чисел. Впервые после Евклида удивительно остроумными и удивительно элементарными рассуждениями он получил важнейшие результаты в задачи о распределении простых чисел в работах «Об определении числа простых чисел, не превосходящих данной величины» и «О простых числах».

Пафнутий Львович Чебышёв уделял повышенное внимание и педагогической деятельности. В частности, он входил в комитет народного просвещения, работавший при министерстве, постоянно писал рецензии на учебники, составлял программы и инструкции для средней и начальной школы.

Пафнутий Львович прославился не только как большой ученый и прекрасный педагог, но и как глубокий патриот, который в хорошем воспитании и основательном образовании молодёжи, в частности, в математическом образовании, видел одну из прочных основ народного блага, который своими взглядами, и своей энергией способствовал правильной организации образования в России и во всех возможных случаях оказывал помощь молодым ученым и учителям всех уровней. Академия наук постановила, что: «наша родная страна всегда будет гордиться тем, что имя ее сына будет неизгладимыми чертами занесено в летописи всесветной науки» (цит. «Известия Императорской Академии Наук», т. 2, 1895, 1).

Величие гения П.Л. Чебышёва состоит в том, что живы его идеи, продолжаются исследования, заложенные в его трудах, свидетельством чему является регулярное проведение международной научно-практической конференции в городе Обнинске. Пафнутию Львовичу суждено было стать не только великим русским математиком, но и занять почетное

место среди математиков мирового класса. В России XIX века не было другого ученогоматематика, который отдал бы столько времени, труда и забот, чтобы творения русской математической мысли сделать достоянием математической науки во многих странах.

В течение последних 25 лет лет ФГУ ФНЦ «Институт системных исследований РАН» совместно с Российским фондом фундаментальных исследований, при поддержке Московского государственного университета им. М.В.Ломоносова, Российской академии наук, ПАО «Сургутнефтегаз», Обнинского института атомной энергетики — филиала ФГАОУ ВО «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ», Спас-Прогнанской школой-музеем им. П.Л.Чебышёва, а также при живейшем участии учёных из Франции, Германии, Италии, Японии и других стран проводят международные конференции и чтения, посвященные его памяти и развитию чебышёвского научного наследия.

Проведение на Калужской земле международной научно-практической конференции, приуроченной в этом году к 200-летию со дня рождения Пафнутия Львовича Чебышёва, лишний раз доказывает, что мы чтим память о великом русском ученом, жизнь и деятельность которого тесно связаны с историей развития науки, образования и культуры Калужского края. А наследие великого ученого настолько гениально и всеобъемлюще, что его труды не только не теряют своей важности, но вызывают все больший интерес.

Желаем всем участникам конференции плодотворной работы и дальнейших успехов на благо науки!

Сопредседатели организационного комитета:

Научный руководитель федерального государственного учреждения «Федеральный научный центр Научно-исследовательский институт системных исследований Российской академии наук», академик Российской академии наук

В.Б. Бетелин

Заместитель Губернатора Калужской области

К.М. Горобцов

CONFERENCE WELCOME ADDRESS

On behalf of the Kaluga Region government ad the Organizing Committee, Chebyshev Mathematical Ideas and Their Applications to Natural Sciences International Conference we welcome you to the Kaluga Region.

The Kaluga region is well known for its prominent people. One of them is Pafnuty Chebyshev, the great Russian mathematician and mechanician, the founder of the St. Petersburg mathematical community, a member of the St. Petersburg Academy of Sciences and 24 international academies.

Pafnutiy Chebyshev was born on May 14, 1821 in the village of Okatovo, Borovsk uyezd, Kaluga province.

In 1837 P. Chebyshev entered the Dept. of Mathematics, School of Philosophy, Moscow University. In 1846 in the university he defended his master's thesis in probability theory. As early as 1841 Chebyshev was awarded a silver medal for his work *The Calculation of the Equation Roots* on the subject proposed by the Moscow University's school, while his doctoral thesis *The Theory of Comparisons* was awarded a special prize by the St. Petersburg Academy of Sciences. As an established scientist, P. Chebyshev moved to St. Petersburg in 1847. In 1859 he was elected a member of the St. Petersburg Academy of Sciences. There, over the years, he built a world-renowned team of mathematicians. Since his arrival in St. Petersburg, P. Chebyshev became a lecturer at St. Petersburg University. He was a professor there from 1850 to 1882. In 1882 he retired and completely switched to research activities at the Academy of Sciences, where P. Chebyshev educated a large team of mathematicians. Its most prominent



1868. The first row, left to right: A. Sovetov, P. Chebyshyev, K. Kessler, A. Savich, P. Puzyrevsky, F. Ovsyannikov, A. Beketov

members are A. Lyapunov, A. Markov, V. Steklov, D. Grave, G. F. Voronoi, A. Korkin, E. Zolotarev. P. Chebyshev authored excellent textbooks. He was elected a full member of the Russian Academy of Sciences and was also a member of the French, British, Italian and Sweden academies. For the Artillery Department, Military Research Committee, he did several studies

"on mathematical issues and experiments".

He died on November 26, 1894, in St. Petersburg and was buried in his family crypt in his home region: at the foundation of the bell tower in Spas-Prognanie village (close to Okatovo), built by his grandfather.

- P. Chebyshev's ideas had a profound impact on the evolution of the number theory, the probability theory, and the theory of function approximations. The universally praised pearl of his work is the famous prime number theorem. At the same time, P. Chebyshev deeply investigated the problems of mechanics, theory of mechanisms, and was involved in invention activities, while merging these challenges with mathematics. In particular, the theory of best function approximations emerged as Chebyshev refined Watt's linkage for steam engines.
- P. Chebyshev's scientific interests are notable for their great variety and breadth. He produced brilliant research in the field of mathematical analysis, especially in the theory of approximation of functions by polynomials, integral calculus, number theory, probability theory, geometry, ballistics, theory of mechanisms, and other areas. In each of these areas, P. Chebyshev acquired fundamental results and proposed new ideas and methods that shaped the subsequent evolution of these fields of mathematics and mechanics for many years to come; they are still relevant to this day. At the same time, Chebyshev's ability to obtain excellent results by simple, elementary means is striking.

In the probability theory, Chebyshev managed to obtain some very important results by extremely simple means. Many results and conclusions were only outlined, not completed, but all Chebyshev's works in this field became a foundation for the Russian research in the probability theory. The rigorous proofs of many theorems were outlined by Chebyshev and advanced by his students, A. Lyapunov and A. Markov. Chebyshev's research in the number theory was extremely significant. For the first time since Euclid, he obtained the most important results in the prime number distribution presented in his works Finding the Number of Prime Numbers not Exceeding a Given Value and On Prime Numbers by amazingly ingenious and quite elementary reasoning.

Pafnuty Chebyshev also focused on teaching. For instance, he was a member of the Public Education Board at the Ministry of Education, reviewed textbooks, developed curricula and guidelines for elementary and middle school classes.

Pafnuty Chebyshev became famous not only as a great scientist and excellent teacher, but also as a patriot who considered good education, and mathematical education in particular, as one of the strong pillars of the national good; he contributed his views and activities to manage the education in Russia, and in every possible way he helped young scientists and teachers. The Academy of Sciences decreed that "our country will always be proud that the name of her son will be indelibly inscribed in the annals of world science" (Proceedings of the Imperial Academy of Sciences, Vol. 2, 1895, No. 1.)

The greatness of P. Chebyshev's genius is that his ideas are still relevant and his works are being studied. Yet another proof is the international conferences dedicated to his heritage regularly hosted in Obninsk. P. Chebyshev was destined to become not only a great Russian mathematician but also to occupy an honorable place among world-class mathematicians. There was no other 19th-century Russian mathematician who contributed so much time and efforts to make the creations of Russian mathematical thought available internationally.

For the last 25 years the Systems Analysis Research Institute (Russian Academy of Sciences) jointly with the Russian Foundation for Basic Research and supported by Moscow State University, the Russian Academy of Sciences, Surgutneftegas, Obninsk Institute for Nuclear Power Engineering, a National Research Nuclear University MEPhI campus, and the Spas-Progransky Chebyshev Museum School, with significant contributions by the researchers from France, Germany, Italy, Japan and many other countries host international conferences commemorating P. Chebyshev and his scientific heritage.

The fact that the international conference commemorating the bicentennial anniversary of Pafnuty Chebyshev is hosted by the Kaluga region highlights that we honor the memory of the great Russian scientist whose life and work are closely associated with the evolution of science, education, and culture in the Kaluga region. The great researcher's heritage is so ingenious and enormous, that his works are still relevant, and attract more and more interest.

I would like to wish everybody rewarding discussions and research success for the benefit of science.

Co-chairpersons of the Organizing Committee:

Scientific Adviser, System Analysis Research Institute (a Federal Research Center, Russian Academy of Sciences), member of the Russian Academy of Sciences

V.B. Betelin

Vice Governor, Kaluga Region

K.M. Gorobtsov

Пленарные доклады

УСТОЙЧИВЫЕ К КИБЕРУГРОЗАМ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМ ПРОЦЕССОМ

Бетелин В. Б. 1,a , Моргун Д. А. 2,6

- ¹ Федеральный научный центр «Научно-исследовательский институт системных исследований Российской академии наук», г. Москва, Российская Федерация
- ² Сургутский филиал Федерального научного центра «Научно-исследовательский институт системных исследований Российской академии наук», г. Сургут, Российская Федерация

 $^a\ betelin@niisi.msk.ru,\ ^6\ morgun_da@office.niisi.tech$

Ключевые слова: кибербезопасность, киберугрозы, доверенные системы.

В научном творчестве П. Л. Чебышёва наука и практика неразделимы. Об этом свидетельствуют его слова: «Сближение теории с практикой даёт самые благотворные результаты, и не одна только практика от этого выигрывает; сами науки развиваются под влиянием её, она открывает им новые предметы для исследования, или новые стороны в предметах давно известных <...> практика явно обнаруживает неполноту их во многих отношениях; она предлагает вопросы, существенно новые для науки, и таким образом вызывает на изыскание совершенно новых методов» [1].

Механизмы, разработанные Пафнутием Львовичем, такие, как арифмометр, сортировалка, центробежный регулятор, — современным языком можно назвать прорывными отечественными решениями (на момент их создания) в областях вычислительной техники и автоматизированного управления технологическим процессом.

Необходимость создания именно отечественных решений на основе новых методов и подходов весьма актуальна в упомянутых выше областях. В США разработана и апробирована на практике технология создания стратегического кибероружия – вирусов типа STUXNET, обеспечивающих возможность перехвата управления и контроля над цифровыми системами управления, реализованными на основе массовых коммерческих продуктов американских компаний Intel, AMD, Cisco, Microsoft. Технология основывается на детальных знаниях о возможностях этих продуктов имеющихся в них уязвимостях (ошибках). На основе массовых коммерческих продуктов этих американских компаний реализован целый ряд цифровых систем управления стратегически важными объектами России, что является реальной угрозой их штатному функционированию.

Формируемая ГК «РОСТЕХ» программа «ФЛАГМАН» нацелена на решение этой, стратегически важной для обеспечения безопасности страны, проблемы.

Основная цель программы — парирование угрозы перехвата управления и нештатного функционирования систем с критической миссией (СКМ). Для достижения цели запла-

нирована разработка и серийное производство не имеющих аналогов в мире, доверенных, интеллектуальных цифровых систем управления СКМ и всех их компонент (ЭКБ, СВТ, ПО), обеспечивающих штатное функционирование СКМ, в условиях внешних деструктивных воздействий с целью перехвата управления.

Важнейшим этапом программы является проведение научных исследований с целью формирования и уточнения моделей угроз, профилей штатного функционирования и принципов построения доверенных систем.

В докладе приводятся примеры киберугроз, ряд наработок и изделий ФГУ ФНЦ НИ-ИСИ РАН для создания доверенных систем.

ЛИТЕРАТУРА

1. Чл.корр. АН УССР Б.В.Гнеденко. Пафнутий Львович Чебышёв. Книга «Люди русской науки», т.1, Москва - Ленинград: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1948.

CYBER THREAT-RESISTANT PROCESS CONTROL SYSTEMS

Betelin V. B. ^{1,a}, Morgun D. A. ^{2,b}

- ¹ Federal State Institution "Scientific Research Institute for System Analysis of the Russian Academy of Sciences", Moscow, Russian Federation
- ² Surgut Branch of Federal State Institute "Scientific Research Institute for System Analysis of the Russian Academy of Sciences", Surgut,Russian Federation

 ^a betelin@niisi.msk.ru, ^b morgun_da@office.niisi.tech

Keywords: cybersecurity, cyber threats, trusted systems.

P. Chebyshev's works perfectly combine theory and practical applications. Note his words: "Merging theory and practice yields the most favorable results. Not only practice is the winner; sciences are also advanced by practice. It opens up new areas to be studied, or new facets of long known subjects <...> practice is incomplete in many aspects; it raises issues that are new for science and promotes the search for basically new methods" [1].

The mechanisms invented by P. Chebyshev (such as the arithmometer, the sorting machine, the flyball-type governor) in modern terms would be called disruptive (for their time) domestic computing and process control technologies.

The development of new domestic solutions based on new methods and approaches in these areas is still relevant. The STUXNET virus, a strategic cyber weapon, has been developed and tested in the US. The technology can override the control of digital systems implemented with off-the-shelf products from Intel, AMD, Cisco, Microsoft. The technology is based on the in-depth proficiency in the capabilities of these products and their vulnerabilities (errors.) The digital control system of some Russian strategic facilities also uses these mass-market products from American companies. It is a real threat to their operations.

The FLAGMAN project by the Russian Technologies, Corp. is intended to solve this problem strategically important for national security.

The project's key objective is protecting mission-critical systems (MCS) from hostile takeover and abnormal operation. It is proposed to develop and manufacture trusted, smart digital MCS and all their components (electronics, hardware, software) to ensure MCS normal operation under external takeover attempts.

A major milestone of the project is the research to build and refine the threat models, the normal operation profiles, and the trusted system architectures.

The paper lists some examples of cyber threats, projects and products from the System Analysis Research Institute for building trusted systems.

REFERENCES

1. B. V. Gnedenko, corresponding member, Ukraine SSR Academy of Sciences. Pafnuty Lvovich Chebyshev. The Russian Scientists series, vol. 1. Moscow-Leningrad: National Engineering and Theoretical Publishing. 1948.

СИНГУЛЯРНО ВОЗМУЩЁННЫЕ ЗАДАЧИ С МНОГОЗОННЫМИ ВНУТРЕННИМИ И ПОГРАНИЧНЫМИ СЛОЯМИ

Бутузов В. Ф.¹,

¹ Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, физический факультет, г. Москва, Российская Федерация
^a butuzov@phys.msu.ru

Ключевые слова: сингулярно возмущённые уравнения, пограничные и внутренние слои. Работа поддержана грантами РНФ № 18-01-00042 и РФФИ № 19-01-00327.

Характерной особенностью решений начальных и краевых задач для сингулярно возмущённых дифференциальных уравнений является наличие узких пограничных и (или) внутренних переходных слоёв, в которых происходит резкое изменение решения. В тех случаях, когда корни уравнений вырожденной системы простые (однократные), резкое изменение решения в пограничном (внутреннем) слое носит, как правило, экспоненциальный характер по отношению к погранслойной (внутрислойной) переменной. Можно сказать, что пограничный слой является однозонным - характер быстрого изменения решения на всём протяжении пограничного слоя не изменяется. Асимптотика решения в таких случаях строится с помощью метода пограничных функций [1].

Если же корень уравнения вырожденной системы является кратным, то поведение решения в пограничном (и также во внутреннем) слое качественно изменяется. Пограничный слой становится многозонным с разными масштабами погранслойных переменных в разных зонах и с изменением характера убывания пограничных функций (от степенного до экспоненциального) при переходе из одной зоны в другую. Классический алгоритм метода пограничных функций становится неприменимым и заменяется новым алгоритмом.

Указанные и другие особенности асимптотик решений сингулярно возмущённых задач с кратным корнем вырожденного уравнения будут рассмотрены в докладе на примере краевых задач для системы уравнений

$$\varepsilon^2 \frac{d^2 u}{dx^2} = F(u, v, x, \varepsilon), \quad \varepsilon \frac{d^2 v}{dx^2} = f(u, v, x, \varepsilon), \quad 0 < x < 1, \tag{1}$$

где $\varepsilon > 0$ - малый параметр, а вырожденное уравнение F(u,v,x,0) = 0 имеет двукратный корень $u = \varphi(v,x)$ [2].

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Васильева А. Б., Бутузов В. Ф. *Асимптотические методы в теории сингулярных возмущений*. Высш. шк., М., 1990, 208 с.
- 2. Бутузов В. Ф. О сингулярно возмущённых системах ОДУ с кратным корнем вырожеденноого уравнения. Изв. РАН. Сер. матем., 2020, **84**, вып. 2, С. 60-89.

SINGULARLY PERTURBED PROBLEMS WITH MULTIZONAL INTERIOR AND BOUNDARY LAYERS

Butuzov V. F.^{1,a}

¹ Lomonosov Moscow State University, Faculty of Physics, Moscow, Russian Federation
^a butuzov@phys.msu.ru,

Keywords: singularly perturbed equations, boundary and interior layers. This study is supported by grants of RSF No 18-01-00042 and RFBR No 19-01-00327.

A characteristic feature of solutions of initial and boundary value problems for singularly perturbed differential equations is the presence of narrow boundary and (or) interior transition layers, in which there is a sharp change in the solution. In cases where the roots of the equations of the degenerate system are simple (one-time), a sharp change in the solution in the boundary (interior) layer is, as a rule, exponential in relation to the boundary-layer (intra-layer) variable. We can say that the boundary layer is single-zone - the nature of the rapid change of the solution throughout the boundary layer does not change. The asymptotics of the solution in such cases are constructed using the method of boundary functions [1].

If the root of the equation of the degenerate system is a multiple, then the behavior of the solution in the boundary (and also in the interior) layer changes qualitatively. The boundary layer becomes multi-zone with different scales of boundary layer variables in different zones and with a change in the nature of the decrease of boundary functions (from power to exponential) when moving from one zone to another. The classical algorithm of the boundary function method becomes inapplicable and is replaced by a new algorithm.

These and other features of the asymptotics of solutions of singularly perturbed problems with a multiple root of the degenerate equation will be considered in the report on the example of boundary value problems for a system of equations

$$\varepsilon^2 \frac{d^2 u}{dx^2} = F(u, v, x, \varepsilon), \quad \varepsilon \frac{d^2 v}{dx^2} = f(u, v, x, \varepsilon), \quad 0 < x < 1, \tag{1}$$

where $\varepsilon > 0$ - is a small parameter, and the degenerate equation F(u, v, x, 0) = 0 has a double root $u = \varphi(v, x)$ [2].

REFERENCES

- 1. Vasil'eva A. B., Butuzov V. F. Asymptotic Methods in the Theory of Singular Perturbations.// Vysshaya Shkola, Moscow, 1990, 208 p. (In Russ.)
- 2. Butuzov V. F. On singularly perturbed systems of ODE with a multiple root of the degenerate equation.// Izvestiya: Mathematics. 2020, 84:2. 262-290.

ТЕЧЕНИЯ В СЛОЖНЫХ ОБЛАСТЯХ И ПРОБЛЕМА ОПИСАНИЯ КРОВИ В СОСУДАХ

Галкин В. А. 1,a

¹ ФГУ ФНЦ «Институт системных исследований РАН», Сургутский филиал, гор. Сургут, Российская Федерация ^a val-gal@yandex.ru

Ключевые слова: гидродинамика, точные решения, переменная во времени область течения.

Работа выполнена при поддержке грантов РФФИ 20-04-60123, 18-47-860004.

Одной изважных проблем, на решение которой направлены ресурсы общества для преодоления болезни, вызванной новым коронавирусом COVID-19, является проблема нарушения кровотока, в частности, это относится к процессам тромбообразования.

Классы точных решений, соответствующих вихревым и потенциальным течениям, представлены в рамках гидродинамической модели, описывающей течения вязкой несжимаемой жидкости. Изучение точных решений является необходимым условием для создания симулятора для моделирования динамики жидкости в пористой среде (см. рис.1), [1].

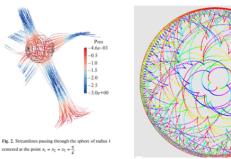


Рис. 1.

Рис. 2.

Геометрия течения в сосудах зависит от распределения кластеров по размерам в потоке коагулирующих частиц. Структура потоков связана с пространственным распределением примесей, т.е. сгустков-кластеров в пористом пространстве. Последние индуцируют изменение течения и его взаимодействие с пористым пространством порождает очень сложную структуру аналогично фрактальным множествам. Проблема связности в пористом про-

странстве приводит к задачам моделирования глобальных структур на основе графа локальных связей вершин. Эти задачи близки к описанию геометрии в многомерных бильярдных играх (см. рис. 2).

Математические вопросы корректности задач кинетической теории коагуляции весьма сложны и большинство полученных результатов относятся, как правило, к теории пространственно однородных систем или близких к ним. Пространственно неоднородные задачи, особенно связанные со свободным переносом частиц, осуществляемым с помощью однопараметрической группы сдвигов пространственной переменной, являются наиболее сложными с математической точки зрения.

ЛИТЕРАТУРА

1. V. B. Betelin, V. A. Galkin and A. O. Dubovik. Exact Solutions of Incompressible Navier-Stokes Equations in the Case of Oil and Gas Industrial Problems // Doklady Mathematics, 2020, Vol. 102, No. 3, pp. 456–459. (c) Pleiades Publishing, Ltd., 2020

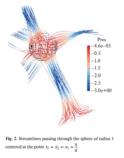
FLOWS IN COMPLICATED DOMAINS AND THE PROBLEM OF THE BLOOD DESCRIPTION IN VESSELS

Galkin V. A. 1,a

¹ Scientific Research Institute for System Analysis of the Russian Academy of Sciences, Surgut Branch, Surgut, Russian Federation ^a val-gal@yandex.ru

Keywords: hydrodynamics, exact solutions, variable in the time domain of the flow. This study is supported by RFBR grants 20-04-60123, 18-47-860004.

One of the key problems, to which the resources of society directed to overcome the disease caused by the new coronavirus COVID-19, is the problem of impaired blood flow, associated, in particular, with the process of thrombus formation.



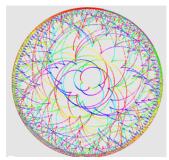


Fig 1.

Fig 2

Classes of exact solutions corresponding to vortex and potential flows are presented within the framework of a hydrodynamic model describing flows of a viscous incompressible fluid. The study of exact solutions is a prerequisite for creating a simulator, which is associated with modeling of fluid dynamics in a porous medium (see Fig.1), [1].

Geometry of flow in vessels depends of cluster's size distribution in flow of coagulating particles. Structure of the flows depends in great degree of space distribution of impurities, i.e. clots in porous space. The latter induce changes of flow and its interaction with porous space gives rise very complicated geometry similarly fractal sets.

The problem of the connectedness in porous space leads to problems of modeling of global structures based on the graph of local connections of the vertices. Those problems are close to the description of structures in multidimensional billiard games (See Fig. 2).

The mathematical questions of the correctness of the problems of the kinetic theory of coagulation are very complex and most of the results relate, as a rule, to the theory of spatially uniform systems or close to them. Spatially non uniform problems, especially those related to the free transfer of particles, carried out by means of a one-parameter group of shifts in a spatial variable, are the most difficult from a mathematical point of view.

REFERENCES

1. V. B. Betelin, V. A. Galkin and A. O. Dubovik. Exact Solutions of Incompressible Navier— Stokes Equations in the Case of Oil and Gas Industrial Problems // Doklady Mathematics, 2020, Vol. 102, No. 3, pp. 456–459. © Pleiades Publishing, Ltd., 2020

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА МАКСИМАЛЬНОЙ ЭНТРОПИИ К ВРЕМЕННЫМ РЯДАМ В РАМКАХ НЕСТАЦИОНАРНОЙ ТЕОРИИ ФУНКЦИОНАЛА ПЛОТНОСТИ

Ясунари Земпо (Yasunari Zempo), Сатору С. Кано (Satoru S. Kano)

Факультет компьютерных наук и информатики, Университет Хосей 3-7-2 Kajino-Koganei, Tokyo 184-8584, Япония zempo@hosei.ac.jp

Ключевые слова: Метод максимальной энтропии, временные ряды, нестационарная теория функционала плотности.

Нестационарная теория функционала плотности (НТФП) — мощный инструмент анализа оптических свойств молекул средних и больших размеров. Мы применили нестационарные во времени методы и вещественное пространство для решения уравнений Кона-Шэма во временной области. В нашей методике расчета оптических свойств используются временные ряды, а именно — динамический момент диполя. Затем оптические свойства вычисляются обычным способом с применением преобразования Фурье (ПФ). Спектральное разрешение зависит от длины дипольного момента. Чтобы получить высокое разрешение, требуется огромный объем вычислительных операций [1].

Для устранения указанной проблемы мы применили метод максимальной энтропии (ММЭ) к спектральному анализу дипольных моментов молекул во временной области [1,2]

Авторами предложен улучшенный вариант ММЭ, в котором используется объединенный набор данных, составленный из многократно повторяющихся исходных последовательностей с фазовым сдвигом, что позволяет устранить искусственную периодичность. Благодаря подобному улучшению удалось значительно повысить спектральное разрешение рассматриваемого пика. При анализе оптических свойств особый интерес представляют пики с низким уровнем энергии, соответствующие запрещенной энергетической зоне. В целом для получения высокого спектрального разрешения ММЭ требует меньшего количества шагов по времени по сравнению с ПФ. Поэтому он широко используется при анализе длиннопериодических природных явлений — таких как сейсмические волны и солнечные циклы, обеспечивая достаточно хорошие разрешение и точность даже при коротких временных рядах. Предлагаемое улучшение станет очередным преимуществом ММЭ [3].

Мы применили данную методику и теорию НТФП к спектральному анализу дипольного момента молекул олигофторена, бензола и других веществ. Результаты показывают более высокое разрешение и выделение пика вблизи запрещенной энергетической зоны без возникновения искусственной периодичности. В дальнейшем будут представлены характерные особенности данной методики, в том числе пути ее дальнейшего совершенствования.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Nobuhiko Akino, Yasunari Zempo, "Optical Properties of Polymers by TDDFT" («Оптические свойства полимеров в рамках нестационарной теории функционала плотности») MRS Advances, 1, 1773-1777 (2016)
- 2. M. Toogoshi, S. S. Kano, Y. Zempo, "Optical Spectrum Analysis of Real-Time TDDFT Using the Maximum Entropy Method," («Оптический спектральный анализ в рамках теории НТФП по методу максимальной энтропии») J. Phys: Conf. Seri. 510, 012027 (2014)
- 3. M. Toogoshi, S. S. Kano and Y. Zempo, "Maximum Entropy Method for Optical Spectrum Analysis of Real-Time TDDFT" («Метод максимальной энтропии в оптическом спектральном анализе по теории ПФДФ») *J. Phys: Conf.* Seri. **640**, 012069 (2015)
- 4. М. Toogoshi, S.S. Kano, Y. Zempo, "Improved Maximum Entropy Method applied to Real-time Time-Dependent Density Functional Theory" («Улучшенный метод максимальной энтропии, применяемый в рамках нестационарной теории функционала плотности») J. Phys.: Conf. Seri. **905**, 012006 (2017)

MAXIMUM ENTROPY METHOD APPLIED TO TIME-SERIES DATA IN REAL-TIME TIME-DEPENDENT DENSITY FUNCTIONAL THEORY

Yasunari Zempo, and Satoru. S. Kano

Computer and Information Sciences, Hosei University 3-7-2 Kajino-Koganei, Tokyo 184-8584, Japan zempo@hosei.ac.jp

Keywords: Maximum entropy method, Time-series data, Real-time time-dependent density functional theory.

Time-dependent density functional theory (TDDFT) is a powerful tool for analyzing optical properties of medium-to-large sized molecule. We employ a real-time and real-space technique to solve the time-dependent Kohn-Sham equations. In our procedure to calculate optical properties, we use the time-series data, namely the dynamic dipole moment, from whose Fourier transform (FT) optical properties are calculated in a usual technique. The spectral resolution

depends on the length of the dipole moment. To obtain the good resolution, the computational cost is quite expensive. [1]

To solve this difficulty, we apply Maximum entropy method (MEM) to the spectral analysis of time-dependent dipole moments of molecules. [1,2] As our new improved MEM, we proposed to use the concatenated data set made from several-times repeated raw data together with the phase to avoid the side effect of the artificial periodicity. With this improvement, we have successively obtained the much better spectral resolution of the target peak. In the analysis of optical properties, we are interested in the lower energy peak, corresponding to the band gap area. Basically, to obtain the high resolution of spectrum, MEM requires less numbers of time steps compared to that of FT, and it is widely used for the analysis of the natural phenomenon of the long period such as seismic waves and solar cycles, obtaining a fairly good resolution and accuracy even with a short time series data. Thus, this improvement will make a further advantage of MEM.[3]

We applied this technique to the spectral analysis of the TDDFT dipole moment of typical some molecules such as oligo-fluorene, benzene and other materials. The results show the higher resolution and the emphasized peak near the band gap without being affected by the artificial periodicity. The characteristic features of this technique will be presented including the further possibilities of improvements.

REFERENCES

- 1. Nobuhiko Akino, Yasunari Zempo, "Optical Properties of Polymers by TDDFT," MRS Advances, 1, 1773-1777 (2016)
- 2. M. Toogoshi, S. S. Kano, Y. Zempo, "Optical Spectrum Analysis of Real-Time TDDFT Using the Maximum Entropy Method," J. Phys: Conf. Seri. 510, 012027 (2014)
- 3. M. Toogoshi, S. S. Kano and Y. Zempo, "Maximum Entropy Method for Optical Spectrum Analysis of Real-Time TDDFT," *J. Phys: Conf. Seri.* **640**, 012069 (2015)
- 4. M. Toogoshi, S.S. Kano, Y. Zempo, "Improved Maximum Entropy Method applied to Real-time Time-Dependent Density Functional Theory," J. Phys.: Conf. Seri. 905, 012006 (2017)

ЛОКАЛЬНАЯ ДИНАМИКА ЛОГИСТИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ И ДИФФУЗИЕЙ

Кащенко С. А.

Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова, г. Ярославль, Poccuйckas Федерация kasch@uniyar.ac.ru

Ключевые слова: логистическое уравнение, запаздывание, параболическая краевая задача, асимптотика, устойчивость.

Работа выполнена при поддержке РНФ, грант № 21-71-30011.

Исследуется поведение всех решений логистического уравнения с запаздыванием и диффузией в достаточно малой окрестности положительного состояния равновесия. Предполагается, что для коэффициентов задачи выполнены условия бифуркации Андронова-Хопфа. Рассмотрены малые возмущения всех коэффициентов, включая коэффициент запаздывания и коэффициенты граничных условий. Изучены ситуации, когда эти возмущения зависят от пространственной переменной и когда являются периодическими по времени функциями. В качестве основных результатов построены уравнения на центральном многообразии. Их нелокальная динамика определяет поведение всех решений исходной

краевой задачи в достаточно малой окрестности состояния равновесия. Установлена возможность управления динамикой исходной задачи с помощью изменений фазового сдвига в возмущающей силе. Получены численные и аналитические результаты о динамических особенностях при двухчастотных возмущениях с частотами, близкими к удвоенной частоте собственных колебаний. Приведены асимптотические формулы для решений исходной краевой задачи.

LOCAL DYNAMICS OF LOGISTIC EQUATION WITH DELAY AND DIFFUSION

Kashchenko S. A.

 $P.G.\ Demidov\ Yaroslavl\ State\ University,\ Yaroslavl,\ Russian\ Federation\\ kasch@uniyar.ac.ru$

Keywords: logistic equation, delay, parabolic boundary value problem, asymptotics, stability.

This work was supported by RSCF, grant No. 21-71-30011.

The behavior of all the solutions of the logistic equation with delay and diffusion in a sufficiently small positive neighborhood of the equilibrium state is studied. It is assumed that the Andronov-Hopf bifurcation conditions are met for the coefficients of the problem. Small perturbations of all coefficients are considered, including the delay coefficient and the coefficients of the boundary conditions. The conditions are studied when these perturbations depend on the spatial variable and when they are time-periodic functions. Equations on the central manifold are constructed as the main results. Their nonlocal dynamics determines the behavior of all the solutions of the original boundary value problem in a sufficiently small neighborhood of the equilibrium state. The ability to control the dynamics of the original problem using the phase change in the perturbing force is set. The numerical and analytical results on the dynamic features for two-frequency perturbations with close to the doubled frequencies of the natural oscillations are obtained. The asymptotic formulas for the solutions of the original boundary value problem are given.

СИМПЛЕКТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ ОПЕРАТОРА КУПМАНА

Козлов В. В.

Российская академия наук

SYMPLECTIC GEOMETRY OF THE KOOPMAN OPERATOR

Kozlov V. V.

Russian Academy of Sciences

НОВЫЕ ВОЗМОЖНОСТИ МОДЕЛИРОВАНИЯ НА ПК НА ПРИМЕРЕ РЕШЕНИЯ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ МЕЛКОЙ ВОДЫ В ЗАДАЧЕ ПРОГНОЗА ЦУНАМИ

Лаврентьев М. М. 1,a , Марчук Ан. Г. 1,b

¹ Институт автоматики и электрометрии Сибирского отделения Российской академии наук, г. Новосибирск, Российская Федерация
^а mmlavrentiev@gmail.com, ^b mag@omzg.sscc.ru

Ключевые слова: вычисление волны цунами, аппартное ускорение, вложенные сетки.

Проблема своевременного предупреждения об опасности цунами ближней зоны после сильного землетрясения до сих пор не решена, при том, что количество публикаций на эту тему довольно значительно, см., например, [1]. Для побережья Японии волна цунами после морского сейсмического события доходит до ближайшей земли за 20 минут. Надежная оценка опасности волн цунами должна основываться на правильном моделировании процессов: генерации, распространения волн и их затопления на сушу.

Авторы реализовали подход вложенных сеток для быстрого расчета распространения волн цунами путем численного решения системы уравнений мелкой воды. Используется аппаратный ускоритель на базе ПЛИС [2,3] в составе ПК. Численный эксперимент основан на реальной цифровой батиметрии у северо-восточного побережья японского острова Хонсю. Вся расчетная область охватывает географическую область от 140,00° до 147,46° в.д. и от 34,02° до 41,97° северной широты. Изменение шага сетки составляет от 276 м до всего 17 м. Использована реалистичная форма начального смещения морской поверхности в очаге цунами.

Численные эксперименты проводились в трех вычислительных областях: В1 (параметры области указаны выше), В2 — вложена в В1 и В3 — вложена в В2. Для численного моделирования используется версия (из литературы) источника цунами для события 11 марта 2011 года. Используя преимущества аппаратного ускорителя на базе ПЛИС, были достигнуты следующие результаты по производительности. Численное моделирование 6000 временных шагов (2160 секунд) распространения цунами для области В1 из 3000х3200 узлов занимает 36 секунд обработки. В подобласти В2 (2601х4000 узлов) те же 6000 временных шагов (2160 секунд) распространения волны занимают 39 секунд времени обработки. А для моделирования на заключительном этапе с 12000 временных шагов (2160 секунд) распространения цунами в подзоне В3 размером 2098х2152 узлов требуется 34 секунды времени обработки. Таким образом, даже при последовательном вычислении этих трех этапов получение оценок высоты волны вдоль всего рассматриваемого побережья занимает менее 2 минут.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. H. Tsushima and Y. Yusaku, Review on Near-Field Tsunami Forecasting from Offshore Tsunami Data and Onshore GNSS Data for Tsunami Early Warning, *J. Disaster Res.*, vol. 9(3), pp.339–357, 2014.
- 2. M. Lavrentiev, A. Romanenko, K. Oblaukhov, An. Marchuk, K. Lysakov, M. Shadrin, FPGA Based Solution for Fast Tsunami Wave Propagation Modeling, in Proc. 27th International Ocean and Polar Engineering Conference, 25-30 June, San Francisco, California, 924-929, 2017.

3. M. Lavrentiev, K. Lysakov, An. Marchuk, K. Oblaukhov, M. Shadrin Hardware Acceleration of Tsunami Wave Propagation Modeling in the Southern Part of Japan, *Appl. Sci.* **2020**, 10(12), 4159

NEW PC FACILITIES FOR MODELLING BY SOLVING SHALLOW WATER SYSTEM FOR TSUNAMI PROBLEM

Lavrentiev M. M. ^{1,a}, Marchuk An. G. ^{1,b}

¹ Institute of Automation and Electrometry of the Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences, Novosibirsk, Russian Federation

^a mmlavrentiev@gmail.com, ^b mag@omzg.sscc.ru

Keywords: calculation of tsunami wave, hardware accelerator, nested grid.

The problem of timely warning about the danger of nearfield tsunami after the strong offshore earthquake is still unresolved, even if the number of publications is substantianal, see, for example, [1]. For the coast of Japan it takes nearly 20 minutes for tsunami wave to approach the nearest dry land after offshore seismic event. Robust evaluation of tsunami wave danger should be based on correct process simulation: wave generation, propagation, and inundation to a dry land.

The authors have implemented the nested grids approach for fast calculation of tsunami wave propagation by solving numerically the shallow water system. FPGA based hardware accelerator [2,3] is used to achieve acceptable (high enough) performance at regular modern PC. Numerical experiment is based on the real digital bathymetry around the northeastern coast of the Japanese Honshu Island. The entire computational domain, covers geographic area from 140.00° to 147.46° E and from 34.02° up to 41.97° N. Mesh step variation is from 276 m to just 17 m. Realistic shape of the initial sea surface displacement at tsunami source was used.

Numerical experiments were done in three computational domains, B1 (described above), B2 -embedded into B1, and B3 – embedded into B2. A version (from literature) of tsunami source for March 11, 2011 event is used for numerical simulations.

Using the advantages of the FPGA based hardware accelerator, the following performance results have been achieved. Numerical modeling of 6000 time steps (2160 sec) of tsunami propagation for the 3000x3200 nodes area B1 takes 36 sec of processing time. In the B2 subarea (2601x4000 nodes) the same 6000 time steps (2160 sec) of wave propagation takes 39 sec of processing time. And modeling on the final stage with 12000 time steps (2160 sec) of tsunami propagation in 2098x2152 nodes subarea B3 requires 34 sec of processing time. So, even on the course of sequential computation of these 3 stages it takes less than 2 minutes to obtain wave height estimates along the entire coast under consideration.

REFERENCES

- 1. H. Tsushima and Y. Yusaku, Review on Near-Field Tsunami Forecasting from Offshore Tsunami Data and Onshore GNSS Data for Tsunami Early Warning, *J. Disaster Res.*, vol. 9(3), pp.339–357, 2014.
- 2. M. Lavrentiev, A. Romanenko, K. Oblaukhov, An. Marchuk, K. Lysakov, M. Shadrin, FPGA Based Solution for Fast Tsunami Wave Propagation Modeling, in Proc. 27th International Ocean and Polar Engineering Conference, 25-30 June, San Francisco, California, 924-929, 2017.
- 3. M. Lavrentiev, K. Lysakov, An. Marchuk, K. Oblaukhov, M. Shadrin Hardware Acceleration of Tsunami Wave Propagation Modeling in the Southern Part of Japan, *Appl. Sci.* **2020**, 10(12), 4159

О ТРУДАХ ПАФНУТИЯ ЧЕБЫШЁВА

Пападопулос А.

Национальный центр научных исследований Франции, Университет Страсбурга, Страсбург, Франция

В докладе будет представлен ряд работ Пафнутия Чебышёва в области чистой и прикладной математики. Показано, что они продолжают исследования Леонарда Эйлера. Особое внимание уделяется трудам Эйлера и Чебышёва в области математической картографии.

ON THE WORK OF PAFNUTY CHEBYSHEV

Papadopoulos A.

University of Strasbourg, The French National Centre for Scientific Research, Strasbourg, France

In this talk, I will present some works of Pafnuty Chebyshev in pure and applied mathematics, presenting them in the continuity of works of Leonhard Euler. I will concentrate especially on the works of Euler and Chebyshev on mathematical cartography.

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ИНДУСТРИАЛЬНЫХ ПРОЦЕССОВ В АРКТИКЕ

Петров И. Б.

Московский физико-технический институт, Москва

В Арктической зоне сконцентрирована большая часть залежей углеводородов страны. В настоящее время в этом регионе открыто 594 месторождения нефти, 159 газа. Начально извлекаемые ресурсы Арктической зоны России оцениваются в 258 млрд т условного топлива, что составляет 60% углеводородных ресурсов страны. Неразведанный потенциал Арктической зоны, по оценкам, составляет приблизительно 90% на шельфе, в пределах 200-мильной зоны, и 53% на суше. Начально извлекаемые разведанные запасы нефти в Российской зоне Арктики составляют, приблизительно, 7,8 млрд т (500 млн т на шельфе), газа 65 млрд т (10 млрд т на шельфе). Работы, связанные с освоением шельфа Арктических морей ставят широкий круг проблем, которые могут быть решены методами компьютерноматематического моделирования, без привлечения дорогостоящих натурных испытаний.

Можно выделить следующий круг актуальных задач освоения арктической зоны России, которые могут быть численно решены с помощью адекватных механикоматематических моделей, современных численных методов и высокопроизводительных многопроцессорных вычислительных систем:

- прямые и обратные задачи сейсморазведки;
- задачи миграции (дрейфа) крупных ледовых образований;
- задачи безопасности и заторашивания ледостойких платформ;
- расчет на прочность нефтегазо-проводов, наземных и поддонных;
- проблемы безопасного плавания судов ледового класса;
- посадка самолета на плавающую льдину;расчет ледовых аэродромов;
- расчет на прочность ледовых транспортных путей;
- воздействия технических и сейсмических нагрузок на шельфовые сооружения в Арктике;
 - климатические задачи и проблемы динамики ледовой обстановки;

- задачи геомеханики и безопасности буровых работ;
- расчет поля температур и напряжений в ледовых образованиях;
- задачи безопасности полярных исследователей.

Определяющими уравнениями, описывающими рассматриваемые процессы, являются уравнения механики сплошных сред, в частности, системы уравнений в частных производных механики деформируемого твердого тела, акустики, аэродинамики, гидродинамики, а также система уравнений Максвелла. Основными численными методами решения поставленных задач являются методы, учитывающие характеристические свойства систем уравнений гиперболического типа, разрывный метод Галеркина, метод конечных элементов.

SIMULATION OF INDUSTRIAL PROCESSES IN THE ARCTIC

Petrov I. B.

Moscow Institute of Physics and Technology, Moscow

Most of the Russian hydrocarbon deposits are in the Arctic. As of today, 595 oil deposits and 159 gas deposits are discovered there. The initial estimation of the recoverable reserves in the Russian Arctic id 258 bln. t. of standard fuel. It is 60% of the total national hydrocarbon reserves. The unexplored reserves in the Arctic are estimated at 90% for the offshore shelf area (within the 200-mile EEZ), and 53% onshore. The explored recoverable oil reserves in the Russian Arctic area about 7.8 bln. t. (500 bln. t. offshore); the gas reserves are 65 bln. t. (10 bln. t. offshore.) The Arctic offshore development is associated with an extensive range of problems that can be solved with simulation, without costly physical testing.

The following problems relevant for the Russian Arctic development projects can be solved numerically by using appropriate mech&math models, advanced numerical methods, and high-performance, multi-core computing systems:

- direct and inverse seismic exploration problems
- migration (drift) of large ice formations
- ice-resistant platform safety and ice hummocking
- onshore and buried offshore oil&gas pipeline structural analysis
- safe navigation for ice-class vessels
- aircraft landings on floes; ice airfield structural analysis
- ice route structural analysis
- artificial and seismic impacts on the Arctic offshore structures
- climate research, the evolution of ice conditions
- geomechanics, the safety of drilling operations
- ice formation temperature/stress field analysis
- polar researchers safety.

The key equations that represent the above processes are the continuum mechanics equations, particularly, partial differential systems for deformable solid mechanics, acoustics, air dynamics, hydrodynamics, and the Maxwell equations. The principal numerical methods for these problems should consider characteristic properties of the hyperbolic type equations systems, such as the discontinuous Galerkin method, and the finite element method.

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ МНОГОМАСШТАБНЫХ ЗАДАЧ ГОРЕНИЯ: ПРОБЛЕМЫ И РЕШЕНИЯ

Смирнов Н. Н.

Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, Москва, Российская Федерация

Федеральный научный центр Научно-исследовательский институт системных исследований Российской академии наук, г. Москва, Российская Федерация

Kлючевые слова: вычислительное моделирование, горение, многофазные среды, нейросети.

Разработка алгоритмической компоновки и программ для расчета многомасштабных процессов горения является актуальной междисциплинарной темой фундаментальных исследований, которая объединяет методы информационных технологий, механики много-компонентных сплошных сред, химии и математического моделирования. Задача разработки алгоритмической компоновки и подбора программ для расчета многомасштабных процессов и горения набирает актуальность с каждым годом в связи с интенсивным развитием как вычислительных методов и моделей, так и с увеличением современных возможностей суперкомпьютерных вычислений.

Практическая применимость разрабатываемых вычислительных моделей и методов охватывает проблемы энергетики, двигателестроения, взрыво-пожаробезопасности, а также интенсификации добычи полезных ископаемых с применением методов термохимического воздействия на пласт.

Основными проблемами, возникающими в процессе моделирования, являются: а) многомасштабность, не позволяющая проводить моделирование всех задействованных процессов на единых даже масштабируемых сетках; б) жесткость и большая размерность системы дифференциальных уравнений для описания химической кинетики, решение которой может занимать 80% процессорного времени.

Возможность решения проблем в части многомасштабности видится в применении подходов многоуровневого моделирования, при котором детальное решение задачи более мелкого масштаба обрабатывается и вносится в качестве элемента модели более крупного масштаба. Для решения проблемы сокращения времени интегрирования уравнений многостадийной химической кинетики актуальным трендом является применение нейросетевых подходов и методов в рамках разрабатываемых вычислительных моделей. Этот подход в настоящее время развивается коллективом отдела вычислительных систем совместно с коллективом Центра оптико-нейронных технологий ФГУ ФНЦ НИИСИ РАН.

COMPUTATIONAL MODELING OF MULTISCALE COMBUSTION PROCESSES: PROBLEMS AND SOLUTIONS

Smirnov N. N.

Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russian Federation Scientific Research Institute for System Analysis of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russian Federation

Keywords: computational modeling, combustion, multiphase media, neural networks.

The development of algorithmic layout and programs for calculating multiscale combustion

processes is an acute interdisciplinary topic of fundamental research that combines the methods of information technology, mechanics of multicomponent continua, combustion chemistry and mathematical modeling. The task of developing algorithmic layout and selection of programs for calculating multiscale processes and combustion is gaining relevance every year due to the intensive development of both computational methods and models, and with the increase in modern supercomputing capabilities.

The practical applicability of the developed computational models and methods covers the problems of energy, engine building, explosion and fire safety, as well as the intensification of mining with the use of methods of thermochemical impact on the reservoir.

The main problems that arise in the modeling process are: a) multiscale problem character, which does not allow modeling all the processes involved on the same grid, even being a scalable one; b) rigidity and large dimension of the system of differential equations for describing chemical kinetics, the solution of which can take 80% of the processor time.

The possibility of solving problems in terms of multi-scale simulation is seen in the application of multi-level modeling approaches, in which a detailed solution to a problem of a smaller scale is processed and introduced as an element of a larger-scale model. To solve the problem of reducing the integration time of equations of multi-stage chemical kinetics, the current trend is the use of neural network approaches and methods in the framework of developed computational models. This approach is currently being developed by the staff of the Department of Computing Systems together with the staff of the Center for Optical-Neural Technologies of the Federal Science Center "Scientific Research Institute for System Analysis of the Russian Academy of Sciences".

ИИ — ХАЙП, ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ ПЛАТФОРМА, НОВАЯ ЭКОНОМИКА?

Старков С. О.

Обнинский институт атомной энергетики, Обнинск, Россия

AI – HYPE, TECHNOLOGICAL PLATFORM, NEW ECONOMY?

Starkov S. O.

Obninsk Institute of Atomic Energy, Obninsk, Russia

НЕКОТОРЫЕ ОСОБЕННОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ РАЗРЫВНОГО МЕТОДА ГАЛЕРКИНА ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ГАЗОВОЙ ДИНАМИКИ

Тишкин В. Ф.

Институт прикладной математики им. М. В. Келдыша Российской академии наук, г. Москва, Российская Федерация

Для решения широкого класса прикладных задач газовой динамики необходимо использовать численные методы высокой точности. К таким методам относится разрывный метод Галеркина. Его особенностью является компактность пространственного шаблона и при этом, способность обеспечить заданный порядок точности на многомерных неструктурированных сетках с произвольной формой ячеек, что особенно актуально для

решения сложных разномасштабных задач. Однако, при решении данным методом могут возникнуть некоторые сложности реализации. Так, для обеспечения монотонности решения, полученного разрывным методом Галеркина, необходимо вводить так называемые ограничители наклона, или лимитеры, в особенности в том случае, если решение содержит сильные разрывы. В настоящее время наиболее надежным в использовании, является лимитер Кокбурна, разработанный для тетраэдральных сеток. Идея данного лимитера обобщена и реализована в многомерном случае на сетках с различным типом ячеек [1]. Кроме того, при численном моделировании сверхзвукового обтекания твердых тел, ударные волны, которые формируются в сверхзвуковых потоках, создают некоторые вычислительные проблемы, такие как, снижение порядка точности, проблемы сходимости, возникновение неустойчивостей. Одной из таких наиболее изученных неустойчивостей является возникновение «карбункула», которая влияет на профиль фронта ударной волны и деформирует его. Эта неустойчивость, может резко повлиять на численное моделирование головной ударной волны перед носовой частью летательного аппарата. Как известно, на возникновение неустойчивости «карбункула» влияют используемые численные потоки. Наиболее подвержены возникновению этой неустойчивости потоки, обладающие низкой диссипацией, а использование высоко диссипативных потоков позволяют избежать возникновения карбункула. С другой стороны, высокая диссипация приводит к понижению точности расчетной схемы. Одним из способов решения данной проблемы является создание гибридных численных потоков. Предлагается новый гибридный численный поток для вычисления потоков Эйлеровой части системы уравнений Навье-Стокса, который позволяет избежать возникновения неустойчивости и сохраняет высокую точность на ударных волнах и пограничных слоях [2]. Данный поток, представляет собой комбинацию численного потока Годунова и численного потока Русанова-Лакса-Фридрихса.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Краснов М.М., Ладонкина М.Е., Тишкин В.Ф., Реализация разрывного метода Галёркина в программном комплексе DGM // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2018. № 245. 31 с. doi:10.20948/prepr-2018-245
- 2. Ладонкина М.Е., Неклюдова О.А., Тишкин В.Ф., Гибридный численный поток для решения задач сверхзвукового обтекания твердых тел // Матем. моделирование, 2021, v.33:5.

SOME FEATURES OF THE APPLICATION OF THE DISCONTINUOUS GALERKIN METHOD FOR SOLVING GAS DYNAMIC PROBLEMS

Tishkin V. F.

Keldysh Institute of Applied Mathematics, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russian Federation

A wide class of gas dynamic problems requires the usage of high-precision numerical methods. The discontinuous Galerkin method is one of them. Its features are the compactness of the spatial template and, at the same time, the ability to provide a given order of accuracy on multidimensional unstructured grids with an arbitrary cell shape, which is especially important for solving complex multi-scale problems. However some difficulties may arise with the implementation of this method. Thus, to ensure the monotonicity of the solution obtained by the discontinuous Galerkin method, it is necessary to introduce the so-called slope limiters, especially if the solution contains strong discontinuities. Today the most reliable is the Cockburn limiter designed for tetrahedral grids. The idea of this limiter is generalized and implemented in

the multidimensional case on grids with different types of cells [1]. Moreover, in the numerical simulation of supersonic flow around solid objects, shock waves that are formed in supersonic fluxes create some computational problems, such as a decrease in the order of accuracy, convergence problems, and the occurrence of instabilities. One of these most studied instabilities is the appearance of a "carbuncle", which affects the profile of the shock front and deforms it. This instability can dramatically affect the numerical simulation of the shock wave in front of the nose of the aircraft. As is known, the choice of numerical fluxes affects the occurrence of the carbuncle instability. The most susceptible to the occurrence of this instability are fluxes with low dissipation, on the other hand the use of highly dissipative fluxes makes it possible to avoid the occurrence of a carbuncle. Unfortunately, the high dissipation leads to a decrease of accuracy of the computational method. One of the ways to solve this problem is to create hybrid numerical flows. A new hybrid numerical flow is proposed for calculating the fluxes of the Euler part of the system of Navier-Stokes equations, which avoids the occurrence of instability and maintains high accuracy on shock waves and boundary layers [2]. This flux is a combination of Godunov's numerical flow and Rusanov-Lax-Friedrichs numerical flow.

REFERENCES

- 1. Krasnov M.M., Ladonkina M.E., Tishkin V.F., Implementation of the Galerkin discontinuous method in the DGM software package // KIAM Preprints. 2018. No. 245. 31 p. doi:10.20948/prepr-2018-245
- 2. Ladonkina M.E., Nekliudova O.A., Tishkin V.F., Hybrid numerical flux for solving the problems of supersonic flow of solid bodies // Mathematical models and computer simulations, 2021, v.33:5.

ИССЛЕДОВАНИЯ П. Л. ЧЕБЫШЁВА ПО ТЕОРИИ ЧИСЕЛ, ИХ ДАЛЬНЕЙШЕЕ РАЗВИТИЕ И ПРИЛОЖЕНИЯ

Чубариков В. Н. 1,a , Попов О. В. 1,6

 1 Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, Механико-математический факультет, г.Москва, Российская Федерация a chubarik2020@mail.ru, b ovlpopov@mail.ru

Ключевые слова: теория чисел, П.Л.Чебышёв(1821-1894), простые числа, дзетафункция Римана, постулат Бертрана-Чебышёва, метод тригонометрических сумм И.М.Виноградова, «Теория сравнений», тест проверки числа на простоту, иррегулярность в распределении простых чисел в арифметических прогрессиях, наибольший простой делитель последовательных значений неприводимой квадратичной формы, обобщение Эйлеровского произведения, принцип Чебышёва обращения числовых рядов, линейные приближения иррациональных чисел, многочлены Чебышева-Лагерра.

«Первый, кто пошёл верным путем в вопросе о простых числах и достиг важных результатов, был Чебышёв» (Э.Ландау, 1909). При вещественных в, превышающих единицу, Чебышёв (1849) для изучения функции «число простых чисел, не превосходящих заданной границы», использует интегральное представление гамма-функции Эйлера и дзетафункции Римана, выделяя полюс s=1 и явно работая с ее логарифмической производной. Через 8 лет Б.Риман исследовал эти интегральные представления в комплексной плоскости, нашел функциональное уравнение и аналитическое продолжение дзета-функции на всю комплексную плоскость.

В следующем мемуаре «О простых числах» (1852) Чебышёв нашел остроумный прием оценки функции, получившей название функции Чебышёва, доказывая, что между п и 2n-2 при n>2 находится хотя одно простое число. В 1895 г. Манольдт дал «явную формулу» для функции Чебышёва через нули дзета-функции Римана. В 1896 г. Адамар и Валле-Пуссен доказали асимптотический закон распределения простых чисел в натуральном ряду чисел.

Уже эти две работы поставили Чебышёва в ряд крупнейших математиков мира.

Докторская диссертация Чебышева «Теория сравнений» (1849) до сих пор является настольным руководством для специалистов по теории чисел.

Несколько десятилетий П. Л. Чебышёв искал общую формулу, связывающую суммы функции по простым и суммы ее по всем натуральным числам, аналогичную «эйлеровскому произведению». Такое тождество найдено им в работе [6].

В заключение отметим, что в «ключевых словах» данных тезисов приведен краткий обзор других исследований Чебышёва по теории чисел.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Теория сравнений. СПб., 1849.
- 2. Об определении числа простых чисел, не превосходящих данной величины // СПб., 1899, Соч., т. I, с.28-48.
- 3. О простых числах // СПб., 1899, Соч., т.І, с.49-70.
- 4. О квадратичных формах // СПб., 1899. Cou., т.I, с.71-96.
- 5. Письмо П. Л. Чебышёва к Фусу о новой теореме, относящейся к числу простых чисел вида 4n+1 и 4n+3 // СПб.,1899. Соч., т.І, с.697-698.
- 6. Об одном преобразовании числовых рядов // СПб., 1899. Соч., т.І, с.705-707.
- 7. Заметка о некоторых рядах // СПб., 1899. Соч., т.І, с.99-108.
- 8. Об одном арифметическом вопросе // СПб., 1899. Coч., т.I, с.639-684.

P.L.CHEBYSHEV STUDIES ON THE THEORY OF NUMBERS, THEIR ADVANCES AND APPLICATIONS

Chubarikov V. N.^{1,a}, Popov O. V.^{1,b}

¹ M.V.Lomonosov Moscow State University, Faculty of Mechanics and Mathematics, Moscow, Russian Federation

 $^a\ chubarik2020@mail.ru,\ ^b\ ovlpopov@mail.ru$

Keywords: the theory of numbers, P.L.Chebyshev (1821–1894), prime numbers, Riemann zeta-function, the Bertran–Chebyshev postulate, the I. M. Vinogradov's trigonometric sum method, "The theory of congruences", the test on the primality, irregularaty of the distribution of primes in arithmetic progressions, the greatest prime divisor of consequtive values of non-expanding quadratic form, a generalization of the Euler's product, the Chebyshev prinzip of the number series inversion, linear approximations of irrational numbers, Chebyshev – Lageurre polynomials.

Authors take his gratitude to the Department of Mechanics and Mathematics of the M. V. Lomonosov Moscow State University for the support.

"The first who went of the true way in the question on prime numbers and achieved of important results, was Chebyshev" (E.Landau, 1909). For real s, exceeding unit, Chebyshev (1849) for a study of the function "the number of prime numbers", does not exceeding a given

value, uses the integral representation of the Euler's gamma-function and the Riemann's zeta-function, alloting the poli s=1 and obviously working with its the logarithmic derivitive. After 8 year B.Riemann studied these integral representation in the comlex plane, found the functional equation and the analytic continuation of the zeta-function on the whole complex plane. In the next paper "On prime numbers" (1852) Chebyshev found the witty technique for an estimation of the function, getting the name of the Chebyshev's function, prooving, that between n and 2n-2 for n>2 is at least one a prime number. In 1895 Mangoldt gave "the explicit formula" for the Chebyshev's function through zeros of the Riemann's zeta function. In 1896 Hadamard and Vallee-Pussen proved the asymptotic law o prime numbers distribution in the natural series of numbers. These two papers put the Chebyshev's name in the row of the great mathematician's names of the world. The Chebyshev doctoral thesis "The theory of congruences" (1849) for nowadays is the bible book for the specialists of the number theory. Some ten years P.L.Chebyshev looked the general formula, connecting sums of the function on orimes and sums of it on whole natural numbers, analogous "Euler's product". The such identity he found in the paper [6].

In conclusion we note, that in "Key words" on the present talk a short account of the other studies of Chebyshev on the number theory is given.

REFERENCES

- 1. Chebyshev P. L. The theory of congruences SPb; 1849. (In Russ.)
- 2. Chebyshev P. L. Sur la fonction, qui détermine la totalité des nombres premiers infèrieurs à une limite donnée Works, SPb; 1899. V.I, p.28-48 (In Russ.)
- 3. Chebyshev P. L. *Mémoire sur les nombres premiers*. Works, SPb; 1899. V.I, p.49-70 (In Russ.)
- 4. Chebyshev P. L. Sur les formes quadratiques. Works, SPb; 1899. V.I, p.71-96 (In Russ.)
- 5. Chebyshev P. L. The P.L.Chebyshev's letter to Fuss on the new theorem, belonging to the number of the prime numbers of the form 4n+1 and 4n+3// Works, SPb; 1899. V.I, p.697-698 (In Russ.)
- 6. Chebyshev P. L. Sur une transformation des séries numériques. Works, SPb; 1899. V.I, p.707-709 (In Russ.)
- 7. Chebyshev P. L. Note sur différentes séries. Works, SPb; 1899. V.I, p.99-108 (In Russ.)
- 8. Chebyshev P. L. Sur une question arithmétiques Works, SPb; 1899. V.I, p.639-684 (In Russ.)

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ЛАЗЕРНОГО ТЕРМОЯДЕРНОГО СИНТЕЗА НА ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМАХ С МАССОВЫМ ПАРАЛЛЕЛИЗМОМ

Шагалиев Р. М.

Федеральное государственное унитарное предприятие «Российский федеральный ядерный центр-всероссийский научно-исследовательский институт экспериментальной физики» Государственной корпорации по атомной энергии «Росатом»

Kлючевые слова: численные методы, лазерный термоядерный синтез, вычислительные системы.

Доклад посвящен вопросам построения и применения численных методов решения многомерных нестационарных задач лазерного термоядерного синтеза, характеризующихся необходимостью одновременного моделирования большого числа взаимовлияющих физических процессов.

Процессы переноса излучения моделируются в многомерном фазовом пространстве в неравновесном кинетическом приближении, что обуславливает необходимость использования высокопроизводительных вычислительных систем.

Обсуждаются вопросы развития эффективных алгоритмов многоуровневого распараллеливания, ориентированных на архитектуры мощных супер-ЭВМ с гетерогенной архитектурой.

MASSIVELY PARALLEL NUMERICAL SOLUTIONS FOR LASER THERMONUCLEAR FUSION PROBLEMS

Shagaliev R. M.

Russian Federal Nuclear Center-Russian Research Institute of Experimental Physics, Rosatom National Atomic Power Corporation

Keywords: numerical methods, laser thermonuclear fusion, computer systems.

The study considers the development and application of numerical methods for solving multidimensional, non-stationary laser thermonuclear fusion problems as a large number of interdependent physical processes have to be simulated concurrently.

Radiation transfer processes are simulated in multidimensional phase space using a non-equilibrium kinetic approximation. Such a simulation requires high-performance computer systems.

The study discusses the development of efficient multilevel parallel algorithms intended for heterogeneous high-performance supercomputers.

СУПЕРКОМПЬЮТЕРНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ: АЛГОРИТМЫ И ИНФРАСТРУКТУРА

Якобовский М. В. 1,а

¹ Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша Российской академии наук, г.Москва, Российская Федерация
^a lira@imamod.ru

Ключевые слова: математическое моделирование, параллельные алгоритмы, суперкомпьютерные технологии, центры коллективного пользования, вычислительный эксперимент.

Динамика развития современных методов проектирования новых технологий демонстрирует интенсивное смещение в сторону широкого использования возможностей высокопроизводительной вычислительной техники. В связи с этим возрастает роль создания алгоритмов и инфраструктуры для решения вычислительно-ёмких задач на современных и перспективных суперкомпьютерах. Необходимо развитие алгоритмов, структура которых допускает одновременное эффективное использование большого числа исполнительных устройств. Проблема создания эффективных алгоритмов и программ усугубляется необходимостью их адаптации к множеству типов вычислительных устройств и технологий объединения узлов в единое вычислительное поле. К перечисленному добавляется обилие языков и инструментов проектирования программ для различных платформ. Отмеченное многообразие значительно ограничивает возможности прикладных специалистов в плане полноценного использования современных высокопроизводительных систем. Требуются комплексные средства разработки параллельного программного обеспечения,

созданные специалистами в области системного программного обеспечения в тесном взаимодействии со специалистами прикладных областей. Соответствующий подход был хорошо развит и показал свою плодотворность в эпоху становления вычислительной техники, программирования и соответствующих разделов вычислительной математики. Обсуждается кооперация, обеспечивающая успешное создание и развитие средств оптимизации вычислительных кодов и пакетов прикладных программ для современных и перспективных вычислительных гетерогенных архитектур.

Архитектура последовательных вычислительных систем архитектуры фон Неймана устоялась десятилетия назад, в отличие от архитектур параллельных вычислительных систем. Динамично развивающиеся параллельные архитектуры демонстрируют качественно новые свойства, от знания которых коренным образом зависит успех создания методов и суперкомпьютерных пакетов решения пилотных задач. Современные вычислительные комплексы представляют собой полноценный объект для фундаментальных и прикладных исследований. Успех подобных исследований непосредственно зависит от доступности вычислительной инфраструктуры должного уровня производительности. Необходимо создание вычислительных суперкомпьютерных полигонов, доступность которых обеспечит возможность систематического комплексного развития алгоритмов и программ решения пилотных задач, требующих максимально достижимой сегодня суперкомпьютерной производительности.

Расширение сети суперкомпьютерных центров различного уровня производительности обуславливает высокую актуальность развития возможностей интегрального использования их ресурсов. Обсуждаются функциональные возможности облачного сервиса, упрощающего использование распределённых суперкомпьютерных мощностей для выполнения длительных вычислительных экспериментов.

SUPERCOMPUTING TECHNOLOGIES: ALGORITHMS AND INFRASTRUCTURE

Yakobovskiy M. V. ^{1,a}

¹ Keldysh Institute of Applied Mathematics of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russian Federation ^a lira@imamod.ru

Keywords: mathematical modeling, parallel algorithms, supercomputer technologies, collective computing centers, computational experiment.

Recently, the role of high-performance computing in designing of new technologies, is constantly increasing. In this regard, the importance of creating algorithms and infrastructure for solving computationally intensive problems on modern and future supercomputers increases. It is essential to develop algorithms which allow the simultaneous effective use of a large number of computing devices. The problem of creating effective algorithms and programs is compounded by the need to adapt them to a variety of types of computing devices and supporting technologies for combining computing nodes into a single computing field. Beyond that there is a plenty of program languages and software design tools elaborated for various platforms

This diversity significantly limits the capabilities of specialists in applied fields in terms of the full use of modern high-performance computing systems. The comprehensive integrated tools for parallel software development are required, which should be created by specialists in the field of system software in close cooperation with specialists in the application fields. Such approach was well developed and showed its productivity in the epoch of the emergence and formation of computer engineering, programming and the corresponding sections of numerical mathematics. I will discuss the joint work of specialists that might ensure the successful creation and development of optimization tools for computing codes and applied software packages for present and future computing heterogeneous architectures.

The architecture of sequential computing systems of the von Neumann model was established decades ago, in contrast to the architectures of parallel computing systems. Rapidly developing parallel architectures demonstrate qualitatively new properties, the knowledge of which determines fundamentally the progress in creating numerical technologies and supercomputer packages for solving pilot problems. Modern computing systems are a full-fledged object for fundamental and applied research. The success of such research is directly tied to the availability of the computing infrastructure and the proper level of computing power. It is essential to create specialized computational supercomputer polygons, if they are availabe, it will provide the systematic integrated progress in algorithms and programs for solving the grand chellenges that require the maximum compyting power accessible today.

The expansion of the network of supercomputer centers of different power determines the high relevance of the progression in integrated use of their resources. The functional capabilities of a cloud service that simplifies the use of distributed supercomputer resources in long-term computational experiments will be presented.

Численное моделирование в механике сплошных сред

Руководитель секции: Игорь Борисович Петров

Член-корреспондент РАН, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой информатики, федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет)»

Section moderator: Prof. Igor Borisovich Petrov

Corresponding member of the Russian Academy of Sciences, Doctor of Science (Physics and Mathematics). Head, Dept. of Computer Science, Moscow Institute of Physics and Technology

ACQUIRING ELASTIC PROPERTIES OF THIN COMPOSITE STRUCTURE FROM VIBRATIONAL TESTING DATA

Aksenov V. V.^{1,a}, Beklemysheva K. A.^{1,b}, Vasyukov A. V.^{1,c}

- ¹ Moscow Institute of Physics and Technology (National Research University), Dolgoprudny, Russian Federation
- $^a\ aksenov.vv@phystech.edu,\ ^b\ katerina.beklemysheva@phystech.edu,\ ^c\ a.vasyukov@phystech.edu$

Keywords: inverse problems, optimization, automatic differentiation, composite materials, nondestructive testing.

This study is supported by RSF grant 19-71-00147.

Due to their advanced properties, composite materials are widely used in modern-day engineering projects, and new materials, possibly tailor-made for a certain task, appear regularly. However, the experimental status of such materials may lead to lack of reliable data on their elastic properties, crucial for numerical simulations. The aforementioned properties may also change in the process of production of a certain component. Thus the need for methods of non-destructive testing and reliable numerical algorithms to estimate the parameters form experimental data arises. For example of similar problems in the field of aerospace engineering, see [1, 2]

In the present talk, the authors suggest a model for transverse vibrations of a thin composite structure abiding by linear elasticity laws under harmonic load applied at a range of frequencies. The direct problem is formulated as a PDE, which is solved with finite-element method. The problem of acquiring the elastic parameters is then formulated as a nonlinear least-square

optimization problem. The usage of the automatic differentiation technique for stable and efficient computation of the gradient and hessian [3] has allowed to use well-studied first and second order optimization methods.

The results of recovery of elastic parameters from simulated data is reported. Several of the studied methods converge to the solution, given an initial guess sufficiently close to the real parameters. Their performance is compared. The maximal difference between the initial guess and the solution that still allows for convergence, is estimated from the numerical experiments. Specimen with different geometries are also studied in order to provide some insight for better design of the actual vibrational experiments.

REFERENCES

- 1. Madeev, S.V., Lovtsov, A.S., Laptev, I.N., Sitnikov, N.N.: Determination of the operational characteristics of structural materials from a carbon-carbon composite for electrodes of ion engines. Composites and Nanostructures 8(2), pp. 141–150 (2016) (in Russian).
- 2. Nishiyama K. et al. Research and Development Status of Microwave Discharge Ion Thruster $\mu 20$. 29th International Electric Propulsion Conference. -2005
- 3. Griewank A., Walther A. Evaluating derivatives: principles and techniques of algorithmic differentiation. Society for Industrial and Applied Mathematics, 2008.

БИКОМПАКТНЫЕ СХЕМЫ ДЛЯ ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ПЕРЕНОСА НЕЙТРОНОВ

Аристова Е. Н. 1,a , Караваева Н. И. $^{1,2,\delta}$

- ¹ Федеральное государственное учреждение «Федеральный исследовательский центр Институт прикладной математики им. М. В. Келдыша Российской академии наук», г. Москва, Российская Федерация
 - ² Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет)»,
 - г. Долгопрудный, Российская Федерация a aristovaen@mail.ru, 6 karavaeva@phystech.edu

Ключевые слова: уравнение переноса, система уравнений квазидиффузии, HOLO алгоритмы, бикомпактные схемы, задача Рида.

Памяти Рогова Б. В. посвящается.

Для решения задач переноса нейтронов широко используются НОLО алгоритмы, которые позволяют достичь значительного ускорения итераций по рассеянию и делению в интегральных членах уравнения переноса нейтронов. Основная идея алгоритмов заключается в совместном решении кинетических уравнений высокого и низкого порядка (НО - high order и LO - low order). В роли уравнения высокого порядка выступает уравнение переноса, а в роли уравнений низкого порядка — система уравнений квазидиффузии. Бикомпактные схемы для решения уравнения переноса были предложены Б.В. Роговым [1]. Схемы для уравнений квазидиффузии (уравнений LO) были развиты авторами данной работы [2]. Эти разностные схемы обладают четвертым порядком аппроксимации по пространству и произвольным порядком аппроксимации по времени (в реализации третьим). При решении уравнения квазидиффузии используются дробно-линейные функционалы, вычисленные по решению НО части. Их вычисление является устойчивым только при положительности функции распределения. Таким образом, существенным требованием

является монотонность схемы для уравнения переноса. В работе обсуждаются подходы к монотонизации схем как для LO, так и для HO части.

Выбор способа постановки краевых условий для уравнений низкой размерности при совместном решении уравнений НО и LO приводит либо к уменьшению эффективности алгоритма, либо к снижению порядка аппроксимации схемы по времени.

Предложенные схемы для HOLO алгоритмов решения уравнения переноса были исследованы в серии аналитических тестов, а также применены для решения задачи Рида.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Рогов Б. В., Михайловская М. Н. *Бикомпактные схемы четвертого порядка ап*проксимации для гиперболических уравнений. ДАН, 2010, т.430, №4, с. 470-474. DOI: 10.1134/S1064562410010400.
- 2. Аристова Е. Н., Караваева Н. И. *Бикомпактные схемы высокого порядка аппроксимации для уравнений квазидиффузии*. Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша РАН, 2018, №45, 28 с. DOI: 10.20948/prepr-2018-45.

BICOMPACT SCHEMES FOR THE NUMERICAL SOLVING OF NEUTRON TRANSPORT PROBLEMS

Aristova E. N.^{1,a}, Karavaeva N. I.^{1,2,b}

- ¹ Keldysh Institute of Applied Mathematics of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russian Federation
 - ² Moscow Institute of Physics and Technology (National Research University), Dolgoprudny, Russian Federation
 ^a aristovaen@mail.ru, ^b karavaeva@phystech.edu

Keywords: transport equation, quasi-diffusion equation, HOLO algorithms, bicompact scheme, Reed problem.

Dedicated to the memory of B. V. Rogov.

HOLO algorithms are widely used to solve the neutron transport problems. The algorithms are efficient method to achieve a significant acceleration of iterations in scattering in the integral terms of the neutron transport equation. The main idea of the algorithms is to jointly solve kinetic equations of high and low order. The transport equation is a high order equation, a system of quasi-diffusion equations is a low order equations. Bicompact schemes for solving the transport equation were proposed by B.V. Rogov [1]. The schemes for quasi-diffusion equations (LO equations) were developed by the authors of this work [2]. These schemes have a fourth order of approximation in space and third approximation order in time. Solving of the HO equation also includes calculation of fractional-linear functionals, which are used in solving the quasi-diffusion (LO) equation. The calculation is stable only if the distribution function is positive. Thus, an essential requirement is the monotonicity of the scheme for the transport equation. The paper discusses approaches to monotonize the schemes for both LO and HO parts.

Use of different options of setting the boundary conditions for low order equations when HO and LO equations are solved jointly leads either to a decrease in the efficiency of the algorithm or to a decrease in the order of approximation of the scheme in time.

The proposed schemes for HOLO algorithms for solving the transport equation were investigated in a series of analytical tests and also applied to solve the Reed problem.

REFERENCES

- 1. Rogov B. V., Mikhailovskaya M. N. Fourth-Order Accurate Bicompact Schemes for Hyperbolic Equations. Dokl. Math. 81, 146–150 (2010). DOI: 10.1134/S1064562410010400.
- 2. Aristova E. N., Karavaeva N. I. Bicompact Higt Order Schemes for Quasi-Diffusion Equations. Preprint Keldysh Institute of Applied Mathematics of RAS, 2018, 45, 28 p. DOI: 10.20948/prepr-2018-45.

ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ АЛГОРИТМЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ДИФФУЗИИ-КОНВЕКЦИИ НА МНОГОПРОЦЕССОРНОЙ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЕ

Атаян А. М. ^{1,a}

¹ Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация ^a atayan24@mail.ru

Ключевые слова: математическое моделирование, задача диффузии-конвекции, параллельные вычисления, многопроцессорные вычислительные системы.

Работа поддержана грантом РФФИ № 19-07-00623.

Целью работы является прогнозирование процессов распространения загрязнений и возникновения опасных явлений в прибрежных системах на основе разработки комплекса взаимосвязанных прецизионных моделей гидрофизики и гидробиологии, учитывающих специфику прибрежных систем Юга России. Задача переноса загрязняющих веществ (ЗВ) описывается уравнением диффузии-конвекции [1]. Программная реализация комплекса взаимосвязанных пространственно-трехмерных моделей гидродинамики и биологической кинетики прибрежной зоны мелководного водоема на супер-ЭВМ, позволяющая изучать и предсказывать изменение экологической обстановки мелководного водоема при возникновении в нем явлений природного и техногенного характеров, включая штормовые нагоны, абразию берегов, процессы эвтрофикации, вызывающие заморы ценных и промысловых рыб, а также бентосных животных, на основе: разработки консервативных разностных схем повышенного порядка точности на гранично-адаптивных 3D сетках [2] с учетом частичной заполненности ячеек, аппроксимирующих разработанные модели, и исследование их устойчивости [3]. Программный комплекс, ориентированный на супер-ЭВМ, предназначен для расчета поля скоростей водного потока, процесса переноса многокомпонентной примеси в водной среде, загрязняющих мелководный водоем биогенных веществ (соединений азота, фосфора и кремния), вызывающих бурный рост водорослей – «цветение» вод водоема, областью применения которого является прогнозирование возможных сценариев изменения экологической обстановки мелководных водоемов в результате возникновения опасных явлений природного и техногенного характеров. Разработка математических моделей гидрофизики и биологической кинетики, параллельных алгоритмов и программ их численно реализующих, позволяет изучать распределения и транспорт микрочастиц, с целью определения их концентрации и месторасположения в прибрежных системах (на примере Азовского моря) для типичных погодно-климатических явлений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Modelling of oil spill spread / A. Sukhinov [et al.] // 5th International Conference on Informatics, Electronics and Vision, ICIEV, 2016, P. 1134-1139, DOI: 10.1109/ICIEV.2016.7760176.

- 2. Khokhlov N. I., Petrov I.B. Application of the grid-characteristic method for solving the problems of the propagation of dynamic wave disturbances in high-performance computing systems Proceedings of ISP RAS, 2019, 31:6, P.237-252.
- 3. Сухинов А.И. [и др.] Методика построения разностных схем для задачи диффузииконвекции-реакции, учитывающих степень заполненности контрольных ячеек // Известия ЮФУ. Технические науки, 2013, №4 (141).

PARALLEL ALGORITHMS FOR SOLVING DIFFUSION-CONVECTION PROBLEMS ON A MULTIPROCESSOR COMPUTER SYSTEM

Atayan A. M.^{1,a}

¹ Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation ^a atayan24@mail.ru

Keywords: mathematical modeling, diffusion-convection, parallel computing, multiprocessor computing systems.

This study is supported by RFBR grant 19-07-00623.

The aim of paper is to predict the processes of the spread of pollution and the occurrence of hazardous phenomena in coastal systems based on the development of a complex of interconnected precision models of hydrophysics and hydrobiology, taking into account the specifics of coastal systems in the South of Russia. The problem of transport of pollutants (pollutants) is described by the diffusion-convection equation [1]. Software implementation of a complex of interconnected spatial-three-dimensional models of hydrodynamics and biological kinetics of the coastal zone of a shallow water body on a supercomputer, which makes it possible to study and predict changes in the ecological situation of a shallow water body when natural and technogenic phenomena occur in it, including storm surges, coastal abrasion, eutrophication processes, causing the death of valuable and commercial fish, as well as benthic animals, based on: the development of conservative difference schemes of increased order of accuracy on boundary-adaptive 3D grids [2], taking into account the partial filling of the cells approximating the developed models, and the study of their stability [3]. The software package, oriented to a super-computer, is designed to calculate the velocity field of a water flow, the process of transfer of a multicomponent admixture in an aquatic environment, polluting a shallow water body of biogenic substances (nitrogen, phosphorus and silicon compounds), causing rapid growth of algae - "bloom" the area of application of which is the forecasting of possible scenarios of changes in the ecological situation of shallow water bodies as a result of the occurrence of hazardous natural and man-made phenomena. The development of mathematical models of hydrophysics and biological kinetics, parallel algorithms and programs for their numerical implementation, makes it possible to study the distribution and transport of microparticles in order to determine their concentration and location in coastal systems (for example, the Sea of Azov) for typical weather and climatic phenomena.

REFERENCES

- 1. Modelling of oil spill spread / A. Sukhinov [et al.] // 5th International Conference on Informatics, Electronics and Vision, ICIEV, 2016, P. 1134-1139, DOI: 10.1109/ICIEV.2016.7760176.
- 2. Khokhlov N. I., Petrov I.B. Application of the grid-characteristic method for solving the problems of the propagation of dynamic wave disturbances in high-performance computing systems Proceedings of ISP RAS, 2019, 31:6, P. 237-252.

3. Method of construction difference scheme for problems of diffusion-convection- reaction, takes into the degree filling of the control volume / Sukhinov A.I. [et al.] // Izvestiya SFedU. Engineering Sciences, 2013, No 4 (141).

СЕТОЧНО-ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИЙ МЕТОД ДЛЯ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ УДАРНОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ НА АВИАЦИОННЫЕ КОМПОЗИТЫ

Беклемышева К. А. 1,a , Васюков А. В. 1,6

 1 Московский физико-технический институт, г. Долгопрудный, Российская Федерация a katerina.beklemysheva@phystech.edu, 6 a.vasyukov@phystech.edu

Ключевые слова: численное моделирование, сеточно-характеристический метод, композиты, разрушение композитов.

Работа поддержана грантом РНФ № 19-71-00147.

Эффекты, возникающие при ударном разрушении композита, существенно отличаются от эффектов, которые возникают при его статическом нагружении [1]. В частности, при слабых ударах могут появиться разрушения, практически не заметные невооруженным взглядом или стандартными ультразвуковыми датчиками, но существенно снижающие остаточную прочность детали.

Численное моделирование разрушения композитов сталкивается с рядом проблем, в частности, с отсутствием критериев разрушения, которые позволяют моделировать разрушение достаточно надежно для инженерного применения, но при этом имеют ограниченный набор параметров, который можно измерить в эксперименте [2].

В рамках данной работы для численного моделирования композита используется сеточно-характеристический метод [3], который позволяет с высокой точностью моделировать динамические процессы. Этот метод также позволяет реализовывать различные критерии разрушения (Цай-Хилла, Цай-Ву, Хашина, Пака, Друкер-Прагера) и модели разрушенной области, а также моделировать отклик на ультразвуковом датчике. В данной работе рассмотрена постановка задачи на основе экспериментальных данных по слабому ударному воздействию на авиационный композит и ультразвуковому исследованию образца, проведено сравнение итоговых А-сканов.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Abrate F. Impact on laminated composites: recent advances. *Applied Mechanics Reviews*. 1994;11(47):517–544.
- 2. Beklemysheva K.A., Ermakov A.S., Petrov I.B., et al. Numerical simulation of the failure of composite mate-rials by using the grid-characteristic method. *Mathematical Models and Computer Simulations*. 2016;5(8):557–67.
- 3. Beklemysheva K.A., Danilov A.A., Petrov I.B., Salamatova V.Yu., Vassilevski Yu.V. and Vasyukov A.V. Virtual blunt injury of human thorax: Age-dependent response of vascular system. *RJNAMM*. 2015;30(5):259–268.

GRID-CHARACTERISTIC METHOD FOR NUMERICAL MODELING OF IMPACT LOADING OF AIRCRAFT COMPOSITES

Beklemysheva K. A. ^{1,a}, Vasyukov A. V. ^{1,b}

¹ Moscow Institute of Physsics and Technology, Dolgoprudniy, Russian Federation ^a katerina.beklemysheva@phystech.edu, ^b a.vasyukov@phystech.edu

Keywords: numerical modeling, grid-characteristic method, composites, failure of composites.

This study is supported by a RSCF grant No 19-71-00147.

The effects arising from impact loading of a composite differ significantly from the effects that arise from its static loading [1]. In particular, with weak impacts, damage may appear that is practically invisible to the naked eye or standard ultrasonic sensors (BVID, barely visible impact damage). This damage can significantly reduce the residual strength of the part.

Numerical modeling of the failure of composites faces a number of problems, in particular, the lack of failure criteria that are reliable enough for engineering applications, but at the same time have a limited set of parameters that can be measured experimentally [2].

Within the scope of this work, for the numerical simulation of the composite, the grid-characteristic method [3] is used, which makes it possible to simulate dynamic processes with high accuracy. This method also makes it possible to implement various failure criteria (Tsai-Hill, Tsai-Wu, Hashin, Puck, Drucker-Prager) and various models of the destroyed area, as well as simulate the response on an ultrasonic sensor. In this paper, we consider the statement of the problem based on experimental data on weak impact on an aircraft composite and ultrasound examination of the sample, and compare the final A-scans.

REFERENCES

- 1. Abrate F. Impact on laminated composites: recent advances. Applied Mechanics Reviews. 1994;11(47):517–544.
- 2. Beklemysheva K.A., Ermakov A.S., Petrov I.B., et al. Numerical simulation of the failure of composite mate-rials by using the grid-characteristic method. *Mathematical Models and Computer Simulations*. 2016;5(8):557–67.
- 3. Beklemysheva K.A., Danilov A.A., Petrov I.B., Salamatova V.Yu., Vassilevski Yu.V. and Vasyukov A.V. Virtual blunt injury of human thorax: Age-dependent response of vascular system. *RJNAMM*. 2015;30(5):259–268.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕКСТИЛЬНОЙ МЕМБРАНЫ С ЯВНЫМ РАЗРЕШЕНИЕМ СТРУКТУРЫ ПЛЕТЕНИЯ

Васюков А. В. 1,a , Ермаков А. С. 1,6

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет)», г. Долгопрудный, Российская Федерация а a.vasyukov@phystech.edu, б alexey.s.ermakov@gmail.com

Kлючевые слова: волокнистые материалы, композиты, механика разрушения, ударное воздействие.

Работа поддержана грантом РФФИ № 18-29-17027.

В докладе представлены результаты моделирования текстильных мембран с явным разрешением структуры переплетения. Такой подход должен позволить получить свойства текстильной мембраны из первых принципов, а также обеспечить основу для оценки эффективных свойств текстильной структуры для будущего использования в 2D-моделях.

Рассматриваются динамические задачи, такие как нормальный или косой удар, которые вызывают разрушение мембраны. Рассматриваются высокоскоростные взаимодействия, для которых скорость ударника может быть сопоставима со скоростью распространения звука в нити.

Мембрана принимается состоящей из отдельных нитей, для каждой нити выполняется расчёт распространения деформаций и напряжений при действии механической ударной нагрузки, а также разрушение нити в данном процессе. Отдельная нить принимается тонкой и рассматривается как одномерный объект в трёхмерном пространстве, для неё используется модель на базе системы уравнений Х.А.Рахматулина [1].

Для верификации выполнено моделирование развития деформаций в отдельной нити под действием точечного удара, результаты сопоставлены с аналитическим решением [2]. После верификации проведены расчёты различных режимов нагружения, приводящих к принципиально разной картине деформаций и разрушений нити – отсутствие разрушений, обрыв нити, аналог «тыльного откола» на концах нити, выбивание и дробление участка нити.

Модель одиночной нити может использоваться для быстрых оценок поведения экрана под действием высокоскоростной нагрузки с использованием моделей, аналогичных модели «крест-колокол», применяемой для низкоскоростных режимов [3]. Модель текстильной мембраны с явным разрешением структуры плетения требует большой объём вычислений, но при этом позволяет из первых принципов детально рассмотреть процесс пробивания мембраны с учётом взаимодействия нитей.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Рахматулин Х.А., Демьянов Ю.А. *Прочность при интенсивных динамических нагруз-ках*. Москва: Государственное издательство физико-математической литературы, 1961.
- 2. Рахматулин Х.А., Шемякин Е.И., Демьянов Ю.А., Звягин А.В. *Прочность и разрушение при кратковременных нагрузках*. Москва: Университетская книга; Логос, 2008.
- 3. Кобылкин И.Ф., Селиванов В.В. *Материалы и структуры легкой бронезащиты.* Москва: МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2014.

MODELING OF TEXTILE MEMBRANE WITH WEAVE STRUCTURE RESOLUTION

Vasyukov A. V.^{1,a}, Ermakov A. S.^{1,b}

¹ Moscow Institute of Physics and Technology (National Research University), Dolgoprudny, Russian Federation

^a a.vasyukov@phystech.edu, ^b alexey.s.ermakov@qmail.com

Keywords: fibrous materials, composite materials, damage mechanics, dynamic loading. This study is supported by RFBR grant 18-29-17027.

This talk covers the results in textile membrane modeling with explicit weave structure resolution. This approach should allow to obtain textile membrane properties from the first principles, and also provide a basis to estimate effective properties of textile structure for the future use in 2D models.

The talk concentrates on dynamic problems, such as normal or skew strike causing membrane destruction. The model and the method allow the consideration of problems when the quasi-static approximation is not valid and elastic waves caused by the impact should be calculated.

The membrane is taken as consisting of separate threads. A mechanical shock load is applied to the membrane. A propagation of deformations and stresses is calculated for each thread, as well as the destruction of the thread under this shock load. Each thread is taken to be thin, and considered as a one-dimensional object in three-dimensional space. The thread is described by the model based on Rakhmatulin's system of equations [1].

The numerical results for a single thread are compared with an analytical solution for a point impact [2]. Various loading modes are calculated for a distributed load, that cause significantly different types of deformation and destruction of the fiber – no destruction, localized break in the center of the thread, multiple breaks near the ends of the thread, crushing of the loaded region of the thread.

The single thread model can be used to quickly assess textile screen behavior under high velocity loading using the approaches similar with the ones used for low velocity strikes [3]. The model of textile membrane with weave structure resolution requires huge amount of computations, but it allows to study penetration process from the first principles.

REFERENCES

- 1. Rakhmatulin Kh.A., Demianov Yu.A. Strength under high transient loads. New York: Daniel Davey, 1966.
- 2. Rakhmatulin Kh.A., Shemyakin E.I., Demyanov Yu.A., Zvyagin A.V. Strength, and Fracturing in Impulse Loading. Moscow: University Book; Logos, 2008. (In Russian)
- 3. Phoenix S.L., Porval P.K. Modeling System Effects in Ballistic Impact into Multi-Layered Fibrous Materials for Soft Body armor. Intern. Journal of Fracture, 135, pp. 217-249 (2005).

МОДЕЛИРОВАНИЕ ВОЛНОВЫХ ПРОЦЕССОВ В АНИЗОТРОПНЫХ ПЛАСТИНАХ

Голубев В. И. 1,a , Борисова А. В. 1,6

федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет)», г. Долгопрудный, Российская Федерация а w.golubev@mail.ru, б borisova.av@phystech.edu

Ключевые слова: гиперболические системы, численные методы, моделирование. Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 20-01-00261.

Уравнения, описывающие динамическое поведение бесконечно малого объёма линейноупругой среды, могут быть записаны в виде:

$$\rho \frac{\partial v_i}{\partial t} = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j},$$

$$\frac{\partial \varepsilon_{ij}}{\partial t} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right)$$

где ρ – плотность среды, σ – тензор напряжений, \overrightarrow{v} – вектор скорости среды, ε – тензор деформаций. В настоящей работе рассматривался специальный класс материалов, получаемых с помощью лазерного перфорирования алюминиевых пластин. Для описания их динамического поведения может быть применена следующая осреднённая анизотропная модель [1]:

$$\begin{pmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{16} \\ C_{21} & C_{22} & C_{26} \\ C_{61} & C_{62} & C_{66} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{xy} \end{pmatrix}$$

где C_{ij} – упругие параметры среды.

Рассматривалась задача о прохождении продольной волны, инициированной в левой (изотропной) части расчётной области, через анизотропную вставку шириной 31.5 мм. Упругие характеристики изотропной среды: $\rho=2700\frac{\mathrm{Kr}}{\mathrm{M}^3}$, E=71 ГПа, ν =0.33. Параметры анизотропной вставки: $\rho=2193\frac{\mathrm{Kr}}{\mathrm{M}^3}$, $C_{11}=12.983$ ГПа, $C_{12}=2.767$ ГПа, $C_{16}=5.006$ ГПа, $C_{22}=79.211$ ГПа, $C_{26}=4.882$ ГПа, $C_{66}=13.053$ ГПа Для покрытия модели расчётной сеткой был выбран шаг по пространству 0.5 мм и 3001 х 2001 узлов. Шаг по времени определялся условием Куранта и составлял $1.6\cdot10^{-8}$ с. Проведенные расчёты показали значительное ослабление продольной волны и её временное запаздывание, а также инициацию сдвиговой волны, происходящую на контакте анизотропная-изотропная среды.

ЛИТЕРАТУРА

1. Yang X., Kweun J.M. & Kim Y.Y. Theory for Perfect Transmodal Fabry-Perot Interferometer. Sci. Rep. 2018; 8 (69).

SIMULATION OF WAVES IN ANISOTROPIC SLABS

Golubev V. I. 1,a , Borisova A. V. 1,b

¹ Moscow Institute of Physics and Technology, Dolgoprudny, Russia ^a w.golubev@mail.ru, ^b borisova.av@phystech.edu

Keywords: hyperbolic systems, numerical methods, simulation.

The reported study was funded by RFBR, project number 20-01-00261.

The equations describing the dynamic behavior of an infinitely small volume of a linearly elastic medium can be written in the form:

$$\rho \frac{\partial v_i}{\partial t} = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j},$$

$$\frac{\partial \varepsilon_{ij}}{\partial t} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right)$$

where ρ – density, σ – stress tensor, \overrightarrow{v} – velocity vector, ε – strain tensor. In the present work, we considered a special class of materials obtained by laser perforating aluminum plates. To describe their dynamic behavior, the following averaged anisotropic model can be applied [1]:

$$\begin{pmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{16} \\ C_{21} & C_{22} & C_{26} \\ C_{61} & C_{62} & C_{66} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{xy} \end{pmatrix}$$

where C_{ij} – elastic parameters.

We considered the problem of the propagation of a longitudinal wave initiated in the left (isotropic) part of the computational domain through an anisotropic insert 31.5 mm wide. Elastic characteristics of an isotropic medium: $\rho=2700\frac{kg}{m^3}$, E=71 GPa, ν =0.33. Anisotropic parameters: $\rho=2193\frac{kg}{m^3}$, $C_{11}=12.983$ GPa, $C_{12}=2.767$ GPa, $C_{16}=5.006$ GPa, $C_{22}=79.211$ GPa, $C_{26}=4.882$ GPa, $C_{66}=13.053$ GPa. To cover the model with a computational grid, a step was chosen in 0.5 mm space and 3001 x 2001 nodes. The time step was determined by the Courant condition and was $1.6\cdot10^{-8}$ s. The calculations showed a significant attenuation of the longitudinal wave and its time delay, as well as the initiation of a shear wave occurring at the contact of an anisotropic-isotropic medium.

REFERENCES

1. Yang X., Kweun J.M. & Kim Y.Y. Theory for Perfect Transmodal Fabry-Perot Interferometer. Sci. Rep. 2018; 8 (69).

МОДЕЛИРОВАНИЕ ВОЛНОВЫХ ПРОЦЕССОВ В ПОПЕРЕЧНО-ИЗОТРОПНЫХ ГЕОЛОГИЧЕСКИХ СРЕДАХ

Голубев В. И. 1,a , Петрухин В. Ю. 1,6

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет)», г. Долгопрудный, Российская Федерация а w.golubev@mail.ru, 6 v.y.petrukhin@gmail.com

Kлючевые слова: гиперболические системы, численные методы, моделирование. Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 19-71-10060).

Сейсмическая разведка является широко распространённым методом поиска нефтегазовых месторождений и определения их структуры. Она основана на регистрации сейсмических волн, отражённых от границ раздела геологических слоёв, слагающих геологический массив. Уравнения, описывающие динамическое поведение бесконечно малого объёма изотропной линейно-упругой среды, могут быть записаны в виде:

$$\rho \frac{\partial}{\partial t} \overrightarrow{v} = \nabla \cdot \sigma,$$
$$\frac{\partial}{\partial t} \sigma = \lambda \left(\nabla \cdot \overrightarrow{v} \right) I + \mu (\nabla \otimes \overrightarrow{v} + \overrightarrow{v} \otimes \nabla)$$

где ρ — плотность среды, σ — тензор напряжений, \overrightarrow{v} — вектор скорости среды, λ и μ — упругие параметры Ламе. Отметим, что верхняя часть массива, как правило, анизотропна, ввиду условий её формирования. Для её описания может быть применена модель поперечно-изотропного тела:

$$\begin{pmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{13} & 0 \\ C_{13} & C_{33} & 0 \\ 0 & 0 & C_{44} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{xy} \end{pmatrix}$$

где C_{ij} – упругие параметры среды, а ось OY направлена вертикально.

В настоящей работе был проведён численный расчёт сеточно-характеристическим методом [1] распространения сейсмических волн в свободно распространяемой упругой модели Marmousi II, в которую была внесена VTI анизотропия с использованием следующих соотношений

$$\varepsilon = 0.25\rho - 0.3, \delta = 0.125\rho - 0.1,$$

где плотность рассчитывается в г/см 3 , а ε и δ – параметры Томсена.

Для покрытия модели расчётной сеткой был выбран шаг по пространству 5 м и 3401 х 701 узлов. Шаг по времени определялся условием Куранта и составлял 0.8 мс. В каждой ячейке расчётной сетки хранились все параметры анизотропного материала. В качестве возмущения использовался центр давления, расположенный вблизи дневной поверхности. Слоистость геологической модели, наличие резких границ и анизотропия обуславливают сложную волновую картину.

ЛИТЕРАТУРА

1. Golubev V., Shevchenko A., Petrov I. Simulation of Seismic Wave Propagation in a Multicomponent Oil Deposit Model. *International Journal of Applied Mechanics*. 2020; 12 (8): № 2050084.

SIMULATION OF WAVES IN TRANSVERSELY ISOTROPIC GEOLOGICAL MEDIA

Golubev V. I. 1,a , Petrukhin V. Yu. 1,b

 $^{1}\ Moscow\ Institute\ of\ Physics\ and\ Technology,\ Dolgoprudny,\ Russia\\ {}^{a}\ w.golubev@mail.ru,\ {}^{b}\ v.y.petrukhin@gmail.com$

Keywords: hyperbolic systems, numerical methods, simulation.

This work was carried out with the financial support of the Russian Science Foundation, project no. 19-71-10060.

Seismic exploration is a widespread method for searching of oil and gas fields and determining their structure. It is based on the registration of seismic waves reflected from the boundaries of the geological layers that create the geological massif. The equations describing the dynamic behavior of an infinitely small volume of an isotropic linear elastic medium can be written in the form

$$\begin{split} \rho \frac{\partial}{\partial t} \overrightarrow{v} &= \nabla \cdot \sigma, \\ \frac{\partial}{\partial t} \sigma &= \lambda \left(\nabla \cdot \overrightarrow{v} \right) I + \mu (\nabla \otimes \overrightarrow{v} + \overrightarrow{v} \otimes \nabla) \end{split}$$

where ρ – density, σ – stress tensor, \overrightarrow{v} – velocity vector, λ and μ – elastic Lame parameters. Note that the upper part of the array is usually anisotropic due to the conditions of its formation. To describe it, the model of a transverse isotropic medium can be applied

$$\begin{pmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{13} & 0 \\ C_{13} & C_{33} & 0 \\ 0 & 0 & C_{44} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{xy} \end{pmatrix}$$

where C_{ij} – elastic parameters, and OY is vertical.

In this work, we performed a numerical simulation by the grid-characteristic method [1] of the propagation of seismic waves in the elastic Marmousi II model, into which the VTI anisotropy was added using the following relations

$$\varepsilon = 0.25\rho - 0.3, \delta = 0.125\rho - 0.1,$$

where density is in g/cm³, ε and δ – Thomsen parameters.

To cover the model with a computational mesh, a spatial step of 5 m and 3401×701 nodes were chosen. The time step was determined by the Courant condition and was 0.8 ms. All parameters of the anisotropic material were stored in each cell of the computational grid. The center of pressure located near the day surface was used as a disturbance. The layering of the geological model, the presence of sharp boundaries and anisotropy determine the complex wave pattern.

REFERENCES

1. Golubev V., Shevchenko A., Petrov I. Simulation of Seismic Wave Propagation in a Multicomponent Oil Deposit Model. *International Journal of Applied Mechanics*. 2020; 12 (8): No 2050084.

РОЛЬ ПРЯМОГО ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ В ПРЕДСКАЗАНИИ ЛАМИНАРНО-ТУРБУЛЕНТНОГО ПЕРЕХОДА

Егоров И. В.

Московский физико-технический институт, 9 Институтский переулок, Долгопрудный, Московская обл., Российская Федерация egorov.ivan.v@mipt.ru

Работа выполнена при поддержке гранта РНФ № 21-19-00307.

Проблема ламинарно-турбулентного перехода (ЛТП) в гиперзвуковых пограничных слоях является одной из основных до сих пор не решенных проблем высокоскоростной аэродинамики. ЛТП приводит к существенному увеличению поверхностного нагрева и аэродинамического сопротивления гиперзвуковых аппаратов и, тем самым влияет на эффективность двигательной установки и поверхностей управления. Для прогнозирования и контроля ЛТП необходимо уточнить основные физические механизмы, определяющие процесс перехода. В случае характерных для условий полета малых возмущений набегающего потока ЛТП включает три основные стадии [1]: восприимчивость к внешним возмущениям, рост неустойчивых мод (таких как первая и вторая моды Мэка, неустойчивость поперечного течения и вихри Гёртлера) и нелинейный распад возмущений, приводящий к полностью турбулентному режиму потока.

Целостное моделирование всех этапов ЛТП возможно только с помощью прямого численного моделирования (DNS), где решаются полные нестационарные трёхмерные (3D) уравнения Навье-Стокса без ограничений среднего (невозмущенного ламинарного) потока и амплитуд возмущений. Кроме того, в отличие от физических экспериментов, DNS даёт полную информацию о поле трехмерных возмущений, что позволяет выявить и детально изучить различные механизмы ЛТП. Современные методы параллельных вычислений и быстрое развитие многопроцессорных суперкомпьютеров позволяют проводить такие численные эксперименты для гиперзвуковых пограничных слоев для простых конфигураций,

таких как плоская пластина и конус при нулевом угле атаки [2]. Дальнейшее развитие вычислительной техники позволит нам работать с все более сложными и практическими конфигурациями. Однако существует камень преткновения, связанный с чувствительностью перехода к начальному и граничному условиям. Данное обсуждение продемонстрирует, что различия в полях возмущений могут привести к значительным изменениям в местоположении ЛТП и даже в физических механизмах. В частности, мы обсуждаем наш DNS переходного обтекания угла сжатия при числе Маха набегающего потока 5.4 и больших единичных числах Рейнольдса. Параметры потока соответствуют модели Нурег-Х, протестированной в аэродинамической трубе NASA LaRC 20-Inch Mach 6 [3]. Показано, что в зависимости от местоположения и частоты внешнего воздействия ЛТП может развиваться качественно различными способами. Будут также детально рассмотрены будущие усилия, связанные с чувствительностью ЛТП, а также другие вопросы практического применения DNS.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Fedorov A.: Transition and Stability of High-Speed Boundary Layers. Annu. Rev. Fluid Mech., 43 (2011) 79–95.
- 2. Zhong X. and Wang X.: Direct Numerical Simulation on the Receptivity, Instability, and Transition of Hypersonic Boundary Layers. Annu. Rev. Fluid Mech., 44 (2012) 527–561.
- 3. Berry S.A., DiFulvio M., Kowalkowski M.K.: Forced Boundary Layer Transition on X-43 (Hyper-X) in NASA LaRC 20-Inch Mach 6 Air Tunnel. NASA TM-2000-210316, Aug. (2000)

THE ROLE OF DIRECT NUMERICAL SIMULATION IN PREDICTION OF HIGH-SPEED LAMINAR-TURBULENT TRANSITION

Egorov I. V.

 $MIPT,\ 9\ Institutsky\ pereulok,\ Dolgoprudny,\ Moscow\ region,\ Russia\ egorov.ivan.v@mipt.ru$

The reported study was funded by the Russian Science Foundation (project no. 21-19-00307).

The problem of laminar-turbulent transition (LTT) in hypersonic boundary-layer flows is one of the main still unsolved problems of high-speed aerodynamics. LTT leads to a substantial increase of the surface heating and aerodynamic drag of hypersonic vehicles and, thereby as well as affects the efficiency of propulsion system and control surfaces. To predict and control LTT it is needed to clarify basic physical mechanisms driving the transition process. In the case of low free-stream disturbances typical for flight conditions, LTT includes the three main stages [1]: receptivity to external disturbances, growth of unstable modes (such as first and second Mack modes, cross flow instability and Görtler vortices) and the nonlinear breakdown of disturbances leading to a fully turbulent flow regime.

A holistic computation of the all LTT stages is possible only using direct numerical simulations (DNS), where the full unsteady three-dimensional (3D) Navier–Stokes equations are solved without any restriction on the mean (unperturbed laminar) flow and disturbance amplitudes. In addition, as opposed to physical experiments, DNS gives full information about 3D disturbance field, which enables to identify and study in detail different LTT mechanisms. The modern methods of parallel computations and rapid developments of multi-processor supercomputers make it feasible to conduct such numerical experiments for hypersonic boundary

layers for simple configurations such as a flat plate and a cone at zero angle of attack [2]. Further progress in computational hardware will allow us to handle more and more complicated and practical configurations. However, there is a stumbling block associated with sensitivity of transition to the initial and boundary conditions. This talk will demonstrate that differences in ambient disturbance fields can result in significant changes in the LTT location and even in its physics. In particular, we discuss our DNS of a transitional flow over a compression corner at the freestream Mach number 5.4 and high unit Reynolds numbers. The flow parameters are relevant to the Hyper-X model tested in the NASA LaRC 20-Inch Mach 6 Air Tunnel [3]. It is shown that depending on the location and frequency of external forcing, LTT can evolved in qualitatively different ways. Future efforts related to the LTT sensitivity as well as other issues on practical applications of DNS will be also thoroughly addressed.

REFERENCES

- 1. Fedorov A.: Transition and Stability of High-Speed Boundary Layers. Annu. Rev. Fluid Mech., 43 (2011) 79–95.
- 2. Zhong X. and Wang X.: Direct Numerical Simulation on the Receptivity, Instability, and Transition of Hypersonic Boundary Layers. Annu. Rev. Fluid Mech., 44 (2012) 527–561.
- 3. Berry S.A., DiFulvio M., Kowalkowski M.K.: Forced Boundary Layer Transition on X-43 (Hyper-X) in NASA LaRC 20-Inch Mach 6 Air Tunnel. NASA TM-2000-210316, Aug. (2000).

УТОЧНЕНИЕ ПОЛЯ ТЕЧЕНИЯ С ПОМОЩЬЮ СВЕРТОЧНЫХ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ В ЗАДАЧАХ ВНЕШНЕЙ АЭРОДИНАМИКИ

Зимина С. В. 1,a , Петров М. Н. 1,6

 1 Московский физико-технический институт (государственный университет), г. Долгопрудный $Poccuйская \ \Phi e depauus \\ ^a \ sofya.zimina@phystech.edu, \ ^6 \ mikhail.petrov@phystech.edu$

Ключевые слова: сверточные нейронные сети, пристенная декомпозиция.

Численное моделирование турбулентных течений около тел различной конфигурации является вычислительно затратным, особенно при проведении серийных расчетов, и требует нахождения баланса между скоростью и точностью вычислений. Целью данной работы является построение оператора, уточняющего результаты расчета, полученные менее точной вычислительно эффективной моделью, на основании расчетов схожих течений, полученных с помощью более точной базовой модели.

Все расчеты в работе проведены с использованием имеющегося кода для решения пространственных уравнений Навье-Стокса, описанного в [1]. В качестве уточняемой модели был использован метод приближенной пристенной декомпозиции (ANDD)[2] для модели Спаларта-Аллмараса, в качестве базовой модели - модель Спаларта-Аллмараса. В данной работе задача решена в нелокальной постановке, то есть учитывается влияние всего поля течения на ошибку в конкретной его точке. Оператор перехода от уточняемой модели к базовой строится с помощью сверточных нейронных сетей (CNN)[3] архитектуры энкодер-декодер. По сравнению с локальным методом, в котором поле течения в каждой точке уточняется на основании значений признаков в этой точке, нелокальный метод позволяет лучше учесть пространственную зависимость и дает более точные результаты (особенно это касается рассчитанного на основании поля скорости напряжения трения f_t и интегральных характеристик, таких как коэффициент сопротивления трения C_f).

В данной работе уточняющий оператор построен на примере двумерной задачи сверхзвукового (M=1.5) турбулентного обтекания угла сжатия при различных величинах угла сжатия и числах Рейнольдса (рассмотрены задачи интерполяции и экстраполяции по Re, а так же интерполяции и экстраполяции по величине угла сжатия α .)

В работе также исследуется возможность сведения задачи к одномерной (и последующего использования одномерных сверточных нейронных сетей) с помощью заполняющих пространство кривых, как например в [4]. Преимущество данного подхода по сравнению с решением задачи в двумерной постановке в том, что он может применяться и к уточнению решений на неструктурированных сетках.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Petrov, M. N., Tambova, A. A., Titarev, V. A., Utyuzhnikov, S. V., & Chikitkin, A. V. (2018). FlowModellium Software Package for Calculating High-Speed Flows of Compressible Fluid. Computational Mathematics and Mathematical Physics, 58(11), 1865-1886
- 2. Petrov, M., Utyuzhnikov, S., Chikitkin, A., & Titarev, V. (2020). On extension of near-wall domain decomposition to turbulent compressible flows. Computers & Fluids, 210, 104629
- 3. Guo, X., Li, W., & Iorio, F. (2016, August). Convolutional neural networks for steady flow approximation. In Proceedings of the 22nd ACM SIGKDD international conference on knowledge discovery and data mining (pp. 481-490)
- 4. Heaney, C., Li, Y., Matar, O., & Pain, C. (2020). Applying Convolutional Neural Networks to Data on Unstructured Meshes with Space-Filling Curves. arXiv preprint arXiv:2011.14820.

APPLICATION OF CONVOLUTIONAL NEURAL NETWORKS TO REFINE FLOW FIELDS IN EXTERNAL AERODYNAMICS PROBLEMS

Zimina S. V.^{1,a}, Petrov M. N.^{1,b}

¹ Moscow Institute of Physics and Technology (state university), Dolgoprudny, Russian Federation

^a sofya.zimina@phystech.edu, ^b mikhail.petrov@phystech.edu

Keywords: convolutional neural network, approximate near-wall domain decomposition.

Numerical modeling of turbulent flows is computationally expensive and requires finding the balance between accuracy and computational efficiency. The objective of this work is to construct an operator that would improve the result of a less accurate computationally effective model using simulation results for similar flows obtained from a slower, more accurate method.

In this work, all CFD simulations are performed with three-dimensional Navier-Stokes solver, described in [1]. The Spalart-Allmaras model is used as the turbulence model. The approximate near-wall domain decomposition (ANDD) [2] approach is used as the fast, less accurate model, while the one-block approach (without decomposition) is used as the base, more accurate model.

In this work, the operator is constructed using a non-local approach, where the entire input flow field affects every point of the output flow field. The operator is constructed using a convolutional neural network (CNN) [3] of an encoder-decoder architecture. In comparison to a local approach, where values at every point of the output field are only determined by the feature values at the corresponding point of the input field, the non-local method allows to better account for spatial variances and generally gives better results (for example, for integral characteristics such as friction drag coefficient C_f , and friction stress f_{τ} calculated from the velocity field).

In this work, the operator is constructed for two-dimensional supersonic (M=1.5) turbulent flow over a compression corner using different values for angle and Reynolds number. The investigation has been conducted into interpolation and extrapolation both by Re and α .

We also investigate the possibility of reducing the problem to a single dimension, with subsequent application of single-dimensional CNNs, using space-filling curves such as [4]. Such an approach would have the benefit of being applicable to improving solutions obtained on non-structured meshes.

REFERENCES

- 1. Petrov, M. N., Tambova, A. A., Titarev, V. A., Utyuzhnikov, S. V., & Chikitkin, A. V. (2018). FlowModellium Software Package for Calculating High-Speed Flows of Compressible Fluid. Computational Mathematics and Mathematical Physics, 58(11), 1865-1886
- 2. Petrov, M., Utyuzhnikov, S., Chikitkin, A., & Titarev, V. (2020). On extension of near-wall domain decomposition to turbulent compressible flows. Computers & Fluids, 210, 104629
- 3. Guo, X., Li, W., & Iorio, F. (2016, August). Convolutional neural networks for steady flow approximation. In Proceedings of the 22nd ACM SIGKDD international conference on knowledge discovery and data mining (pp. 481-490)
- 4. Heaney, C., Li, Y., Matar, O., & Pain, C. (2020). Applying Convolutional Neural Networks to Data on Unstructured Meshes with Space-Filling Curves. arXiv preprint arXiv:2011.14820.

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ СТЕФАНА ДЛЯ ИСКУССТВЕННОГО ЛЕДОВОГО ОСТРОВА

Конов Д. С. 1,a , Муратов М. В. 1,6 , Бирюков В. А. 1,a

 1 Кафедра вычислительной физики МФТИ, г. Москва, Российская Федерация a konov1999@gmail.com, 6 max.muratov@gmail.com, 6 biryukov.vova@gmail.com

Ключевые слова: искусственные ледовые острова, задача Стефана, параболические уравнения, численное моделирование, схема Писмена-Рекфорда.

Работа выполнена в рамках проекта Российского научного фонда №19-11-00023.

В работе изучается двумерный ледовый остров в Арктике. Сформулирована задача Стефана для изменения фазового состояния вещества. На основании [1, 3] разработан численный метод ее решения. Этот метод модифицирован для учета эффектов внешней среды, которые не учитывает физическая модели. Кратко обсужден подход для учета градиента солености воды, скорости ветра, а также солености льда. Для разработанной модели проведен ряд численных экспериментов на ледовом острове, изображенном на рисунке 1. Для этого ледового острова найдено распределение температур в разных постановках, в том числе с учетом массива донного грунта глубиной 10 метров после намораживания и через 150 дней в экстремальных условиях.

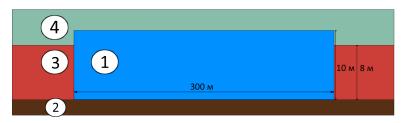


Рис. 1. Модель ледового острова. Лед, донный грунт, вода и воздух обозначены цифрами 1–4 соответственно.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Самарский А.А. Введение в численные методы. Главная редакция физикоматематической литературы издательства «Наука» 1987. с. 359-367
- 2. Курило Е.Ю. Посадка искусственного ледового острова на дно в Карском море. Петербургский политехнический университет Петра Великого, 2017
- 3. $Албу A. \Phi$. Применение методологии быстрого автоматического дифференцирования к решению задач управления тепловыми процессами с фазовыми переходами. Автореф. дис. д-ра физ.-мат. наук. М. 2016.
- 4. Горгуца Е.Ю., Курило Е.Ю. Строительство искусственных ледовых островов в условиях Арктики. Гидротехника. XXI век №4 (32) Спб. 2017.
- 5. Vincent Morgan et al. Ice island study. Prepared for Minerals Management Service, US Department of the Interior. Report No. R-05-014-241 v1.0, 2005
- 6. G. Comfort, R. Abdelnour Ice Thickness Prediction: A Comparison of Various Practical Approaches. CGU HS Committee on River Ice Processes and the Environment, 17th Workshop on River Ice 2013, Edmonton, Alberta
- 7. Anneck Nkoko Nossa Method for Prediction of Sea Ice Thickness Based on the Blowing Air Temperature and Speed. Master Thesis at University of Liege 2015

NUMERICAL SOLUTION OF THE STEFAN PROBLEM CONSIDERING ARTIFICIAL ICE ISLAND

Konov D. S. ^{1,a}, Muratov M. V. ^{1,b}, Birjukov V. A. ^{1,c}

- ¹ Department of computational physics, MIPT, Moscow, Russia
- a konov1999@gmail.com, b max.muratov@gmail.com, c biryukov.vova@gmail.com

Keywords: Artificial ice islands, Stefan problem, free boundary problem, PDE, Pismen-Rekford numerical scheme.

This work was carried out with the financial support of the Russian Science Foundation, project no. 19-11-00023.

Two-dimensional ice island in Arctic is researched in the paper. Phase transition problem also called Stefan task is formulated. Numerical method for solving the task depending on the works [1, 3] is developed. This method is modified to consider environment effects which are not present in the physical model. Ways take salinity of ice and water salinity gradient, speed of the wind into consideration are discussed. Using the model series of numerical experiments on the ice island shown on the figure 1 are conducted. Field of temperature inside ice island after its construction is found. Then this ice island is tested in different extreme environmental conditions. Influence of the seabed soil array on the island is considered.

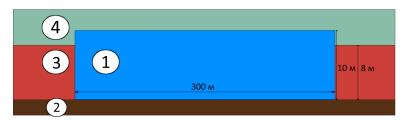


Fig. 1. Ice island. Ice, seabed, water and air are numbered as 1–4 respectively.

REFERENCES

1. Samarskij A.A. Introduction to numerical methods. "Nauka" 1987. P. 359–367

- 2. Kurilo E. Ju. Landing an artificial ice island on the bottom in the Kara Sea. Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, 2017
- 3. Albu A.F. Applying the Rapid Automatic Differentiation Methodology solving problems of control of thermal processes with phase transitions. PhD thesis, Moscow. 2016.
- 4. Gorguca E. Ju., E. Ju. Kurilo Construction of artificial ice islands in the Arctic. Hydrotechnics. XXI century No 4 (32) Saint-Petersburg. 2017.
- 5. Vincent Morgan et al. Ice island study. Prepared for Minerals Management Service, US Department of the Interior. Report No. R-05-014-241 v1.0, 2005
- 6. G. Comfort, R. Abdelnour Ice Thickness Prediction: A Comparison of Various Practical Approaches. CGU HS Committee on River Ice Processes and the Environment, 17th Workshop on River Ice 2013, Edmonton, Alberta
- 7. Anneck Nkoko Nossa Method for Prediction of Sea Ice Thickness Based on the Blowing Air Temperature and Speed. Master Thesis at University of Liege 2015

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ КАСПИЙСКОГО МОРЯ С УЧЕТОМ НАЛИЧИЯ ЛЬДА НА ЕГО ПОВЕРХНОСТИ

Леонтьев А. Л. ^{1,2,а}, Чумак М. И. ^{2,3,6}

¹ Южгый федеральный университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация ² Научно-технологический университет «Сириус», г. Сочи, Российская Федерация ³ Донской государственный технический университет,

г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация ^a leontyev_anton@mail.ru, ^б chumaaak1908@gmail.com

Ключевые слова: Каспийское море, гидродинамические процессы, льдообразование, ионный состав, математическое моделирование, алгоритм, программа.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта N = 19-31-51017.

В последние десятилетия множество научных исследований посвящено изучению гидродинамики водоемов переменной глубины, однако, несмотря на значительное количество публикаций, многие эффекты, оказывающие существенное влияние на пространственное изменение гидрофизических процессов, не учитываются при разработке математических моделей, что негативно отражается на качестве прогнозов изменения экологогидрофизической обстановки исследуемых акваторий.

Объектом моделирования выбрано Каспийское море-озеро — водоем со сложной батиметрией, в котором можно выделить две глубоководные и одну мелководную зоны, при этом оно располагается в нескольких климатических зонах и является бессточным. Изменение компонентов, составляющих водный баланс, сильно влияет на уровень моря, что приводит к резкому изменению береговой линии и сгонно-нагонным явлениям.

Целью работы является построение, исследование и численная реализация математической пространственно-трехмерной неоднородной модели гидродинамики моря со сложной батиметрией, что позволит более точно по сравнению с существующими моделями прогнозировать изменение экологической обстановки в акватории. Предложенная пространственно-трехмерная математическая модель гидродинамических процессов Каспийского моря базируется на системе уравнений Навье-Стокса [1]. В качестве модели наблюдений используется уравнение состояния морской воды, разработанное ЮНЕСКО. В полную систему уравнений динамики моря добавлены балк-формулы, что позволит изучать гидродинамические процессы Каспийского моря с учетом наличия льда на его поверхности.

Для обеспечения модели входными данными используются открытые постоянно пополняемые базы экологических данных и климатические атласы. Расчетная сетка, используемая для численной реализации поставленной задачи в реальной области сложной формы, содержит более 2 млрд. узлов, поэтому возникла необходимость в разработке программных модулей, ориентированных на высокопроизводительные вычислительные системы, что позволит значительно сократить временные затраты на обработку данных. По предварительным оценкам при решении всех описанных задач, появится возможность построения кратко- и среднесрочных прогнозов динамики течений водного потока в водоемах переменной глубины.

ЛИТЕРАТУРА

1. Sukhinov A.I., Chistyakov A.E., Leontyev A.L., Nikitina A.V., Filina A.A. Mathematical modeling of hydrophysical processes for water with complex bottom geometry *Journal of Physics: Conference Series. Applied Mathematics, Computational Science and Mechanics: Current Problems.* 2020;1479:012083. DOI: :10.1088/1742-6596/1479/1/012083.

MATHEMATICAL MODEL OF THE CASPIAN SEA FLUID DYNAMICS PROCESSES TAKING INTO ACCOUNT THE PRESENCE OF ICE ON ITS SURFACE

Leontyev A. L. 1,2,a , Chumak M. I. 2,3,b

Southern Federal University, Rostov-on-Don, Russian Federation
 Scientific and Technological University "Sirius", Sochi, Russian Federation
 Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation
 a leontyev_anton@mail.ru, b chumaaak1908@gmail.com

Keywords: the Caspian Sea, hydrodynamic processes, ice formation, ionic composition, mathematical modeling, algorithm, program.

The reported study was funded by RFBR, project number 19-31-51017.

In recent decades, many scientific studies have been devoted to the research of the hydrodynamics of reservoirs of variable depth, however, despite a significant number of publications, many effects that have a significant impact on the spatial change of hydrophysical processes are not taken into account when developing mathematical models, which negatively affects the quality of forecasts of changes in the ecological and hydrophysical situation of the studied water areas.

The object of the simulation is the Caspian Sea-a lake – a body of water with a complex bathymetry, in which two deep-water and one shallow-water zone can be distinguished, while it is located in several climatic zones and is drainless. The change in the components that make up the water balance strongly affects the sea level, which leads to a sharp change in the coastline and overrunning phenomena.

The aim of the work is to construct, research and numerically implement a mathematical spatial-three-dimensional inhomogeneous model of sea hydrodynamics with complex bathymetry, which will make it possible to predict changes in the ecological situation in the water area more accurately than existing models. The proposed spatial-three-dimensional mathematical model of the hydrodynamic processes of the Caspian Sea is based on the system of Navier-Stokes equations [1]. The seawater equation developed by UNESCO is used as an observation model. Balk formulas have been added to the complete system of equations of sea

dynamics, which will allow us to study the hydrodynamic processes of the Caspian Sea, taking into account the presence of ice on its surface. Open, constantly updated environmental databases and climate atlases are used to provide the model with input data. The computational grid used for the numerical implementation of the problem in the real domain of complex shapes contains more than 2 billion data points. Therefore, there was a need to develop software modules focused on high-performance computing systems, which will significantly reduce the time spent on data processing. According to preliminary estimates, when solving all the described problems, it will be possible to build short - and medium-term forecasts of the dynamics of water flow in reservoirs of variable depth.

REFERENCES

1. Sukhinov A.I., Chistyakov A.E., Leontyev A.L., Nikitina A.V., Filina A.A. Mathematical modeling of hydrophysical processes for water with complex bottom geometry *Journal of Physics: Conference Series. Applied Mathematics, Computational Science and Mechanics: Current Problems.* 2020;1479:012083. DOI: :10.1088/1742-6596/1479/1/012083.

МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕОДНОРОДНЫХ СРЕД С ЯВНЫМ ВЫДЕЛЕНИЕМ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ СЕТОЧНО-ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИМ МЕТОДОМ

Митьковец И. А. 1,a , Хохлов Н. И. $^{1,\delta}$

 1 Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет), г. Долгопрудный, Российская Федерация a mitkovets@phystech.edu, 6 k h@inbox.ru

Kлючевые слова: сеточно-характеристический метод, метод наложенных сеток, неоднородности, трещины, пористая среда.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 20-71-10028).

При моделировании распространения сейсмических волн в среде, важной составляющей является учет разнообразных неоднородностей, так как они вносят существенный вклад в сейсмограммы, полученные в процессе реальных измерений. Основной идей данной работы, является использование наложенных сеток для описания различных неоднородностей, таких как трещины или незаполненные поры. Ожидается что данный подход позволит упростить построение сеток, относительно альтернативных методов таких как метод конечных элементов, а также позволит повысить точность.

Рассматривается применение сеточно-характеристического метода [5] в комбинации с методом наложенных сеток [4] в целях учет неоднородностей среды. В данной работе демонстрируются способы описания трещин и отверстий при помощи описывающих их наложенных сеток. Для описания моделируемых отверстий осуществляется посредством наложения криволинейной сетки, а для учета трещин применяется регулярная прямо-угольная наложенная сетка. В обоих случаях для моделирования остальной однородной среды используется регулярная прямоугольная сетка. Рассматриваемая задача, это распространение динамических волновых возмущений в неоднородных средах, с учетом пор и трещин соответственно, в упругой модели [2].

Валидация метода, в случае моделирования одного отверстия, в данной работе была произведена посредством тестового расчета, моделирующего распространение возмущений от двух идентичных источников возмущений запущенных одновременно и расположенных симметричных относительно центра отверстия.

Для задания единичной трещины, также используется единичная наложенная сетка, которая моделирует трещину. Метод используемый для моделирования трещины описанный в [3]. В качестве демонстрации работы предложенного метода было выполнено моделирование распространения волн в среде, содержащей трещины. Описание и параметры среды взяты из [1].

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Cho Y., Gibson R. L., Vasilyeva M. V., Efendiev Y. Generalized multi-scale finite elements for simulation of elastic wave propagation in fractured media // Geophysics. 2018. V. 83. P. 9.
- 2. Favorskaya A. V., Zhdanov M. S., Khokhlov N. I., Petrov I. B. Modeling the wave phenomena in acoustic and elastic media with sharp variations of physical properties using the grid-characteristic method // Geophysical Prospecting. 2018. V. 66(8), P. 1485.
- 3. Khokhlov, N., Stognii, P. Novel Approach to Modeling the Seismic Waves in the Areas with Complex Fractured Geological Structures // Minerals. 2020 V.10 P. 122.
- 4. Khokhlov, N. I., Stetsyuk, V. O., Mitskovets I. A. Overset grids approach for topography modeling in elastic-wave modeling using the grid-characteristic method // Computer Research and Modeling, 2019. V. 11(6), P. 1049.
- 5. Магомедов К.М., Холодов А.С. Сеточно-характеристические численные методы, 1988.

SIMULATION OF INHOMOGENEOUS MEDIA WITH EXPLICIT IDENTIFICATION OF INHOMOGENEES BY THE GRID-CHARACTERISTIC METHOD

Mitskovets I. A. ^{1,a}, Khokhlov N. I. ^{1,b}

¹ Moscow Institute of Physics and Technology (National Research University),

Dolgoprudny, Russian Federationa

^a mitkovets@phystech.edu, ^b k_h@inbox.ru

Keywords: grid-characteristic method, superimposed grid method, inhomogeneities, cracks, porous medium.

The study was supported by a grant from the Russian Science Foundation (project No. 20-71-10028).

When modeling the propagation of seismic waves in a medium, an important aspect is to consider various inhomogeneities, since they make a significant contribution to the seismograms obtained in the process of real measurements. The main idea of this work is the use of superimposed meshes to describe various inhomogeneities such as cracks or unfilled pores. It is expected that this approach will simplify meshing relative to alternative methods such as the finite element method, as well as improve accuracy.

The application of the grid-characteristic method [5] in combination with the overset grid approach [4] is considered in order to take into account the inhomogeneities of the medium. This paper demonstrates how to describe cracks and holes using overset meshes that describe them. A curved mesh is applied to describe the simulated holes, and a regular rectangular mesh is applied to account for cracks. In both cases, a regular rectangular grid is used to simulate the rest of the homogeneous medium. The problem under consideration is the propagation of dynamic wave disturbances in inhomogeneous media, taking into account pores and cracks, respectively, in the elastic model [2].

The validation of the method, in the case of modeling one hole, in this work was carried out by means of a test calculation that simulates the propagation of disturbances from two identical sources of disturbances launched simultaneously and located symmetric about the center of the hole.

To define a single crack, a single overset grid is also used to simulate the crack. The method used for fracture modeling is described in [3]. As a demonstration of the proposed method, the simulation of wave propagation in a medium containing crack was carried out. Description and parameters of the environment are taken from [1].

REFERENCES

- 1. Cho Y., Gibson R. L., Vasilyeva M. V., Efendiev Y. Generalized multi-scale finite elements for simulation of elastic wave propagation in fractured media // Geophysics. 2018. V. 83. P. 9.
- 2. Favorskaya A. V., Zhdanov M. S., Khokhlov N. I., Petrov I. B. Modeling the wave phenomena in acoustic and elastic media with sharp variations of physical properties using the grid-characteristic method // Geophysical Prospecting. 2018. V. 66(8), P. 1485.
- 3. Khokhlov, N., Stognii, P. Novel Approach to Modeling the Seismic Waves in the Areas with Complex Fractured Geological Structures // Minerals. 2020 V.10 P. 122.
- 4. Khokhlov, N. I., Stetsyuk, V. O., Mitskovets I. A. Overset grids approach for topography modeling in elastic-wave modeling using the grid-characteristic method // Computer Research and Modeling, 2019. V. 11(6), P. 1049.
- 5. Magomedov K.M., Kholodov A.S. Grid-characteristic numerical methods, 1988.

РЕШЕНИЕ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ СЕЙСМОРАЗВЕДКИ ТРЕЩИНОВАТЫХ ПЛАСТОВ МЕТОДАМИ МАШИННОГО ОБУЧЕНИЯ

Муратов М. В. ^{1,a}, Петров Д. И. ^{1,6}, Рязанов В. В. ^{1,в}, Бирюков В. А. ^{1,г}

¹ Московский Физико-Технический Институт, г. Долгопрудный, Российская Федерация
^a muratov.mv@mipt.ru, ⁶ diapetr@gmail.com, ^в vasyarv@mail.ru, ^г biryukov.vova@gmail.com

Kлючевые слова: машинное обучение, сверточные нейронные сети, математическое моделирование, сеточно-характеристический метод, сейсморазведка, обратные задачи, трещиноватые среды.

Работа поддержана грантом РФФИ № 20-01-00572.

Доклад посвящен решению обратных задач сейсморазведки систем макротрещин с использованием сверточных нейронных сетей. Использование сверточных нейронных сетей является оптимальным в силу многомерности изучаемого объекта данных [1]. Обучающая выборка была сформирована с применением математического моделирования [2]. В численном решении прямых задач для формирования обучающей выборки использовался сеточно-характеристический метод [3] с интерполяцией на неструктурированных треугольных сетках. Сеточно-характеристический метод наиболее точно описывает динамические процессы в задачах сейсморазведки, так как учитывает природу волновых явлений.

В данной работе рассматривается процесс решения обратной задачи сейсморазведки пластов однонаправленных макротрещин с использованием сверточных нейронных сетей. Получены результаты решения задач с вариацией угла наклона трещин, высоты трещин, плотности расположения трещин в кластере, а также с совместными вариациями угла наклона и высоты трещин и всех трех исследуемых параметров.

В качестве функции потерь использовалась величина Mean Squared Error (MSE, средняя квадратичная ошибка)). В ходе обучения отслеживалась также метрика Mean Absolute Error (MAE, средняя ошибка по модулю). Результаты их оптимизации приведены на рисунке 1.

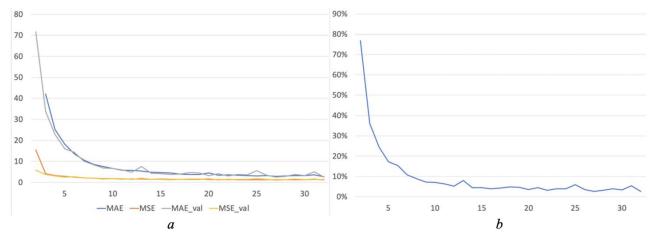


Рис. 1. Графики метрик МАЕ и MSE в зависимости от номера эпохи обучения (а) для обучающей и валидационной выборок при вариации всех трех параметров. Зависимость погрешности от эпохи обучения (b).

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Araya-Polo M, Dahlke T, Frogner C, Zhang C, Poggio T, Hohl D. Automated fault detection without seismic processing. *The leading edge.* 2017, 36 (3):194-280. DOI: 10.1190/tle36030208.1.
- 2. Petrov I.B., Muratov M.V. Application of the Grid-Characteristic Method to the Solution of Direct Problems in the Seismic Exploration of Fractured Formations (Review). *Mathematical Models and Computer Simulations*, 2019, 11:924-939, DOI: 10.1134/S2070048219060164.
- 3. Магомедов К.М., Холодов А.С. *Сеточно-характеристические численные методы*. М.: Наука, 1988, 288 с.

EXPLORATION SEISMOLOGY OF FRACTURED LAYERS INVERSE PROBLEMS SOLUTION BY METHODS OF MACHINE LEARNING

Muratov M. V. ^{1,a}, Petrov D. I. ^{1,b}, Ryazanov V. V. ^{1,c}, Biryukov V. A. ^{1,d}

¹ Moscow Institute of Physics and Technology, Dolgoprudnyi, Russian Federation

^a muratov.mv@mipt.ru, ^b diapetr@gmail.com, ^b vasyarv@mail.ru, ^d biryukov.vova@gmail.com

Keywords: machine learning, convolutional neural networks, mathematical modeling, grid-characteristic method, exploration seismology, inverse problems, fractured media.

This study is supported by RFBR grant 20-01-00572.

The report is devoted to the solution of inverse problems of macro-fracture systems exploration seismology with use of convolutional neural networks. The use of convolutional neural networks is optimal due to the multidimensionality of the studied data object [1]. The training sample was formed using mathematical modeling [2]. In the numerical solution of direct problems for the formation of the training sample, the grid-characteristic method [3] with interpolation on unstructured triangular grids was used. The grid-characteristic method most accurately describes the dynamical processes in exploration seismology problems, since it takes into account the nature of wave phenomena.

In this report, we consider the process of solving the inverse problem of exploration seismology of unidirectional macro-fracture system using convolutional neural networks. The results of solving problems with a variation of the angle of inclination of fractures, height of fractures, density of location of fractures in a system, as well as with joint variations of the angle of inclination and height of fractures and all three investigated parameters are obtained.

The Mean Squared Error (MSE) value was used as the loss function. During the training, the Mean Absolute Error (MAE) metric was also monitored. The results of their optimization are shown in Figure 1.

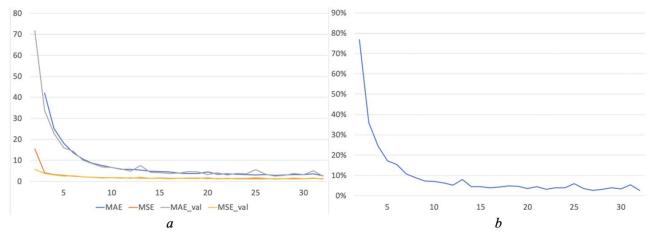


Fig. 1. Graphs of the MAE and MSE metrics depending on the training epoch number (a) for the training and validation samples with variation of all three parameters. Dependence of the error on the learning period (b).

REFERENCES

- 1. Araya-Polo M, Dahlke T, Frogner C, Zhang C, Poggio T, Hohl D. Automated fault detection without seismic processing. *The leading edge.* 2017, 36 (3):194-280. DOI: 10.1190/tle36030208.1.
- 2. Petrov I.B., Muratov M.V. Application of the Grid-Characteristic Method to the Solution of Direct Problems in the Seismic Exploration of Fractured Formations (Review). *Mathematical Models and Computer Simulations*, 2019, 11:924-939, DOI: 10.1134/S2070048219060164.
- 3. Magomedov KM, Kholodov AS. Setochno-kharakteristicheskie chislennye metody [Gridcharacteristic numerical methods]. Moscow, Nauka, 1988, 288 p. (in Russ.).

ИЗУЧЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В ЗАДАЧАХ СЕЙСМОРАЗВЕДКИ ПЛАСТОВ МЕЗОТРЕЩИНОВАТОСТИ МЕТОДАМИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО И ФИЗИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Муратов М. В. 1,a , Стогний П. В. 1,6 , Караев Н. А. 1,B

¹ Московский Физико-Технический Институт, г. Долгопрудный, Российская Федерация ^a max.muratov@gmail.com, ⁶ stognii@phystech.edu, ^в nazim_karaev@mail.ru

Ключевые слова: сеточно-характеристический метод, сейсморазведка, математическое моделирование, математические модели трещин, мезотрещины, физическое моделирование.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант № 19-01-00432.

Доклад посвящен исследованию распространения упругих волн в трещиноватой геологической среде [1] методами математического моделирования. Полученные результаты сравниваются с результатами физического моделирования на аналогичных моделях. Математическое моделирование выполняется с использованием сеточно-характеристического метода [2]. Трещины задавались дискретно в виде границ и контактных границами с различными условиями на контактных поверхностях [3]. Такой подход снижает потребление вычислительных ресурсов, но в тоже время позволяет задавать трещины дискретно в области интегрирования.

Рассматривается задача изучения волновых откликов от системы однородно ориентированных мезотрещин, расположенных на глубине 1640 м. Горизонтальная протяженность пласта составляет 2800 м, вертикальная 120 м. Трещины равномерно распределены в пласте. Высота трещин 12 м, расстояние между трещинами 12 м, угол наклона 5 градусов.

Результаты сопоставления данных математического и физического моделирования представлены на рисунке 1. Получено хорошее качественное и количественное соответствие.

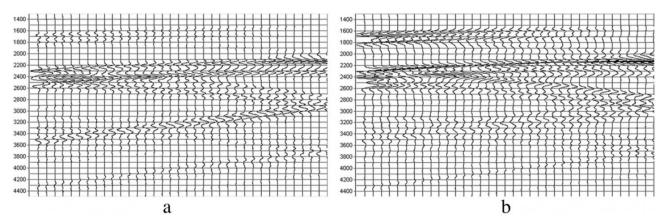


Рис. 1. Результаты в виде сейсмограмм для горизонтальной компоненты, полученные с помощью математического (a) и физического (b) моделирования для профиля, расположенного на поверхности.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Брадучан Ю.В., Гольдберг А.В., Гурари Ф.Г. *Баженовский горизонт Западной Сибири*. Новосибирск: Наука, 1986, 216 с.
- 2. Магомедов К.М., Холодов А.С. *Сеточно-характеристические численные методы*. М.: Наука, 1988, 288 с.
- 3. Petrov I.B., Muratov M.V. Application of the Grid-Characteristic Method to the Solution of Direct Problems in the Seismic Exploration of Fractured Formations (Review). *Mathematical Models and Computer Simulations*, 2019, 11:924-939, DOI: 10.1134/S2070048219060164.

THE STUDY OF DYNAMICAL PROCESSES IN MESOFRACTURES LAYERS EXPLORATION SEISMOLOGY PROBLEMS BY METHODS OF MATHEMATICAL AND PHYSICAL MODELING

Muratov M. V. 1,a , Stognii P. V. 1,b , Karaev N. A. 1,c

¹ Moscow Institute of Physics and Technology, Dolgoprudnyi, Russian Federation ^a max.muratov@gmail.com, ^b stognii@phystech.edu, ^c nazim_karaev@mail.ru

Keywords: grid-characteristic method, exploration seismology, mathematical modeling, mathematical models of fractures, mesofractures, physical modeling.

This study was supported by RFBR grant No 19-01-00432.

The report is devoted to the study of elastic waves in a fractured geological medium propagation [1] by methods of mathematical modeling. The obtained results are compared with the results of physical modeling with use of similar models. Mathematical modeling is performed using the grid-characteristic method [2]. Fractures were set discretely in the form of boundaries and contact boundaries with different conditions on the contact surfaces [3]. This approach reduces the requirement in computational resources, but at the same time allows specifying fractures discretely in the integrational domain.

The problem of studying wave responses from a system of uniformly oriented mesofractures located at a depth of 1640 m is considered. The horizontal length of the formation is 2800 m, the vertical length is 120 m. The fractures are evenly distributed in the formation. The height of the fractures is 12 m, the distance between them is 12 m, the angle of inclination is 5 degrees.

The results of comparing the data of mathematical and physical modeling are presented in Figure 1. A good qualitative and quantitative agreement was obtained.

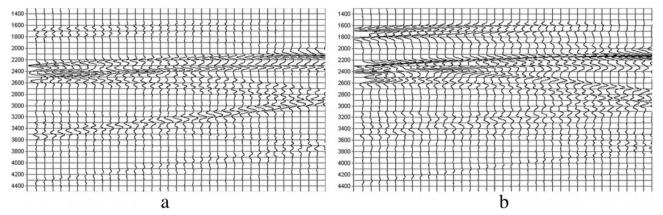


Fig. 1. Results in the form of seismograms for the horizontal component obtained by mathematical (a) and physical (b) modeling for the profile located at the surface.

REFERENCES

- 1. Braduchan YuV, Goldberg AV, Gurari FG. Bazhenovskii gorizont Zapadnoi Sibiri [Bazhen horizon of West Siberia]. Novosibirsk, Nauka, 1986, 216 p (in Russ.).
- 2. Magomedov KM, Kholodov AS. Setochno-kharakteristicheskie chislennye metody [Gridcharacteristic numerical methods]. Moscow, Nauka, 1988, 288 p (in Russ.).
- 3. Petrov I.B., Muratov M.V. Application of the Grid-Characteristic Method to the Solution of Direct Problems in the Seismic Exploration of Fractured Formations (Review). *Mathematical Models and Computer Simulations*, 2019, 11:924-939, DOI: 10.1134/S2070048219060164.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ УСТАЛОСТНОГО РАЗРУШЕНИЯ НА ОСНОВЕ ТЕОРИИ ПОВРЕЖДАЕМОСТИ

Никитин И. С. 1,a , Никитин А. Д. 1,6 , Стратула Б. А. 1,6

 1 Институт автоматизации проектирования РАН, г. Москва, Российская Федерация a i_nikitin@list.ru, 6 nikitin_alex@bk.ru, a stratula@matway.net

Ключевые слова: усталостное разрушение, повреждаемость, неявная схема. Работа поддержана грантом Российского научного фонда № 19-19-00705.

Предложена двухкритериальная кинетическая модель повреждаемости для описания развития процесса усталостного разрушения при циклическом нагружении. Ее базовый (однокритериальный) вариант описан в [1]. Для определения коэффициентов кинетического уравнения повреждаемости использованы известные критерии многоосного усталостного разрушения: Smith-Watson-Topper (SWT) [2], в котором заложен механизм, связанный с развитием микротрещин нормального отрыва, и Carpinteri-Spagnoli-Vantadori (CSV) [3], в котором заложен механизм, связанный с развитием сдвиговых микротрещин. На этой основе предложена процедура вычисления коэффициентов кинетического уравнения для различных режимов усталостного разрушения от малоцикловой до сверхмногоцикловой усталости.

Разработан единообразный численный метод, основанный на неявной аппроксимации дифференциального уравнения для повреждаемости, который позволяет проводить сквозной счет развития трещиноподобных зон усталостного разрушения материала без выделения трещин в их классическом понимании, а также оценивать долговечность образцов от появления первых очагов до макроразрушения. Приведены примеры расчета усталостного разрушения образцов, содержащих дефекты, для различных режимов циклического нагружения.

Показано, что при сложном напряженном состоянии в предлагаемой двухкритериальной модели возможна естественная реализация любого из рассмотренных механизмов развития «квазитрещин». «Квазитрещины» разных типов (нормального отрыва и сдвига) могут развиваться одновременно в разных частях образца.

Предложенная модель обобщает представления теории динамического разрушения [4] на случай циклического нагружения.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Nikitin I.S., Burago N.G., Zhuravlev A.B., Nikitin A.D. Multimode Model for Fatigue Damage Development. *Mechanics of Solids*. 2020;55-8:298–306.
- 2. Gates N., Fatemi A. Multiaxial variable amplitude fatigue life analysis including notch effects. *Int. J. of Fatigue*. 2016;91:337–351.
- 3. Carpinteri A., Spagnoli A., Vantadori S. Multiaxial assessment using a simplified critical plane based criterion. *Int. J. of Fatigue*. 2011;33:969–976.
- 4. Burago N.G., Nikitin I.S., Nikitin A.D., Stratula B.A. Algorithms for calculation damage processes. *Frattura ed Integrità Strutturale*. 2019;49:212–224.

MATHEMATICAL MODELING OF FATIGUE FRACTURE BASED ON DAMAGE THEORY

Nikitin I. S. ^{1,a}, Nikitin A. D. ^{1,b}, Stratula B. A. ^{1,c}

¹ Institute for Computer Aided Design RAS, Moscow, Russian Federation

^a i_nikitin@list.ru, ^b nikitin_alex@bk.ru, ^c stratula@matway.net

Keywords: fatigue fracture, damage, implicit scheme.

This study is supported by the grant of the Russian Science Foundation No 19-19-00705.

A two-criterion kinetic damage model is proposed to describe the development of the fatigue fracture process under cyclic loading. Its basic (single-criterion) version is described in [1]. To determine the coefficients of the kinetic equation of damage, the well-known criteria of multiaxial fatigue fracture were used: Smith-Watson-Topper (SWT) [2], which contains a

mechanism associated with the development of normal opening microcracks, and Carpinteri-Spagnoli-Vantadori (CSV) [3], which contains a mechanism associated with the development of shear microcracks. On this basis, a procedure is proposed for calculating the coefficients of the kinetic equation for various modes of fatigue fracture from low-cycle to very-high-cycle fatigue.

A uniform numerical method has been developed based on an implicit approximation of the differential equation for damage. This method makes it possible to carry out a through calculating the evolution of crack-like zones of fatigue fracture in the material without the considering of cracks in their classical sense, as well as to estimate the durability of samples from the first nucleation to macrofracture. Examples of calculating the fatigue fracture are given for samples containing defects for various modes of cyclic loading.

It is shown that a natural realization of the considered mechanisms for "quasi-cracks" development is possible under a complex stress state in the proposed two-criterion model. "Quasi-cracks" of different types (normal opening and shear) can develop simultaneously in different parts of the sample.

The proposed model generalizes the concepts of the theory of dynamic fracture [4] for the case of cyclic loading.

REFERENCES

- 1. Nikitin I.S., Burago N.G., Zhuravlev A.B., Nikitin A.D. Multimode Model for Fatigue Damage Development. *Mechanics of Solids*. 2020;55-8:298–306.
- 2. Gates N., Fatemi A. Multiaxial variable amplitude fatigue life analysis including notch effects. *Int. J. of Fatigue*. 2016;91:337–351.
- 3. Carpinteri A., Spagnoli A., Vantadori S. Multiaxial assessment using a simplified critical plane based criterion. *Int. J. of Fatigue*. 2011;33:969–976.
- 4. Burago N.G., Nikitin I.S., Nikitin A.D., Stratula B.A. Algorithms for calculation damage processes. *Frattura ed Integrità Strutturale*. 2019;49:212–224.

ПРИМЕНЕНИЕ НЕЯВНЫХ СХЕМ В СЕТОЧНО-ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКОМ МЕТОДЕ

Песня Е. А. 1,a , Кожемяченко А. А. $^{1,\delta}$

¹ Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет), г. Долгопрудный,

Poccuйская Φ едерация a pesnyaevgeniy@gmail.com, 6 anton-kozhemyachenko@yandex.ru

Ключевые слова: сеточно-характеристический метод, неявная схема. Работа поддержана грантом Российского научного фонда № 20-71-10028.

В ряде задач моделирования линейно-упругой среды с использованием сеточно-характеристического метода (СХМ) таких, как моделирование тонкой мембраны, движения железнодорожных составов по мосту, оболочек летательных аппаратов, возникает необходимость применения неявных и явно-неявных (различные схемы по разным направлениям) схем. Эта необходимость связана с особенностями геометрии и физической постановки задач.

В работах [1]-[2] применен СХМ для моделирования движения поезда с использованием для расчета значений между узлами расчетной сетки алгоритма расщепления по координатам, а для расчета по отдельно выделенному направлению применялась явная схема Русанова третьего порядка точности. В связи с необходимостью удовлетворять на

каждом шаге условию устойчивости Куранта для явных схем возникла идея применения в СХМ безусловно устойчивых неявных схем расчета.

В исследовании реализованы неявные методы первого (неявный уголок) и второго порядка (схема Бабенко) точности. На их примере реализован алгоритм бегущего счета, учитывающий соответствующие граничные условия. Схема Бабенко относится к классу немонотонных схем, для ее монотонизации сделана гибридная схема, основанная на сеточно-характеристическом критерии монотонности. Корректность полученных расчетных схем проверялись в одномерной задаче при исследовании сходимости численного решения к аналитическому, в том числе для чисел Куранта больше единицы.

Сравнение явного и неявного метода проводилась на задаче Лэмба из [3]. Полностью неявный метод первого порядка показал сильное размытие по сравнению с явным методом первого порядка. Впоследствии был применен явно-неявный способ расчета, который сохранил свойства двух схем в разных направлениях.

Для всех расчетных схем при решении уравнений линейно-упругой среды СХМ получены соответствующие волновые картины на примере задачи постоянного давления колеса на рельс.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. A.A. Kozhemyachenko, I.B. Petrov, A. V. Favorskaya, N.I. Khokhlov. Boundary Conditions for Modeling the Impact of Wheels on Railway Track *Computational Mathematics and Mathematical Physics*. 2020; 60(9):1539-1554. DOI: 10.1134/S0965542520090110.
- A.A. Kozhemyachenko, A.S. Kabanova, I.B. Petrov, A.V. Favorskaya. Modeling Movement of Train Along Bridge by Grid-Characteristic Method. *In: Favorskaya M.N., Favorskaya A.V.,* Petrov I.B., Jain L.C. (eds) Smart Modelling For Engineering Systems. Smart Innovation, Systems and Technologies. 2021; vol 214. Springer, Singapore. DOI: 10.1007/978-981-33-4709-0 14
- 3. N.I. Aleksandrova. The discrete Lamb problem: Elastic lattice waves in a block medium. Wave motion. $2014;\,51(5):818-832.$ ee DOI: 10.1016/j.wavemoti.2014.02.002

APPLICATION OF IMPLICIT SCHEMES IN GRID-CHARACTERISTIC METHOD

Pesnya E. A.^{1,a}, Kozhemyachenko A. A.^{1,b}

¹ Moscow Institute of Physics and Technology (National Research University), Dolgoprudny, Russian Federation

 a pesnyaevgeniy@gmail.com, b anton-kozhemyachenko@yandex.ru

Keywords: grid-characteristic method, implicit scheme.

This study is supported by Russian Science Foundation grant No 20-71-10028.

In a number of problems of modeling a linear-elastic medium using the grid-characteristic method (GCM), such as modeling a thin membrane, the movement of trains on a bridge, and aircraft shells, it is necessary to use implicit and explicit-implicit schemes. This need is associated with the features of the geometry and physical formulation of problems.

In [1]-[2], the GCM is applied to simulate the movement of the train with the use of the splitting algorithm for the coordinates to calculate the values between the nodes of the computational grid, and the explicit Rusanov scheme of the third order of accuracy is adopted for the calculation in the separate direction. In connection with the necessity to satisfy at each

step the Courant stability condition for explicit schemes, the idea arise of using unconditionally stable implicit calculation schemes in GCM.

The study implements implicit methods of the first (implicit corner) and second order (scheme Babenko) accuracy. Running calculation algorithm is derived. We consider corresponding boundary conditions, adopted to the algorithm. Schema Babenko belongs to the class of non-monotonic schemes. For its monotonisation, we have made the hybrid scheme, based on the grid-characteristic criterion of monotonicity. The correctness of the obtained computational schemes we check in the one-dimensional problem, studying the convergence of the numerical solution to the analytical one, including for Courant numbers greater than one.

We compare the explicit and implicit methods on the Lamb problem from [3]. The completely implicit first-order method has shown strong blur compared to the explicit first-order method. Subsequently, the explicit-implicit calculation method we apply and preserve the properties of the two schemes in different directions.

For all computational schemes, when solving the equations of the linear elastic medium by GSM, we obtain the corresponding wave patterns , using the boundary condition of constant pressure of the wheel on the rail.

REFERENCES

- 1. A.A. Kozhemyachenko, I.B. Petrov, A. V. Favorskaya, N.I. Khokhlov. Boundary Conditions for Modeling the Impact of Wheels on Railway Track *Computational Mathematics and Mathematical Physics*. 2020; 60(9):1539-1554. DOI: 10.1134/S0965542520090110.
- A.A. Kozhemyachenko, A.S. Kabanova, I.B. Petrov, A.V. Favorskaya. Modeling Movement of Train Along Bridge by Grid-Characteristic Method. In: Favorskaya M.N., Favorskaya A.V., Petrov I.B., Jain L.C. (eds) Smart Modelling For Engineering Systems. Smart Innovation, Systems and Technologies. 2021; vol 214. Springer, Singapore. DOI: 10.1007/978-981-33-4709-0_14
- 3. N.I. Aleksandrova. The discrete Lamb problem: Elastic lattice waves in a block medium. Wave motion. $2014;\,51(5):\,818-832.$ ee DOI: 10.1016/j.wavemoti.2014.02.002

USING CONVOLUTIONAL NEURAL NETWORKS FOR INVERSE PROBLEMS OF BOUNDARY LOCATION IN HETEROGENEOUS MEDIUM

Stankevich A. S.^{1,a}, Vasyukov A. V.^{1,b}

¹ Moscow Institute of Physics and Technology (National Research University), Dolgoprudny, Russian Federation

 a $stankevich.as@phystech.edu, <math>^b$ a.vasyukov@phystech.edu

Keywords: machine learning, numerical modeling, ultrasound imaging, aberrations, inverse problem, boundary reconstruction.

This study is supported by RFBR grant 18-29-02127.

The problem of locating the boundary between two heterogeneous substances is considered. The problem statement implies having only partial information about the physical properties of the medium. The method obtains information about the structure of the medium from elastic wave propagation and reflection.

Similar problems arise in different areas, and the present work concentrates on transcranial ultrasound studies. The layer of the bone tissue of the skull acts as an aberrator, distorts and noises the image constructed from the signal reflected from the internal structures of the brain [1]. The shape of the skull is quite complex, its external and internal surfaces are not flat -

because of this, the correction of aberrations turns into a difficult task. This work considers the problem of determining the location and shape of the boundary between two acoustically contrast materials – a layer of acoustically rigid one on the surface (models the wall of the skull), and the main volume of acoustically soft one (models inner soft tissues).

The numerical modeling approach is used to create datasets of sufficient size: wave propagation through the medium is simulated numerically using discontinuous Galerkin method that was previously successfully used for modeling biomedical ultrasound [2]. Solving inverse problems is based on convolutional neural networks, which achieved good results on ill-posed problems in recent years [3].

REFERENCES

- 1. Beklemysheva K.A., Grigoriev G.K., Kulberg N.S., Petrov I.B., Vasyukov A.V., Vassilevski Y.V. *Numerical simulation of aberrated medical ultrasound signals*. Russian Journal of Numerical Analysis and Mathematical Modelling 33(5), pp. 277-288 (2018).
- 2. Beklemysheva K.A., Biryukov V.A., Kazakov A.O. Numerical methods for modeling focused ultrasound in biomedical problems. Procedia Computer Science 156, pp. 79-86 (2019).
- 3. Li Z., Yang W., Peng S., Peng F. A Survey of Convolutional Neural Networks: Analysis, Applications, and Prospects. ArXiv, abs/2004.02806 (2020).

МЕТОДЫ ИНТЕРПОЛЯЦИИ ЗНАЧЕНИЙ В УЗЛАХ СЕТОК В СЕТОЧНО-ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКОМ МЕТОДЕ

Стецюк В. О. 1a , Хохлов Н. И. 16

 1 Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет), г. Долгопрудный, Российская Федерация a stetsyuk@phystech.edu, 6 k_h@inbox.ru

Kлючевые слова: сеточно-характеристический метод, метод наложенных сеток, интерполяция.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект \mathbb{N}^2 20-71-10028).

Использование наложенных сеток при моделировании для описания особенностей расчетной области влечет за собой необходимость переноса результатов моделирования между сетками путем интерполяции. При условии неподвижности сеток и неизменности области, часть расчетов может быть выполнена заранее, а интерполяция на каждом шаге моделирования сводится к взвешенному суммированию с вычисленными весами. Различные методы интерполяции могут вносить разные погрешности в результаты моделирования, а также имеют разную вычислительную сложность. В этой работе описываются несколько методов, их быстродействие и вносимая погрешность.

Поскольку основная сетка покрывает всю вычислительную область, то все узлы наложенной сетки находятся внутри основной, поэтому такой перенос всегда возможен. Перенос значений между наложенными сетками более сложен, однако такая задача возникает редко.

Самыми быстрыми из описанных методов являются полиномиальная интерполяция и барицентрические координаты. Наименьшую погрешность дают методы Сибсона и Беликова-Семенова, однако это достигается ценой большой вычислительной сложности и большого времени работы. Быстродействие и погрешность дискретного метода Сибсона зависят от параметра алгоритма, описывающего количество пикселей растра. Чем меньше

пикселей растра — тем быстрее выполняется интерполяция, однако тем больше вносимая погрешность.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Hormann, Kai. (2014). Barycentric Interpolation. 10.1007/978-3-319-06404-8_11.
- 2. В. В. Беликов, В. Д. Иванов, В. К. Конторович, С. А. Корытник, А. Ю. Семёнов, «Несибсоновская интерполяция новый метод интерполяции значений функции на произвольной системе точек», Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 37:1 (1997), 11–17; Comput. Math. Math. Phys., 37:1 (1997), 9–15
- 3. Park, Sung & Linsen, Lars & Kreylos, Oliver & Owens, John & Hamann, Bernd. (2006). Discrete Sibson interpolation. IEEE transactions on visualization and computer graphics. 12. 243-53. 10.1109/TVCG.2006.27.
- 4. Berrut, J.-P., & Trefethen, L. N. (2004). Barycentric Lagrange Interpolation. SIAM Review, 46(3), 501–517. https://doi.org/10.1137/s0036144502417715

NODE VALUES INTERPOLATION METHODS FOR GRID-CHARACTERISTIC METHOD

Stetsyuk V. O. ^{1a}, Khokhlov N. I. ^{1b}

Moscow Institute of Physics and Technology (national research university),

Dolgoprudny, Russian Federation

b stetsyuk@phystech.edu.b k_h@inbox.ru

Keywords: grid-characteristic method, overset grids, interpolation. This work was sponsored by Russian Science Foundation (project No 20-71-10028).

The use of overset grids for computational area inhomogeneities description entails the necessity of transferring the results between grids via interpolation. Given that grids are stationary and the area does not change during the modelling, some computations can be done in advance, and the interpolation after each step can be reduced to weighted summing with pre-computed weights. Different interpolation methods introduce different errors and have different computational complexity. This work describes several methods, their results and their performance.

Since the main grid covers the entire computational area, all nodes of the superimposed grid are inside the main grid, so such a transfer is always possible. Transferring values between overlaid grids is more difficult, but this is rarely the case.

The fastest methods described are polynomial interpolation and barycentric coordinates. The smallest error is given by the methods of Sibson and Belikov-Semenov, but this is achieved at the cost of great computational complexity time consumption. The speed and error of the discrete Sibson method depend on the parameter of the algorithm that describes the number of pixels in the raster. The fewer the pixels of the raster, the faster the interpolation is performed, but the greater the introduced error is.

REFERENCES

- 1. Hormann, Kai. (2014). Barycentric Interpolation. 10.1007/978-3-319-06404-8_11.
- 2. V. V. Belikov, V. D. Ivanov, V. K. Kontorovich, S. A. Korytnik, A. Yu. Semenov, "The non-Sibsonian interpolation: A new method of interpolation of the value of a function on an arbitrary set of points", Zh. Vychisl. Mat. Mat. Fiz., 37:1 (1997), 11–17; Comput. Math. Phys., 37:1 (1997), 9–15

- 3. Park, Sung & Linsen, Lars & Kreylos, Oliver & Owens, John & Hamann, Bernd. (2006). Discrete Sibson interpolation. IEEE transactions on visualization and computer graphics. 12. 243-53. 10.1109/TVCG.2006.27.
- 4. Berrut, J.-P., & Trefethen, L. N. (2004). Barycentric Lagrange Interpolation. SIAM Review, 46(3), 501–517. https://doi.org/10.1137/s0036144502417715

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ САМООЧИЩЕНИЯ АЗОВСКОГО МОРЯ НА ГРАФИЧЕСКОМ УСКОРИТЕЛЕ

Сухинов А. И. 1,a , Белова Ю. В. 1,6 , Никитина А. В. 2,3,6

1 Донской государственный технический университет,

г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация

² Южный федеральный университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация

3 Научно-исследовательский центр супер-ЭВМ и нейрокомпьютеров,

г. Таганрог, Российская Федерация

^a sukhinov@gmail.com, ⁶ yvbelova@yandex.ru, ⁶ nikitina.vm@gmail.com

Ключевые слова: Азовское море, процесс самоочищения, кислородный режим, микроорганизмы, математическое моделирование, графический ускоритель.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта N_2 20-01-00421.

Работа посвящена математическому моделированию биохимических процессов в Азовском море, приводящих к появлению в центрально-восточной части Азовского моря зоны аноксии – опасной ситуации возникновения анаэробных условий в придонных слоях моря при штилях и близких к ним ветровых условиях [1]. Разработана математическая модель процессов самоочищения Азовского моря, базирующаяся на работах Матишова Г.Г., Якушева Е.В. и др.:

$$\frac{\partial S_i}{\partial t} + u \frac{\partial S_i}{\partial x} + v \frac{\partial S_i}{\partial y} + (w - w_{gi}) \frac{\partial S_i}{\partial z} = \mu_i \Delta S_i + \frac{\partial}{\partial z} \left(\nu_i \frac{\partial S_i}{\partial z} \right) + \psi_i, \tag{1}$$

где $\mathbf{U} = (u, v, w)$ – вектор скорости водного потока; w_{q_i} – скорость гравитационного осаждения i-ой компоненты, если она находится во взвешенном состоянии; Δ – двумерный оператор Лапласа; μ_i , ν_i – коэффициенты турбулентного обмена по горизонтальному и вертикальному направлениям соответственно; ψ_i – химико-биологический источник (сток), $i = \overline{1,21}$: 1 — сероводород; 2 — элементная сера; 3 — сульфаты; 4 — сульфиты; 5 — общий органический азот; 6 – аммоний; 7 – нитриты; 8 – нитраты; 9 – растворенный марганец; 10 – взвешенный марганец; 11 – растворенный кислород; 12 – силикаты; 13 – фосфаты; 14 — растворенное железо; 15 — кремнекислоты; 16, 17 — фито- и зоопланктон; 18, 19 метаболиты фито- и зоопланктона; 20 – бактерии; 21 – детрит. К системе (1) добавляются соответствующие начальные и граничные условия. Численная реализация модели биологической кинетики (1) проведена на основе расщепления исходной трехмерной задачи на двумерную по горизонтальному и одномерную по вертикальному направлениям [2]. Ha основе технологии NVIDIA CUDA разработан программный модуль, ориентированный на графический ускоритель NVIDIA Tesla K80, использующийся для решения задачи (1) в режиме ограниченного времени. Изучен механизм возникновения заморных явлений в результате расхода кислорода на разложение детритных скоплений в летний период.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Debolskaya E.I., Kuznetsov I. S, Yakushev E. V. Analysis of the hydrophysical structure of the Sea of Azov in the period of the bottom anoxia development. *Journal of Marine Systems*. 2008;70(3-4):300-307.
- 2. Сухинов А.И., Чистяков А.Е., Сидорякина В.В., Проценко Е.А. Экономичные явнонеявные схемы решения многомерных задач диффузии-конвекции. Вычислительная механика сплошных сред. 2019;12(4):435-445.

MATHEMATICAL MODELING OF THE AZOV SEA SELF-CLEANING PROCESSES ON A GRAPHIC ACCELERATOR

Sukhinov A. I. ^{1,a}, Belova Y. V. ^{1,b}, Nikitina A. V. ^{2,3,c}

¹ Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation ² Southern Federal University, Rostov-on-Don, Russian Federation

³ Supercomputers and Neurocomputers Research Center, Taganrog, Russian Federation ^a sukhinov@gmail.com, ^b yvbelova@yandex.ru, ^c nikitina.vm@gmail.com

Keywords: the Azov Sea, self-cleaning process, oxygen regime, microorganisms, mathematical modeling, graphic accelerator.

The reported study was funded by RFBR, project number 20-01-00421.

The work is devoted to the mathematical modeling of biochemical processes in the Azov Sea, leading to the emergence of anoxia zone in the central-eastern part of the Azov Sea – a dangerous situation of the occurrence of anaerobic conditions in the bottom layers of the sea during calm and close wind conditions [1]. A mathematical model of the Azov Sea self-cleaning processes was developed, based on the works of Matishov G.G., Yakushev E.V., etc.:

$$\frac{\partial S_i}{\partial t} + u \frac{\partial S_i}{\partial x} + v \frac{\partial S_i}{\partial y} + (w - w_{gi}) \frac{\partial S_i}{\partial z} = \mu_i \Delta S_i + \frac{\partial}{\partial z} \left(\nu_i \frac{\partial S_i}{\partial z} \right) + \psi_i, \tag{1}$$

where $\mathbf{U} = (u,v,w)$ – vector of the water flow speed; w_{g_i} – speed of i-th component gravitational settling, if it is in suspension; Δ – two-dimensional Laplace operator; μ_i , ν_i – coefficients of turbulent exchange in the horizontal and vertical directions, respectively; ψ_i – chemical and biological source (runoff), $i=\overline{1,21}$: 1 – hydrogen sulfide; 2 – elemental sulfur; 3 – sulfates; 4 – sulfites; 5 – common organic nitrogen; 6 – ammonium; 7 – nitrites; 8 – nitrates; 9 – dissolved manganese; 10 – suspended manganese; 11 – dissolved oxygen; 12 – silicates; 13 – phosphates; 14 – dissolved iron; 15 – silicic acids; 16, 17 – phyto- and zooplankton; 18, 19 – metabolites of phyto- and zooplankton; 20 – bacteria; 21 – detritus. The corresponding initial and boundary conditions are added to system (1). The numerical implementation of the biological kinetics model (1) was carried out on the basis of splitting the original three-dimensional problem into two-dimensional in the horizontal and one-dimensional in the vertical directions [2]. On the basis of NVIDIA CUDA technology, a software module has been developed for the NVIDIA Tesla K80 graphics accelerator, which is used to solve problem (1) in a limited time mode. The mechanism of occurrence of anoxia phenomena as a result of oxygen consumption for the decomposition of detrital accumulations in the summer period has been researched.

REFERENCES

1. Debolskaya E.I., Kuznetsov I. S, Yakushev E. V. Analysis of the hydrophysical structure of the Sea of Azov in the period of the bottom anoxia development. *Journal of Marine Systems*. 2008;70(3-4):300-307.

2. Sukhinov A.I., Chistyakov A.E., Sidoryakina V.V., Protsenko E.A. Economical explicit-implicit schemes for solving multidimensional diffusion-convection problems. *Computational Continuum Mechanics*. 2019;12(4):435-445. (In Russ.)

О ПОДХОДАХ ЯВНОГО ВЫДЕЛЕНИЯ ТРЕЩИНОВАТЫХ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ НА СТРУКТУРНЫХ СЕТКАХ В ЗАДАЧАХ МОДЕЛИРОВАНИЯ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ ВОЗМУЩЕНИЙ

Хохлов Н. И.

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет)», г. Долгопрудный, Российская Федерация khokhlov.ni@mipt.ru

Kлючевые слова: сеточно-характеристический метод, трещиноватые неоднородности, явное выделение неоднородностей.

Достаточно многие месторождения углеводородов характеризуются наличием флюидонасыщенных трещиноватых структур. Методы сейсмической разведки могут быть достаточно эффективны для определения зон с трещиноватыми включениями. Разработка методов сейсмической интерпретации и решения обратных задач требуют наличия численных методов для моделирования распространения динамических волновых возмущений в гетерогенных трещиноватых средах. Зоны разломов и трещин встречаются во многих нефтегазовых месторождениях и вносят значительный вклад в результирующий сейсмический отклик. Для построения достаточно точной модели месторождения требуется использование адекватных моделей трещиноватых сред.

В данной работе рассматривается применение сеточно-характеристического метода для моделирования распространения динамических волновых возмущений в геологических средах с наличием трещиноватых неоднородностей. Рассматривается четыре подхода для моделирования отклика от флюидонасыщенной трещины на структурных сетках [1]. Первый подход основан на дублировании узлов в области сетки [2]. Второй, рассматриваемый в работе, метод использует дополнительные узлы для описания трещины на структурной сетке. Это позволяет задавать субвертикальные структуры [3]. Также рассматриваются подходы на криволинейных и наложенных сетках [4]. Проводится их сравнение и делаются выводы о применимости в том или ином случае.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Biryukov V.A., Miryakha V.A., Petrov I.B., Khokhlov N.I. Simulation of elastic wave propagation in geological media: Intercomparison of three numerical methods *Computational Mathematics and Mathematical*. 2016;56(6):1086-1095. DOI: 10.1134/S0965542516060087.
- 2. Stognii P., Khokhlov N. Modelling of fractured media with the help of the LSM model by the grid-characteristic method Saint Petersburg 2020 Geosciences: Converting Knowledge into Resources, 2020.
- 3. Khokhlov N., Stognii P., Zhdanov M. Novel approach to modelling the elastic waves in a cluster of 3D fractured structures 26th European Meeting of Environmental and Engineering Geophysics, Held at Near Surface Geoscience 2020, 2020. DOI: 10.3997/2214-4609.20202030.

4. Ruzhanskaya A., Khokhlov N. Modelling of fractures using the Chimera grid approach 2nd Conference on Geophysics for Mineral Exploration and Mining, 2018. DOI: 10.3997/2214-4609.201802730.

APPROACHES FOR MODELING FRACTURED INHOMOGENEITIES ON STRUCTURAL MESHES IN PROBLEMS OF MODELING THE PROPAGATION OF DYNAMIC WAVES PROPAGATION

Khokhlov N. I.

Moscow Institute of Physics and Technology (National Research University), Dolgoprudniy,
Russian Federation
khokhlov.ni@mipt.ru

Keywords: grid-characteristic method, fracture modeling.

Quite a lot of hydrocarbon deposits are characterized by the presence of fluid-saturated fractured zones. Seismic survey techniques can be quite effective in identifying areas with fractured inclusions. The development of seismic interpretation methods and the solution of inverse problems require numerical methods to simulate the propagation of dynamic wave disturbances in heterogeneous fractured media. Fault and fracture zones occur in many oil and gas deposits and contribute significantly to the resulting seismic response. To build a sufficiently accurate model of the deposit, the use of adequate models of fractured zones is required.

This paper considers the application of the grid-characteristic method to simulate the propagation of dynamic wave propagation in geological medias with the presence of fractured inhomogeneities. Four approaches are considered for modeling the response from a fluid-saturated fracture on structured meshes [1]. The first approach is based on duplicating nodes in the fracture area [2]. The second, considered in the paper, the method uses additional nodes to describe a fracture on the structured mesh. This allows us to define sub-vertical structures [3]. Also, approaches on curvilinear and overset meshes are considered [4]. Approaches are compared and conclusions are drawn about their applicability in a particular case.

REFERENCES

- 1. Biryukov V.A., Miryakha V.A., Petrov I.B., Khokhlov N.I. Simulation of elastic wave propagation in geological media: Intercomparison of three numerical methods *Computational Mathematics and Mathematical*. 2016;56(6):1086-1095. DOI: 10.1134/S0965542516060087.
- 2. Stognii P., Khokhlov N. Modelling of fractured media with the help of the LSM model by the grid-characteristic method Saint Petersburg 2020 Geosciences: Converting Knowledge into Resources, 2020.
- 3. Khokhlov N., Stognii P., Zhdanov M. Novel approach to modelling the elastic waves in a cluster of 3D fractured structures 26th European Meeting of Environmental and Engineering Geophysics, Held at Near Surface Geoscience 2020, 2020. DOI: 10.3997/2214-4609.202020030.
- 4. Ruzhanskaya A., Khokhlov N. Modelling of fractures using the Chimera grid approach 2nd Conference on Geophysics for Mineral Exploration and Mining, 2018. DOI: 10.3997/2214-4609.201802730.

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЯ БОЛЬЦМАНА С МОДЕЛЬНЫМ ИНТЕГРАЛОМ СТОЛКНОВЕНИЙ С ПОМОЩЬЮ ТЕНЗОРНЫХ РАЗЛОЖЕНИЙ

Чикиткин А. В. 1,a , Корнев Е. К. $^{1,\delta}$

¹ Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования "Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет)" 141701, Московская область, г. Долгопрудный Российская Федерация

^a chikitkin.av@mipt.ru, ⁶ kornev.ek@phystech.edu

Ключевые слова: уравнение Больцмана, метод дискретных скоростей, тензорные разложения, разложение Таккера.

В работе рассматриваются вопросы, связанные с использованием малоранговых тензорных разложений для численного решения кинетических уравнений с помощью метода дискретных скоростей. Метод дискретных скоростей является популярным численным методом для решения уравнения Больцмана с модельным интегралом столкновений. Использование больших скоростных сеток приводит к большому объему требуемой памяти. Один из способов уменьшения затрат по памяти это использование аппроксимаций тензоров, возникающих при дискретизации функции распределения на структурированной сетке. В работе описывается модификация метода дискретных скоростей, в которой используется формат Таккера. Рассматриваются основные алгоритмы для поэлементных операций над тензорами в формате Таккера и различные проблемы, которые возникают при адаптации численного метода.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Kornev E., Chikitkin A. A tensorized version of LU-SGS solver for discrete velocity method for Boltzmann kinetic equation with model collision integral. *AIP Conference Proceedings*. AIP Publishing LLC, 2020. T. 2312. №. 1. C. 050009.
- 2. Chikitkin A. V., Kornev E. K. Different Approaches to Numerical Solution of the Boltzmann Equation with Model Collision Integral Using Tensor Decompositions. *Smart Modelling for Engineering Systems*. Springer, Singapore, 2021. C. 105-116.

NUMERICAL SOLUTION OF THE BOLTZMANN EQUATION WITH A MODEL COLLISION INTEGRAL USING TENSOR DECOMPOSITIONS

Chikitkin A. V.^{1,a}, Kornev E. K.^{1,b}

¹ Moscow Institute of Physics and Technology, Dolgoprudny, Russian Federation ^a chikitkin.av@mipt.ru, ^b kornev.ek@phystech.edu

 $\it Keywords$: Boltzmann equation, discrete velocity method, tensor decompositions, Tucker decomposition.

We consider different questions concerning the application of low-rank tensor decompositions to the numerical solution of the kinetic equations using discrete velocity method. Discrete velocity method is a popular tool for the numerical solution of the Boltzmann equation with a model collision integral. Large velocity grids lead to a huge memory footprint. One way to reduce the amount of memory is to use approximations to the tensors arising from discretization

of the distribution function. We describe a modification of the discrete velocity method which employs the Tucker decomposition. Main algorithms for element-wise operations with Tucker tensors are considered as well as different problems arising from the adaptation of the baseline method.

REFERENCES

- Kornev E., Chikitkin A. A tensorized version of LU-SGS solver for discrete velocity method for Boltzmann kinetic equation with model collision integral. AIP Conference Proceedings.

 AIP Publishing LLC, 2020.
 V. 2312.
 p. 050009.
- 2. Chikitkin A. V., Kornev E. K. Different Approaches to Numerical Solution of the Boltzmann Equation with Model Collision Integral Using Tensor Decompositions. *Smart Modelling for Engineering Systems*. Springer, Singapore, 2021. p. 105-116.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ОСАЖДЕНИЯ ВЗВЕСИ

Чистяков А. Е. 1,a , Кузнецова И. Ю. 2,6

1 Донской государственный технический университет,

г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация

 2 Южный федеральный университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация $^{\rm a}$ Cheese_ 05@mail.ru, $^{\rm 6}$ ikuznecova@sfedu.ru

Ключевые слова: процесс осаждения взвеси, схемы расщепления, модифицированная схема «кабаре», функция заполненности ячеек расчетной области.

Исследование выполнено при финансовой поддержке Совета по грантам Президента Российской Федерации в рамках научного проекта № МД-3624.2021.1.1.

За последнее десятилетие, не только в России, но и в мире отмечается увеличение числа неблагоприятных и экстремальных природных явлений, оказывающих влияние на прибрежные, морские и речные системы, в том числе на кормовую базу рыб [1-2]. Для оценки воздействия на экологическую ситуацию требуется построение математических моделей, позволяющих спрогнозировать как распространение шлейфов взвеси в водной среде, так и изменение рельефа дна в связи с выпадением взвешенных частиц грунта в осадок. Перечисленные процессы гидрофизики могут быть описаны в виде сложных систем начально-краевых задач, включающих в себя уравнения гидродинамики, транспорта тепла и солей и взвешенного вещества. Для описания подобного класса задач используют уравнение диффузии-конвекции [3-4]:

$$\frac{\partial c_r}{\partial t} + \frac{\partial \left(u c_r \right)}{\partial x} + \frac{\partial \left(v c_r \right)}{\partial y} + \frac{\partial \left(\left(w + w_{s,r} \right) c_r \right)}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial c_r}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial c_r}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\nu \frac{\partial c_r}{\partial z} \right) + F_r, \quad (1)$$

где c_r — концентрация r-ой фракции взвеси; $V=\{u,v,w\}$ — составляющие поля вектора скорости; μ , ν — горизонтальный и вертикальный коэффициенты турбулентной диффузии; $w_{s,r}$ — скорость осаждения r-ой фракции; F_r — интенсивность распределения источников r-ой фракции.

При этом стоит отметить, что при моделировании ряда чрезвычайных ситуаций природного характера, в том числе штормовых нагонов, переноса загрязняющих веществ в водоеме нужно учитывает преобладания конвективного оператора над диффузионным [3-4], что ведет к необходимости разработки разностных схем, имеющих высокую точность при больших сеточных числах Пекле. Поэтому при аппроксимации уравнения (1) на равномерной прямоугольной сетке воспользуемся модифицированной схемой «кабаре» с весовыми коэффициентами, полученными в результате минимизации погрешности аппроксимации [4].

Результаты численных экспериментов позволяют проанализировать динамику изменения геометрии и гранулометрического состава дна, образования структур и наносов, переноса взвесей в акватории, а также уровень загрязнения вод.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Суслопарова О. Н. Воздействие масштабных гидротехнических работ на рыб восточной части Финского залива. *Биоиндикация в мониторинге пресноводных экосистем*. 2007; 328-333.
- 2. Иванова В. В. Экспериментальное моделирование заваливания зообентоса при дампинге грунтов. Фонды ГосНИОРХ. 1988; 85: 107–113.
- 3. Сухинов А. И., Чистяков А. Е., Проценко Е. А. Разностная схема для решения задач гидродинамики при больших сеточных числах Пекле. *Компьютерные исследования и моделирование*. 2019; 11(5):833–848. DOI: 10.20537/2076-7633-2019-11-5-833-848.
- 4. Sukhinov A. I., Chistyakov A. E., Kuznetsova I. Y., Protsenko E. A. Modelling of suspended particles motion in channel. *Journal of Physics: Conference Series*. 2020; 1479(1):012082. DOI: 10.1088/1742-6596/1479/1/012082.

NUMERICAL SIMULATION OF THE SUSPENDED SEDIMENTATION PROCESS

Chistyakov A. E. 1,a , Kuznetsova I. Yu. 2,b

¹ Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation ² Southern Federal University, Rostov-on-Don, Russian Federation ^a Cheese_05@mail.ru, ^b ikuznecova@sfedu.ru

Keywords: suspension sedimentation process, splitting schemes, modified Upwind Leapfrog scheme, function of cell filling in the computational domain.

The research was carried out with the financial support of the Council for Grants of the President of the Russian Federation (project No. MD-3624.2021.1.1)

Over the past decade, not only in Russia, but also in the world, there has been an increase in the number of adverse and extreme natural phenomena affecting coastal, marine, and river systems, including the food supply of fish [1-2]. To assess the impact on the ecological situation, it is necessary to build mathematical models that allow predicting both the propagation of suspended matter plumes in the aquatic environment and the change in the bottom topography due to the deposition of suspended soil particles into the sediment. These hydrophysics processes can be described as a complex system of initial-boundary value problems, including the equations of hydrodynamics, transport of heat and salts and suspended matter. To describe this class of problems, the diffusion-convection equation is used [3-4]:

$$\frac{\partial c_r}{\partial t} + \frac{\partial (uc_r)}{\partial x} + \frac{\partial (vc_r)}{\partial y} + \frac{\partial ((w + w_{s,r}) c_r)}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial c_r}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial c_r}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\nu \frac{\partial c_r}{\partial z} \right) + F_r, \quad (1)$$

where c_r is the concentration of the r-th fraction of the suspension; $V = \{u, v, w\}$ are the components of the velocity vector; μ , ν are the horizontal and vertical turbulent diusion coeffcients; $w_{s,r}$ is fall velocity of the r-th fraction; F_r is the function describing the intensity of pollutant sources of r-th fraction.

Note that modeling some of natural emergencies, including storm surges, the transfer of pollutants, it is necessary to take into account the prevalence of the convective operator over the diffusion operator [3-4], which leads to the need to develop difference schemes with high accuracy at large grid Peclet numbers. Therefore, when approximating equation (1) on a uniform rectangular grid, we use a modified Upwind Leapfrog scheme with weight coefficients obtained by minimizing the approximation error [4].

The results of numerical experiments make it possible to analyze the dynamics of changes in the geometry and granulometric composition of the bottom, the formation of structures and sediments, the transport of suspended matter in the water area, as well as the level of water pollution.

REFERENCES

- 1. Susloparova O. N. Impact of large-scale hydrotechnical works on fish in the eastern part of the Gulf of Finland. Bioindication in monitoring freshwater ecosystems. 2007; 328-333 (in Russian).
- 2. Ivanova V. V. Experimental modeling of zoobenthos collapse during soil dumping. Gos-NIORKh funds. 1988; 85:107-113 (in Russian).
- 3. Sukhinov A. I., Chistyakov A. E., Protsenko E. A. Difference scheme for solving problems of hydrodynamics for large grid Peclet numbers. Computer Research and Modeling. 2019;11(5):833-848. DOI: 10.20537/2076-7633-2019-11-5-833-848.
- 4. Sukhinov A. I., Chistyakov A. E., Kuznetsova I. Y., Protsenko E. A. Modelling of suspended particles motion in channel. Journal of Physics: Conference Series. 2020; 1479(1):012082. DOI: 10.1088/1742-6596/1479/1/012082.

КОЭФФИЦИЕНТНЫЕ ДИНАМИЧЕСКИЕ ОБРАТНЫЕ ЗАДАЧИ И ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ

Шишленин М. А. 1,2,a , Новиков Н. С. 1,2,b , Кабанихин С. И. 1,2,c

1 Новосибирский государственный университет, Россия

² Институт вычислительной математики и вычислительной геофизики СО РАН, Россия

^amshishlenin@ngs.ru, ^bnovikov-1989@yandex.ru, ^cksi52@mail.ru

Ключевые слова: акустика, томография, законы сохранения, гиперболическая система первого порядка, коэффициентная обратная задача, схема Годунова, метод градиентного спуска.

Работа поддержана грантом РНФ 19-11-00154.

Из законов сохранения импульса в направлении x и y, а также закона сохранения массы [1] рассмотрим прямую задачу распространения акустической волны через двумерную среду в области $\Omega = (x,y) \in [0,L] \times [0,L]$:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = 0, \qquad \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} = 0, \quad (x, y) \in \Omega, \quad 0 < t \le T, \tag{1}$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = 0, \qquad \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} = 0, \quad (x, y) \in \Omega, \quad 0 < t \le T,$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \rho c^2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) = \theta_{\Omega}(x, y) I(t), \quad (x, y) \in \Omega,$$
(2)

$$u, v, p|_{(x,y) \in \partial\Omega} = 0, \qquad u, v, p|_{t=0} = 0.$$
 (3)

Здесь u = u(x,y,t) — скорость среды по пременной x, v = v(x,y,t) — скорость среды по пременной y, p = p(x,y,t) — превышающее давление, $\rho = \rho(x,y)$ — плотность среды, c=c(x,y) — скорость распространения звука, $\theta_{\Omega}(x,y)$ — характеристическая функция местоположения источника, I(t) — зондирующий импульс.

Система (1)—(3) используется для описания распространения ультразвуковых волн в жидкой среде, в которой акустические параметры близки к жидкостным [2, 3]. С помощью этой системы также можно моделировать диаграммы направленности источников [4].

Мы предполагаем, что данные обратной задачи — это давление, измеренное внутри приемников:

$$p(x,y,t) = f_k(x,y,t), \qquad (x,y) \in \Omega_k, \quad k = 1,\dots,N.$$
(4)

Рассмотрим систему из N приемников, каждый из которых расположен в соответствующей области Ω_k . Обратная задача состоит в восстановлении функций c(x,y), $\rho(x,y)$ в (1)—(3) с использованием дополнительной информации(4).

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Kabanikhin, S. I., Klyuchinskiy, D. V., Novikov, N. S., Shishlenin, M. A. (2020). Numerics of acoustical 2D tomography based on the conservation laws, Journal of Inverse and Ill-posed Problems, 28(2), 287-297.
- 2. Klyuchinskiy D., Novikov N., Shishlenin M. A Modification of gradient descent method for solving coefficient inverse problem for acoustics equations. Computation, 2020, 8(3), 73.
- 3. Klyuchinskiy D, Novikov N, Shishlenin M. Recovering Density and Speed of Sound Coefficients in the 2D Hyperbolic System of Acoustic Equations of the First Order by a Finite Number of Observations. Mathematics. 2021; 9(2):199.
- 4. Kabanikhin, S.I.; Klyuchinskiy, D.V.; Novikov, N.S.; Shishlenin, M.A. On the problem of modeling the acoustic radiation pattern of source for the 2D first-order system of hyperbolic equations. In Journal of Physics: Conference Series; IOP Publishing: Bristol, UK, 2021; Volume 1715, p. 012038.

COEFFICIENT INVERSE PROBLEMS AND CONSERVATION LAWS

Shishlenin M. A. 1,2,a , Novikov N. S. 1,2,b , Kabanikhin S. I. 1,2,c

¹ Novosibirsk state university, Russia

² Institute of computational mathematics and computational geophysics, Russia amshishlenin@ngs.ru, bnovikov-1989@yandex.ru, cksi52@mail.ru

Keywords: acoustics, tomography, conservation laws, first-order hyperbolic system, coefficient inverse problem, Godunov scheme, gradient descent method.

This study is supported by RSCF 19-11-00154 "Developing of new mathematical models of acoustic tomography in medicine. Numerical methods, HPC and software".

From the conservation laws of impulse in direction x and y, and the conservation law of mass [1] let us consider the direct problem of acoustic wave propagation through the 2D medium in the domain $\Omega = (x,y) \in [0,L] \times [0,L]$:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = 0, \qquad \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} = 0, \quad (x, y) \in \Omega, \quad 0 < t \le T,$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \rho c^2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) = \theta_{\Omega}(x, y) I(t), \quad (x, y) \in \Omega,$$
(1)

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \rho c^2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) = \theta_{\Omega}(x, y) I(t), \qquad (x, y) \in \Omega,$$
(2)

$$u, v, p|_{(x,y) \in \partial\Omega} = 0, \qquad u, v, p|_{t=0} = 0.$$
 (3)

Here u = u(x,y,t) is the velocity vector with respect to x, v = v(x,y,t) is the velocity vector with respect to y, p = p(x,y,t) is the exceeded pressure, $\rho = \rho(x,y)$ is the density of the medium, c = c(x,y) is the wave speed, $\theta_{\Omega}(x,y)$ is the characteristic function of the source location, I(t) is probing pulse.

System (1)—(3) is used to describe the propagation of the ultrasound through the fluid medium, and the acoustic parameters of the models, that were considered during the numerical experiments are close to fluid [2, 3]. Radiation patterns are also modeled using this system [4].

We assume that the data of the inverse problem is the pressure measured inside the receivers:

$$p(x,y,t) = f_k(x,y,t), \qquad (x,y) \in \Omega_k, \quad k = 1,\dots,N.$$
(4)

Here we consider the system of N receivers, each located in the corresponded domain Ω_k . The inverse problem is to recover functions c(x,y), $\rho(x,y)$ in (1)—(3) using the additional information (4).

REFERENCES

- 1. Kabanikhin, S. I., Klyuchinskiy, D. V., Novikov, N. S., Shishlenin, M. A. (2020). Numerics of acoustical 2D tomography based on the conservation laws, Journal of Inverse and Ill-posed Problems, 28(2), 287–297.
- 2. Klyuchinskiy D., Novikov N., Shishlenin M. A Modification of gradient descent method for solving coefficient inverse problem for acoustics equations. Computation, 2020, 8(3), 73.
- 3. Klyuchinskiy D, Novikov N, Shishlenin M. Recovering Density and Speed of Sound Coefficients in the 2D Hyperbolic System of Acoustic Equations of the First Order by a Finite Number of Observations. Mathematics. 2021; 9(2):199.
- 4. Kabanikhin, S.I.; Klyuchinskiy, D.V.; Novikov, N.S.; Shishlenin, M.A. On the problem of modeling the acoustic radiation pattern of source for the 2D first-order system of hyperbolic equations. In Journal of Physics: Conference Series; IOP Publishing: Bristol, UK, 2021; Volume 1715, p. 012038.

Дифференциальные уравнения и нелинейная динамика

Руководитель секции: Сергей Александрович Кащенко

Доктор физико-математических наук, профессор, первый проректор Ярославского государственного университета имени Π . Γ . Демидова

Section moderator:

Prof. Sergey Aleksandrovich Kashchenko

Doctor of Science (Physics and Mathematics), First Vice Director, Demidov Yaroslavl State University

УСТОЙЧИВОСТЬ И БИФУРКАЦИИ РЕШЕНИЙ ИМПУЛЬСНЫХ СИСТЕМ

Анашкин О. В.

Kрымский федеральный университет им. В. И. Вернадского, г. Симферополь, Poccuйckas Федерация oanashkin@yandex.ru

Ключевые слова: устойчивость, бифуркация, импульсные системы.

Дифференциальные уравнения с импульсным воздействием (импульсные системы) используются для моделирования процессов, параметры которых в некоторые моменты времени подвергаются резким изменениям под влиянием кратковременных (импульсных) воздействий. Примеры таких процессов дают различные отрасли науки и технологии (теория управления, популяционная динамика, промышленная робототехника и другие). Учитывая пренебрежимо малую продолжительность воздействий по сравнению с характерным временем эволюции исследуемого процесса, при моделировании допускается, что параметры процесса изменяются мгновенно. Теория импульсных систем данного вида активно развивается с 60-х годов прошлого столетия [1].

Будем предполагать, что моменты импульсного воздействия фиксированы, и рассмотрим периодическую импульсную систему второго порядка

$$\dot{x} = Ax + \sum_{|m| \ge 2} f_m x^m, \quad t \ne \tau_k, \quad x(t^+) = Bx(t) + \sum_{|m| \ge 2} g_m x^m, \quad t = \tau_k,$$
 (1)

где $x(t^+)=\lim_{s\to t+0}x(s),\ m=(m_1,m_2)\geq 0$ — мультииндекс, $|m|=m_1+m_2,\ x=(x_1,x_2)^T,$ $x^m=x_1^{m_1}x_2^{m_2},\ A,B\in\mathbb{R}^{2\times 2},\ \det B\neq 0,\ f_m,g_m\in\mathbb{R}^2,\ \tau_k=k\theta,\ k=0,1,2,\ldots,\ 0<\theta.$ Ряды в правой части системы предполагаются абсолютно сходящимися в некоторой окрестности

нуля. Решением системы является непрерывная слева (x(t) = x(t-0)) кусочно-гладкая функция с разрывами первого рода в точках τ_k , удовлетворяющая уравнениям (1).

Будем предполагать, что матрица монодромии $M=e^{\theta A}B$ линеаризации системы (1) в нуле

$$\dot{\xi} = A\xi, \quad t \neq \tau_k, \quad \xi(t^+) = B\xi(t), \quad t = \tau_k, \tag{2}$$

имеет комплексно сопряженные собственные знаѕ чения (мультипликаторы) $\rho_{1,2} = e^{\pm i\gamma}$, $0 < \gamma < \pi$. Легко видеть, что значения $\xi(\tau_k)$ связаны соотношением $\xi(\tau_{k+1}) = M\xi(\tau_k)$. Это означает, что имеет место критический случай устойчивости нулевого решения нелинейной системы (1), рассмотренный в [2].

В докладе показано, что в системе (1) в указанных выше предположениях при изменении любого из параметров линеаризации (2), при котором мультипликаторы матрицы монодромии M пересекают единичную окружность комплексной плоскости, происходит бифуркация рождения (исчезновения) кольцевого предельного множества. Это явление есть аналог хорошо известной бифуркации Андронова-Хопфа рождения периодического решения в гладкой динамической системе.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Samoilenko, A. M.; Perestyuk M. O. Impulsive differential equations. River Edge: World Scientific, 1995.
- 2. Anashkin O.V., Yusupova O.V. Sufficient conditions for stability of the equilibrium position of an impulsive system // 15th International Conference on Stability and Oscillations of Nonlinear Control Systems (Pyatnitskiy's Conference) (STAB), Moscow, Russia, 2020, pp. 1-4, doi: 10.1109/STAB49150.2020.9140587.

STABILITY AND BIFURCATIONS IN IMPULSIVE SYSTEMS

Anashkin O. V.

 $V.\ I.\ Vernadsky\ Crimean\ Federal\ University,\ Simferopol,\ Russian\ Federation\\oan ashkin@yandex.ru$

Keywords: stability, bifurcation, impulsive systems.

Impulsive differential equations (impulsive systems) are used to simulate processes whose parameters at some points in time undergo sharp changes under the influence of short-term (impulse) influences. Examples of such processes are provided by various branches of science and technology (control theory, population dynamics, industrial robotics, and others). Taking into account the negligible duration of the impacts in comparison with the characteristic evolution time of the process under study, it is assumed in the simulation that the process parameters change instantly. The theory of impulsive systems of this type has been actively developing since 60's of the last century [1].

We will assume that the moments of the impulse action are fixed, and consider a periodic impulsive system of the second order

$$\dot{x} = Ax + \sum_{|m| \ge 2} f_m x^m, \quad t \ne \tau_k, \quad x(t^+) = Bx(t) + \sum_{|m| \ge 2} g_m x^m, \quad t = \tau_k,$$
 (1)

where $x(t^+) = \lim_{s \to t+0} x(s)$, $m = (m_1, m_2) \ge 0$, $|m| = m_1 + m_2$, $x = (x_1, x_2)^T$, $x^m = x_1^{m_1} x_2^{m_2}$, $A, B \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$, $\det B \ne 0$, $f_m, g_m \in \mathbb{R}^2$, $\tau_k = k\theta$, $k = 0, 1, 2, \ldots, 0 < \theta$. The series on the right-hand side of the system are assumed to be absolutely convergent in some neighborhood

of zero. The solution of the system is a left continuous (x(t) = x(t - 0)) piecewise smooth function with discontinuities of the first kind at the points τ_k , satisfying the equation (1).

We will assume that the monodromy matrix $M = e^{\theta A}B$ of linearization of the system (1) at zero

$$\dot{\xi} = A\xi, \quad t \neq \tau_k, \quad \xi(t^+) = B\xi(t), \quad t = \tau_k, \tag{2}$$

has complex conjugate eigenvalues (multipliers) $\rho_{1,2} = e^{\pm i\gamma}$, $0 < \gamma < \pi$.

It is easy to see that the values of $\xi(\tau_k)$ are related by the relation $\xi(\tau_{k+1}) = M\xi(\tau_k)$. This means that there is a critical case of stability of the zero solution of the nonlinear system (1), considered in [2].

It is shown in the talk that in the system (1) under the above assumptions, when any of the linearization parameters (2) changes, for which the multipliers of the monodromy matrix M intersect the unit circle of the complex plane, there is a bifurcation of the birth (disappearance) of the ring limit set. This phenomenon is an analogue of the well-known Andronov-Hopf bifurcation of the creation of a periodic solution in a smooth dynamical system.

REFERENCES

- 1. Samoilenko, A. M.; Perestyuk M. O. Impulsive differential equations. River Edge: World Scientific, 1995.
- 2. Anashkin O.V., Yusupova O.V. Sufficient conditions for stability of the equilibrium position of an impulsive system // 15th International Conference on Stability and Oscillations of Nonlinear Control Systems (Pyatnitskiy's Conference) (STAB), Moscow, Russia, 2020, pp. 1-4, doi: 10.1109/STAB49150.2020.9140587.

ГОМОКЛИНИЧЕСКИЕ ОРБИТЫ И СТРАННЫЕ АТТРАКТОРЫ В КУСОЧНО-ГЛАДКОЙ СИСТЕМЕ ЛОРЕНЦЕВСКОГО ТИПА: ТОЧНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Барабаш Н. В.^{1,2,a}, Белых В. Н.^{1,2,6}, Белых И. В.^{1,3,e}

¹ ННГУ им. Н.И. Лобачевского, г. Нижний Новгород, Российская Федерация ² ВГУВТ, г. Нижний Новгород, Российская Федерация ³ Государственный университет Джорджии, г. Атланта, США ^a barabash@itmm.unn.ru, ⁶ belykh@unn.ru, ⁶ ibelykh@gsu.edu,

Ключевые слова: странный аттрактор, гомоклиническая орбита, скользящие движения. Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования РФ (грант № 0729-2020-0036). Работа также поддержана грантом Российского научного фонда № 19-12-00367.

Странный хаотический аттрактор, численно обнаруженный Э.Лоренцем в 1963 году, более пятидесяти лет привлекает внимание специалистов в области хаотической динамики. Ключевыми здесь являются вопросы о сценариях его рождения и исчезновения. В поисках ответов в конце 70-х годов аттрактор активно исследовался с помощью геометрических моделей, что позволило предложить сценарий его рождения через последовательность бифуркаций коразмерности 1, а также сценарий исчезновения аттрактора через разрушение инвариантного слоения с последующим рождением устойчивых орбит большого периода. Несмотря на то, что оба сценария хорошо наблюдались в численных экспериментах, относительно строго установить существование хаотического аттрактора в оригинальной системе удалось лишь в 1999 году методами компьютерного доказательства [1]. Совсем

недавно для расширенной модели Лоренца было предложено аналитическое доказательство рождения странного аттрактора для малого параметра через бифуркацию коразмерности 2 [2]. Первое полное аналитическое доказательство рождения странного аттрактора в трёхмерном потоке через последовательность бифуркаций коразмерности 1 было представлено в работе [3]. В работе была построена конкретная кусочно-гладкая трёхмерная система обыкновенных дифференциальных уравнений, для которой было проведено строгое аналитическое исследование с помощью явно полученного отображения Пуанкаре, а именно доказано существование странного хаотического аттрактора лоренцевского типа, а также явно определены границы его существования в пространстве параметров. В настоящем докладе для системы из работы [3] представлено строгое исследование сценария исчезновения странного аттрактора через разрушение инвариантного слоения. Доказано, что разрушение инвариантного слоения происходит при появлении в траекториях аттрактора бесконечно малых участков скользящих движений, что приводит к рождению устойчивых орбит большого периода. Представленные результаты опубликованы в работе [4].

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Tucker W. The Lorenz attractor exists. Comptes Rendus de l'Académie des Sciences-Series I-Mathematics. 1999; №. 12. V. 328. P. 1197-1202.
- 2. Ovsyannikov I. I., Turaev D. V. Analytic proof of the existence of the Lorenz attractor in the extended Lorenz model *Nonlinearity*. 2016; №. 1. V. 30. P. 115.
- 3. Belykh V. N., Barabash N. V., Belykh I. V. A Lorenz-type attractor in a piecewise-smooth system: Rigorous results. *Chaos.* 2019; \mathbb{N}^{0} 10. V. 29. P. 103108.
- 4. Belykh V. N., Barabash N. V., Belykh I. V. Sliding homoclinic bifurcations in a Lorenz-type system: analytic proofs *Chaos.* 2021 (в печати).

HOMOCLINIC ORBITS AND STRANGE ATTRACTORS IN A LORENZ-TYPE SYSTEM: RIGOROUS RESULTS.

Barabash N. V.^{1,2,a}, Belykh V. N.^{1,2,b}, Belykh I. V.^{3,c}

¹ Lobachevsky state university of Nizhny Novgorod, Nizhny Novgorod, Russian Federation
² Volga state university of water transport, Nizhny Novgorod, Russian Federation
³ Georgia state university, Atlanta, USA
^a barabash@itmm.unn.ru, ^b belykh@unn.ru, ^c ibelykh@gsu.edu

Keywords: strange attractor, homoclinic orbit, sliding motions.

This study is supported by Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation (grant No. 0729-2020-0036). This work was also supported by Russian Science Foundation (grant No. 19-12-00367).

The strange chaotic attractor, numerically discovered by Lorenz in 1963 [1], has attracted the attention of specialists in the field of chaotic dynamics for more than fifty years. The key questions here are questions about the scenarios of its birth and disappearance. In search of answers, at the end of the 70s, the attractor was actively investigated using geometric models [2], which made it possible to propose a scenario of its emergence via a sequence of bifurcations of codimension 1, as well as a scenario for the disappearance of the attractor via the destruction of an invariant foliation followed by the emergence of stable orbits of a large period. Despite the fact that both scenarios were well observed in numerical experiments, it was possible to establish relatively rigorously the existence of a chaotic attractor in the original system only in 1999 by

computer proof methods [3]. Quite recently, for the extended Lorenz model, an analytical proof was proposed for the birth of the strange attractor for a small parameter via a bifurcation of codimension 2 [4]. The first complete analytical proof of the birth of a strange attractor in a three-dimensional flow via a sequence of bifurcations of codimension 1 was presented in [5]. In that paper, a concreate piecewise-smooth three-dimensional system of ordinary differential equations was constructed, for which a rigorous analytical study was carried out using the explicitly obtained Poincaré map, namely, the existence of a strange chaotic attractor of the Lorenz type was proved, and the boundaries of its existence in the parameter space were also explicitly determined. In this talk, for the system from [5], a rigorous study of the scenario of the disappearance of a strange attractor via the destruction of an invariant foliation is presented. It is proved that the destruction of the invariant foliation occurs when infinitesimal parts of sliding motions appear in the trajectories of the attractor, which leads to the creation of stable orbits of a large period. The presented results were published in [6].

REFERENCES

- 1. Lorenz E. N. Deterministic Nonperiodic Flow. Deterministic nonperiodic flow. 1963; No. 2. V. 20. P. 130-141.
- 2. Afraimovich V. S., Bykov V. V., Shilnikov L. P. On the origin and structure of the Lorenz attractor *Akademiia Nauk SSSR Doklady*. 1977. V. 234. P. 336-339.
- 3. Tucker W. The Lorenz attractor exists. Comptes Rendus de l'Académie des Sciences-Series I-Mathematics. 1999; No. 12. V. 328. P. 1197-1202.
- 4. Ovsyannikov I. I., Turaev D. V. Analytic proof of the existence of the Lorenz attractor in the extended Lorenz model *Nonlinearity*. 2016; No. 1. V. 30. P. 115.
- 5. Belykh V. N., Barabash N. V., Belykh I. V. A Lorenz-type attractor in a piecewise-smooth system: Rigorous results. *Chaos.* 2019; No. 10. V. 29. P. 103108.
- 6. Belykh V. N., Barabash N. V., Belykh I. V. Sliding homoclinic bifurcations in a Lorenz-type system: analytic proofs *Chaos.* 2021 (accepted for publication).

УСТОЙЧИВЫЕ БЕГУЩИЕ ВОЛНЫ В ПОЛНОСВЯЗНОЙ СИСТЕМЕ КВАЗИЛИНЕЙНЫХ ОСЦИЛЛЯТОРОВ

Глызин С. Д. a , Колесов А. Ю. $^{\delta}$

Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова, г. Ярославль, $Poccuйская \ \Phi e depayus \\ {}^a \ glyzin.s@gmail.com, \ {}^6 \ kolesov@uniyar.ac.ru$

Ключевые слова: полносвязная система, квазилинейные осцилляторы, бегущая волна, система с запаздываниями, асимптотика, устойчивость, буферность.

Работа выполнена при поддержке РНФ, грант № 21-71-30011.

Рассматривается система из m квазилинейных слабо связанных между собой по принципу "каждый со всеми" осцилляторов (случай кольцевых цепочек рассмотрен в статьях [1,2]). Предполагается, что параметры каждого из парциального осцилляторов близки к критическим значениям, при которых происходит бифуркация Андронова—Хопфа. В этом случае к каждому осциллятору можно применить метод нормальных форм, в результате чего на устойчивом двумерном интегральном многообразии для каждого осциллятора имеем двумерную систему, которая в комплексной форме записи допускает представление

$$\dot{z} = z - (1 - i\omega_0)|z|^2 z, \quad z = x + iy, \quad x, y \in \mathbb{R}, \quad \omega_0 = \text{const} > 0.$$
 (1)

Непосредственная проверка показывает, что эта система имеет экспоненциально орбитально устойчивый гармонический цикл $z_0(t) = \exp(i\omega_0 t)$.

Рассмотрим теперь систему из m осцилляторов (1), слабо связанных "каждый со всеми"

$$\dot{z}_j = z_j - (1 - i\omega_0)|z_j|^2 z_j + \varepsilon \, d\,\overline{z}_j^{m-1} \sum_{s=1, s \neq j}^m z_s^m, \quad j = 1, 2, \dots, m,$$
(2)

где $z_j=x_j+iy_j,\ x_j,y_j\in\mathbb{R},\ 0<\varepsilon\ll 1,\ d=\mathrm{const}\in\mathbb{C}.$ Специфика рассматриваемой системы заключается в том, что она имеет сосуществующие бегущие волны, задаваемые равенствами

$$z_{j} = \xi(\varepsilon) \exp\left\{i\left(\omega(\varepsilon)t + 2\pi k\left(j - 1\right)/m\right)\right\}, \quad j = 1, 2, \dots, m,$$
(3)

где $\omega(\varepsilon)=\omega_0\xi^2(\varepsilon)+\varepsilon\,(m-1)\xi^{2(m-1)}(\varepsilon){\rm Im}\,d,$ а $\xi=\xi(\varepsilon),\ \xi(0)=1,$ – корень уравнения $1-\xi^2+\varepsilon\,(m-1)\xi^{2(m-1)}{\rm Re}\,d=0.$ Для системы (2) удается получить условия, при выполнении которых и при

$$\operatorname{Re}\left[\overline{d}(1-i\omega_0)\right] < 0 \tag{4}$$

каждая каноническая бегущая волна вида (3) экспоненциально орбитально устойчива при всех $k:1\leq k\leq m-1$. Важно отметить, что любая каноническая бегущая волна (3) порождает целое семейство устойчивых индуцированных бегущих волн, количество которых равно (m-1)!. А это значит, что условие (4) гарантирует реализуемость известного явления буферности. Суть данного явления заключается в том, что в случае (4) при подходящем уменьшении ε и увеличении m в системе (2) сосуществует любое наперед заданное конечное число устойчивых циклов.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Глызин С. Д., Колесов А. Ю., Розов Н. Х. Периодические решения типа бегущих волн в кольцевых цепочках однонаправленно связанных уравнений // ТМФ. 2013. Т. 175. № 1. С. 62–83.
- 2. Глызин С. Д., Колесов А. Ю., Розов Н. Х. Явление буферности в кольцевых цепочках однонаправленно связанных генераторов // Изв. РАН. Сер. матем. 2014. Т. 78. № 4. С. 73-108.

STABLE TRAVELING WAVES IN A FULLY CONNECTED SYSTEM OF QUASILINEAR OSCILLATORS

Glyzin S. D.^{1,a}, Kolesov A. Yu.^{1,b}

¹ P.G. Demidov Yaroslavl State University, Yaroslavl, Russian Federation ^a glyzin.s@gmail.com, ^b kolesov@uniyar.ac.ru

Keywords: fully coupled system, quasilinear oscillators, traveling wave, system with delays, asymptotics, stability, buffering.

This work was supported by RSCF, grant No. 21-71-30011.

We consider a system of m quasilinear weakly coupled oscillators according to the principle "each with all" oscillators (the case of ring chains was considered in articles [1,2]). It is assumed that the parameters of each of the partial oscillators are close to the critical values at which the Andronov - Hopf bifurcation occurs. In this case, the method of normal forms can be applied to each oscillator, as a result of which, on a stable two-dimensional integral manifold for each

oscillator, we have a two-dimensional system, which in the complex form of notation allows the representation

$$\dot{z} = z - (1 - i\omega_0)|z|^2 z, \quad z = x + iy, \quad x, y \in \mathbb{R}, \quad \omega_0 = \text{const} > 0.$$
 (1)

Direct verification shows that this system has an exponentially orbitally stable harmonic cycle $z_0(t) = \exp(i\omega_0 t)$. Consider now a system of m oscillators (1), weakly coupled "each with all"

$$\dot{z}_j = z_j - (1 - i\omega_0)|z_j|^2 z_j + \varepsilon \, d\,\overline{z}_j^{m-1} \sum_{s=1, s \neq j}^m z_s^m, \quad j = 1, 2, \dots, m,$$
(2)

where $z_j = x_j + iy_j$, $x_j, y_j \in \mathbb{R}$, $0 < \varepsilon \ll 1$, $d = \text{const} \in \mathbb{C}$. The specificity of the system under consideration is that it has coexisting traveling waves given by the equalities

$$z_{j} = \xi(\varepsilon) \exp\left\{i\left(\omega(\varepsilon)t + 2\pi k\left(j - 1\right)/m\right)\right\}, \quad j = 1, 2, \dots, m,$$
(3)

where $\omega(\varepsilon) = \omega_0 \xi^2(\varepsilon) + \varepsilon (m-1) \xi^{2(m-1)}(\varepsilon) \text{Im } d$, and $\xi = \xi(\varepsilon)$, $\xi(0) = 1$, is a root of the equation $1 - \xi^2 + \varepsilon (m-1) \xi^{2(m-1)} \text{Re } d = 0$. For the system (2), it is possible to obtain conditions under which and for

$$\operatorname{Re}\left[\overline{d}(1-i\omega_0)\right] < 0 \tag{4}$$

each canonical traveling wave of the form (3) is exponentially orbitally stable for all $k: 1 \le k \le m-1$. It is important to note that any canonical traveling wave (3) generates a whole family of stable induced traveling waves, the number of which is equal to (m-1)!. This means that the condition (4) guarantees the realizability of the well-known buffering phenomenon. The essence of this phenomenon is that in the case of (4) with a suitable decrease in ε and an increase in m in the system (2) any predetermined finite number of stable cycles coexists.

REFERENCES

- 1. Glyzin S. D., Kolesov A. Yu., Rozov N. Kh. Periodic traveling-wave-type solutions in circular chains of unidirectionally coupled equations // Theoret. and Math. Phys., 2013. Vol. 175, no. 1. P. 499–517.
- 2. Glyzin S. D., Kolesov A. Yu., Rozov N. Kh. The buffer phenomenon in ring-like chains of unidirectionally connected generators // Izv. Math., 2014. Vol. 78, no. 4. P. 708–743.

ON NONLOCAL PERIODIC SOLUTIONS IN A LOGISTIC EQUATION WITH STATE-DEPENDENT DELAY

Golubenets V. $O.^{1,a}$

¹ P.G. Demidov Yaroslavl State University, Yaroslavl, Russian Federation ^a qolubenets2010@yandex.ru

Keywords: state-dependent delay, logistic equation, the method of the big parameter. The reported study was funded by RFBR, project number 19-31-90082.

Consider logistic equation with state-dependent delay:

$$\dot{N} = \lambda N \left[1 - N(t - h(\lambda) - f(N(t - L))) \right], \tag{1}$$

where λ is sufficiently large $(\lambda \gg 1)$ and $L \geqslant 0$. Under certain assumptions about functions $h(\lambda)$ and f(N), the next theorem holds:

Theorem 1. If $\lambda \gg 1$, then original equation has nonlocal relaxation periodic solution $N^*(t,\lambda)$. The initial condition of this solution belongs to the convex, bounded and closed set.

Cases with L=0 and L>0 are slightly different, and the case L=0 was studied in detail in [1].

Asymptotic properties of solution $N^*(t,\lambda)$ were also investigated. Namely, if $\lambda \gg 1$, then the period and the amplitude of this solution are asymptotically large, and its minimal value is asymptotically small.

We used the method of the big parameter [2] in order to establish these facts.

REFERENCES

- 1. Golubenets V. O. Relaxation oscillations in a logistic equation with nonconstant delay. *Mathematical notes* 2020;107(6): 920-932.
- 2. Kashchenko S. A. Asymptotics of Solutions of the Generalized Hutchinson's Equation. *Modeling and Analysis of Information Systems* 2012;19(3): 32-61.

ТРИ ФОРМЫ ДИНАМИЧЕСКОГО ХАОСА

Гонченко С. В. 1,a

 1 Нижегородский государственный университет, Нижний Новгород, Российская Φ едерация a sergey.qonchenko@mail.ru

 ${\it Kлючевые\ c.noвa}$: динамический хаос, консервативная динамика, странный аттрактор, репеллер.

Работа поддержана грантом РНФ 19-11-00280.

Когда говорят о динамическом хаосе, обычно имеют в виду один из двух его весьма разных типов, консервативный и диссипативный хаос. Цель этого доклада — привлечь внимание к еще одному, третьему, типу хаоса, так называемой смешанной динамике. Этот тип хаоса характеризуется прежде всего принципиальной неотделимостью друг от друга в фазовом пространстве аттракторов, репеллеров и консервативных элементов динамики. Тот факт, что в случае смешанной динамики аттракторы могут пересекаться с репеллерами, кажется, на первый взгляд, весьма странным и противоречащим здравому смыслу. В недавней работе с Д. Тураевым [1] мы сделали некоторую попытку разрешить это противоречие путем модификации понятия аттрактора, сохранив за ним свойство "быть замкнутым инвариантным устойчивым множеством". Нужно отметить, что смешанная динамика часто наблюдается в приложениях, см., например, [2, 3]. Соответствующие примеры также будут рассмотрены в докладе.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Гонченко С.В., Тураев Д.В. О трех типах динамики и понятии аттрактора. Труды MU-AH. 2017;297: 133–157.
- 2. Gonchenko A.S., Gonchenko S.V., Kazakov A.O. Richness of chaotic dynamics in nonholonomic models of a Celtic stone. *Regular and Chaotic Dynamics*. 2013;18: 521–538.
- 3. Gonchenko A.S. Gonchenko, Gonchenko S.V., Kazakov A.O., Turaev D.V. On the phenomenon of mixed dynamics in Pikovsky-Topaj system of coupled rotators. *Physica D*. 2017;350:45-57.

THREE FORMS OF DYNAMICAL CHAOS

Gonchenko S. $V^{1,a}$

¹ Lobachevskii state university of Nizhny Novgorod, Nizhny Novgorod, Russian Federation
^a serqey.qonchenko@mail.ru

Keywords: dynamical chaos, conservative dynamics, strange attractor, repeller. This study is supported by the RSciF grant 19-11-00280.

When it comes to dynamical chaos, one usually refers to one of its two quite different types, the conservative and dissipative chaos. The aim of this talk is to draw attention to yet another, third, form of chaos, the so-called <u>mixed dynamics</u>. This type of chaos is characterized fundamentally by principal inseparability from each other in the phase space of attractors, repellers and conservative elements of dynamics. The fact that, in the case of mixed dynamics, attractors can intersect with repellers seems, at first glance, very strange and contrary to common sense. In the recent work with D. Turaev [1], we made some attempt to resolve this contradiction by modification of the concept of attractor, however, keeping its property of "being closed invariant and stable set". It should be noted that the mixed dynamics is often observed in applications, see e.g. [2, 3]. Relevant examples will also be considered in the lecture.

REFERENCES

- 1. Gonchenko S.V., Turaev D. On three types of dynamics and notion of attractora. *Proc. Steklov Inst. Math.* 2017;308: 125-140.
- 2. Gonchenko A.S., Gonchenko S.V., Kazakov A.O. Richness of chaotic dynamics in nonholonomic models of a Celtic stone. *Regular and Chaotic Dynamics*. 2013;18: 521–538.
- 3. Gonchenko A.S., Gonchenko S.V., Kazakov A.O., Turaev D.V. On the phenomenon of mixed dynamics in Pikovsky-Topaj system of coupled rotators. *Physica D*. 2017;350: 45–57.

ПРОСТРАНСТВЕННО НЕОДНОРОДНЫЕ СТРУКТУРЫ И САМООРГАНИЗАЦИЯ ОДНОГО КЛАССА РАСПРЕДЕЛЕННЫХ БИОФИЗИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

Горюнов В. Е.^{1,а}

 1 Ярославский государственный университет имени П. Г. Демидова, г. Ярославль, Российская Федерация a salkar@ya.ru

Ключевые слова: запаздывание, самоорганизация, численный анализ, аттрактор. Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 18-29-10055).

Рассматривается задача поиска устойчивых сосуществующих режимов модели, описывающей динамику изменения плотности популяции в плоской области:

$$\dot{N} = D\Delta N + r \left[1 - N_{t-1} \right] N, \qquad \frac{\partial N}{\partial \nu} \bigg|_{\partial \Omega} = 0, \tag{1}$$

где $N \equiv N(t,x)$ — плотность популяции в момент времени t в точке x выпуклой плоской области $\Omega \subset \mathbb{R}^2$ с гладкой границей $\partial \Omega$ и mes $\Omega = 1$, Δ — оператор Лапласа, D — коэффициент диффузии, r — мальтузианский коэффициент линейного роста, $N_{t-1} \equiv N(t-1,x)$, ν — направление внешней нормали к границе $\partial \Omega$.

Система (1) относительно просто исследуется асимптотическими методами при r = $\pi/2+\varepsilon$ и $D=\varepsilon d$, где ε — положительный малый параметр. В этом случае удается доказать бифуркационную теорему о фазовых перестройках при критическом значении коэффициента диффузии d_* (см. [1]), при котором пространственно однородный режим теряет устойчивость и от него ответвляются пространственно неоднородные режимы, наследующие его качественные характеристики. Случай бо́льших значений коэффициента r и меньших значений параметра диффузии D аналитически рассмотреть не удается, поэтому для r=3 и различных значений D был выполнен обширный численный эксперимент, целью которого был поиск сосуществующих пространственно неоднородных структур. На его основе был сделан вывод о существовании у краевой задачи решений двух типов, первый из которых наследует свойства однородного решения, а второй, названный режимом самоорганизации, более сложно распределен по пространству и имеет существенно более предпочтительные с точки зрения популяционной динамики свойства. В результате численного эксперимента обнаружены три типа устойчивых режимов с эффектом самоорганизации при близких к критическим значениях диффузионного параметра. Исследованы эволюции некоторых полученных аттракторов при изменении параметра диффузии, в том числе рассмотрен переход режимов вихревой структуры в режимы классических спиральных волн. При малых значениях диффузии (см., например, [2]) изучены некоторые режимы со сложной структурой, в том числе спиральные волны с тремя фронтами. Детально описан процесс генерации сложного режима, основанного на множестве согласованных спиральных волн. Показано наличие в задаче явления мультистабильности.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Glyzin S., Goryunov V., Kolesov A. Spatially inhomogeneous modes of logistic differential equation with delay and small diffusion in a flat area. *Lobachevskii Journal of Mathematics*. 2017;38(5):898–905. DOI: 10.1134/S1995080217050110.
- 2. Глызин С. Д., Колесов А. Ю., Розов Н. Х. Диффузионный хаос и его инвариантные числовые характеристики. $TM\Phi$. 2020;203(1):10–25. DOI: $10.4213/{\rm tmf9824}$.

SPATIALLY INHOMOGENEOUS STRUCTURES AND SELF-ORGANIZATION OF ONE CLASS OF DISTRIBUTED BIOPHYSICAL MODELS

Goryunov V. E.^{1,a}

¹ P. G. Demidov Yaroslavl State University, Yaroslavl, Russian Federation ^a salkar@ya.ru

Keywords: delay, self-organization, numerical analysis, attractor.

This research was supported by the Russian Foundation for Basic Research (Grant No. 18-29-10055).

We consider the problem of search for stable coexisting modes of a model that describes the dynamics of population density variation in a flat region

$$\dot{N} = D\Delta N + r \left[1 - N_{t-1} \right] N, \qquad \frac{\partial N}{\partial \nu} \bigg|_{\partial \Omega} = 0.$$
 (1)

Here $N \equiv N(t,x)$ is a population density at time t and point x of convex flat area $\Omega \subset \mathbb{R}^2$ with smooth border $\partial\Omega$ and mes $\Omega = 1$, Δ is a Laplace operator, D is a diffusion coefficient, r is a

Malthusian coefficient of linear growth, $N_{t-1} \equiv N(t-1,x)$. The equation is accompanied by Neumann boundary conditions, and ν is a direction of the outer normal to the border $\partial\Omega$.

We can study the system (1) relatively easy using asymptotic methods at $r = \pi/2 + \varepsilon$ and $D = \varepsilon d$, where ε is a positive small parameter. In this case, it is possible to prove the bifurcation theorem on phase rearrangements at a critical value of the diffusion coefficient d_* (see [1]), at which the spatially homogeneous mode loses its stability and spatially inhomogeneous modes branch off from it, inheriting its qualitative characteristics. The case of larger values of the coefficient r and smaller values of the diffusion parameter D cannot be analyzed analytically. Therefore, an extensive numerical experiment was carried out at r=3 and different values of D, the purpose of which was a search for coexisting spatially inhomogeneous structures. On its basis, it was concluded that the boundary value problem (1) has solutions of two types, the first of which inherits the properties of a homogeneous solution, and the second, called the self-organization mode, is more complexly distributed over space and has properties that are significantly more preferable in terms of population dynamics. As a result of a numerical experiment, three types of stable modes with the effect of self-organization were found at values of the diffusion parameter, close to critical. The evolution of some obtained attractors at changing of diffusion parameter was researched, including the transition of the vortex structure modes to the classical spiral waves. Some modes with a complex structure were studied at low diffusion values (see, for example, [2]), including spiral waves with three fronts. It is described in detail the process of generating a complex mode based on a set of synchronized spiral waves. The presence of the multistability phenomenon is shown in the problem.

REFERENCES

- 1. Glyzin S., Goryunov V., Kolesov A. Spatially inhomogeneous modes of logistic differential equation with delay and small diffusion in a flat area. *Lobachevskii Journal of Mathematics*. 2017;38(5):898–905. DOI: 10.1134/S1995080217050110.
- 2. Glyzin S. D., Kolesov A. Yu., Rozov N. Ch. Diffusion chaos and its invariant numerical characteristics. *Theoretical and Mathematical Physics*. 2020;203(1):443–456. DOI: 10.1134/S0040577920040029.

УСТОЙЧИВОСТЬ НУЛЕВОГО РЕШЕНИЯ ОДНОЙ ПАРАБОЛИЧЕСКОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ С ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ ВНУТРЕННЕЙ СВЯЗЬЮ

Ивановский Л. И. 1,a

 1 Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова, г. Ярославль, $Poccuйская \ \Phi e depayus \\ ^a \ leon 19 unknown @gmail.com$

Kлючевые слова: параболическая краевая задача, нулевое состояние равновесия, потеря устойчивости, бифуркации.

Работа поддержана грантом РФФИ № 18-29-10055.

Рассмотрим параболическую краевую задачу

$$\dot{u} = u'' + \gamma u - u^3,\tag{1}$$

с дополнительной внутренней связью во втором краевом условии

$$u'(0,t) = 0, u'(1,t) = \alpha u(x_0,t),$$
 (2)

где функция u(x,t) — гладкая при $t\geq 0$ и $x\in [0,1]$, параметры $\alpha,\gamma\in\mathbb{R}$, а величина $x_0\in [0,1)$. Для задачи (1), (2) можно выделить два способа потери устойчивости нулевого состояния равновесия — дивергентный, когда в спектре устойчивости появляется нулевое значение, и колебательный, соответствующий случаю перехода пары комплексно сопряженных собственных значений из левой комплексной полуплоскости на мнимую ось. Задача исследования состояла в изучении характера потери устойчивости нулевого решения краевой задачи (1), (2), а именно в поиске критических значений параметров α, γ и x_0 и получении асимптотических формул для режимов, ответвляющихся от нулевого состояния равновесия.

Поскольку получить нужные критические значения параметров с использованием одного лишь аналитического аппарата довольно затруднительно, исследование осуществлялось численно. В результате были найдены критические значения параметров α , γ и x_0 , при которых происходят различные бифуркации нулевого состояния равновесия краевой задачи (1), (2). При значениях параметра α , близких к критическим, была построена нормальная форма и на ее основе были определены условия появления пространственно неоднородных устойчивых состояний равновесия в одном случае и циклов в другом.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Глызин С. Д., Колесов А. Ю., Розов Н. Х. Диффузионный хаос и его инвариантные числовые характеристики. $TM\Phi$. 2020;203(1):10–25. DOI: https://doi.org/10.4213/tmf9824.
- 2. Ивановский Л. И. Динамика одной системы диффузионно связанных дифференциальных уравнений с дополнительной внутренней связью. Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Физико-математические науки. 2020;3(55):15–30. DOI: 10.21685/2072-3040-2020-3-2.

STABILITY OF THE ZERO SOLUTION IN ONE PARABOLIC BOUNDARY-VALUE PROBLEM WITH AN AUXILIARY INTERNAL CONNECTION

Ivanovskii L. I.^{1,a}

¹ P.G. Demidov Yaroslavl State University, Yaroslavl, Russian Federation ^a leon19unknown@gmail.com

Keywords: parabolic boundary-value problem, zero balance state, stability loss, bifurcations. This study is supported by RFBR grant 18-29-10055.

Let us consider one parabolic boundary-value problem

$$\dot{u} = u'' + \gamma u - u^3,\tag{1}$$

with an auxiliary internal connection in the second edge condition

$$u'(0,t) = 0, u'(1,t) = \alpha u(x_0,t),$$
 (2)

where function u(x,t) is smooth for $t \geq 0$, $x \in [0,1]$, parameters $\alpha, \gamma \in \mathbb{R}$ and $x_0 \in [0,1)$. For the zero solution of boundary-value problem (1), (2) there are two ways of stability loss: divergent, when a zero appears in the stability spectrum of zero balance state, and oscillating, when a pair of complex conjugate eigenvalues have moved from the left complex half plane to the imaginary axis. Our task was to find critical values of parameters α , γ and x_0 and develop asymptotic formulae for regimes derived from the zero balance state.

Since it is rather difficult to obtain required critical values of the parameters by means of analytical methods, the numerical research was carried out. As a result of numerical research, there were given critical values of parameters α , γ and x_0 , when different bifurcations of the zero balance state of boundary-value problem (1), (2) occur. For various values of parameter α close to critical, the normal form was constructed and using it there were received the conditions for the appearance of spatially inhomogeneous balance states and cycles.

REFERENCES

- 1. Glyzin S. D., Kolesov A. Yu., Rozov N. Kh. Diffusion chaos and its invariant numerical characteristics *Theoret. and Math. Phys.* 202;203(1): 443–456. DOI: https://doi.org/10.4213/tmf9824.
- 2. Ivanovskiy L. I. Dynamics of one system of diffusionally coupled differential equations with auxiliary internal connection *University proceedings. Volga region. Physical and mathematical sciences* 2020;3(55):15–30. (In Russ.) DOI: 10.21685/2072-3040-2020-3-2.

DYNAMICS OF ONE SINGULARLY PERTURBED MODEL OF THREE COUPLED OSCILLATORS

Kashchenko A. A.^{1,a}

¹ P.G. Demidov Yaroslavl State University, Yaroslavl, Russian Federation ^a a.kashchenko@uniyar.ac.ru

Keywords: differential equations with delay, relaxation modes, large parameter.

This study was supported by the President of Russian Federation grant No MK-1028.2020.1.

Consider a mathematical model of three coupled oscillators [1] with the nonlinear delayed feedback

$$\begin{cases}
\dot{u}_j + u_j = \lambda F(u_j(t-T)) + \gamma (u_{j-1} - 2u_j + u_{j+1}), & (j = 1, \dots, 3) \\
u_0 \equiv u_3, & u_4 \equiv u_1,
\end{cases}$$
(1)

Here u_j , (j = 1,2,3) are scalar variables, parameters λ and T positive, γ iz non-zero, sign-changing nonlinear smooth function F is compactly supported: it is equal to zero outside the segment [-p,p] (where p is some positive constant).

We are interested in nonlinear dynamics of this model under assumption that parameter λ is large enough. We study asymptotics at $\lambda \to +\infty$ of solutions of this model with initial conditions from special set S from the phase space $C([-T,0]; \mathbb{R}^3)$ in the cases of positive coupling $(\gamma > 0)$ and negative coupling $(\gamma < 0)$.

In the case of positive coupling we prove that under some non-degeneracy conditions there exists time moment after that the leading parts of asymptotics of all oscillators coincide and we may interpret this as synchronization of oscillators.

In the case $\gamma < -\frac{1}{3}$ there exists solutions tending to infinity at $t \to +\infty$. And in the case $-\frac{1}{3} < \gamma < 0$ we find the main part of operator of translation along trajectories in the terms of three-dimensional mapping on parameters from the set of initial conditions. We study its dynamics and find conditions of existing in initial system (1) relaxation periodic solutions and non-regular relaxation solutions.

REFERENCES

1. Kilias T. et al. Electronic chaos generators – design and applications. *International journal of electronics*. 1995;79(6):737-753.

БЕСКОНЕЧНЫЙ ПРОЦЕСС ПРЯМЫХ И ОБРАТНЫХ БИФУРКАЦИЙ В СИСТЕМАХ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ

Кащенко И. С. 1,a

 1 Ярославский государственный университет им. П. Г. Демидова, г. Ярославль, Российская Федерация a iliyask@uniyar.ac.ru

Ключевые слова: бифуркации, запаздывание, асимптотика.

Работа поддержана грантом РФФИ № 18-29-10043.

Работа посвящена бесконечному процессу прямых и обратных бифуркаций в сингулярно возмущенных динамических системах при стремлении малого параметра к нулю.

Рассмотрим сингулярно возмущенную систему дифференциальных уравнеий с запаздыванием

$$\dot{x} = f(x(t), x(t - T_1), \dots, x(t - T_m)) \quad (x \in \mathbb{R}^n),$$

Главное предположение состоит в том, что задача является сингулярно возмущенной, будем считать, что $T_1 \gg 1$. Отметим, что больше одного запаздывания одновременно может быть большим, с одним и тем же или различными порядками. Изучим поведение решений в окрестности состояния равновесия в критическом (бифуркационном) случае. В этой ситуации спектр соответствующего линейного оператора содержит бесконечно много точек сколь угодно близко к мнимой оси.

Показано, что при выполнении ряд условий при стремлении малого параметра к нулю динамика исходной системы меняется бесконечное количество раз. Например, это может происходить в результате супер- и суб-критических бифуркаций Андронова-Хопфа [1]. В частности, это означает, что сколь угодно малое изменение параметров может вызвать качественное изменение в динамике системы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Kashchenko I. S., Kaschenko S. A. Infinite Process of Forward and Backward Bifurcations in the Logistic Equation with Two Delays. *Nonlinear Phenomena in Complex Systems*. 2019; 22(4):407-412.

ENDLESS PROCESS OF DIRECT AND INVERSE BIFURCATIONS IN DELAY DYNAMICS SYSTEMS

Kashchenko I. S.^{1,a}

¹ P. G. Demidov Yaroslavl State University, Yaroslavl, Russian Federation ^a iliyask@uniyar.ac.ru

Keywords: bifurcations, delay, asymptotics.

This study is supported by RFBR grants 18-29-10043.

The talk is devoted to phenomenon of endless process of direct and inverse bifurcations in singular perturbed dynamical system as the small parameter tends to zero.

Consider a singular perturbed delay differential equation

$$\dot{x} = f(x(t), x(t - T_1), \dots, x(t - T_m)) \quad (x \in \mathbb{R}^n),$$

It may be DDE with sufficiently large delay (or multiple delays) or DDE with small multiplier at the derivative (or derivatives). Let's study its dynamics in the neighborhood of critical (bifurcation) point. In this case the spectrum of the corresponding linear operator contains infinitely many points near imaginary axis.

Main assumption of the work is that considered system is singular perturbed, so let $T_1 \gg 1$. Note that more than one delay at once can be large, with same or different orders. Let's study its dynamics in the neighborhood of critical (bifurcation) point. In this case the spectrum of the corresponding linear operator contains infinitely many points near imaginary axis.

It will be shown that under some conditions considered equation cannot have the same dynamical properties for all sufficiently small values of parameter. On the contrary, as small parameter tends to zero, the dynamics of this equation changes infinitely many times. For example, it may be result of super and subcritical Andronov-Hopf bifurcations [1]. It means that very small changes of parameter lead to qualitative changes in dynamics.

REFERENCES

1. Kashchenko I., Kaschenko S. Infinite Process of Forward and Backward Bifurcations in the Logistic Equation with Two Delays // Nonlinear Phenomena in Complex Systems, vol. 22, no. 4 (2019), pp. 407–412.

A SHILNIKOV TYPE BIFURCATION FOR A HAMILTONIAN SYSTEM

Lerman L. M.^{1,2}

¹Research University Higher School of Economics, Nizhny Novgorod, Russian Federation ²Lobachevsky Research State University of Nizhny Novgorod, Russian Federation lermanl@mm.unn.ru

Keywords: saddle-saddle, double zero eigenvalue, Hamiltonian, homoclinic orbit, hyperbolic set.

We acknowledge a financial support of Ministry of Science and Higher Education of Russian Federation (Project 0729-2020-0036).

In 1969 L.P. Shilnikov [1] discovered new bifurcation where there is a transition from simple to complicated dynamics through one co-dimension one bifurcation. Such transition now is called "homoclinic explosion". Here we study a similar problem in a Hamiltonian setting.

Let on a smooth symplectic four-dimensional manifold M a two-degrees-of-freedom Hamiltonian system with a Hamiltonian H be given having a degenerate equilibrium $p \in M$ with two real eigenvalues $\pm \lambda \neq 0$ and a non-semi-simple double eigenvalue zero. By the center manifold theorem, there is a two dimensional smooth invariant symplectic center manifold W^c through p which corresponds to the double zero eigenvalue. The restriction of X_H on W^c gives a one-degree-of-freedom Hamiltonian system with the degenerate equilibrium at p of a cusp type. The orbit behavior of this vector field on W^c depends on some coefficient of the normal form, for a co-dimension 1 case $h = H|_{W^c}$ can be transformed by a symplectic change of variables to the form $h = y^2/2 + ax^3 + \cdots$, $a \neq 0$.

Theorem. The local stable (unstable) set $W^s(p)$ ($W^u(p)$) of such the equilibrium is diffeomorphic to the plane semi-disk $x^2 + y^2 < \rho$, $x \ge 0$ in \mathbb{R}^2 . Its boundary segment x = 0 corresponds to the strong stable (unstable) smooth curve, all other orbits approach to p with the same tangent being the eigen-line of zeroth eigenvalue.

Both sets $W^s(p)$, $W^u(p)$ belong to the same critical level of the Hamiltonian H = H(p). We assume the existence of several homoclinic orbits to p, Γ_i , $i = 1, \ldots, k \ge 2$, being the transverse

intersection of extended $W^u(p)$ and $W^s(p)$ within the critical level. Further we consider a generic one-parameter unfolding H_{μ} of the critical Hamiltonian and assume the equilibrium p disappears for $\mu < 0$ and splits into a saddle and a center on W^c_{μ} for $\mu > 0$.

Theorem. For $\mu > 0$ the system has a smooth invariant symplectic two-dimensional center manifold W^c_{μ} being normally hyperbolic. This manifold contains an equilibrium p_h being a saddle in M with k+1 transverse homoclinic orbits, one of which belongs to W^c_{μ} . This latter homoclinic orbit in W^c_{μ} encloses a disk filled with periodic orbits around another equilibrium p_c being a saddle-center in M. Neighboring to the saddle levels of H_{μ} contain a hyperbolic set generated by k+1 saddle periodic orbits arising from homoclinic ones.

For $\mu < 0$ the system has k hyperbolic periodic orbits close to the bunch $\cup_i^k \Gamma_i$. These k periodic orbits make up the base of a hyperbolic set G_{μ} whose dynamics is described by a suspension over Bernoulli scheme with k symbols.

REFERENCES

1. L.P. Shilnikov, On a new type bifurcation of multi-dimensional dynamical systems, USSR Doklady: Mathematics, v.189 (1969), No.1, 59-62.

ДИНАМИКА УРАВНЕНИЯ КАНА-ХИЛЛАРДА

Плышевская С. П.

Крымский федеральный университет имени В.И. Вернадского, г. Симферополь, Российская Федерация splyshevskaya@mail.ru

Ключевые слова: нелинейная динамика, бифуркация, нормальные формы.

Исследование кинетики расслоения в бинарных смесях с заданной концентрацией компонентов является одной из актуальных задач физики конденсированного состояния.

Уравнение Кана — Хилларда [1] — это одна из моделей, которая используется при изучении спонтанного разделения фаз (бинарного) вещества (сплава), где неизвестная функция является относительной концентрацией компоненты вещества.

Исследуется обобщенное уравнение Кана — Хилларда

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[\alpha \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \lambda \frac{\partial u}{\partial x} + u + bu^2 - u^3 \right]. \tag{1}$$

Вместе с (1) будем рассматривать периодические краевые условия

$$u(t,x+2\pi) \equiv u(t,x). \tag{2}$$

В (1) произведем замену: u(t,x) = v(t,x) + c. В результате получим краевую задачу

$$\frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[\alpha \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \lambda \frac{\partial v}{\partial x} + \beta v + \gamma v^2 - v^3 \right],\tag{3}$$

$$v(t, x + 2\pi) \equiv v(t, x),\tag{4}$$

где $\beta = 1 + 2b - 3c^2, \; \gamma = b - 3c.$ Важно отметить, что из условия

$$M(v(t_0,x)) \equiv \frac{1}{2\pi} \int_{0}^{2\pi} v(t_0,x) dx = 0$$

следует выполнение при всех $t > t_0$ условия

$$M(v(t,x)) = 0. (5)$$

Таким образом, множество всех решений (1), (2), для которых M(u(t,x)) = c, является инвариантным интегральным многообразием. Отсюда вытекает корректность постановки следующей задачи: исследование локальной — в окрестности нулевого состояния равновесия — динамики всего семейства, зависящего от параметра c, краевых задач (3), (4) при дополнительном условии (5). Отметим, что краевые задачи (1) и (2) изучались в [2].

Для обобщенного уравнения Кана — Хилларда показано, что в некоторой области фазового пространства его локальная динамика описывается с помощью бифуркации Андронова — Хопфа. Приведена соответствующая нормальная форма, которая определяет поведение решений в этой области фазового пространства.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Cahn J. W., Hilliard J. E. Free energy of a nonuniform system. I. Interfacial free energy. *J. Chem. Phis.* 1958; 28:258-267.
- 2. Кащенко С.А. Бифуркации в уравнении Курамото Сивашинского. *Теоретическая и математическая физика*. 2017; 192(1):23-40. DOI: 10.4213/tmf9195.

LOCAL DYNAMICS OF CAHN-HILLIARD EQUATION

Plyshevskaya S. P.

V.I. Vernadsky Crimean Federal University, Simferopol, Russian Federation splyshevskaya@mail.ru

Keywords: nonlinear dynamics, bifurcation, asymptotic presentation.

The study of kinetics of fibering in binary mixtures with fixed concentration of components is one of the up to date objectives of condensed state physics. Cahn-Hilliard equation [1] is one of the models used while studying spontaneous phase separation (binary) of a substance (an alloy), where the unknown function is a relative concentration of a substance component.

We study the generalized Cahn-Hilliard equation

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[\alpha \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \lambda \frac{\partial u}{\partial x} + u + bu^2 - u^3 \right]. \tag{1}$$

Together with (1) we study periodic edge conditions of

$$u(t,x+2\pi) \equiv u(t,x). \tag{2}$$

In (1) we perform the substitution: u(t,x) = v(t,x) + c.

As a result we obtain the boundary-value problem

$$\frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[\alpha \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \lambda \frac{\partial v}{\partial x} + \beta v + \gamma v^2 - v^3 \right],\tag{3}$$

$$v(t,x+2\pi) \equiv v(t,x),\tag{4}$$

where $\beta = 1 + 2bc - 3c^2$, $\gamma = b - 3c$. It is important to note that the condition

$$M(v(t_0,x)) \equiv \frac{1}{2\pi} \int_{0}^{2\pi} v(t_0,x) dx = 0$$

at all $t > t_0$ leads to the fact that the condition

$$M(v(t,x)) = 0 (5)$$

holds.

Thus, the set of all solutions of (1), (2), for which M(u(t,x)) = c, is an invariant integral manifold. It leads to correctness of setting the following problem: the study of local - in zero balance-state neighborhood - dynamics of the whole family, depending on the parameter c, of the boundary-value problems (3), (4) under the side condition (5). Note that the boundary-value problems (1) and (2) were studied in [2].

For the generalized Cahn-Hilliard equation it is shown that in some domain of the phase field its local dynamics is described with the help of Andronov-Hopf bifurcation. The appropriate normal form is given which defines the behavior of the solution in this domain of the phase field.

REFERENCES

- 1. Cahn J. W., Hilliard J. E. Free Energy of a Nonuniform System. I. Interfacial Energy. *J. Chem. Phis.* 1958; 29:258-267.
- 2. Kashchenko S.A. Bifurcations in Kuramoto-Sivashinsky Equations. *Theoret. and Math. Phys.* 2017; 192(1):23-40. (In Russ.) DOI: 10.4213/tmf9195.

ДИСКРЕТНЫЕ БЕГУЩИЕ ВОЛНЫ В КОЛЬЦЕВОЙ ЦЕПИ ГЕНЕРАТОРОВ ТИПА МЭКИ—ГЛАССА С ДВУМЯ ЗАПАЗДЫВАНИЯМИ

Преображенская М. $M.^{1,a}$

¹ Ярославский государственный университет им. П. Г. Демидова, Центр интегрируемых систем, г. Ярославль, Российская Федерация ^a rita.preo@gmail.com

Ключевые слова: система дифференциально-разностных уравнений, генераторы типа Мэки–Гласса, дискретная бегущая волна.

Работа поддержана грантом Президента РФ № МК-1190.2020.1

В настоящей работе предложена модель кольцевой цепочки m генераторов, которая является релейным аналогом цепи [1] генераторов Мэки–Гласса [2]

$$\frac{dV_j}{dt} = -bV_j + \frac{ac(V_j(t-\tau_1) + V_{j-1}(t-\tau_2))}{1 + (c(V_j(t-\tau_1) + V_{j-1}(t-\tau_2)))^{\gamma}}, \quad V_0 \equiv V_m, \quad j = 1, \dots, m.$$
 (1)

Здесь $V_j(t)$ — напряжения в электронной цепи Мэки-Гласса, a>0 — уровень насыщения нелинейной функции, b>0 — RC-постоянная, $\tau_i>0, i=1,2$ — запаздывания по времени, параметр $\gamma>0$ определяет форму нелинейной функции, c>0 — сила обратной связи. В данной модели каждый из генераторов описывается уравнением Мэки-Гласса [3]

$$\frac{dV_j}{dt} = -bV_j + \frac{acV_j(t - \tau_1)}{1 + c(V_j(t - \tau_1))^{\gamma}}.$$

Предположим, что $\gamma\gg 1$ — большой параметр и введем обозначение для функции, предельной к $\frac{1}{1+u^{\gamma}}$ при $\gamma\to +\infty$:

$$F(u) \stackrel{\text{def}}{=} \lim_{\gamma \to +\infty} \frac{1}{1 + u^{\gamma}} = \begin{cases} 1, & 0 < u < 1 \\ \frac{1}{2}, & u = 1, \\ 0, & u > 1. \end{cases}$$

Переходя в (1) к пределу при $\gamma \to +\infty$ и сокращая число параметров в системе (1) за счет перенормировки времени $t \mapsto \tau_1 t$ и замен $u_j(t) \stackrel{\text{def}}{=} cV_j(\tau_1 t)$, $\alpha \stackrel{\text{def}}{=} ac\tau_1$, $\beta \stackrel{\text{def}}{=} b\tau_1$, $\tau \stackrel{\text{def}}{=} \tau_2/\tau_1$ перейдем к системе

$$\dot{u}_i = -\beta u_i + \alpha (u_i(t-1) + u_{i-1}(t-\tau)) F(u_i(t-1) + u_{i-1}(t-\tau)), \quad u_0 \equiv u_m, \quad j = 1, \dots, m,$$
 (2)

которая является центральным объектом исследования.

Для релейной системы (2) удается доказать существование периодического решения в виде дискретных бегущих волн, то есть такого решения, все m компонент которого (описывающие m генераторов) представлены одной и той же периодической функцией с фазовым смещением друг относительно друга.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Sano S., Uchida A., Yoshimori S., and Roy R. Dual synchronization of chaos in Mackey-Glass electronic circuits with time-delayed feedback *Phys. Rev. E.* 2007;75:016207. DOI: 10.1103/PhysRevE.75.016207
- 2. Преображенская М. М. Релейная модель Мэки–Гласса с двумя запаздываниями $TM\Phi$ 2020;203(1):106–118. DOI: https://doi.org/10.4213/tmf9819
- 3. Mackey M. C. and Glass L. Oscillation and chaos in physiological control systems *Science* 1977;197(4300):287-289. https://www.medicine.mcgill.ca/physio/glasslab/pub_pdf/oscillation_1977.pdf

DISCRETE TRAVELING WAVES IN A RING OF MACKEY-GLASS-TYPE GENERATORS WITH TWO DELAYS

Preobrazhenskaia M. M.^{1,a}

¹ Yaroslavl State University, Center of Integrable Systems, Yaroslavl, Russian Federation ^a rita.preo@qmail.com

Keywords: system of differential-difference equations, Mackey–Glass type generators, discrete traveling wave.

This study is supported by the grant of President of Russian Federation No. MK-1190.2020.1.

In this paper, the model of a ring chain of m generators is proposed. This model is a relay analogue of the curcuit [1] of Mackey-Glass generators [2]

$$\frac{dV_j}{dt} = -bV_j + \frac{ac(V_j(t-\tau_1) + V_{j-1}(t-\tau_2))}{1 + (c(V_j(t-\tau_1) + V_{j-1}(t-\tau_2)))^{\gamma}}, \quad V_0 \equiv V_m, \quad j = 1, \dots, m.$$
 (1)

Here $V_j(t)$ is the voltage in the Mackey–Glass electronic circuit, a>0 is the saturation level of the nonlinear function, b>0 is RC-constant, $\tau_i>0, i=1,2$ — time delays, the parameter $\gamma>0$ defines the form of the nonlinear function, c>0 — feedback strength. In this model, each of the generators is described by the Mackey–Glass equation [3]

$$\frac{dV_j}{dt} = -bV_j + \frac{acV_j(t-\tau_1)}{1 + c(V_j(t-\tau_1))^{\gamma}}.$$

Suppose $\gamma \gg 1$ is a large parameter and introduce a notation for the limit function to $\frac{1}{1+u^{\gamma}}$ for $\gamma \to +\infty$:

$$F(u) \stackrel{\text{def}}{=} \lim_{\gamma \to +\infty} \frac{1}{1 + u^{\gamma}} = \begin{cases} 1, & 0 < u < 1 \\ \frac{1}{2}, & u = 1, \\ 0, & u > 1. \end{cases}$$

Passing in (1) to the limit at $\gamma \to +\infty$ and reducing the number of parameters in the system (1) by renormalizing the time $t \mapsto \tau_1 t$ and replacing $u_j(t) \stackrel{\text{def}}{=} cV_j(\tau_1 t)$, $\alpha \stackrel{\text{def}}{=} ac\tau_1$, $\beta \stackrel{\text{def}}{=} b\tau_1$, $\tau \stackrel{\text{def}}{=} \tau_2/\tau_1$ we obtain the system

$$\dot{u}_j = -\beta u_j + \alpha (u_j(t-1) + u_{j-1}(t-\tau)) F(u_j(t-1) + u_{j-1}(t-\tau)), \quad u_0 \equiv u_m, \quad j = 1, \dots, m, \quad (2)$$

which is the central object of research.

For the relay system (2), it is possible to prove the existence of a periodic solution in the form of discrete traveling waves, that is such a solution all m components of which (describing m generators) are represented by the same periodic function with a phase shift.

REFERENCES

- 1. Sano S., Uchida A., Yoshimori S., and Roy R. Dual synchronization of chaos in Mackey-Glass electronic circuits with time-delayed feedback *Phys. Rev. E.* 2007;75:016207. DOI: 10.1103/PhysRevE.75.016207
- 2. Preobrazhenskaia Μ. relay Mackey—Glass model with de-Α two TheoreticalandMathematical*Physics* 2020;203(1):524-534. DOI: https://doi.org/10.1134/S004057792004008X
- 3. Mackey M. C. and Glass L. Oscillation and chaos in physiological control systems *Science* 1977;197(4300):287-289. https://www.medicine.mcgill.ca/physio/glasslab/pub_pdf/oscillation_1977.pdf

ОБ ОДНОМ СЕМЕЙСТВЕ РАЗНОСТНЫХ АППРОКСИМАЦИЙ ЛОГИСТИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ

Толбей А. $O.^{1,a}$

¹ Центр интегрируемых систем, Ярославский государственный университет им. П. Г. Демидова, г. Ярославль, Российская Федерация
^a a.tolbey@uniyar.ac.ru

Ключевые слова: логистическое уравнение с запаздыванием, отображение, бифурка-

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 18-29-10043.

В работе рассматривается семейство отображений, построеннное для логистического уравнения с запаздыванием или уравнения Хатчинсона

$$\frac{du}{dt} = r[1 - u(t-1)]u. \tag{1}$$

Здесь неотрицательная функция u(t) моделирует нормированную плотность численности популяции, положительный параметр r характеризует скорость ее роста, а запаздывание в правой части - возрастную структуру популяции.

Переход от уравнения (1) к разностному уравнению выполняется заменой производной по времени на разделенную «центральную» разность $\frac{u(t+1/k)-u(t-1/k)}{2/k}$. Полагая $t=n/k, n \in \mathbb{Z}$ и обозначая $u_n=u(n/k)$, приходим к разностному уравнению порядка k+1

$$u_{n+1} = u_{n-1} + \frac{2r}{k} (1 - u_{n-k}) u_n, \quad n \geqslant 0.$$
 (2)

Разностное уравнение (2) приближает решения уравнения (1) и при уменьшении шага по времени точность вычислений растет. Вместе с тем, ничто не гарантирует сохранение у отображения (2) тех же динамических свойств, что и у уравнения (1). В частности, при $r=\pi/2+\varepsilon$, где $0<\varepsilon\ll 1$ в уравнении (1) происходит бифуркация Андронова–Хопфа и от единичного состояния равновесия ответвляется устойчивый цикл. В случае отображений рождению цикла соответствует рождение устойчивой инвариантной кривой (см.[1, 2, 3]), и происходит так называемая бифуркация Неймарка–Сакера. Показано, что в разностной схеме (2) потеря устойчивости единичного состояния равновесия не приводит к рождению устойчивой инвариантной кривой. Тем самым, динамические свойства схемы (2) и уравнения (1) оказываются принципиально различными. Интересно отметить, что данное свойство отображения (2) обусловлено тем, что производная в левой части уравнения (1) приближается центральной разделенной разностью. Следовательно, при выборе разностной схемы, моделирующей динамику уравнения Хатчинсона, не всегда удается получить разностное уравнение, сохраняющее динамические свойства исходной задачи.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Glyzin, S.D., Kashchenko, S.A. "Finite-Dimensional Mappings Describing the Dynamics of a Logistic Equation with Delay", *Doklady Mathematics*, vol. 100, no. 1, pp. 380–384, 2019.
- 2. Glyzin, S.D., Kashchenko, S.A. "A family of finite-dimensional mappings induced by a logistic equation with delay", *Mathematical modeling*, vol. 32, no. 3, pp. 19–46, 2020.
- 3. Glyzin, S.D., Kolesov, A.Yu., Rozov, N.Kh. "Finite-dimensional models of diffusion chaos", Comput. Math. and Math. Phys., vol. 50, pp. 816–830, 2010.

ON A FAMILY OF DIFFERENCE APPROXIMATIONS OF THE LOGISTIC EQUATION WITH DELAY

Tolbey A. $O.^{1,a}$

¹ Centre of Integrable systems, P.G. Demidov Yaroslavl State University, Yaroslavl, Russian Federation ^a a.tolbey@uniyar.ac.ru

Keywords: logistic equation with delay, mapping, bifurcation.

This study is supported by the Russian Foundation for Basic Research (project no. 18-29-10043).

In this paper, we consider a family of maps constructed for the logistic equation with delay or the Hutchinson equation

$$\frac{du}{dt} = r[1 - u(t-1)]u. \tag{1}$$

Here, the non-negative function u(t) models the normalized population density, the positive parameter r characterizes its growth rate, and the lag in the right part-the age structure of the population. The transition from the equation (1) to the difference equation is performed by replacing the time derivative with the divided one "central" the difference $\frac{u(t+1/k)-u(t-1/k)}{2/k}$.

Assuming t = n/k, $n \in \mathbb{Z}$ and denoting $u_n = u(n/k)$, we arrive at a difference equation of the order k + 1

 $u_{n+1} = u_{n-1} + \frac{2r}{k} (1 - u_{n-k}) u_n, \quad n \geqslant 0.$ (2)

The difference equation (2) approximates the solutions of the equation (1) and as the time step decreases, the accuracy of the calculations increases. However, nothing guarantees that the map (2) retains the same dynamic properties as the equation (1). In particular, for $r=\pi/2+\varepsilon$, where $0<\varepsilon\ll 1$ in the equation (1), an Andronov–Hopf bifurcation occurs and a stable cycle branches off from the unit state of equilibrium. In the case of maps, the birth of a cycle corresponds to the birth of a stable invariant curve ([1, 2, 3]), and the so–called Neumark-Saker bifurcation occurs. It is shown that in the difference scheme (2) the loss of stability of a single equilibrium state does not lead to the creation of a stable invariant curve. Thus, the dynamic properties of the scheme (2) and the equations (1) are fundamentally different. It is interesting to note that this mapping property (2) is due to the fact that the derivative on the left side of the equation (1) is approximated by the central divided difference. Therefore, when choosing a difference scheme that simulates the dynamics of the Hutchinson equation, it is not always possible to obtain a difference equation that preserves the dynamic properties of the original problem.

REFERENCES

- 1. Glyzin, S.D., Kashchenko, S.A. "Finite-Dimensional Mappings Describing the Dynamics of a Logistic Equation with Delay", *Doklady Mathematics*, vol. 100, no. 1, pp. 380–384, 2019.
- 2. Glyzin, S.D., Kashchenko, S.A. "A family of finite-dimensional mappings induced by a logistic equation with delay", *Mathematical modeling*, vol. 32, no. 3, pp. 19–46, 2020.
- 3. Glyzin, S.D., Kolesov, A.Yu., Rozov, N.Kh. "Finite-dimensional models of diffusion chaos", Comput. Math. and Math. Phys., vol. 50, pp. 816–830, 2010.

ОБ ОДНОЙ НАЧАЛЬНО-КРАЕВОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ НЕЛИНЕЙНОГО УРАВНЕНИЯ ШРЕДИНГЕРА ВЫСОКОГО ПОРЯДКА

Φ аминский A.B. 1,a

¹ Российский университет дружбы народов, Россия, 117198, Москва, ул. Миклухо-Маклая, д.6 ^a afaminskii@sci.pfu.edu.ru

Ключевые слова: нелинейное уравнение Шредингера высокого порядка, начальнокраевая задача, корректность, поведение решений при больших временах.

Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки России в рамках государственного задания: соглашение № 075-03-2020-223/3 (FSSF-2020-0018).

Рассматривается начально-краевая задача для уравнения

$$iu_t + a_1 u_{xx} + a_2 |u|^p u + i \left[a_3 u_{xxx} + a_4 \left(|u|^p u \right)_x + a_5 u \left(|u|^p \right)_x + a_6 u_x + a(x) u \right] = 0,$$
 (1)

заданная на интервале (0,L), с начальными и краевыми условиями

$$u(0,x) = u_0(x), \quad u(t,0) = u(t,L) = u_x(t,L) = 0.$$
 (2)

Здесь u=u(t,x) — комплекснозназная функция, константы $a_j \in \mathbb{R}, j=1,\dots 6, a_3>0,$ функция $a(x)\geq 0$. Установлены результаты о существовании и единственности глобальных по времени решений и их убывании при больших временах.

Введем пространство $Y_T^0 = C([0,T]; L_2(0,L)) \cap L_2(0,T; H_0^1(0,L))$ для T > 0.

Теорема 1 Пусть $p \in [1,2]$, $u_0 \in L_2(0,L)$, $a \in L_2(0,L)$. Тогда для любого T > 0 задача (1), (2) корректна в пространстве Y_T^0 .

Теорема 2 Пусть $p \in [1,2]$, $a \in H^1(0,L)$ u $a(x) \ge a_0 > 0$ для некоторого открытого непустого множества $\omega \subset (0,L)$. Тогда сущществует константа $\gamma > 0$ u для любого M > 0 существует константа c(M) > 0 такие, что если $||u_0||_{L_2(0,L)} \le M$, то соответсвующее решение задачи (1), (2) $u \in Y_T^0 \ \forall T > 0$ удовлетворяет неравенству

$$||u(t,\cdot)||_{L_2(0,L)}^2 \le c(M)e^{-\gamma t} \quad \forall t \ge 0.$$

Получены также результаты о существовании глобальных решений при более высоких степенях нелинейности, а именно, $p \in (2,3)$ или $p \in [3,4)$, $a_5 = 0$. Также установлены результаты о существовании и единственности глобальных по времени решений в классах более регулярных функций при $p \in [1,2]$.

Для рассмотренной задачи построена разностная схема, для которой доказана разрешимость и сходимость приближенных решений к точному. Проведены численные эксперименты.

Представленные результаты получены совместно с М.М. Cavalcanti, W.J Correa (Бразилия), М.А. Sepulveda, R. Vejar-Asem (Чили).

ON ONE INITIAL-BOUNDARY VALUE PROBLEM FOR THE HIGH ORDER NONLINEAR SCHRÖDINGER EQUATION

Faminskii A. V.^{1,a}

Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University),
 Miklukho-Maklaya Street, Moscow, 117198, Russian Federation
 a afaminskii@sci.pfu.edu.ru

Keywords: high order nonlinear Schrödinger equation, initial-boundary value problem, well-posedness, large-time behavior of solutions.

The work was supported by the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation: agreement no. 075-03-2020-223/3 (FSSF-2020-0018).

An initial-boundary value problem posed on an interval (0,L) is considered for an equation

$$iu_t + a_1 u_{xx} + a_2 |u|^p u + i \left[a_3 u_{xxx} + a_4 \left(|u|^p u \right)_x + a_5 u \left(|u|^p \right)_x + a_6 u_x + a(x) u \right] = 0$$
 (1)

with initial and boundary conditions

$$u(0,x) = u_0(x), \quad u(t,0) = u(t,L) = u_x(t,L) = 0.$$
 (2)

Here u = u(t,x) is a complex-valued function, the constants $a_j \in \mathbb{R}$, j = 1, ... 6, $a_3 > 0$, the function $a(x) \geq 0$. Results on existence and uniqueness of global solutions as well as on their large-time decay are established.

Define a functional space $Y_T^0 = C([0,T]; L_2(0,L)) \cap L_2(0,T; H_0^1(0,L))$ for T > 0.

Theorem 1. Let $p \in [1,2]$, $u_0 \in L_2(0,L)$, $a \in L_2(0,L)$. Then for any T > 0 problem (1), (2) is well-posed in the space Y_T^0 .

Theorem 2. Let $p \in [1,2]$, $a \in H^1(0,L)$ and $a(x) \geq a_0 > 0$ for a certain open non-empty set $\omega \subset (0,L)$. Then there exists a constant $\gamma > 0$ and for any M > 0 there exists a constant c(M) > 0 such that if $||u_0||_{L_2(0,L)} \leq M$, then the corresponding solution to problem (1), (2) $u \in Y_T^0 \ \forall T > 0$ satisfies an inequality

$$||u(t,\cdot)||_{L_2(0,L)}^2 \le c(M)e^{-\gamma t} \quad \forall t \ge 0.$$

Results on existence of global solutions under higher degrees of nonlinearity are also established, that is $p \in (2,3)$ or $p \in [3,4)$, $a_5 = 0$. Results on esistence and uniqueness of global solutions are obtained in more regular spaces for $p \in [1,2]$.

A finite difference scheme is constructed for the considered problem and convergence of approximate solutions to the exact one is proved. Numerical experiments are performed.

The presented results are obtained in cooperation with M.M. Cavalcanti, W.J Correa (Brazil), M.A. Sepulveda, R. Vejar-Asem (Chile).

Асимптотические методы в сингулярно возмущённых задачах

Руководитель секции: Валентин Фёдорович Бутузов

Профессор, доктор наук. Московский государственый университет им. М.В.Ломоносова, Физический факультет

Section moderator:

Prof. Valentin Fyodorovich Butuzov

Doctor of Science, Professor, Lomonosov Moscow State University

АСИМПТОТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ НЕКОТОРЫХ КОЭФФИЦИЕНТНЫХ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ СИНГУЛЯРНО ВОЗМУЩЕННОГО УРАВНЕНИЯ ТИПА БЮРГЕРСА

Волков В. Т. 1,a , Нефедов Н. Н. 1,6

 $M\Gamma Y$ им. М.В. Ломоносова, физический факультет, кафедра математики, г. Москва, Российская Федерация $^{\rm a}$ volkovvt@mail.ru, $^{\rm 6}$ nefedov@phys.msu.ru

Ключевые слова: сингулярно возмущенные уравнения реакция-диффузия-адвекция, обратная задача.

Работа поддержана грантом РНФ № 18-11-00042.

Асимптотический анализ применен при решении некоторого класса обратных задач для нелинейного сингулярно возмущенного уравнения реакция-диффузия-адвекция с периодическими коэффициентами. В частности, рассмотрены задачи о восстановлении функции источника и граничных условий по известной информации о наблюдаемом решении прямой задачи на некотором временном интервале (периоде) для уравнения типа Бюргерса с различными типами адвективного и реактивного слагаемых.

Решения дифференциальных уравнений указанного типа могут содержать узкие пограничные и/или внутренние слои, а также движущиеся фронты. Асимптотический анализ позволяет доказать существование, исследовать устойчивость решения прямой задачи и получить асимптотическое приближение решения. Кроме того, асимптотический подход дает возможность свести исходную нелинейную сингулярно возмущенную задачу к набору более простых задач, получив достаточно точное качественное и количественное описание решения, а также установить более простые связи между входными данными и параметрами обратной задачи (коэффициенты в уравнении, граничные и начальные условия и т.п.), которые необходимо определить.

Обратная задача поставлена в рамках теоремы существования решения прямой задачи и заключается в определении неизвестного коэффициента реакции при котором фронт будет двигаться по заданному временному закону, либо этот коэффициент требуется определить по наблюдаемой траектории движения фронта. Сформулировано понятие асимптотического решения обратной задачи и показано, что для рассматриваемого класса уравнений обратная задача определения функции источника сводится к существенно более простой – линейному алгебраическому уравнению, связывающему наблюдаемое положение движущегося фронта с коэффициентами в уравнении и граничными условиями. Таким образом, если имеется возможность наблюдения траектории движения фронта на временном отрезке (периоде), то вопрос об определении неизвестного коэффициента уравнения сводится к набору простых алгебраических операций. Аналогичным образом может быть исследована обратная задача восстановления граничных режимов или задача граничного управления.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Руденко О.В. Линеаризуемое уравнение для волн в диссипативных средах с модульной, квадратичной и квадратично-кубичной нелинейностями. Докл. АН. 2016; 471, №1: 23–27.
- 2. Nefedov N.N. Existence and asymptotic stability of periodic solutions with an interior layer of Burgers type equation with modular advection. Math. Model. Nat. Phenom. 2019; 4, №4: 1–14.
- 3. Nefedov N.N., Rudenko O.V. On front motion in a Burgers-type equation with quadratic and modular nonlinearity and nonlinear amplification. Doklady Mathematics. 2018; 97: 99–103.

ASYMPTOTIC SOLUTION OF SOME COEFFICIENT INVERSE PROBLEMS FOR A SINGULARLY PERTURBED BURGERS-TYPE EQUATION

Volkov V. T. 1,a , Nefedov N. N. 1,b

¹ Lomonosov Moscow State University, Faculty of Physics, Department of Mathematics, Moscow, Russian Federation ^a volkovvt@mail.ru, ^b nefedov@phys.msu.ru

Keywords: singularly perturbed reaction-diffusion-advection equations, inverse problem. This study is supported by RSF grant No 18-11-00042.

The asymptotic analysis is applied for solving a certain class of inverse problems for a nonlinear singularly perturbed reaction-diffusion-advection equation with periodic coefficients. In particular, we consider the problems of restoring the source function and boundary conditions using known information about the observed solution of a direct problem over a certain time interval (period) for a Burgers-type equation with different types of advective and reactive terms.

Solutions of differential equations of this type may contain narrow boundary and/or inner layers, as well as moving fronts. The asymptotic analysis allows to prove the existence, investigate the stability of the solution of a direct problem, and obtain an asymptotic approximation of the solution. In addition, the asymptotic approach makes it possible to reduce the original nonlinear singularly perturbed problem to a set of simpler problems, obtaining a sufficiently accurate qualitative and quantitative description of the solution, as well as to establish simpler relationships between the input data and the parameters of the inverse problem (coefficients in the equation, boundary and initial conditions, etc.), which need to be determined.

The inverse problem is formulated within the conditions of the theorem of the existence of a solution to the direct problem and consists in determining an unknown reaction coefficient at which the front will move according to a given time law, or this coefficient must be determined from the observed trajectory of the front. The concept of an asymptotic solution of the inverse problem is formulated and it is shown that for the class of equations under consideration, the inverse problem of determining the source function is reduced to a much simpler one – a linear algebraic equation that relates the observed location of the moving front to the coefficients in the equation and boundary conditions. Thus, if it is possible to observe the trajectory of the front movement on a time interval (period), then the question of restoring the unknown coefficient of the equation is reduced to a set of simple algebraic operations. Similarly, the inverse problem of restoring boundary conditions or the problem of boundary control can be investigated.

REFERENCES

- 1. Rudenko O. V. Linearizable equation for waves in dissipative media with modular, quadratic, and quadratic-cubic nonlinearities. Dokl. AN. 2016; 471, No 1: 23-27.
- 2. Nefedov N.N. Existence and asymptotic stability of periodic solutions with an interior layer of Burgers type equation with modular advection. Math. Model. Nat. Phenom. 2019; 4, No 4: 1–14.
- 3. Nefedov N.N., Rudenko O.V. On front motion in a Burgers-type equation with quadratic and modular nonlinearity and nonlinear amplification. Doklady Mathematics. 2018; 97: 99–103.

АСИМПТОТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ В ПРЯМЫХ И КОЭФФИЦИЕНТНЫХ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧАХ НЕЛИНЕЙНОГО ТЕПЛООБМЕНА

Давыдова М. А. ^{1,a}, Лукьяненко Д. В. ^{1,6}, Захарова С. А. ^{1,в}

¹ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова», физический факультет, г. Москва, Российская Федерация

^a m.davydova@physics.msu.ru, ^б lukyanenko@physics.msu.ru, ⁶ sa.zakharova@physics.msu.ru

Ключевые слова: многомерные нелинейные задачи типа реакция-диффузия-адвекция, асимптотические методы, задачи нелинейной теплопроводности, обратные задачи. Работа поддержана грантом РФФИ № 18-29-10080.

В настоящей работе предлагается новый подход к исследованию прямых и коэффициентных обратных задач нелинейного теплообмена, основанный на дальнейшем развитии и применении методов асимптотического анализа [1, 2] в многомерных стационарных сингулярно возмущенных задачах нелинейной теплопроводности. С использованием теорем сравнения [3] изучен вопрос о существовании стационарных решений с пограничными и внутренними переходными слоями (многомерных тепловых структур) прямой задачи путем построения асимптотических приближений решений указанного типа с последующим обоснованием формальных построений. Исследована асимптотическая устойчивость по Ляпунову решений с пограничными и внутренними слоями, как стационарных решений соответствующих параболических задач с нелинейно входящим в уравнение адвективным членом, и описана локальная область притяжения таких решений.

Обоснованные алгоритмы данной работы могут быть использованы в целях некоторых приложений, например, при создании эффективных численных алгоритмов (см. напр.[4])

решения прямых и коэффициентных обратных задач нелинейного теплообмена. В частности, результаты работы могут быть использованы при решении прямых и обратных задач теории контролируемого разогрева однокомпонентных нелинейных диссипативных систем с целью: 1) аналитического описания скачка температурного поля и области локализации скачка температуры внутри образца; 2) создания эффективного численного алгоритма построения решения прямой задачи, где в качестве нулевого приближения в итерационном процессе используется асимптотическое решение нулевого порядка; 3) разработки эффективного численного алгоритма восстановления параметров источника разогрева по заданной конфигурации области скачка температуры. Априорная информация о решении прямой задачи, полученная на основе асимптотического анализа, может быть использована при разработке численных алгоритмов восстановления теплофизических характеристик среды (нелинейно зависящих от температуры коэффициентов теплопроводности и теплообмена), а также при создании численных алгоритмов решения обратных задач теории межфазовых переходов.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. А.Б. Васильева, В.Ф. Бутузов. Асимптотические методы в теории сингулярных возмущений. М.: Высш. школа, 1990.
- 2. Н.Н. Нефедов. // Дифф. уравн. 1995. Т. 31, № 7. С. 1142–1149.
- 3. J. Wang. // Nonlinear analysis. 1998. Vol. 34. Pp. 113–142.
- 4. D. V. Lukyanenko, V.B. Grigorev, V. T. Volkov, M. A. Shishlenin. // Computers and Mathematics with Applications. 2019. Vol. 77, no. 5. P. 1245–1254.

ASYMPTOTIC ANALYSIS IN DIRECT AND COEFFICIENT INVERSE PROBLEMS OF NONLINEAR HEAT EXCHANGE

Davydova M. A. ^{1,a}, Lukyanenko D. V. ^{1,b}, Zakharova S. A. ^{1,c}

¹Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education "Lomonosov Moscow State University", Faculty of Physics, Moscow, Russian Federation

^am.davydova@physics.msu.ru, blukyanenko@physics.msu.ru, ^csa.zakharova@physics.msu.ru

Keywords: multidimensional nonlinear problems of the reaction-diffusion-advection type, asymptotic methods, problems of nonlinear heat conduction, inverse problems.

This work was supported by the RFBR grant No. 18-29-10080.

In this paper, we propose a new approach to the study of direct and coefficient inverse problems of the nonlinear heat transfer, based on the further development and application of methods of the asymptotic analysis [1, 2] in the multidimensional stationary singularly perturbed problems of nonlinear heat conduction. Using comparison theorems [3], the question of the existence of stationary solutions with boundary and internal transition layers (multidimensional thermal structures) of the direct problem is studied by the constructing of asymptotic approximations for solutions of this type with the subsequent substantiation of formal constructions. The asymptotic Lyapunov stability of solutions with boundary and internal layers, as stationary solutions of the corresponding parabolic problems with the advective term, entering the equation nonlinearly, is investigated. The local domain of attraction of such solutions is described.

The justified algorithms of this work can be used for some applications, for example, when creating the effective numerical algorithms (see eg [4]) for solving direct and coefficient inverse

problems of the nonlinear heat exchange. In particular, the results of this work can be used to solve direct and inverse problems of the theory of controlled heating of one-component nonlinear dissipative systems in order to: 1) analytically describe the jump of the temperature field and the region of localization of the temperature jump inside the sample; 2) creating an effective numerical algorithm for constructing a solution of the direct problem, where the asymptotic solution of the zero order is used as a zero approximation in the iterative process; 3) development of an effective numerical algorithm for recovering the parameters of the heating source from a given configuration of the temperature jump region. A priori information on the solution of the direct problem, obtained on the basis of asymptotic analysis, can be used in the development of numerical algorithms for recovering the thermophysical characteristics of the medium (nonlinear temperature-dependent heat conductivity and heat transfer coefficients), and in the creation of numerical algorithms for solving inverse problems of the theory of interphase transitions.

REFERENCES

- 1. A.B. Vasilieva, V.F. Butuzov. Asymptotic methods in the theory of singular perturbations. M.: Higher school, 1990.
- 2. N. N. Nefedov. // Diff. equal. 1995. T. 31, No. 7. Pp. 1142–1149.
- 3. J. Wang. // Nonlinear analysis. 1998. Vol. 34. Pp. 113–142.
- 4. D. V. Lukyanenko, V.B. Grigorev, V. T. Volkov, M. A. Shishlenin. // Computers and Mathematics with Applications. 2019. Vol. 77, no. 5. P. 1245–1254.

АСИМПТОТИКА РЕШЕНИЯ СИНГУЛЯРНО ВОЗМУЩЕННОЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНО ОПЕРАТОРНОЙ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ ПЕРЕНОСА ПОЛИДИСПЕРСНОЙ ПРИМЕСИ В АТМОСФЕРЕ

Заборский А. В. 1,a , Нестеров А. В. 2,6

- ¹ Общество с ограниченной ответственностью Научно-производственное предприятие «Радиационный контроль. Приборы и методы», г. Обнинск, Российская Федерация ² Российский экономический университет им. Г.В. Плеханова,
 - г. Москва, Российская Федерация
 - a alexander.zaborskiy@mail.ru, 6 andrenesterov@yandex.ru

Ключевые слова: турбулентная диффузия, полидисперсная примесь, ветровой подхват, сингулярные возмущения, асимптотические разложения.

Работа выполнена в рамках государственного задания в сфере научной деятельности Министерства науки и высшего образования РФ на тему «Разработка методологии и программной платформы для построения цифровых двойников, интеллектуального анализа и прогнозирования сложных экономических систем», номер проекта FSSW-2020-0008.

При определенных условиях распространение полидисперсной примеси в атмосфере с учетом оседания на поверхность почвы и вторичного ветрового подхвата описывается сингулярно возмущенной системой уравнений

$$\varepsilon \left(\frac{\partial u}{\partial t} + V \frac{\partial u}{\partial x} - w(p) \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z \frac{\partial u}{\partial z} \right) - K_x \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right) = L_p u, |x| < \infty, z > 0, t > 0, \quad (1)$$

$$\varepsilon \frac{\partial v}{\partial t} = \mathbf{a}(\mathbf{p}) u|_{z=0} - \mathbf{b}(\mathbf{p}) \mathbf{v},$$
 (2)

$$K_z \frac{\partial u}{\partial z} + w(p)u \bigg|_{z=0} = \frac{\partial v}{\partial t}, \tag{3}$$

где u(x,z,t,p), v(x,t,p) — концентрации примеси в атмосфере и на почве соответственно, (x,z)-пространственные переменные, р — параметр дисперсности (размер) частиц, ε — малый положительный параметр, L_p — линейный оператор, действующий по переменной р, описывающий процессы коагуляции-диссоациации примеси, имеющий нулевое собственное значение.

В работе строится асимптотическое разложение (AP) по малому параметру решения задачи Коши для системы уравнений (1)–(3). AP решения строится в виде суммы регулярного ряда и погранфункций, зависящих от растянутых переменных. Получены задачи для главных членов AP, оценка остаточного члена сделана по невязке. Аналогичная задача, но без учета дисперсности примеси, решалась в [1].

ЛИТЕРАТУРА

1. Возженников О.И. О граничном условии для уравнения турбулентной диффузии при пылящей подстилающей поверхности / О.И.Возженников, А.В. Нестеров // *Метеоро-*логия и гидрология. 1991; №3, с. 32–38.

ASYMPTOTICS OF THE SOLUTION OF SINGULARLY PERTURBED DIFFERENTIAL OPERATOR SYSTEM OF THE TRANSPORT EQUATION POLYDISPERSED PARTICLES IN THE ATMOSPHERE

Zaborskiy A. V. ^{1,a}, Nesterov A. V. ^{2,b}

¹ Limited Liability Company Scientific and Production Enterprise "Radiation Control.

Devices and Methods", Obninsk, Russian Federation

² Plekhanov Russian University of Economics, Moscow, Russian Federation

^a alexander.zaborskiy@mail, b andrenesterov@yandex.ru

Keywords: turbulent diffusion, polydisperse impurity, wind pick-up, singular perturbations, asymptotic expansions.

The work was carried out within the framework of the state task in the field of scientific activity of the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation on the topic "Development of a methodology and a software platform for building digital doubles, intelligent analysis and forecasting of complex economic systems", project number FSSW-2020-0008.

Under certain conditions, the propagation of a polydisperse impurity in the atmosphere, taking into account sedimentation on the soil surface and secondary wind pick-up, is described by a singularly perturbed system of equations

$$\varepsilon \left(\frac{\partial u}{\partial t} + V \frac{\partial u}{\partial x} - w(p) \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z \frac{\partial u}{\partial z} \right) - K_x \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right) = L_p u, |x| < \infty, z > 0, t > 0, \quad (1)$$

$$\varepsilon \frac{\partial v}{\partial t} = a(\mathbf{p}) u|_{z=0} - b(\mathbf{p}) \mathbf{v},$$
 (2)

$$K_z \frac{\partial u}{\partial z} + w(p)u \bigg|_{z=0} = \frac{\partial v}{\partial t},$$
 (3)

where u(x, z, t, p), v(x, t, p) are the concentrations of the impurity in the atmosphere and on the soil, respectively, (x, z) are the spatial variables, p is the particle dispersion parameter (size), ε is a small positive parameter, Lp is a linear operator acting on the variable p, describing the processes of coagulation – dissociation of the impurity, having a zero eigenvalue.

In this paper, we construct an asymptotic expansion (AR) for a small parameter of the solution of the Cauchy problem for the system of equations (1)–(3). The AR of the solution is constructed as the sum of a regular series and boundary functions depending on the stretched variables. The problems for the main terms of the AR are obtained, and the residual term is estimated from the residual. A similar problem, but without taking into account the dispersion of the impurity, was solved in [1].

REFERENCES

1. Vozzhennikov O.I. A boundary condition for the equation of turbulent diffusion with the dusty underlying surface / Vozzhennikov O.I., Nesterov A.V. *Meteorology and hydrology* 1991; No 3, P. 32–38. (In Russ.)

ЛОКАЛЬНАЯ ДИНАМИКА УРАВНЕНИЯ ВТОРОГО ПОРЯДКА С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ В ПРОИЗВОДНОЙ

Кащенко И. С. 1,a , Маслеников И. Н. $^{1,\delta}$

¹ Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова, г. Ярославль, Российская Федерация

^a iliyask@uniyar.ac.ru, ⁶ igor.maslenikov16@yandex.ru

Ключевые слова: характеристический квазиполином, асимптотическое представление корней, нормальная форма.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 18-29-10043.

Рассмотрим дифференциальное уравнение второго порядка с запаздыванием

$$\varepsilon \frac{d^2 y}{dt^2} + \frac{dy}{dt} + \delta y = F\left(\frac{dy}{dt}(t-\tau)\right). \tag{1}$$

Здесь $\tau > 0$, функция F достаточно гладкая, не ограничивая общности можно считать, что F(0) = 0. Таким образом, уравнение (1) имеет нулевое состояние равновесия.

Главным предположением является то, что параметры ε и δ малы ($0<\varepsilon,\delta\ll 1$), таким образом уравнение (1) является сингулярно возмущенным. Будем считать, что параметры ε и δ пропорциональны:

$$0 < \varepsilon \ll 1, \quad \delta = k\varepsilon.$$

Поставим задачу исследовать поведение решений (1) в некоторой малой (но фиксированной) окрестности нуля в фазовом пространстве $C^1_{[-\tau,0]}$ при достаточно малых ε и построить асимптотику его решений. Отметим, что в статье [1] рассмотрено похожее уравнение оптоэлектронного осциллятора, в котором параметр δ не является малым.

Характеристический квазиполином линеаризованной в нуле задачи (1) имеет вид

$$\varepsilon \lambda^2 + \lambda + k\varepsilon = \lambda \beta e^{-\lambda}, \quad \beta = F'(0).$$

Показано, что при $|\beta|<1$ нулевое состояние равновесия устойчиво, все решения из некоторой его окрестности (малой, но не зависящей от ε) стремятся к нулю, при $|\beta|>1$ нулевое решение неустойчиво, в его окрестности нет устойчивых режимов. В оставшихся случаях $\beta=\pm 1$ характеристическое уравнение имеет бесконечное количество корней, стремящихся к мнимой оси при $\varepsilon\to 0$, таким образом, критические случаи имеют бесконечную размерность.

В критических случаях уравнение (1) сведено к квазинормальным формам – специальным нелинейным эволюционным уравнениям, не содержащие малых параметров, решения которых дают главную часть асимптотических по невязке равномерно по $t \geq 0$ решений уравнения (2).

ЛИТЕРАТУРА

1. Григорьева Е.В., Кащенко С.А., Глазков Д.В.. Особенности локальной динамики модели оптико-электронного осцилятора с запаздыванием. Моделирование и анализ информационных систем. Т.25, №1, 2018, с. 71-82.

LOCAL DYNAMICS OF A SECOND ORDER EQUATION WITH A DELAY IN THE DERIVATIVE

Kashchenko I. S.^{1,a}, Maslenikov I. N.^{1,b}

¹ P.G. Demidov Yaroslavl State University, Yaroslavl, Russian Federation ^a iliyask@uniyar.ac.ru, ^b igor.maslenikov16@yandex.ru

Keywords: characteristic quasipolynomial, asymptotic roots representation, standard form. This work was funded by RFBR according to the research project No 18-29-10043.

Consider a second-order differential equation with a delay

$$\varepsilon \frac{d^2 y}{dt^2} + \frac{dy}{dt} + \delta y = F\left(\frac{dy}{dt}(t-\tau)\right). \tag{1}$$

Here $\tau > 0$, the function F is quite smooth, without limiting generality we can assume that F(0) = 0. Thus, equation (1) has a zero equilibrium state.

The main assumption is that the parameters ε and δ are small $(0 < \varepsilon, \delta ll1)$, so equation (1) is singularly perturbed. We assume that the parameters ε and δ are proportional to:

$$0 < \varepsilon \ll 1, \quad \delta = k\varepsilon.$$

We set the task to investigate the behavior of solutions (1) in some small (but fixed) neighborhood of zero in the phase space $C^1_{[-\tau,0]}$ for sufficiently small ε and construct the asymptotics of its solutions. Note that the article [1] considers a similar equation of an optoelectronic oscillator, in which the parameter δ is not small.

The characteristic quasipolynome of the zero-linearized problem (1) has the form

$$\varepsilon \lambda^2 + \lambda + k\varepsilon = \lambda \beta e^{-\lambda}, \quad \beta = F'(0).$$

It is shown that for |beta| < 1 the zero equilibrium state is stable, all solutions from a certain neighborhood (small but independent of ε) tend to zero, for |beta| > 1, the zero solution is unstable, and there are no stable modes in its neighborhood. In the remaining cases $beta = \pm 1$, the characteristic equation has an infinite number of roots tending to the imaginary axis at $\varepsilon \to 0$, so the critical cases have infinite dimension.

In critical cases, equation (1) is reduced to quasinormal forms-special nonlinear evolution equations that do not contain small parameters, the solutions of which give the main part of the solutions of equation (2) that are asymptotic with respect to the residual uniformly over $t \ge 0$.

REFERENCES

1. Grigorieva E. V., Kashchenko S. A., Glazkov D. V. Features of the local dynamics of the delayed optoelectronic oscillator model. Modeling and analysis of information systems. Vol. 25, No. 1, 2018, pp. 71-82.

СТАБИЛИЗАЦИЯ РЕШЕНИЯ ВИДА ФРОНТА СИСТЕМЫ АВТОВОЛНОВЫХ УРАВНЕНИЙ К СТАЦИОНАРНОМУ РЕШЕНИЮ ВИДА КОНТРАСТНОЙ СТРУКТУРЫ ТИПА СТУПЕНЬКИ

Левашова Н. Т. 1,a , Быцюра С. В. $^{1,\delta}$

¹ МГУ им. М.В. Ломоносова, физический факультет, кафедра математики, г. Москва, Российская Федерация

^a natasha@wanaku.net, ⁶ svetlana.since2014@yandex.ru

Kлючевые слова: система параболических уравнений, решение вида фронта, устойчивое стационарное решение, область устойчивости.

Работа поддержана грантом РФФИ № 19-01-00327

Рассматривается сингулярно возмущенная начально-краевая задача для системы двух параболических уравнений

$$\begin{cases}
\varepsilon^{4} \frac{\partial^{2} u}{\partial x^{2}} - \varepsilon^{3} \frac{\partial u}{\partial t} = f(u, v, x, \varepsilon), & \varepsilon^{2} \frac{\partial^{2} v}{\partial x^{2}} - \varepsilon \frac{\partial v}{\partial t} = g(u, v, x, \varepsilon), & 0 < x < 1, & 0 < t \le T; \\
\frac{\partial u}{\partial x}(0, t, \varepsilon) = \frac{\partial u}{\partial x}(1, t, \varepsilon) = \frac{\partial v}{\partial x}(0, t, \varepsilon) = \frac{\partial v}{\partial x}(1, t, \varepsilon) = 0, & 0 \le t \le T; \\
u(x, 0) = u_{init}(x), & v(x, 0) = v_{init}(x), & 0 \le x \le 1.
\end{cases}$$
(1)

Здесь ε – малый параметр $(0 < \varepsilon \le \varepsilon_0)$, $f(u,v,x,\varepsilon)$, $g(u,v,x,\varepsilon)$ – достаточно гладкие функции, определенные на множестве $\{(u,v,x,\varepsilon): I_u \times I_v \times [0,1] \times (0,\varepsilon_0]\}$, I_u , I_v – допустимые интервалы изменения функций u и v соответственно.

Пусть выполнены следующие условия:

Условие А1. Уравнение f(u,v,x,0) = 0 однозначно разрешимо относительно функции $u: u = \varphi(v,x)$ и при всех $(v,x) \in I_u \times [0,1]$ выполняется неравенство $f_u(\varphi(v,x),v,x,0) > 0$.

Условие А2. Уравнение $g(\varphi(v,x),v,x,0)=0$ имеет три изолированных корня: $v=v^i(x),\ i=1,2,3,$ и при всех $x\in[0,1]$ выполняются неравенства $v^1(x)< v^2(x)< v^3(x),$ $h_v(v^{1,3}(x),x)>0,\ h_v(v^2(x),x)<0.$

Условие АЗ (квазимонотонности). При всех $(u,v,x) \in I_u \times I_v \times [0,1]$ выполняются неравенства:

$$f_v(u,v,x,0) < 0, \quad g_u(u,v,x,0) > 0.$$

Известно [1], что при выполнении условий A1 – A3 у задачи (1) существует решение вида фронта. В настоящей работе рассматривается вопрос о стабилизации такого решения к решению с внутренним переходным слоем соответствующей стационарной задачи. Исследование проводится при помощи метода верхних и нижних решений. Доказано, что областью притяжения устойчивого решения стационарной задачи является интервал между верхним решением нестационарной задачи и нижним решением стационарной задачи.

ЛИТЕРАТУРА

1. С. В. Быцюра, Н. Т. Левашова. Верхнее и нижнее решения для системы уравнений типа ФицХью–Нагумо. Moden. и анализ информ. cucmem. 2018;25(1):33–53. DOI: 10.18255/1818-1015-2018-1-33-53.

STABILIZATION OF THE FRONT FORM SOLUTION OF AN AUTOWAVE SYSTEM OF EQUATIONS TO THE STATIONARY STEP-TYPE CONTRAST STRUCTURE SOLUTION

Levashova N. T.^{1,a}, Bytsyura S. V.^{1,b}

¹ M. V. Lomonosov Moscow State University Faculty of Physics, Department of Mathematics, Moscow, Russian Federation

^a natasha@wanaku.net, ^b svetlana.since2014@yandex.ru

Keywords: system of parabolic equations, front-type solution, stable stationary solution, domain of attraction.

This study is supported by RFBR grant 19-01-00327.

We consider a singularly perturbed initial-boundary value problem for a system of two parabolic equations

$$\begin{cases}
\varepsilon^{4} \frac{\partial^{2} u}{\partial x^{2}} - \varepsilon^{3} \frac{\partial u}{\partial t} = f(u, v, x, \varepsilon), & \varepsilon^{2} \frac{\partial^{2} v}{\partial x^{2}} - \varepsilon \frac{\partial v}{\partial t} = g(u, v, x, \varepsilon), & 0 < x < 1, & 0 < t \le T; \\
\frac{\partial u}{\partial x}(0, t, \varepsilon) = \frac{\partial u}{\partial x}(1, t, \varepsilon) = \frac{\partial v}{\partial x}(0, t, \varepsilon) = \frac{\partial v}{\partial x}(1, t, \varepsilon) = 0, & 0 \le t \le T; \\
u(x, 0) = u_{init}(x), & v(x, 0) = v_{init}(x), & 0 \le x \le 1.
\end{cases}$$
(1)

Here ε is a small parameter $(0 < \varepsilon \le \varepsilon_0)$, $f(u,v,x,\varepsilon)$, $g(u,v,x,\varepsilon)$ are sufficiently smooth functions defined on the set $\{(u,v,x,\varepsilon): I_u \times I_v \times [0,1] \times (0,\varepsilon_0]\}$, I_u , I_v are valid intervals of functions u and v change respectively.

Let the following conditions be satisfied:

- (A1). The equation f(u,v,x,0) = 0 is uniquely solvable with respect to function $u: u = \varphi(v,x)$ and for all $(v,x) \in I_u \times [0,1]$ the inequality holds: $f_u(\varphi(v,x),v,x,0) > 0$.
- (A2). The equation $g(\varphi(v,x),v,x,0) = 0$ has three isolated roots: $v = v^i(x)$, i = 1,2,3, and for all $x \in [0,1]$ the inequalities hold: $v^1(x) < v^2(x) < v^3(x)$, $h_v(v^{1,3}(x),x) > 0$, $h_v(v^2(x),x) < 0$.
 - (A3) (quasi-monotonicity). Let the inequalities:

$$f_v(u,v,x,0) < 0, \quad g_u(u,v,x,0) > 0$$

hold for all $(u,v,x) \in I_u \times I_v \times [0,1]$.

It is known [1] that under conditions A1 - A3 problem (1) has a front-type solution. In this paper we consider the question of stabilizing such a solution to a solution with an internal transition layer of the corresponding stationary problem. The study is carried out using the method of upper and lower solutions. It is proved that the domain of attraction of a stationary problem stable solution is the interval between the upper solution of the non-stationary problem and the lower solution of the stationary problem.

REFERENCES

1. S. V. Bytsyura, N. T. Levashova. Upper and Lower Solutions for the FitzHugh-Nagumo Type System of Equations. *Modeling and Analysis of Information Systems*. 2018;25(1):33–53. (In Russ.) DOI: 10.18255/1818-1015-2018-1-33-53.

THE PERIODIC SOLUTIONS WITH AN INTERIOR LAYER OF BURGERS TYPE EQUATIONS

Nefedov N. N.^{1,a}, Nikulin E. I.^{1,b}

¹ M. V. Lomonosov Moscow State University Faculty of Physics, Department of Mathematics, Moscow, Russian Federation

^a nefedov2phys.msu.ru, ^b nikulin@physics.msu.ru

Keywords: parabolic equations, Burgers type equations, front-type solution, stable periodic solution, domain of attraction.

This work is supported by Russian Science Foundation [grant number 18-11-00042].

We consider a new class of singularly perturbed parabolic periodic boundary value problems for reaction-advection-diffusion equations: Burgers type equations with quadratic and modular advection. We construct the interior layer type formal asymptotics and prove the existence of a periodic solution with an interior layer. The accuracy of its asymptotics and asymptotic stability of this solution is also established.

We illustrate our results by the problem

$$\varepsilon \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial |u|}{\partial x} - B(u, x, t) = 0$$
for $(x, t) \in \mathcal{D} := \{(x, t) \in \mathbb{R}^2 : -1 < x < 1, t \in \mathbb{R}\},$

$$u(-1, t, \varepsilon) = u^{(-)}(t), \quad u(1, t, \varepsilon) = u^{(+)}(t) \quad \text{for} \quad t \in \mathbb{R},$$

$$u(x, t, \varepsilon) = u(x, t + T, \varepsilon) \quad \text{for} \quad t \in \mathbb{R}, \quad -1 \le x \le 1,$$
(1)

where ε is a small parameter. The functions B, $u^{(-)}$ and $u^{(+)}$ are sufficiently smooth and T-periodic in t. The equation in (1) has so-called modular nonlinearity or modular advection. Similar results are presented for the case of quadratic nonlinearity case.

СУЩЕСТВОВАНИЕ КОНТРАСТНЫХ СТРУКТУР В ЗАДАЧЕ С РАЗРЫВНЫМИ РЕАКЦИЕЙ И АДВЕКЦИЕЙ

Никулин Е. И. 1,a , Орлов А. О. $^{1,\delta}$

 1 Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, г. Москва, Российская Федерация

^a nikulin@physics.msu.ru , ⁶ orlov.andrey@physics.msu.ru

Ключевые слова: уравнение реакция-диффузия-адвекция, метод дифференциальных неравенств, сингулярно возмущенные параболические задачи.

Работа поддержана грантами РНФ 18-11-00042 и РФФИ 19-01-00327.

Исследована краевая задача для сингулярно возмущенного уравнения реакциядиффузия-адвекция в двумерной области в случае разрывных коэффициентов реакции и диффузии, разрыв которых происходит на заранее известной кривой, лежащей в этой области:

$$\varepsilon^2 \Delta u = \varepsilon(\mathbf{a}(u, x), \nabla u) + f(u, x, \varepsilon), x = (x_1, x_2) \in D,$$

$$\frac{\partial u}{\partial \mathbf{n}}\Big|_{\partial D} = 0, \quad x \in \partial D.$$

Здесь D – односвязная область на плоскости (x_1,x_2) с гладкой границей ∂D , ε – малый параметр, лежащий в интервале $(0;\varepsilon_0)$, $\varepsilon_0>0$, $\mathbf{a}(u,x)=(a_1(u,x),a_2(u,x))$ – двумерная

вектор-функция, \mathbf{n} – внешняя нормаль к кривой ∂D . Пусть C_0 – простая гладкая замкнутая кривая, целиком лежащая в области D, которая делит область на две части: $D^{(-)}$, ограниченную кривой C_0 , и $D^{(+)}$, ограниченную кривыми C_0 и ∂D . Функции $\mathbf{a}(u,x)$, $f(u,x,\varepsilon)$ представимы в виде

$$\mathbf{a}(u,x) = \begin{cases} \mathbf{a}^{(-)}(u,x), & u \in I_u, \quad x \in \bar{D}^{(-)}; \\ \mathbf{a}^{(+)}(u,x), & u \in I_u, \quad x \in \bar{D}^{(+)}; \end{cases}$$

$$f(u,x,\varepsilon) = \begin{cases} f^{(-)}(u,x,\varepsilon), & u \in I_u, \quad x \in \bar{D}^{(-)}, \varepsilon \in [0,\varepsilon_0); \\ f^{(+)}(u,x,\varepsilon), & u \in I_u, \quad x \in \bar{D}^{(+)}, \varepsilon \in [0,\varepsilon_0); \end{cases}$$

где I_u – отрезок изменения функции $u, f^{(\pm)}(u, x, \varepsilon), \mathbf{a}^{(\pm)}(u, x)$ – достаточно гладкие функции в соответствующих им областях определения.

Для задачи получены условия при которых существует решение с внутренним переходным слоем. Построено асимптотическое приближение для такого решения с использованием метода Васильевой А. Б. С помощью асимптотического метода дифференциальных неравенств доказана теорема существования. Приведен пример, иллюстрирующий предлагаемые алгоритмы.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Орлов А. О., Нефедов Н. Н., Левашова Н. Т. Решение вида контрастной структуры параболической задачи реакция-диффузия в среде с разрывными характеристиками. Дифференциальные уравнения 2018; 54 № 5: 673–690. DOI: 10.1134/S0374064118050114
- 2. Нефедов Н. Н., Никулин Е. И., Орлов А. О. О периодическом внутреннем слое в задаче реакция-диффузия с источником модульно-кубичного типа. *Ж. вычисл. математики* и мат. физики. 2020;60-№ 9:1513–1532. DOI: 10.31857/S0044466920090136.

EXISTENCE OF CONTRAST STRUCTURES IN PROBLEM WITH DISCONTINUOUS REACTION AND ADVECTION

Nikulin E. I.^{1,a}, Orlov A. O.^{1,b}

¹ Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russian Federation ^a nikulin@physics.msu.ru, ^b orlov.andrey@physics.msu.ru

Keywords: reaction-diffusion-advection equation, differential inequality method, singularly perturbed parabolic problems.

This study is supported by grants Russian Science Foundation, project no. 18-11-00042 and Russian Foundation for Basic Research, project no. 19-01-000327.

A boundary value problem is investigated for a singularly perturbed reaction-diffusionadvection equation in a two-dimensional region in the case of discontinuous reaction and diffusion coefficients, the break of which occurs on a previously known curve lying in this region:

$$\varepsilon^2 \Delta u = \varepsilon(\mathbf{a}(u, x), \nabla u) + f(u, x, \varepsilon), x = (x_1, x_2) \in D,$$

$$\frac{\partial u}{\partial \mathbf{n}}\Big|_{\partial D} = 0, \quad x \in \partial D.$$

Here D is a simply connected region on the plane (x_1, x_2) with a smooth boundary ∂D , ε —
is a small parameter lying in the interval $(0; \varepsilon_0)$, $\varepsilon_0 > 0$, $\mathbf{a}(u, x) = (a_1(u, x), a_2(u, x))$ is a
two-dimensional vector function, \mathbf{n} - outer normal to the curve ∂D . Let C_0 be a simple smooth

closed curve lying entirely in the domain D, which divides the domain into two parts: $D^{(-)}$ bounded by the curve C_0 , and $D^{(+)}$, bounded by curves C_0 and ∂D .

Functions $\mathbf{a}(u,x)$, $f(u,x,\varepsilon)$ can be represented as

$$\mathbf{a}(u,x) = \begin{cases} \mathbf{a}^{(-)}(u,x), & u \in I_u, \quad x \in \bar{D}^{(-)}; \\ \mathbf{a}^{(+)}(u,x), & u \in I_u, \quad x \in \bar{D}^{(+)}; \end{cases}$$

$$f(u,x,\varepsilon) = \begin{cases} f^{(-)}(u,x,\varepsilon), & u \in I_u, \quad x \in \bar{D}^{(-)}, \varepsilon \in [0,\varepsilon_0); \\ f^{(+)}(u,x,\varepsilon), & u \in I_u, \quad x \in \bar{D}^{(+)}, \varepsilon \in [0,\varepsilon_0); \end{cases}$$

where I_u is the interval of variation of the function u, $f^{(\pm)}(u, x, \varepsilon)$, $\mathbf{a}^{(\pm)}(u, x)$ are sufficiently smooth functions in their respective domains of definition.

For this problem conditions are obtained under which a solution with an inner transition layer exists. An asymptotic approximation for such a solution is constructed using the Vasil'eva AB method. An existence theorem is proved using the asymptotic method of differential inequalities. An example is given to illustrate the proposed algorithms.

REFERENCES

- 1. Orlov A.O., Levashova N.T., Nefedov N.N. Solution of Contrast Structure Type for a Parabolic Reaction–Diffusion Problem in a Medium with Discontinuous Characteristics. *Differential Equations*, 2018; 54 No 5: 669-686. DOI: 10.1134/S0012266118050105
- 2. Nefedov N.N., Nikulin E.I., Orlov A.O. On a periodic inner layer in the reaction-diffusion problem with a modular cubic source. *Computational Mathematics and Mathematical Physics*. 2020;60:1461-1479. DOI:10.1134/S0965542520090134.

СУЩЕСТВОВАНИЕ И УСТОЙЧИВОСТЬ РЕШЕНИЯ СИСТЕМЫ ДВУХ НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ ДИФФУЗИИ В СРЕДЕ С РАЗРЫВНЫМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ ПРИ РАЗЛИЧНЫХ УСЛОВИЯХ КВАЗИМОНОТОННОСТИ

Тищенко Б. В. 1,a , Левашова Н. Т. $^{1,\delta}$

 1 Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, г. Москва, Российская Федерация a bogdanmsu@yandex.ru, 6 natasha@npanalytica.ru

Kлючевые слова: система нелинейных уравнений, малый параметр, внутренние слои, верхнее и нижнее решения, асимптотика решения, асимптотическая устойчивость по Ляпунову.

Работа поддержана грантом РНФ № 18-11-00042.

Исследуется существование, устойчивость и локальная единственность стационарных решений с внутренним переходным слоем начально-краевой задачи:

$$\varepsilon^{4}y_{xx} - y_{t} = f(y, z, x, \varepsilon), \quad \varepsilon^{2}z_{xx} - z_{t} = g(y, z, x, \varepsilon), \quad x \in (0, 1), \quad t \in (0, +\infty),$$

$$y_{x}(0, t) = y_{x}(1, t) = 0, \quad y(x, 0) = u^{0}(x), \quad z_{x}(0, t) = z_{x}(1, t) = 0, \quad z(x, 0) = v^{0}(x),$$
(1)

где $\varepsilon \in (0,\varepsilon_0]$ — малый параметр, функции $u^0(x),\,v^0(x)$ непререрывны на отрезке [0,1] и удовлетворяют условиям согласования $u^0_x(0)=u^0_x(1)=v^0_x(0)=v^0_x(1)=0.$

Будем считать, что правые части системы (1) претерпевают разрывы первого рода на поверхности $\{u \in I_u, v \in I_v, x = x_0 \in (0,1)\}$:

$$f(u,v,x,\varepsilon) = \begin{cases} f^{(-)}(u,v,x,\varepsilon), & u \in I_u, v \in I_v, 0 < x \le x_0, \\ f^{(+)}(u,v,x,\varepsilon), & u \in I_u, v \in I_v, x_0 < x \le 1; \end{cases}$$
$$g(u,v,x,\varepsilon) = \begin{cases} g^{(-)}(u,v,x,\varepsilon), & u \in I_u, v \in I_v, 0 < x \le x_0, \\ g^{(+)}(u,v,x,\varepsilon), & u \in I_u, v \in I_v, x_0 < x \le 1, \end{cases}$$

причем функции $f^{(-)}(u,v,x,\varepsilon)$ и $g^{(-)}(u,v,x,\varepsilon)$ принадлежат классу $C^3(I_u\times I_v\times [0,x_0]\times [0,\varepsilon_0])$, а $f^{(+)}(u,v,x,\varepsilon)$, $g^{(+)}(u,v,x,\varepsilon)$ — классу $C^3(I_u\times I_v\times [x_0,1]\times [0,\varepsilon_0])$, где I_u и I_v — некоторые допустимые интервалы изменения переменных u и v.

В работе [1] сформулированы достаточные условия существования, устойчивости и локальной единственности гладких стационарных решений задачи (1) только для одного типа смешанной квазимонотонности: $f_v^{(\mp)}(u,v,x,\varepsilon)>0$, $g_u^{(\mp)}(u,v,x,\varepsilon)<0$ в соответствующих областях. Однако этот результат удаётся обощить при тех же условиях для второго типа смешанной квазимонотонности и при несколько более слабых условиях для оставшихся двух типов квазимонотонности с совпадающими знаками производных.

ЛИТЕРАТУРА

1. Левашова Н. Т., Тищенко Б. В. Существование и устойчивость решения системы двух нелинейных уравнений диффузии в среде с разрывными характеристиками. // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. (в печати) 2021.

EXISTENCE AND STABILITY OF THE SOLUTION OF THE TWO STATIONARY DIFFUSION EQUATION SYSTEM WITH INTERNAL TRANSITION LAYER IN A MEDIUM WITH DISCONTINUOUS CHARACTERISTICS FOR DIFFERENT TYPES OF QUASI-MONOTONICITY

Tishchenko B. V.^{1,a}, Levashova N. T.^{1,b}

¹ Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russian Federation ^a bogdanmsu@yandex.ru, ^b natasha@npanalytica.ru

Keywords: nonlinear system of equations, small parameter, internal transition layer, lower and upper solutions, asymptotic approximation, Lyapunov asymptotic stability.

This study is supported by RSF grant 18-11-00042.

We consider the existence, stability and local uniqueness of stationary solutions with an internal transition layer of the following initial-boundary value problem:

$$\varepsilon^{4}y_{xx} - y_{t} = f(y, z, x, \varepsilon), \quad \varepsilon^{2}z_{xx} - z_{t} = g(y, z, x, \varepsilon), \quad x \in (0, 1), \quad t \in (0, +\infty),$$

$$y_{x}(0, t) = y_{x}(1, t) = 0, \quad y(x, 0) = u^{0}(x), \quad z_{x}(0, t) = z_{x}(1, t) = 0, \quad z(x, 0) = v^{0}(x),$$
(1)

where $\varepsilon \in (0,\varepsilon_0]$ is a small parameter, functions $u^0(x)$, $v^0(x)$ are continuous on [0,1] and satisfy matching conditions $u_x^0(0) = u_x^0(1) = v_x^0(0) = v_x^0(1) = 0$.

Right-hand sides of equations in (1) are considered to have a simple discontinuity across the surface $\{u \in I_u, v \in I_v, x = x_0 \in (0,1)\}$:

$$f(u,v,x,\varepsilon) = \begin{cases} f^{(-)}(u,v,x,\varepsilon), & u \in I_u, v \in I_v, 0 < x \le x_0, \\ f^{(+)}(u,v,x,\varepsilon), & u \in I_u, v \in I_v, x_0 < x \le 1; \end{cases}$$
$$g(u,v,x,\varepsilon) = \begin{cases} g^{(-)}(u,v,x,\varepsilon), & u \in I_u, v \in I_v, 0 < x \le x_0, \\ g^{(+)}(u,v,x,\varepsilon), & u \in I_u, v \in I_v, x_0 < x \le 1, \end{cases}$$

 $f^{(-)}(u,v,x,\varepsilon)$ and $g^{(-)}(u,v,x,\varepsilon)$ are of $C^3(I_u \times I_v \times [0,x_0] \times [0,\varepsilon_0])$, $f^{(+)}(u,v,x,\varepsilon)$, $g^{(+)}(u,v,x,\varepsilon)$ are of $C^3(I_u \times I_v \times [x_0,1] \times [0,\varepsilon_0])$, where I_u , I_v are some possible domains of the variables u, v. In [1] the authors has formulated sufficient conditions for the existence, stability and local uniqueness of smooth stationary solutions of the problem (1) but only for one type of mixed quasi-monotonicity: $f_v^{(\mp)}(u,v,x,\varepsilon) > 0$, $g_u^{(\mp)}(u,v,x,\varepsilon) < 0$ in respective domain. However, the result of [1] holds in the case of the second type of mixed quasi-monotonicity with the same conditions and with slightly weaker conditions in the remaining two cases of quasi-monotonicity with the same signs of derivatives.

REFERENCES

1. Levashova NT, Tishchenko BV Existence and stability of the solution of the two stationary diffusion equation system with internal transition layer in a medium with discontinuous characteristics. // Comput Math Math Phys. Forthcoming 2021.

Математическое моделирование физико-механических процессов

Руководитель секции: Николай Николаевич Смирнов

Доктор физико-математических наук, профессор, заместитель директора федерального государственного учреждения «Федеральный научный центр Научно-исследовательский институт системных исследований Российской академии наук» по стратегическим информационным технологиям, заслуженный профессор федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова»

Section moderator:

Prof. Nikolay Nikolaevich Smirnov

Doctor of Science (Physics and Mathematics), Vice Director for Strategic IT, Scientific Research Institute for System Analysis of the Russian Academy of Sciences, Professor, Lomonosov Moscow State University

ASYMPTOTIC SOLUTIONS OF A SYSTEM OF GAS DYNAMICS WITH LOW VISCOSITY THAT DESCRIBE SMOOTHED DISCONTINUITIES

Allilueva A. I. 1,a

¹ Institute for Problems in Mechanivs of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russian Federation ^a esina_anna@list.ru

Keywords: equations of gas dynamics, asymptotic solutions.

We construct formal asymptotic solutions describing smoothed shock waves and tangential and weak discontinuities for the nonlinear system of gas dynamics of a fluid with small viscosity. We show that the profile of the smoothed shock wave is described by the ordinary differential equation while for th tengential discontinuity the profile is described by the evolutionary system of equations on a moving surface. The results are published in [1].

REFERENCES

1. Allilueva A. I., Shafarevich A. I. Asymptotic Solutions of a System of Gas Dynamics with Low Viscosity that Describe Smoothed Discontinuities. Russ. J. Math. Phys. 27, 411–423 (2020).

СRM-МОДЕЛИРОВАНИЕ ДЛЯ МУЛЬТИСКВАЖИННОЙ ДЕКОНВОЛЮЦИИ ДАННЫХ О ДАВЛЕНИЯХ И ДЕБИТАХ В ЗАМКНУТОМ КОЛЛЕКТОРЕ

Афанаскин И. В. ^{1,а}, Вольпин С. Г. ^{1,6}

¹ Федеральный научный центр «Научно-исследовательский институт системных исследований Российской академии наук», г. Москва, Российская Федерация ^a ivan@afanaskin.ru, ⁶ sergvolpin@gmail.com

Kлючевые слова: мультискважинная деконволюция, CRM-модель, интерференция скважин.

Публикация выполнена в рамках государственного задания ФГУ ФНЦ НИИСИ РАН - проведение фундаментальных научных исследований по теме № 0580-2021-0019.

Мультискважинная деконволюция [1, 2] предназначена для выделения из сложных, зашумленных кривых забойного давления в работающей скважине реакции на работу самой анализируемой скважины и окружающих ее скважин. Далее эта реакция может быть обработана стандартными методами [3] для определения свойств пласта.

CRM-модель для мультискважинной деконволюции данных о давлениях и дебитах в замкнутом коллекторе в рамках работы была сформулирована в следующем виде:

$$c_{t,i}V_{p,i}\frac{dp_{i}}{dt} = -q_{l,i}(t) + q_{iw,i}(t) - \sum_{j=1}^{N_{i}} q_{l,ij}(t), q_{l,ij}(t) = PI_{ij}[p_{i}(t) - p_{j}(t)], \qquad (1)$$

$$q_{l,i}\left(t\right) = PI_{i}\left(t\right)\left[p_{i}\left(t\right) - p_{w,i}\left(t\right)\right], \ PI_{i}\left(t\right) = \frac{PI_{i,0}}{1 + a_{i}\ln\left(\frac{t}{\tau_{i}}\right)}$$
 или $PI_{i}\left(t\right) = b_{i} - \frac{PI_{i,0}}{1 + a_{i}\ln\left(\frac{t}{\tau_{i}}\right)}$.

На рис. 1 приведен пример использования CRM-моделирования для мультискважинной деконволюции данных о давлениях и дебитах в замкнутом коллекторе. Рассмотрена модельная задача, расчитанная в ПО Saphir [3]. Получено хорошее совпадение свойств пласта, заданных в модели и определенных при анализе забойного давления.

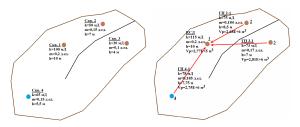


Рис. 1. Исходные данные при моделировании (слева) и результаты интерпретации исследований (справа). КСД – кривая стабилизации давления, ГП - гидропрослушивание

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Shi-Yi Zheng, Fei Wang. Multi-Well Deconvolution Algorithm for the Diagnostick, Analysis of Transient Pressure with Interference from Permanent Down-hole Gauges. SPE 121949. 2009.
- 2. Кричевский В.М. Mультискважинный ретроспективный тест. Режим доступа: https://sofoil.com/MRT%20report.pdf. (Доступ 22.12.2017 г.)
- 3. Olivier Houze, Didier Viturat, Ole S. Fjaere and all. *Dynamic Data Analysis*. V 5.30.01. 2020.

CRM-MODELLING FOR PRESSURE AND WELL RATES DATA MULTIWELL DECONVOLUTION CONDUCTED FOR CLOSED-BOUNDARY RESERVOIR

Afanaskin I. V. ^{1,a}, Volpin S. G. ^{1,b}

¹ Scientific Research Institute for System Analysis of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russian Federation

^a ivan@afanaskin.ru, ^b serqvolpin@qmail.com

Keywords: multi-well deconvolution, CRM-model, well interference.

Publication prepared with support of state fundamental research program for SRISA - theme No 0580-2021-0019.

Purpose of multi-well deconvolution [1, 2] is reaction pressure extraction from complicated noised bottom-hole pressure data of producing well and pressure interference from adjacent wells. Further this reaction could be processed by standard methods of reservoir capacityconductive properties identification [3].

CRM-model for multi-well deconvolution of pressure and rates data for closed-boundary reservoir was applied as following:

$$c_{t,i}V_{p,i}\frac{dp_{i}}{dt} = -q_{l,i}(t) + q_{iw,i}(t) - \sum_{j=1}^{N_{i}} q_{l,ij}(t), q_{l,ij}(t) = PI_{ij}[p_{i}(t) - p_{j}(t)], \qquad (1)$$

$$q_{l,i}(t) = PI_{i}(t) \left[p_{i}(t) - p_{w,i}(t) \right], PI_{i}(t) = \frac{PI_{i,0}}{1 + a_{i} \ln \left(\frac{t}{\tau_{i}} \right)} \text{ or } PI_{i}(t) = b_{i} - \frac{PI_{i,0}}{1 + a_{i} \ln \left(\frac{t}{\tau_{i}} \right)}.$$
 (2)

Picture 1 illustrates CRM-modeling example for multi-well deconvolution of pressure and rates data for closed-boundary reservoir. Modelled example was calculated using Saphir software package [3]. Good match was confirmed for properties estimated in software and evaluated through pressure and rates analysis after deconvolution.

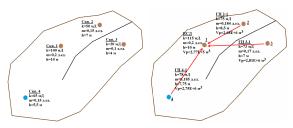


Fig. 1. Initial data for modeling (on the left) and well-test interpretation results (on the right) KCД – pressure stabilization curve, $\Gamma\Pi$ – well interference pressure curve, скв. – well, мД - mD, д.ед. – decimal quantity, м – m, $M^3 - M^3$

REFERENCES

- 1. Shi-Yi Zheng, Fei Wang. Multi-Well Deconvolution Algorithm for the Diagnostick, Analysis of Transient Pressure with Interference from Permanent Down-hole Gauges. SPE 121949. 2009.
- 2. Krichevski V.M. Multiwell retrospective test. Access: https://sofoil.com/MRT%20report. pdf. (22.12.2017)
- 3. Olivier Houze, Didier Viturat, Ole S. Fjaere and all. Dynamic Data Analysis. V 5.30.01. 2020.

АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ ТОЧНОСТИ ИСХОДНЫХ ДАННЫХ НА РЕЗУЛЬТАТЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ РАЗРАБОТКИ НЕФТЯНЫХ МЕСТОРОЖДЕНИЙ

Афанаскин И. В.¹, <u>Ялов П. В.²</u>, Солопов Д. В.³

Федеральный научный центр «Научно-исследовательский институт системных исследований Российской академии наук», Москва, Российская Федерация $ivan@afanaskin.ru^1$, $petryalov@qmail.com^2$, $soldi99@qmail.com^3$

 ${\it Kлючевые\ c.noвa}$: модель Маскета-Мереса, чувствительность модели, адаптация модели.

Публикация выполнена в рамках госзадания ФГУ ФНЦ НИИСИ РАН - проведение фундаментальных научных исследований по теме № 0580-2021-0019.

Для математического моделирования фильтрации многофазной жидкости в пласте необходимо задание численных значений коэффициентов дифференциальных уравнений, а также начальных и граничных условий. В качестве исходных данных должны задаваться геометрические параметры модели, значения фильтрационно-емкостных параметров пласта, PVT-параметры (вязкости и объемные коэффициенты пластовых флюидов, сжимаемость для каждой из фаз. растворимость газа в нефти и давление насыщения нефти газом), сжимаемость породы пласта, относительные фазовые проницаемости и капиллярные давления, начальное распределение по пласту давления и насыщенности, условия на границе пласта, режим работы скважины (значение дебита скважины или её забойного давления) [1].

Большинство параметров пласта определяется косвенно, с помощью различных корреляционных и интерполяционных методик [2]. Известна практика, когда используются параметры определенные по исследованиям на других месторождениях. Большая степень неопределенности исходной информации приводит к необходимости адаптации модели к результатам замеров дебитов скважин, закачки, забойных и пластовых давлений, т.е. решению обратной задачи определения характеристик модели, являющихся наименее точными. В процессе адаптации модели корректировке подлежат те параметры, которые имеют наибольшую неопределенность и существенно влияют на результаты расчетов.

Анализируя исходные данные и методы их получения, наименее достоверными являются абсолютная проницаемость, начальное пластовое давление, функции ОФП, объем фаз в пласте, параметры водоносной области. На примере одного из месторождений Западной Сибири был проведен анализ чувствительности математической модели трехфазной фильтрации к точности исходных данных.

На добычу (текущую и накопленную) и соотношение фаз наиболее ощутимо влияют функции ОФП, неоднородность пласта по проницаемости, поровый объем и особенности геологии пласта. Наибольшее влияние на закачку имеет продуктивность скважин, проводимость пласта, пластовое давление и поровый объем. На пластовое давление оказывают значительное влияние поровый объем нефтяного пласта, объем водоносной области, сжимаемость пластовой системы, степень сообщаемости нефтяного пласта и законтурной области. Забойное давление наиболее чувствительно к пластовому давлению, поровому объему и продуктивности скважин.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ашмян К.Д, Баишев А.Б., Вольпин С.Г. *Анализ технических требований к исходным* геологофизическим и гидродинамическим данным для моделирования углеводородных систем. Вестник ЦКР РОСНЕДРА, № 1, 2006, С. 53-59.

2. Дойч К.В. Геостатистическое моделирование коллекторов. Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2004. - 416 с.

ANALYSIS OF THE INFLUENCE OF THE ACCURACY OF THE INITIAL DATA ON THE RESULTS OF MATHEMATICAL MODELING OF THE DEVELOPMENT OF OIL FIELDS

Afanaskin I. V. 1, Yalov P. V.2, Solopov D. V. 3

Federal State Institution "Scientific Research Institute for System Analysis of the Russian Academy of Sciences" (SRISA RAS), Moscow ivan@afanaskin.ru¹, petryalov@qmail.com², soldi99@qmail.com³

Keywords: Masket-Meres model, model sensitivity, model adaptation.

The article is performed within the frameworks of the SRISA/NIISI RAS state order -conducting basic scientific research on the topic No 0580-2021- 0019.

For mathematical modelling of multi-phase fluid filtration in a formation it is necessary to specify numerical values of differential equations coeficients as well as initial and boundary conditions. Reference data should include model geometry, porocity & permeability properties, PVT-parameters (reservoir fluid viscosity and volumetric coefficients of formation fluids, compressibility for each phase, gas solubility in oil and gas saturation pressure), rock compressibility of the formation, relative phase permeability and capillary pressures, initial stratal distribution of preassure and saturation, condition at the seam boundary, well operating mode (well production or bottom hole preassure) [1].

Most of the formation properties are derived indirectly through various correlation and interpolation methodologies. [2]. There is quite known practice when properties, defined by studies in other oil-deposits, are used. The higher degree of uncertainty in the raw information leads to the need of adapting the model to the results of well flow rate, injection, bottom hole and reservoir pressure measurements, i.e. solving the inverse task of defining the model properties being the least accurate. In use of adaptation model most uncertain properties and those of significant influence on the calculations results are to be corrected.

According to the raw data and production methods analysis the least reliable properties are as follows: absolute permeability, initial pressure, RPP (relative phase permeability)-functions, formation phase volume, aquifer properties. One of the Western Siberia oil-deposits was taken as a case study site for analyzing the sensitivity of the mathematical model of the raw data three-phase filtration.

Oil Production (current and accumulated) and phase ratios are most strongly influenced by RPP-functions, permeability, pore volume and geological peculiarities of the formation. The most important influence on the injection has well productivity, formation conductivity, its pressure and volume of pore. The formation pressure is significantly influenced by the pore volume of the oil reservoir, the volume of the aquifer area, the stratum system compressibility, the degree of connectivity of the oil reservoir and the granular area. The bottom hole pressure is most sensitive to the formation pressure, the pore volume and the productivity of wells.

REFERENCES

1. Ashmyan K. D., Baishev A. B., Volpin S. G. Analysis of technical requirements for initial geologic-geophysical and hydrodynamic data for modeling of hydrocarbon systems. Bulletin of the Central Committee of ROSNEDRA, No 1, 2006, 53-59 pp.

2. Deutsch C. V. Geostatistical reservoirs modeling. Izhevsk: Institute of Computer Research, 2004. - 416 p.

БЫСТРОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ФУРЬЕ И БЕЗУСЛОВНАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ ЯВНЫХ РАЗНОСТНЫХ СХЕМ ДЛЯ УРАВНЕНИЙ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

Бахмутский М. Л.

Федеральный научный центр «Научно-исследовательский институт системных исследований Российской академии наук», г. Москва, Российская Федерация mbakhmut@mail.ru

Kлючевые слова: уравнение теплопроводности, устойчивость явных схем. Публикация выполнена в рамках государственного задания ФГУ ФНЦ НИИСИ РАН - проведение фундаментальных научных исследований по теме № 0580-2021-0019.

Моделирование процессов фильтрации в пласте требует решения параболических уравнений для пластового давления на громадных пространственных сетках и рассмотрения процессов, протекающих длительное время. Эти задачи требуют применения параллельных вычислений. Однако абсолютно устойчивые неявные схемы плохо распараллеливаются, вместе с тем условия устойчивости классических явных разностных схем накладывают слишком жесткие ограничения на шаг по времени. Известно, что только первые собственные элементы разностной аппроксимации приближают дифференциальный оператор [1]. Поэтому если на каждом временном шаге подавлять рост высокочастотных компонент, шаг по времени можно значительно увеличить и его будут ограничивать требования точности вычислений, а не соображения устойчивости. Ранее в качестве ограничителя роста высокочастотных компонент предлагалось адаптивное сглаживание решения на каждом временном слое применением спектрально-сингулярного анализа [2].

В докладе предлагается:

- 1. При помощи классической явной схемы находить решение на каждом временном слое, считая это решение предварительным
- 2. Вычислять разложение Фурье при помощи алгоритма БПФ. Использовался общеизвестный алгоритм Кули Тьюки.
- 3. Находить решение на временном слое, подавляя ошибки и высокие гармоники при суммировании ряда Фурье, методом подобным методу регуляризации А.Н.Тихонова [3] или сглаживанием по Фейеру (т.е. методом «средних арифметических») [4].

Несмотря на то, что для многих задач необходимо на каждом шаге по времени делать замену пространственных переменных, этот подход требует меньше вычислений чем [2] и позволяет более широко использовать явные схемы для решения фильтрационных задач на суперкомпьютерах с большим числом процессоров.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Люстерник Л. А. *О разностных аппроксимациях оператора Лапласа*. Успехи матем. Наук. 1954. Т. IX. Вып. 2(60). С. 3–66.
- 2. Бахмутский М. Л. Интегрирование нелинейных параболических уравнений при помощи явных разностных схем с адаптивным сглаживанием Вестник Кибернетики. 2015. №4 (20). С. 72–82
- 3. Тихонов А. Н. *Об устойчивых методах суммирования рядов Фурье.* ДАН СССР. 1964. Т. 156. № 2. С. 268–271

Толстов Г. П. Ряды Фурье. М.: Наука. 1980.

FAST FOURIER TRANSFORM AND UNCONDITIONAL STABILITY OF EXPLICIT DIFFERENCE SCHEMES FOR HEAT CONDUCTION EQUATIONS

Bakhmutsky M. L.

Federal Scientific Center "Scientific Research Institute of System Research of the Russian Academy of Sciences", Moscow, Russian Federation

mbakhmut@mail.ru

Keywords: Heat conductivity equation, stability of explicit schemes.

Publication prepared with support of state fundamental research program for SRISA - theme No 0580-2021-0019.

Numerical modeling filtration processes in a reservoir requires solving parabolic equations for reservoir pressure on huge spatial grids and considering processes that take place over a long time. These tasks call for parallel computing. However, absolutely stable implicit schemes are poorly parallelized, and at the same time, the stability conditions of classical explicit difference schemes impose too strict restrictions on the time step. It is known that only the some first eigenvalues and eigenvectors of the difference approximation approximate the differential operator[1]. Therefore, if the growth of high-frequency components is suppressed at each time step, the time step can be significantly increased and it will be limited by the requirements of computational accuracy, but not by stability considerations. Previously, adaptive smoothing of the solution at each time layer using spectral-singular analysis was proposed as a limiter for the growth of high-frequency components[2].

The report suggests:

- 1. Using the classical explicit scheme, find a solution at each time layer, considering this solution to be preliminary
- 2. Calculate the Fourier expansion using the FFT algorithm. The well known Cooley-Tukey algorithm was used.
- 3. Find a solution on the time layer, suppressing errors and high harmonics when summing the Fourier series, by a method similar to Tikhonov's regularization method [3] or by Feyer's smoothing (i.e., by the method of "arithmetic averages")[4].

Despite the fact that for many problems it is necessary to replace spatial variables at each time step, this approach are requires computations less than [2] and allows wider use of explicit schemes for solving filtration or heat transfer problems on supercomputers with a large number of processors.

REFERENCES

- 1. Lusternik L. A. On difference approximations of the Laplace operator. Success matem. nauk. 1954.Vol. IX.Issue 2 (60).P. 3-66.(In Russ.)
- 2. Bakhmutsky M. L. Integration of nonlinear parabolic equations using explicit difference schemes with adaptive smoothing. Bulletin of Cybernetics. 2015.No. 4(20).P. 72-82. (In Russ.)
- 3. Tikhonov A. N. On stable methods for summing Fourier series. DAN USSR. 1964.Vol. 156.No. 2. P. 268-271. (In Russ.)
- 4. Tolstov G. P. Fourier series.M.: Nauka. 1980. (In Russ.)

АНАЛИЗ РАЗРАБОТКИ НЕФТЯНЫХ МЕСТОРОЖДЕНИЙ С ПОМОЩЬЮ РЕЗЕРВУАРНЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ПРИ ЗАБОЙНОМ И ПЛАСТОВОМ ДАВЛЕНИИ НИЖЕ ДАВЛЕНИЯ НАСЫЩЕНИЯ БЕЗ ГАЗОВОЙ ШАПКИ

Глушаков А. А. 1,a , Королев А. В. 1,6 , Афанаскин И. В. 1,e , Ялов П. В. 1,e 1 Федеральный научный центр Научно-исследовательский институт системных исследований Российской академии наук, Москва, Российская Федерация a glushakoffal@yandex.ru, 6 alexandre.korolev@mail.ru, e ivan@afanaskin.ru, e petryalov@gmail.com

Ключевые слова: анализ разработки, ячейки заводнения, математическая модель. Публикация выполнена в рамках государственного задания ФГУ ФНЦ НИИСИ РАН - проведение фундаментальных научных исследований по теме № 0580-2021-0019 «Создание методики выявления невыработанных зон на нефтяных месторождениях и подсчёта остаточных запасов нефти на основе комплексирования математического моделирования, анализа разработки с исследованиями скважин и пластов».

При анализе разработки нефтяных месторождений, как правило, применяются либо совсем простые аналитические или эмпирические зависимости, либо очень сложные цифровые гидродинамические модели, использование которых ограничивается не только трудоемкостью их применения, но и проблемами с качеством и количеством исходных данных для их построения. Одним из вариантов промежуточного звена математических моделей, как инструментов для анализа и прогноза показателей разработки, являются резервуарные модели, которые описывают поведение участка пласта при его эксплуатации несколькими скважинами. Особенно сложными для анализа являются случаи работы скважин:

- 1. при падении забойного давления ниже давления насыщения при двухфазной фильтрации нефти и воды в основной части пласта,
- 2. при падении пластового давлении ниже давления насыщения и трехфазной фильтрации в пласте.

Сложность этих случаев обусловлена тем, что для них простые модели практически отсутствуют.

Резервуарные модели основаны на представлении пласта в виде одного однородного блока. Они являются простым вариантом численного моделирования, поскольку для решения обыкновенных дифференциальных уравнений, описывающих динамику пластового давления и насыщенности, используются численные методы. Часто используют более простой подход – комбинацию уравнения материального баланса и характеристик вытеснения. Более точный подход к резервуарным моделям предполагает использование модели двухфазной фильтрации слабосжимаемых жидкостей в упругом пласте.

В ходе выполнения работы были построены две математические модели для анализа разработки нефтяных месторождений методом ячеек заводнения с помощью резервуарного подхода:

- 1. Первая модель предназначена для анализа и прогноза технологических показателей разработки при забойном давлении ниже давления насыщения, а при пластовом давлении выше.
- 2. Вторая модель для случая, когда не только забойное, но и пластовое давление опускаются ниже давления насыщения, но газовая шапка отсутствует.

В обоих вариантах модели протестированы на данных реальных месторождений, получено хорошее совмещение расчетных и замеренных кривых, что показало их работоспособность и практическую применимость.

OIL FIELDS PRODUCTION ANALYSIS BY RESERVOIR MATHEMATIC MODELS FOR DOWNHOLE AND RESERVOIR PRESSURES BELOW BUBBLE POINT WITHOUT GAS CAP

Glushakov A. A. ^{1,a}, Korolev A. V. ^{1,b}, Afanaskin I. V. ^{1,c}, Yalov P. V. ^{1,d}

- ¹ Scientific Research Institute for System Analysis of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russian Federation
 - $^{a}\ glushakoffal@yandex.ru,\ ^{b}\ alexandre.korolev@mail.ru,\ ^{c}\ ivan@afanaskin.ru,\\ ^{d}\ petryalov@gmail.com$

Keywords: reservoir development analysis, waterflooding cells, mathematic model. Publication prepared with support of state fundamental research program for SRISA - theme No 0580-2021-0019.

During oil fields development analysis usually applied quite simple analytical or empirical functions, or, very complicated hydrodynamic simulations, which application is restricted by complexity, raw data low quality and limited volume. One of the mathematic models intermediate variant, as reservoir development analysis and forecasting instrument, is a reservoir model, which simulates reservoir sector development by a few wells. The most complicated for analysis the following cases:

- 1. production at bottomhole pressure below bubble-point for two-phase filtration over the most reservoir part,
- 2. production at reservoir pressure below bubble-point for three-phase filtration case over the reservoir.

Complexity of these cases related with simple models absence.

Reservoir models based on assumption of one homogeneous reservoir block. It is a simplified mathematic model variant, because usual differential equations solving for reservoir pressure dynamic and saturation numerical methods are applied. Very often even simpler approach utilized – material balance and displacement characteristics equations combination. More precise approach to reservoir models presumes low-compressible fluids two-phase filtration model application for elastic layer.

Two mathematic models for oil fields development analysis were generated which are based on water-flooding cells:

- 1. First model purpose is analysis and production parameters forecast at bottom-hole pressure below bubble point and reservoir pressure above bubble point.
- 2. The second model is for the case when downhole and reservoir pressures are below bubble point, but no gas cap occurs.

Both simulated variants were tested on real data, and good match was gained of simulated and measured data, that confirmed its applicability and viability.

DIRECT CASCADE NUMERICAL SIMULATION IN TWO-DIMENSIONAL TURBULENCE ACCOMPANIED BY ENERGY FLUX

Godunov S. K. ¹, Fortova S. V.^{2,a}, Denisenko V. V.^{2,b}, Oparina E. I.^{2,c}

- ¹ Sobolev Institute of Mathematics, Siberian Branch, Russian Academy of Sciences, Novosibirsk
 - ² Institute of Computer Aided Design, Russian Academy of Sciences, Moscow ^a sfortova@mail.ru, ^b ned13@rambler.ru, ^c elena_oparina@mail.ru

Keywords: numerical simulations, software packages, two-dimensional turbulence, Kolmogorov flow, gas dynamics equations, Godunov's scheme.

This work is supported by the Russian Science Foundation, project no. 17-11-01293.

We consider the problem of the occurrence of two-dimensional turbulence in a bounded region – a square cell, which is excited by a static pump with a correlation length of the order of the cell size L. In this case, a direct enstrophy cascade occurs, which dissipates at small scales, due to the action of viscosity. In the absence of friction on the bottom, the energy produced by an external force cannot dissipate on the scales $\sim L$. Therefore, in a statistically stationary state, the energy is transferred to small scales and dissipates there along with the enstrophy. In this case, the large-scale motion must self-organize in such a way to ensure a small rate of energy production \dot{E} compared to $\dot{H}L^2$, where \dot{H} is the rate of enstrophy production [1-4].

As a numerical model for testing our hypotheses, we consider the inviscid medium model described by the Euler equations with Kolmogorov pumping, closed by the equation of state of the ideal medium. In this case, the dissipation is introduced into the model due to the presence of the numerical viscosity of the scheme. The numerical experiments carried out confirm both the presence of a direct enstrophy cascade and an anomalously low rate of energy production. To solve the model equations, the simplest linearization of the Godunov scheme developed by the authors is used [5-6]. The difference between this method and the classical Godunov scheme, which uses the exact solution of the Riemann problem when calculating flows on the faces of the cells of the calculated grid, is less computational complexity. A special feature is the recording of the law of conservation of energy in the defining equations of the system through entropy.

The calculations were performed using the HYPERBOLIC_SOLVER software package developed by the authors. This research package is designed for researchers and is intended for conducting computational experiments.

REFERENCES

- 1. Kraichnan R.H. Inertial Ranges in Two-Dimensional Turbulence, Phys. Fluids, 1967, 10, 1417.
- 2. Leith C.E. Phys. Fluids, 1968, 11, 671.
- 3. Batchelor G.K., Phys. Fluids, 1969, 12, 233.
- 4. Chertkov M., Connaughton C., Kolokolov I. and Lebedev V. Dynamics of energy condensation in two-dimensional turbulence. Physical Review Letters, 2007, vol. 99, no. 8, p. 084501.
- 5. Godunov S.K., Klyuchinskii D.V., Fortova S.V., Shepelev V.V. Experimental studies of difference gas dynamics models with shock waves. Computational Mathematical Physics, 2018, 58:8, 1201–1216.
- 6. Godunov S., Denisenko V., Klyuchinskiy D., Fortova S. and Shepelev V. Study of Entropy Properties of a Linearized Version of Godunov's Method. Computational Mathematics and Mathematical Physics, 2020, 60, 628–640. 10.1134/S096554520040089.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЫТЕСНЕНИЯ ЖИДКОСТЕЙ ИЗ ПОРИСТЫХ СРЕД С УЧЕТОМ ХИМИЧЕСКИХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ МЕЖДУ ФАЗАМИ

Душин В. Р. 1 , Никитин В. Ф. 1,2 , Коленкина(Скрылева) Е. И. 1,2,a , Макеева М. Н. 1 , Манахова А. Н. 1

 $^1 Mосковский государственный университет имени М. В. Ломоносова, г. Москва, Российская Федерация$

Ключевые слова: многфазные течения, фильтрация, фазовые переходы, методы увеличения нефтеотдачи.

Работа поддержана грантом РФФИ № 20-07-00378.

В работе рассматриваются особенности математического и численного моделирования процесса вытеснения нефти из пористого пласта с применением термохимических методов увеличения нефтеотдачи. Особенностью данных методов является то, что в результате экзотермической химической реакции между фильтрующимеся флюидами температура нефти повышается, а вязкость падает, в результате чего ускоряется процесс вытеснения. В работе рассматриваются две задачи: термогазовый метод увеличения нефтеотдачи и метод кислотной обработки призабойной зоны.

Термогазовый метод характеризуется закачкой в пласт, в качестве вытесняющего агента, нагретой смеси газа и воды. Рассмотренный в работе газ есть смесь N_2 , O_2 , CO_2 и водяного пара $H_2O(g)$. Нагретый кислород вступает в реакцию с углеводородом, в результате чего происходит его окисление с выделением тепла; образуются углекислый газ и водяной пар.

Кислотная обработка заключается в нагнетании раствора кислот в пористый пласт при давлении ниже давления разрыва. Кислота растворяет часть породы и загрязнений, образуя расходящуюся от ствола скважины сеть каналов, в результате чего повышается проницаемость пористой среды. Продукты реакции, ввиду их высокой растворимости не выпадают в осадок и после проведения кислотной обработки и запуска скважины выносятся вместе с продукцией скважины.

SIMULATION OF THE DISPLACEMENT OF LIQUIDS FROM POROUS MEDIA TAKING INTO ACCOUNT THE CHEMICAL INTERACTIONS BETWEEN THE PHASES

Dushin V. R. 1 , Nikitin V. F. 1,2 , Kolenkina (Skryleva) E. I. 1,2,a , Makeeva M. N. 1 , Manahova A. N. 1

Moscow M.V. Lomonosov State University, Leninskie Gory, 1, Moscow 119992, RUSSIA
 Scientific Research Institute for System Analysis of the Russian Academy of Sciences, 36-1

Nakhimovskiy pr., Moscow 117218, RUSSIA

a jennyne@yandex.ru

Keywords: multiphase flows, seepage, phase transitions, enhanced oil recovery methods. This work was supported by the RFBR grant No. 20-07-00378.

² Федеральный научный центр «Научно-исследовательский институт системных исследований Российской академии наук», г. Москва, Российская Федерация ^a jennyne@yandex.ru

The paper discusses the features of mathematical and numerical modeling of the process of oil displacement from a porous reservoir using thermochemical methods of enhanced oil recovery. An advantage of these methods is the following: as a result of an exothermic chemical reaction between the fluids, the oil temperature rises and the viscosity decreases, as a result of which the displacement process is accelerated. The paper considers two tasks: the thermogas method of enhanced oil recovery and the method of acidizing the bottomhole zone.

The thermogas method is characterized by the injection into the formation, as a displacing agent, of a heated mixture of gas and water. The gas considered in the work is a mixture of N_2 , O_2 , CO_2 and water vapor $H_2O(g)$. Heated oxygen reacts with hydrocarbon, resulting in its oxidation with the release of heat; carbon dioxide and water vapor are formed.

Acidizing involves injecting an acid solution into a porous formation at a pressure below the fracture pressure. The acid dissolves part of the rock and contaminants, forming a network of channels diverging from the wellbore, as a result of which the permeability of the porous medium increases. The reaction products, due to their high solubility, do not precipitate and after acid treatment and well start-up are carried out along with the well product.

ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ЭФФЕКТИВНОСТИ ЦИКЛИЧЕСКОГО ТЕРМОГАЗОХИМИЧЕСКОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ НА МЕСТОРОЖДЕНИЯХ С ГЕНЕРАЦИОННЫМ ПОТЕНЦИАЛОМ

Кравченко М. Н. 1,2,a , Диева Н. Н. 2,6

- ¹ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова», Москва, Российская Федерация
- 2 Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Российский государственный университет нефти и газа (национальный исследовательский университет) имени И. М. Губкина», Москва, Российская Федерация a kravchenko.m@gubkin.ru, b ninadieva@bk.ru

Ключевые слова: термогазохимическое воздействие, численное моделирование, кероген, циклическое воздействие, бинарная смесь.

Работа поддержана грантом РФФИ №19-07-00433 А

В настоящее время актуальным становится поиск методов введения в эксплуатацию низпроницаемых керогеносодержащих пластов. Особенностью таких месторождений является наличие включений незрелого органического вещества (ОВ) – керогена, обладающего способностью генерировать дополнительные подвижные углеводороды при значительном повышении давления и температуры. Создание соответсвующих термобаричеких условий на реальных месторождениях, таких как коллекторы баженовской свиты, сопряжено с их малой пористостосью и низкой проницаемостью. С другой стороны, аномально высокие давления и температуры могут стать запускающим механизмом термокрекинга при нагнетании в пласт специальных составов, активация которых приведет к экзотермической реакции. В качестве метода термогазохимического воздействия (ТГХВ) предлагается использовать смеси на основе водного раствора нитрата аммония [1]. Опробование данной технологии на месторождениях в поздней стадии разработки, характеризующихся наличием в составе минеральной матрицы ОВ разной степени зрелости, даст возможность теоретически обосновать и подтвердить на практике возможность применения данной техологии и на новых месторождениях.

Согласно исследованиям керновый материал с различных площадей Ромашкинского месторождения характеризуется наличием ОВ различной степенью зрелости, а математическое моделирование применения метода ТГХВ на одном из участков позволило оценить

изменение структуры порового пространства и обосновать продолжительность эффекта дополнительного притока нефти [1] и обосновать феномен «самопроизвольного запуска/остановки» отдельных скважин. Использование метода ТГХВ в циклическом режиме на практике находится лишь в стадии опробования. Настоящая работа посвещена анализу циклической организации термогазохимического воздействия (ТГХВ) на примере одного из участков Ромашкинского месторождения с целью прогноза продолжительности эффекта.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лищук А.Н., Кравченко М.Н. и др. Результаты опытно-промышленных работ по термогазохимической обработке скважин бинарными смесями и развитие моделирования пластовых процессов для нефтематеринских коллекторов. Режим доступа: https://www.onepetro.org/download/conference-paper/SPE-201812-RU? id=conference-paper%2FSPE-201812-RU

HYDRODYNAMIC ANALYSIS OF CYCLIC THERMOGASOCHEMICAL TREATMENT EFFICIENCY IN HYDROCARBON-GENERATING POTENTIAL FIELDS

Kravchenko M. N. ^{1,2,a}, Dieva N. N. ^{2,b}

Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russia
 Gubkin Russian State University of Oil and Gas (NRU), Moscow, Russia
 kravchenko.m@gubkin.ru, b ninadieva@bk.ru

Keywords: thermogasochemical treatment, numerical simulation, kerogen, cyclic treatment, binary mixture.

This paper was prepared with support of Russian Foundation of Fundamental Research Grant 19-07-00433 A

Currently, the investigation of methods to put low-permeable kerogen-containing reservoirs into production is becoming relevant. A feature of such deposits is the presence of inclusions of immature organic matter (OM) – kerogen, which has the ability to generate additional mobile hydrocarbons with significant increase in pressure and temperature. The creation of appropriate thermobaric conditions in real deposits, such as reservoirs of the Bazhenov formation, is associated with their low porosity and low permeability. On the other hand, abnormally high pressures and temperatures can become the triggering mechanism of thermal cracking while special compositions are injected into the formation, and the activation of those compositions could lead to an exothermic reaction. It is proposed to use mixtures based on an aqueous solution of ammonium nitrate as a method of thermogasochemical treatment (TGCT) [1]. Technology tryout on brownfields deposits which are characterized by the presence of mineral matrix of different maturity, will make it possible to theoretically justify and practically confirm the possibility of application this technology to green fields.

According to the research, the core samples from different areas of the Romashkinskoye field are characterized by the presence of OM of different maturity, and mathematical modeling of the application of the TGCT at one of the sites allowed to assess the changes in the pore space structure and justify the duration of the additional oil inflow rate effect [1] as well as to justify the phenomenon of individual wells "spontaneous start/stop". The application of the TGCT in a cyclic mode is only at the test stage. This paper is devoted to the analysis of the cyclic thermogasochemical treatment (TGCT) mode of one of the sites of the Romashkinskoye field as an example in order to predict the duration of the effect.

REFERENCES

1. Lishcuk A.N., Kravchenko M.N. et al. The Results of Pilot and Industrial Application of Thermal-Gas-Chemical Well Treatment with Binary Mixtures and Development of Mathematical Models for Reservoir Processes in Source Oil Rock. Access: https://onepetro.org/SPERPTC/proceedings-abstract/20RPTC/2-20RPTC/D023S008R003/450291

ОСОБЕННОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ ДЕКОНВОЛЮЦИИ ДЛЯ ОБРАБОТКИ МАТЕРИАЛОВ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЙ СКВАЖИН

Крыганов П. В. 1,a , Афанаскин И. В. 1,6 , Вольпин С. Г. 1,B

¹ Федеральный научный центр Научно-исследовательский институт системных исследований Российской академии наук, г. Москва, Российская Федерация ^а kryganov@mail.ru, ⁶ ivan@afanaskin.ru, ^B sergvolpin@gmail.com

Ключевые слова: гидродинамические исследования скважин, деконволюция, свертка. Публикация выполнена в рамках государственного задания ФГУ ФНЦ НИИСИ РАН - проведение фундаментальных научных исследований по теме № 0580-2021-0019.

В последние годы развитие гидродинамических исследований (ГДИ) тесно связано с изучением различных подходов, позволяющих извлечь из уже имеющейся данных о дебите и забойном давлении информацию о свойствах и строении пласта при сокращении потерь нефти на проведение исследований вплоть до нуля. Один из таких способов - метод односкважинной деконволюции или обратной свертки. Суть его в том, чтобы преобразовать негладкую зашумленную длительную кривую изменения забойного давления при работе с переменным дебитом в плавную длительную кривую давления при работе с постоянным дебитом.

В коммерческом ПО алгоритм деконволюции основан на замене переменных и аппроксимации логарифмической производной полилинией. В данной работе рассмотрен иной подход. Он актуален при решении задачи определения границ залежи, а значит и для подсчета запасов. Для этого функция самовлияния представляется в виде суммы элементарных функций, характерных для различных режимов фильтрации:

$$P_{w,i}(t) = P_0 + a_i \sum_{j=1}^{N} \left[-(q_{i,j} - q_{i,j-1}) \exp(t - t_{j-1}) \right] + b_i \sum_{j=1}^{N} \left[-(q_{i,j} - q_{i,j-1}) \sqrt[4]{t - t_{j-1}} \right] + c_i \sum_{j=1}^{N} \left[-(q_{i,j} - q_{i,j-1}) \sqrt{t - t_{j-1}} \right] + d_i \sum_{j=1}^{N} \left[-(q_{i,j} - q_{i,j-1}) \lg(t - t_{j-1}) \right] + e_i \sum_{j=1}^{N} \left[-(q_{i,j} - q_{i,j-1}) (t - t_{j-1}) \right] + f_i q_{i,N}$$

где P_w – забойное давление, t – время, P_0 – пластовое давление при t=0, q – дебит скважины, коэффициенты a_i , b_i , c_i , d_i , e_i , f_i – параметры модели. Зная историю дебита и забойное давление, применяя метод наилучшего совмещения, можно определить параметры модели, т.е. деконволюировать кривую забойного давления. Затем можно рассчитать изменение давления при пуске скважины с постоянным дебитом и интерпретировать полученную кривую с помощью стандартного ПО для интерпретации ГДИ, определить параметры модели.

Предложенный подход реализован на примере вертикальной скважины в однородном пласте с шестью различными вариантами расположения непроницаемых границ. Для всех шести случаев получено хорошее совмещение деконволюированной и фактической кривых. Пример деконволюции представлен на рис. 1.

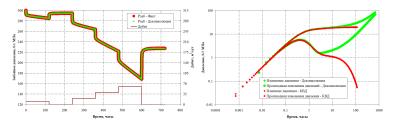


Рис. 1. Деконволюция. Модель замкнутого прямоугольного пласта

DECONVOLUTION ALGORITHM APPLICATION FOR WELL TEST DATA INTERPRETATION

Kryganov P. V. 1,a , Afanaskin I. V. 1,b , Volpin S. G. 1,c

¹ Scientific Research Institute for System Analysis of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russian Federation

^a kryqanov@mail.ru, ^b ivan@afanaskin.ru, ^c sergvolpin@gmail.com

Keywords: well test, deconvolution, convolution.

Publication prepared with support of state fundamental research program for SRISA - theme No 0580-2021-0019.

In recent years, the well test development is closely related to the study of various approaches that make available reservoir structure and properties information extraction from the existing flow rate data and bottomhole pressure while reducing oil losses for research to zero. One of such methods is the single-well deconvolution or reverse convolution method. Its essence is non-smooth noisy long-term bottomhole pressure curve transformation along production with a variable flow rate into a smooth long-term pressure curve along production at a constant flow rate.

Commercial software includes the deconvolution algorithm which is based on changing variables and the logarithmic derivative approximation by a polyline. This paper focused on another approach. It is relevant for formation boundaries determination, and therefore, for oil reserves estimation. Thus, the self-influence function is represented as a sum of elementary functions typical for various filtration regime:

$$P_{w,i}(t) = P_0 + a_i \sum_{j=1}^{N} \left[-(q_{i,j} - q_{i,j-1}) \exp(t - t_{j-1}) \right] + b_i \sum_{j=1}^{N} \left[-(q_{i,j} - q_{i,j-1}) \sqrt[4]{t - t_{j-1}} \right] + c_i \sum_{j=1}^{N} \left[-(q_{i,j} - q_{i,j-1}) \sqrt{t - t_{j-1}} \right] + d_i \sum_{j=1}^{N} \left[-(q_{i,j} - q_{i,j-1}) \lg(t - t_{j-1}) \right] + e_i \sum_{j=1}^{N} \left[-(q_{i,j} - q_{i,j-1}) (t - t_{j-1}) \right] + f_i q_{i,N}$$

where P_w is bottomhole pressure, t is time, P_0 is reservoir pressure at t = 0, q is well flow rate, coefficients a_i , b_i , c_i , d_i , e_i , f_i are model parameters. Knowing the history of the flow rate and bottomhole pressure, applying the best-match method, it is possible to determine

the model parameters, i.e. to deconvolute the bottomhole pressure curve. Further the pressure change during the well start-up with a constant flow rate could be calculated and the resulting curve interpreted by the well test data standard software application, as well as reservoir model parameters estimation.

The proposed approach was implemented on a vertical well example in a homogeneous reservoir with six different options for the location of impermeable boundaries. For all cases a good match of the deconvoluted and initially modeled curves was obtained. Deconvolution example is shown in Fig. 1.

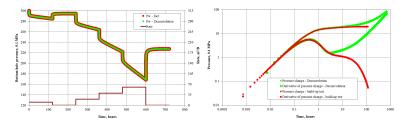


Fig. 1. Deconvolution. Closed Rectangular Reservoir Model

НЕЙРОСЕТЕВОЙ ПОДХОД К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ ГАЗОВОЙ ДИНАМИКИ

Мальсагов М. Ю. 1,a , Михальченко Е. В. 1,6 , Карандашев Я. М. 1,e , Никитин В. Ф. 1,e

¹ Федеральный научный центр «Научно-исследовательский институт системных исследований Российской академии наук», г. Москва, Российская Федерация
^a malsagov@niisi.ras.ru, ^б mikhalchenkolena@yandex.ru, ⁶ karandashev@niisi.ras.ru,
² vfnikitin77@rambler.ru

Ключевые слова: нейронные сети, газовая динамика, глубокое обучение.

В работе исследуется возможность решения задач химической кинетики с использованием искусственных нейронных сетей. Для исследования выбрана модель горения водорода с кислородом в воздушной среде. В реакции при высокой температуре (500-4000 K) взаимодействуют водород H_2 , кислород O_2 , их производные (H, O, OH, H_2O , HO_2 , H_2O_2), а так же нейтральные элементы аргон Ar и азот N_2 . Весь процесс описывается 28 химическими реакциями [1-3]. Математически задача сводится к системе дифференциальных уравнений:

$$\frac{\partial X_k}{\partial t} = \sum_{r=1}^{N_R} \nu_{rk} \omega_r \left(T, X_1, \dots, X_{N_C} \right).$$

Основной проблемой в решении подобных задач численными методами является то, что их сложность резко возрастает с увеличением числа параметров (больше переменных, больше уравнений). Нейронные сети позволяют сохранить вычислительные затраты при изменении числа входных и выходных параметров.

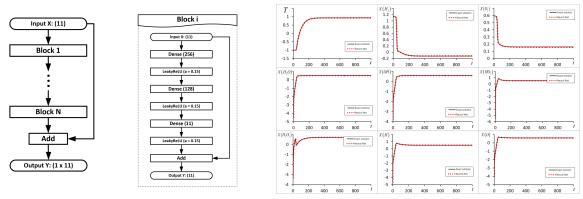


Рис. 1. Архитектура нейронной сети. Рис. 2. Результат работы сети для 1000 шагов.

Нам удалось построить многослойную нейронную сеть, состоящую из нескольких одинаковых блоков (рис.1). Подобная сеть в состоянии довольно точно прогнозировать развитие процесса на 1000 временных шагов. Среднеквадратичная ошибка работы такой сети составила $MSE=5.4*10^{-04}$, а вычислительная сложность $\sim 10^6$ операций. В отличие от прочих методов, данная нейронная сеть может быть обучена на другой модели с большим числом параметров, при этом сохранятся ее свойства.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. N. N. Smirnov, V. B. Betelin, V. F. Nikitin, L. I. Stamov, and D. I. Altoukhov. Accumulation of errors in numerical simulations of chemically reacting gas dynamics. Acta Astronautica, 117:338–355, 2015.
- 2. E. A. Novikov. Investigation of (m,2)-methods of stiff systems calculation. Vychislitel'nye tekhnologii (Calculation technologies), Vol. 12, 5(2007) 103 115 (in Russian).
- 3. GRI-Mech Version 3.0 7/30/99 CHEMKINII format, at http://www.me.berke-ley.edu/gri_mech/.

NEURAL NETWORK APPROACH TO SOLVING GAS DYNAMICS PROBLEMS

Malsagov M. Yu. ^{1a}, Mikhalchenko E. V. ^{1b}, Karandashev I. M. ^{1c}, Nikitin V. F. ^{1d}

^aFederal Science Center "Scientific Research Institute for System Analysis of Russian

Academy of Sciences", Moscow, Russian Federation

^a malsagov@niisi.ras.ru, ^b mikhalchenkolena@yandex.ru, ^c karandashev@niisi.ras.ru,

^d vfnikitin77@rambler.ru

Keywords: neural network, gas dynamic, deep learning.

The paper investigates the possibility of solving problems of chemical kinetics using artificial neural networks. A model of combustion of hydrogen with oxygen in air was chosen for the study. In the reaction at high temperatures (500-4000 K) hydrogen H2, oxygen O2, their derivatives (H, O, OH, H2O, HO2, H2O2), as well as neutral elements argon Ar and nitrogen N2 are interact. The whole process is described by 28 chemical reactions [1-3]. Mathematically, the problem is reduced to a system of differential equations:

$$\frac{\partial X_k}{\partial t} = \sum_{r=1}^{N_R} \nu_{rk} \omega_r \left(T, X_1, \dots, X_{N_C} \right).$$

The main problem in solving such problems by numerical methods is that their complexity increases sharply with an increase in the number of parameters (more variables, more equations).

Neural networks allow you to save computational costs when changing the number of input and output parameters.

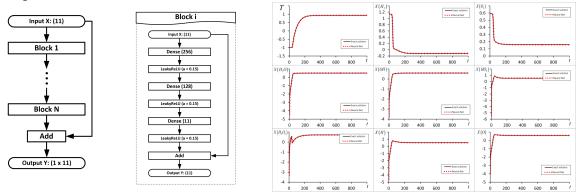


Fig. 1. Neural network architecture. Fig. 2. The result of the network for 1000 steps.

We managed to build a multilayer neural network consisting of several identical blocks (Fig. 1). Such a network is able to fairly accurately predict the development of the process for 1000 time steps. The root-mean-square error of such a network was MSE= $5*10^{-04}$, and the computational complexity was $\sim 10^6$ operations. Unlike other methods, this neural network can be trained on another model with a large number of parameters, while retaining its properties.

REFERENCES

- 1. N. N. Smirnov, V. B. Betelin, V. F. Nikitin, L. I. Stamov, and D. I. Altoukhov. Accumulation of errors in numerical simulations of chemically reacting gas dynamics. Acta Astronautica, 117:338–355, 2015.
- 2. E. A. Novikov. Investigation of (m,2)-methods of stiff systems calculation. Vychislitel'nye tekhnologii (Calculation technologies), Vol. 12, 5(2007) 103 115 (in Russian).
- 3. GRI-Mech Version 3.0 7/30/99 CHEMKINII format, at http://www.me.berke-ley.edu/gri_mech/.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДЕТОНАЦИОННОГО ДВИГАТЕЛЯ НА СМЕСИ АЦЕТИЛЕН-КИСЛОРОД

Михальченко Е. В. 1,a , Никитин В. Ф. 1,6

¹ Федеральный научный центр «Научно-исследовательский институт системных исследований Российской академии наук», г. Москва, Российская Федерация ^a mikhalchenkolena@yandex.ru, ⁶ vfnikster@gmail.com

Kлючевые слова: трехмерное численное моделирование, детонационный двигатель, углеводородное топливо.

Работа выполнена за счет субсидии, выделенной $\Phi\Gamma$ У Φ НЦ НИИСИ РАН на выполнение государственного задания по теме No. 0580-2021-0021 «Разработка алгоритмической компоновки и программ для расчета многомасштабных процессов и горения».

В работе представлены результаты вычислительного моделирования процессов в камере сгорания детонационного двигателя. Целесообразность перехода к детонационному горению в основном обусловлена более высокой эффективностью термодинамического цикла с детонационным горением. Основные достоинства детонационного двигателя: компактная камера сгорания, высокая полнота сгорания и низкие концентрации вредных веществ. Существует два основных типа детонационных двигателей: пульсирующий детонационный двигатель (PDE) и двигатель с непрерывно вращающейся детонационной волной

(RDE). Энергоэффективность детонационных двигателей экспериментально подтверждена во многих исследованиях. В последние годы RDE привлекает больше внимания из-за простой конструкции камеры, а также возможности получения более высоких рабочих частот. Двигатели с неприрывной детонационной волной имеют несколько основных геометрических модификаций: цилиндрическая камера с внутренним телом, без внутреннего тела и дисковая камера.

В данной работе выполнено трехмерное численное моделирование камеры сгорания двигателя с вращающейся детонационной волной цилиндрического типа с внутренним телом, питаемым углеводородным топливом, ацетиленом. Математическая модель основана на модели многокомпонентной газовой динамики с химическими превращениями, учитывающей явления переноса с турбулентной моделью RANS. В качестве кинетического механизма для описания горения углеводородов был рассмотрен приведенный механизм горения ацетилена (13 реакций). Получены варианты стабильно работающих камер сгорания детонационного двигателя с непрерывной детонационной волной. Получены их тяговые характеристики.

SIMULATION OF A DETONATION ENGINE ON THE ACETYLENE-AIR MIXTURE

Mikhalchenko E. V. ^{1,a}, Nikitin V. F. ^{1,b}

¹ Scientific Research Institute for System Analysis of the Russian Academy of Sciences, 36-1 Nakhimovskiy pr., Moscow 117218, RUSSIA

^a mikhalchenkolena@yandex.ru,

^b vfnikster@gmail.com

Keywords: three-dimensional numerical simulation, detonation engine, hydrocarbon fuel. This work was supported by the subsidy given to the Federal Science Center Scientific Research Institute for System Analysis of the Russian Academy of Sciences to implement the state assignment on the topic No. 0580-2021-0021 "Development of algorithms and codes for multiscale processes and combustion simulations".

The paper presents the results of computational modeling of processes in the combustion chamber of a detonation engine. The expediency of switching to detonation combustion is mainly due to the higher efficiency of the thermodynamic cycle with detonation combustion. The main advantages of the detonation engine are: compact combustion chamber, high combustion efficiency and low concentrations of harmful substances. There are two main types of detonation engines: a pulsating detonation engine (PDE) and a continuously rotating detonation wave engine (RDE). The energy efficiency of detonation engines has been experimentally confirmed in many studies. In recent years, RDE has attracted more attention due to the simple design of the camera, as well as the possibility of obtaining higher operating frequencies. Continuous detonation wave engines have several basic geometric modifications: a cylindrical chamber with an internal body, without an internal body, and a disk chamber.

In this paper, a three-dimensional numerical simulation of the combustion chamber of an engine with a rotating detonation wave of a cylindrical type with an internal body fed by a hydrocarbon fuel, acetylene, is performed. The mathematical model is based on the model of multicomponent gas dynamics with chemical transformations, it takes the transport phenomena with the turbulent RANS model into account. The mechanism of acetylene combustion (13 reactions) was considered as a kinetic mechanism for describing the combustion of hydrocarbons. Variants of stably operating combustion chambers of a detonation engine with a continuous detonation wave are obtained. Their traction characteristics are obtained.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЯЧЕИСТОЙ СТРУКТУРЫ ДЕТОНАЦИИ В СМЕСИ ВОДОРОД-ВОЗДУХ

Никитин В. Ф. 1,a , Михальченко Е. В. 1,6

¹ Федеральный научный центр «Научно-исследовательский институт системных исследований Российской академии наук», г. Москва, Российская Федерация ^a vfnikster@gmail.com, ⁶ mikhalchenkolena@yandex.ru

Kлючевые слова: детонация, детонационная ячейка, химическая кинетика, численное моделирование.

Работа выполнена за счет субсидии, выделенной $\Phi\Gamma$ У Φ НЦ НИИСИ РАН на выполнение государственного задания по теме No. 0580-2021-0021 «Разработка алгоритмической компоновки и программ для расчета многомасштабных процессов и горения».

Детонационные ячейки являются одним из наиболее важных параметров в исследованиях и экспериментах по распространению детонации. Численное и экспериментальное изучение таких явлений позволяет получить представление о возможности управления переходными и детонационными режимами. Исследование структуры фронта детонации на смесях с регулярной нестабильностью, и смеси с нерегулярной нестабильностью, такие как углеводороды, важны для приложений практических проблем анализа взрывоопасности. Масштабы детонации и характер нестабильности можно контролировать, регулируя химический состав смеси и начальные условия.

В данной работе разработана вычислительная модель для тестирования определения ячеистой структуры детонационной волны. Для расчета ячеистой детонации использовалась математическая модель многокомпонентного совершенного газа с химическими превращениями, без учета явлений переноса и без моделирования турбулентности. Зажигание газовой смеси реализовывалось вводом энергии от внешнего источника; энергии должно быть при этом достаточно для того, чтобы инициировать прямое возбуждение детонации. Для получения ячеистой детонации рассматривалось два варианта детальной химической кинетики для горения водорода в кислороде, разбавленном азотом, считающимся нейтральным компонентом: Хонг (Hong, 2010), Тереза (Tereza et al., 2018). Расчет процесса распространения фронта детонации с образованием ячеистой структуры был рассмотрен в рамках двумерной плоской модели в прямоугольном домене с открытыми границами вдоль горизонтальной оси домена и с закрытыми боковыми границами в поперечном направлении. Использовалась равномерная сетка с размером расчетной ячейки 0.025 мм. Было исследовано влияние исходной температуры смеси и влияние неоднородностей зажигания на картину развития процесса ячеистой детонации.

SIMULATION OF THE CELLULAR STRUCTURE OF DETONATION IN A HYDROGEN-AIR MIXTURE

Nikitin V. F. 1,a , Mikhalchenko E. V. 1,b

¹ Scientific Research Institute for System Analysis of the Russian Academy of Sciences, 36-1 Nakhimovskiy pr., Moscow 117218, RUSSIA

^a vfnikster@qmail.com, ^b mikhalchenkolena@yandex.ru

Keywords: detonation, detonation cell, chemical kinetics, numerical simulation.

This work was supported by the subsidy given to the Federal Science Center Scientific Research Institute for System Analysis of the Russian Academy of Sciences to implement the state assignment on the topic No. 0580-2021-0021 "Development of algorithms and codes for multiscale processes and combustion simulations".

Detonation cells are one of the most important parameters in research and experiments on the propagation of detonation. Numerical and experimental studies of this phenomena allow to get an idea of the possibility of controlling transient and detonation modes. The study of the structure of the detonation front on mixtures with regular instability, and mixtures with irregular instability, such as hydrocarbons, is important for applications of practical problems of explosion analysis. The scale of detonation and the nature of instability can be controlled by adjusting the chemical composition of the mixture and the initial conditions.

In this paper, a computational model is developed for testing the determination of the cellular structure of the detonation wave. To calculate cellular detonation, a mathematical model of a multicomponent perfect gas with chemical transformations was used, without taking into account transport phenomena and without modeling turbulence. The ignition of the gas mixture was performed by the input of energy from an external source; the energy should be sufficient to initiate the direct excitation of the detonation. To obtain cellular detonation, two variants of detailed chemical kinetics were considered for the combustion of hydrogen in oxygen diluted with nitrogen, which is considered a neutral component: Hong (2010), Tereza (Tereza et al., 2018). The calculation of the propagation of the detonation front with the formation of a cellular structure was considered in the framework of a two-dimensional flat model in a rectangular domain with open boundaries along the horizontal axis of the domain and with closed lateral boundaries in the transverse direction. A uniform mesh with a calculation cell size of 0.025 mm was used. The influence of the initial temperature of the mixture and the influence of ignition inhomogeneities on the development of the cellular detonation process was investigated.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ДЕТОНАЦИИ В ПИРОПАТРОНЕ СЛОЖНОЙ ФОРМЫ

Рыбакин Б. Π . 1,a

¹ ФНЦ, ФГУ Научно-исследовательский институт системных исследований Российской академии наук, г. Москва, Российская Федерация ^a rybakin@vip.niisi.ru

 ${\it Kлючевые\ c.noвa}$: математическое моделирование, детонация, пиропатрон, кумулятивная струя.

В работе приведены результаты математического моделирования процесса формирования газожидкостной струи при инициировании детонации внутри заряда пиропатрона. Математическая модель описывает развитие детонационного процесса при разложении твердого ВВ, деформирование оболочки пиропатрона и лайнера. Расчеты проводятся на основе оригинального численного кода [1], [2]. Вторичное вскрытие пласта необходимо для создания гидродинамической связи между продуктивным пластом и скважиной. Кумулятивная перфорация является самым распространенным видом вторичного вскрытия пласта. Создание качественной гидродинамической связи «скважина-пласт» способствует сохранению стабильного притока нефти и газа к скважине. Дальнейшая эксплуатация скважин во многом определяется качеством именно операции вскрытия пласта, включающей создание каналов в стенке обсадной колонны, цементном камне и матрице скелета пласта. Формирование кумулятивной струи зависит от ряда факторов: от энергии твердого ВВ, формы пиропатрона и характеристик лайнера Рис. 1.

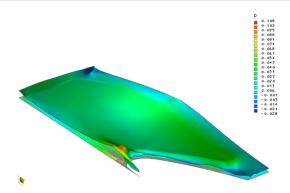


Рис. 1. Формирование кумулятивной струи в пиропатроне

Исследован процесс образования кумулятивной струи и деформирования металлического корпуса заполненного твердым ВВ. Лайнер выполнен из цветного металла — меди или алюминия, и имеет коническую или криволинейную форму. Показано влияние формы пиропатрона и лайнера на скорость и энергию кумулятивной струи. Было установлено, что для конического стального лайнера скорость струи существенно зависит от угла и имеет максимальное значение 4785 м/с при угле раскрытия конического лайнера в 38 градусов, что качественно согласуется с экспериментами других авторов.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Рыбакин Б.П., Смирнов Н.Н., Горячев В.Д., Кравченко М.Н., Стамов Л.И. Компьютерное моделирование процесса вскрытия пласта с использованием кумулятивных зарядов. Вестник Кибернетики. № 3 (31), 2018. с. 1–10.
- 2. Lugovoi V.F. Meish P.Z., Rybakin B.P., Sekrieru G.V. Numerical simulation of the dynamics of a reinforced shell subject to nonstationary load. International Applied Mechanics, издательство Springer Nature (Switzerland), 2008, том 44, № 7, pp. 788-793

MATHEMATICAL MODELING OF THE DETONATION PROCESS IN A SQUIB OF COMPLEX SHAPE

Rybakin B. P.^{1,a}

¹ Scientific Research Institute for System Analysis of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russian Federation ^a rybakin@vip.niisi.ru

Keywords: mathematical modeling, detonation, squib, cumulative jet.

The paper presents the results of mathematical modeling of the formation of a gas-liquid jet during the initiation of detonation inside the charge of a pyropatron. The mathematical model describes the development of the detonation process during the decomposition of solid explosives, the deformation of the shell of the pyropatron and liner. The calculations are based on the original numerical code [1], [2]. Secondary opening of the reservoir is necessary to create a hydrodynamic connection between the productive reservoir and the well. Re-opening of the formation is necessary to create a hydrodynamic connection between the productive formation and the well. Cumulative perforation is the most common type of secondary formation penetration. The creation of a high-quality hydrodynamic connection "well-oil-bearing formation" helps to maintain a stable flow of oil and gas to the well. Further operation of wells is largely determined by the quality of the opening operation, including the creation of channels in the casing wall, cement stone and matrix of the formation skeleton. The formation of a cumulative

jet depends on a number of factors: on the energy of the solid explosive, the shape of the squib and the characteristics of the liner Fig. 1.

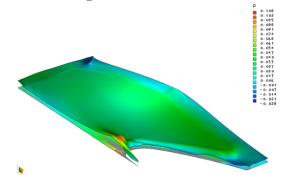


Figure 1. Formation of a cumulative jet in the squib

The process of formation of a cumulative jet and deformation of a metal body filled with solid explosives has been investigated. The liner is made of non-ferrous metal - copper or aluminum, and has a conical or curved shape. The influence of the shape of the squib and liner on the speed and energy of the cumulative jet is shown. It was found that for a conical liner, the jet velocity substantially depends on the angle and has a maximum value of 4785 m / s at an opening angle of the conical liner of 38^o , which is in qualitative agreement with the experiments of other authors.

REFERENCES

- 1. Rybakin B.P., Smirnov N.N., Goryachev V.D., Kravchenko M.N., Stamov L.I. Computer modeling of the formation opening process using shaped charges. Cybernetics Bulletin. No. 3 (31), 2018. pp. 1-10.
- 2. Lugovoi V.F. Meish P.Z., Rybakin B.P., Sekrieru G.V. Numerical simulation of the dynamics of a reinforced shell subject to nonstationary load. International Applied Mechanics, Springer Nature (Switzerland), 2008, V. 44, 7, pp. 788-793

МНОГОКРАТНАЯ ПРОПИТКА ПОРИСТОЙ СРЕДЫ В УСЛОВИЯХ МИКРОГРАВИТАЦИИ: ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ И МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Смирнов Н. Н. $^{1,2},$ Никитин В. Ф. $^{1,2},$ Коленкина(Скрылева) Е. И. $^{1,2,a},$ Вайсман Ю. Г. 1,6

- ¹ Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, г. Москва, Российская Федерация
- ² Федеральный научный центр «Научно-исследовательский институт системных исследований Российской академии наук», г. Москва, Российская Федерация ^a jennyne@yandex.ru, ⁶ juli2505@mail.ru

Ключевые слова: капиллярные эффекты, микрогравитация, фильтрация, гистерезис. Работа выполнена за счет субсидии, выделенной МГУ им.М.В.Ломоносова на выполнение государственного задания по теме «Модели многофазных сред и волновых процессов в природных, технических и социальных системах».

В работе рассматривается процесс многократной пропитки пористой среды за счёт капиллярных сил в условиях микрогравитации. Подобные исследования имеют большое

значения как для космических технологий, так и для Земных приложений. Например, на космической станции течение жидкости за счёт капиллярных эффектов можно наблюдать в тепловых тубках, очистных системах, в гидропонных системах для выращивания растений. В условиях Земной гравитации капиллярные эффекты могут также оказывать существенное влияние на фильтрационные течения, например при добыче углеводородов, когда происходит одновременное течение нескольких флюидов сквозь порисую среду.

Наблюдение капиллярных эффектов при обычной гравитации затруднено, так как действие силы тяжести преобладает над капиллярными силами, маскируя некоторые важные аспекты. В данной работе рассматриваются эксперименты по течению жидкости сквозь высокопроницаемую пористую среду во время параболических полетов. Результаты экспериментов показали, что с каждой последующей параболой жидкость поднимается выше, т.е. наблюдается более интенсивная пропитка в уже смоченной среде. Для моделирования таких процессов требуются специальные математические модели, учитывающие гистерезис. В статье описаны такие модели и представлены результаты численного моделирования на их основе. Приведено сравнение экспериментальных данных и результатов численного моделирования фильтрационных потоков жидкости, показана возможность определения неизвестных эмпирических констант на экспериментальном базисе.

MULTIPLE SUCCESSIVE IMBIBITION OF A POROUS MEDIUM UNDER MICROGRAVITY CONDITIONS: EXPERIMENTAL INVESTIGATION AND MATHEMATICAL MODELING

Smirnov N. N. ^{1,2}, Nikitin V. F. ^{1,2}, Kolenkina(Skryleva) E. I. ^{1,2,a}, Weisman Yu. G. ^{1,b}

 Moscow M.V. Lomonosov State University, Leninskie Gory, 1, Moscow 119992, RUSSIA
 Scientific Research Institute for System Analysis of the Russian Academy of Sciences, 36-1 Nakhimovskiy pr., Moscow 117218, RUSSIA

^a jennyne@yandex.ru, ^b juli2505@mail.ru

Keywords: capillary effects, microgravity, seepage, hysteresis.

This work was supported by the subsidy given to the Moscow M.V. Lomonosov State University to implement the state assignment on the topic "Mathematical models for multi-phase media and wave processes in natural, technical and social systems".

The paper considers the process of multiple successive imbibition of a porous medium due to capillary forces under microgravity conditions. Such studies are of great importance both for space technologies and for Earth applications. For example, on a Space station, liquid flow due to capillary effects can be observed in heat pipes, purification systems, in hydroponic systems for growing plants. Under the conditions of Earth's gravity, capillary effects can also have a significant effect on seepage flows, for example, in the production of hydrocarbons, when several fluids flow simultaneously through a porous medium.

Observing capillary effects under normal gravity is difficult because gravity dominates over capillary forces, masking some key aspects. This paper discusses experiments on the flow of liquid through a highly permeable porous medium during parabolic flights. The results of the experiments showed that with each subsequent parabola, the liquid rises higher, i.e. more intensive imbibition is observed in the already wetted medium. To simulate such processes, special mathematical models are required that take into account hysteresis. The article describes such models and presents the results of numerical modeling based on them. Comparison of experimental data and results of numerical simulation of seepage fluid flows is given, the possibility of determining unknown empirical constants on an experimental basis is shown.

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ОЧИСТКИ ТРЕЩИНЫ ГРП И ПРОЦЕССА ВЫТЕСНЕНИЯ НЕФТИ ИЗ ОБЛАСТИ, СОДЕРЖАЩЕЙ ТРЕЩИНУ ГРП

Смирнов Н. Н. 1,2 , Никитин В. Ф. 1,2 , Коленкина(Скрылева) Е. И. 1,2,a , Фахретдинова Р. Р. 1,2 ,

- 1 Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, г. Москва, 1 Российская Федерация
- 2 Федеральный научный центр «Научно-исследовательский институт системных исследований Российской академии наук», г. Москва, Российская Федерация a jennyne@yandex.ru, 6 reginafakhretdinova@gmail.com

Kлючевые слова: фильтрация, трещина гидроразрыва пласта, многофазные течения, неустойчивость вытеснения.

Работа выполнена за счет субсидии, выделенной ФГУ ФНЦ НИИСИ РАН на выполнение государственного задания по теме No. 0580-2021-0021 «Разработка алгоритмической компоновки и программ для расчета многомасштабных процессов и горения».

В работе рассматривается процесс вытесния нефти водой из пористого пласта. При этом около добывающей скважины может содержаться (или отсутствовать) трещина гидроразрыва пласта. Известно, что когда вязкая жидкость вытесняется менее вязкой на фронте вытеснения развивается неустойчивость Саффмана-Тейлора: вытесняющая жидкость стремится прорваться сквозь слой вытесняемой образуя в ней каналы - «вязкие пальцы». После прорыва такого канала к добывающей скважине или трещине гидроразрыва качество добываемой нефти(т.е.процентное содержание углеводорода в выкачиваемой жидкости) резко падает.

В работе описаны особенности математического и численного моделирования процесса неустойчивого вытеснения вязкой жидкости из пористой среды. Вытеснение моделируется на основе закона Дарси с учётом капиллярных эффектов. Для построения относительных фазовых проницаемостей используется модель Брукса-Кори. Трещина гидроразрыва моделируется как область повышенной пористости и проницаемости.

На основании результатов численного моделирования показано как наличие и положение трещины гидроразрыва пласта влияет на динамику и качество извлечения нефти. Также рассматривается задача очистки трещины гидроразрыва пласта от жидкости гидроразыва: вокруг трещины моделируется область резервуара, заполненная жидкостью гидроразрыва, которая затем вытесняется нефтью, имеющей меньшую вязкость. Таким образом процесс неустойчив и вытеснение происходит неравномерно, часть жидкости гидроразрыва может остаться внутри пласта.

COMPUTATIONAL SIMULATION OF THE PROCESS OF CLEANING UP OF A HYDRAULIC FRACTURE AND THE PROCESS OF DISPLACEMENT OF OIL FROM THE REGION CONTAINING A HYDRAULIC FRACTURE

Smirnov N. N. 1,2 , Nikitin V. F. 1,2 , Kolenkina(Skryleva) E. I. 1,2,a , Fakhretdinova R. R. 1,2,b

- ¹ Moscow M.V. Lomonosov State University, Leninskie Gory, 1, Moscow 119992, RUSSIA
- ² Scientific Research Institute for System Analysis of the Russian Academy of Sciences, 36-1 Nakhimovskiy pr., Moscow 117218, RUSSIA
 - $^{\rm a}$ jennyne@yandex.ru, $^{\rm \it b}$ $\underline{\it reginafakhretdinova@gmail.com}$

Keywords: seepage, hydraulic fracturing, multiphase flows, displacement instability.

This work was supported by the subsidy given to the Federal Science Center Scientific Research Institute for System Analysis of the Russian Academy of Sciences to implement the state assignment on the topic No. 0580-2021-0021 "Development of algorithms and codes for multiscale processes and combustion simulations".

The paper deals with the process of oil displacement by water from a porous formation. At the same time, there may be (or not) a hydraulic fracture near the production well. It is known that when a viscous fluid is displaced by a less viscous fluid, at the displacement front the Saffman-Taylor instability develops: the displacing fluid tends to break through the displaced layer, forming channels in it - "viscous fingers". After the breakthrough of such a channel to a production well or a hydraulic fracture, the quality of the produced oil (i.e. the percentage of hydrocarbon in the pumped fluid) drops sharply.

The paper describes the features of mathematical and numerical modeling of the process of unstable displacement of a viscous fluid from a porous medium. Displacement is modeled on the basis of Darcy's law, taking into account capillary effects. The Brooks-Corey model is used to construct the relative phase permeabilities. The fracture is modeled as an area of increased porosity and permeability.

Based on the results of numerical modeling, it is shown how the presence and position of a hydraulic fracture affects the dynamics and quality of oil recovery. The problem of cleaning a hydraulic fracture of a formation from hydraulic fracturing fluid is also considered: around the fracture, a reservoir area filled with hydraulic fracturing fluid is modeled, which is then displaced by oil having a lower viscosity. Thus, the process is unstable and displacement occurs unevenly, part of the fracturing fluid can remain inside the formation.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ГОРЕНИЯ ТВЕРДОГО ТОПЛИВА В КАМЕРЕ СГОРАНИЯ ГИБРИДНОГО ДВИГАТЕЛЯ

Стамов Л. И. 1,a , Кушниренко А. Г. 1,6 , Михальченко Е. В. 1,B , Смирнова М. Н. 1,r , Тюренкова В. В. 1,a

¹ Федеральный научный центр «Научно-исследовательский институт системных исследований Российской академии наук», г. Москва, Российская Федерация a lyubens@mail.ru, ⁶ agk@niisi.msk.ru, ^в mikhalchenkolena@yandex.ru, ^г wonrims@inbox.ru, ^д tyurenkova.v.v@yandex.ru

Kлючевые слова: вычислительное моделирование, твердое топливо, гибридный двигатель, HTPB.

Работа поддержана грантом РФФИ № 20-07-00587.

В данной работе представлены результаты вычислительного моделирования процессов, протекающих в камере сгорания гибридного двигателя. Такого рода двигатели, в которых топливо представлено в твердой фазе, а окислитель поступает в камеру в виде газа, сочетают в себе преимущества как классических твердотопливных систем, так и жидкостных ракетных двигателей. В связи с этим, данный тип двигателей становится весьма актуальным в настоящее время.

В работе рассматривается камера сгорания гибридного двигателя в трехмерной постановке. В качестве твердого топлива рассматривается HTPB (полибутадиен с концевыми гидроксильными группами). Через отверстие в камеру поступает подогретый окислитель в газообразном виде. Взаимодействуя с топливом, он начинает его нагревать, в результате чего в камеру выделяется одна из составляющих частей твердого топлива – 1,3-бутадиент, который вступает в реакцию с окислителем. Рассмотрено два способа опредления тепло- и

массообмена около термохимически разрушающегося горючего: с помощью полуаналитических интегральных формул и с помощью пристеночных функций по данным параметров среды около поверхности стенки, полученных в ходе вычислительного моделирования.

В работе проведено сравнение скорости выгорания твердого топлива с данными физических экспериментов. Исследовано влияние коэффициентов реакций кинетического механизма на протекающие в камере процессы. На основании данных исследований проведена коректировка используемого кинетического механизма горения 1,3-бутадиента, состоящего из 11-ти обратимых реакций и включающего десять компонент. Показано значительное влияние кинетики на процесс воспламенения паров горючего. Пары топлива находятся только около поверхности твердого топлива, что свидетельствует о том, что горючее полностью реагирует с окислителем. Такой процесс характерен для диффузионного горения.

SIMULATION OF SOLID FUEL COMBUSTION IN THE COMBUSTION CHAMBER OF A HYBRID ENGINE

Stamov L. I. 1,a , Kushnirenko A. G. 1,b , Mikhalchenko E. V. 1,c , Smirnova M. N. 1,d , Tyurenkova V. V. 1,e

¹ Federal Science Center Scientific Research Institute for System Analysis of the Russian Academy of Sciences, Russian Federation

^a lyubens@mail.ru, ^b agk@niisi.msk.ru, ^c mikhalchenkolena@yandex.ru,

^d wonrims@inbox.ru, ^e tyurenkova.v.v@yandex.ru

Keywords: computational simulation, solid fuel, hybrid engine, HTPB. This study is supported by RFBR grants 20-07-00587.

In this paper the results of computational modeling of the processes occurring in the combustion chamber of a hybrid engine were presented. This types of engines, in which the fuel is used in solid phase and the oxidant injects in the combustion chamber in gas form, combine the advantages of both classical solid-propellant systems and liquid-propellant rocket engines. In this regard this type of engines becomes very relevant at the present time.

In the paper the combustion chamber of a hybrid engine in a three-dimensional formulations was considered. The HTPB (hydroxyl-terminated polybutadiene) was used as a solid fuel. Heated oxidizer in gaseous form was injected in the chamber through the side face. Oxidizer interacts with the solid fuel and heat it. As a result of which one of the component parts of solid fuel 1,3-butadiene is released into the chamber and reacts with an oxidizing agent. Two ways of determining heat and mass transfer near thermochemically decomposing fuel were considered: using the semi-analytical integral formulas and using the wall functions from the data of the parameters of the medium near the wall surface obtained from the computational modeling.

In this paper the regrassion rate of the solid fuel was compared with the data of physical experiments. The influence of the reaction coefficients of the kinetic mechanism on the processes occurring in the chamber were investigated. Based on the research data the used kinetic mechanism of combustion of 1,3-butadiene consisting of 11 reversible reactions and including ten components was corrected. The significant influence of kinetics on the process of ignition of fuel vapors was shown. Fuel vapors were found only near the surface of solid fuel which indicates that the fuel fully reacts with the oxidizer. This process is typical for diffusion combustion.

SHORT-WAVE ASYMPTOTIC SOLUTIONS OF THE WAVE EQUATION WITH LOCALIZED PERTURBATIONS OF THE VELOCITY

Shafarevich A. I. 1,a

¹ M.V. Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russian Federation ^a shafarevl@yahoo.com,

Keywords: wave equation, asymptotic solutions, localized perturbations.

To describe the propagation of waves in media containing localized rapidly changing inhomogeneities (e.g., narrow underwater ridges or pycnoclines in the ocean, layers with sharply changing optical or acoustic density, etc.), it is natural to use the wave equation with a small parameter characterizing the ratio of the scales of the localized inhomogeneity and of the general change of velocity (e.g., of the thickness of a pycnocline to the external typical scale of changes in ocean density). We describe the propagation of wave packets whose characteristic wavelength is comparable with the scale of inhomogeneity. The results are published in [1].

REFERENCES

1. Allilueva, A.I., Shafarevich, A.I. Short-Wave Asymptotic Solutions of the Wave Equation with Localized Perturbations of the Velocity. Russ. J. Math. Phys. 27, 145–154 (2020).

Вопросы современной математики

Руководитель секции: Михаил Михайлович Лаврентьев

Доктор физико-математических наук, профессор, декан факультета информационных технологий, федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Новосибирский национальный исследовательский государственный университет»

Section moderator:

Prof. Mikhail Mikhailovich Lavrentiev

Doctor of Science (Physics and Mathematics), Dean, IT School, Novosibirsk State University

НАБЕГАНИЕ И ОТРАЖЕНИЕ ОТ БЕРЕГА СГЛАЖЕННОЙ СТУПЕНЬКИ НА МЕЛКОЙ ВОДЕ НАД НАКЛОННЫМ ДНОМ

Аксенов А. В. ^{1,а}, Дружков К. П. ^{1,6}

 1 Механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, г. Москва, Российская Федерация a aksenov.av@qmail.com, 6 Konstantin.Druzhkov@qmail.com

Ключевые слова: мелкая вода, точное решение, заплеск, эффект усиления.

Рассмотрена одномерная система уравнений мелкой воды над наклонным дном. Точечной заменой переменных она сводится к линейной системе уравнений [1]. Исследовано трехпараметрическое семейство решений линейной системы уравнений, которое соответствует распространению возмущения свободной поверхности в форме сглаженной ступеньки. Построена область параметров, при которых существует решение исходной нелинейной системы уравнений. В этой области якобиан преобразования отличен от нуля. Показано, что построенные решения регулярны по пространству и по времени. Проведен анализ поведения решения при отражении возмущения от берега. Получены нелинейный эффект заплеска и эффект усиления амплитуды набегающей волны при отражении ее от берега.

Настоящая работа выполнена совместно с С.Ю. Доброхотовым.

ЛИТЕРАТУРА

1. Tuck E., Hwang L. Long wave generation on a sloping beach // Journal of Fluid Mechanics. 1972. Vol. 51. Part 3. Pp. 449-461.

RUNAWAY AND REFLECTION FROM THE BEACH OF A SMOOTHED STEP IN SHALLOW WATER OVER A SLOPING BOTTOM

Aksenov A. V. ^{1,a}, Druzhkov K. P. ^{1,b}

¹ Faculty of Mechanics and Mathematics Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russian Federation ^a aksenov.av@gmail.com, ^b Konstantin.Druzhkov@gmail.com

Keywords: shallow water, exact solution, splash, amplification of amplitude.

A one-dimensional system of shallow water equations over an inclined bottom is considered. By point transformation of variables, it is reduced to the linear system of equations [1]. The three-parameter family of solutions of the linear system of equations is investigated, which corresponds to the propagation of a free surface perturbation in the form of a smoothed step. The range of parameters for which there is a solution of the original nonlinear system of equations is constructed. In this domain, the Jacobian of the transformation is nonzero. It is shown that the constructed solutions are regular in space and in time. The analysis of the behavior of the solution in the reflection of the disturbance from the beach is carried out. The nonlinear splash effect and the effect of amplification of the amplitude of the incoming wave when it is reflected from the beach are obtained.

This work was carried out jointly with S.Yu. Dobrokhotov.

REFERENCES

1. Tuck E., Hwang L. Long wave generation on a sloping beach. Journal of Fluid Mechanics. 1972. Vol. 51. Part 3. Pp. 449–461.

О ПОДГОТОВКЕ БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ К ОБУЧЕНИЮ ШКОЛЬНИКОВ ОСНОВНЫМ РАЗДЕЛАМ ВЕРОЯТНОСТНО-СТАТИСТИЧЕСКОЙ ЛИНИИ

Алмазова Т. А.

Калужский государственный университет им. К.Э. Циолковского BadanowaTA@yandex.ru

Kлючевые слова: вероятностно-статистическая линия, методика обучения математике, методика работы над компонентами математического содержания, теоретическая и методическая подготовка.

Подготовка будущих учителей математики к преподаванию вероятностностатистической линии осуществляется по следующим направлениям:

- теоретическая подготовка по основным разделам дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика»;
- методическая подготовка, организованная в процессе обучения дисциплинам методического цикла «Методика обучения математики», «Современные технологии обучения математике» и прохождения педагогической практики [1,2].

Методическая подготовка студентов направлена на формирование их профессиональных компетенций, по работе с компонентами математического содержания (определениями, теоремами, правилами, алгоритмами, задачами), на формирование представлений о прикладном характере материала вероятностно-статистической линии, что позволит

будущим учителям математики демонстрировать практическую значимость изучаемых школьниками разделов и тем. Вместе с тем, в процессе такой подготовки, у студентов формируются представления о возможностях и особенностях использования материала содержательно-методической линии для предпрофильной и профильной подготовки школьников по математике [3].

Материал вероятностно-статистической линии обладает большим потенциалом для организации учебных исследований. Поэтому в процессе методической подготовки студентов целесообразно организовывать работу по конструированию учебных исследований для обучающихся: самостоятельных работ исследовательского характера, учебно-исследовательских проектов [4], в том числе с использованием цифровых образовательных ресурсов.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Алмазова Т.А. Методические аспекты подготовки студентов педагогических направлений по избранным разделам теории и методики обучения математике // Вестник Калужского университета. Серия 1. Педагогические науки. − 2019. −Т.2. №2. −С. 13−17.
- 2. Алмазова Т.А., Громова Н.О. Методические аспекты подготовки будущих учителей математики на примере вероятностно-статистической линии // Современные проблемы науки и образования. − 2019.-№6- С.76. DOI: 10.17513/spno.30375
- 3. Алмазова Т.А., Громова Н.О. Методические особенности изучения элементов вероятностно-статистической линии в классах различных профилей // Вестник Калужского университета. 2020. №3. С. 125–130.
- 4. Алмазова Т.А., Громова Н.О. Организация исследовательской деятельности учащихся при изучении вероятностно-статистической линии в школьном курсе математики / Научные труды Калужского государственного университета имени К.Э. Циолковского. Сер. «Естественные науки». 2018. С.262–270.

ABOUT THE PREPARATION OF FUTURE TEACHERS OF MATHEMATICS TO TEACH STUDENTS THE MAIN SECTIONS OF THE PROBABILISTIC AND STATISTICAL LINE

Almazova T. A.

Kaluzh State University named after K. E. Tsiolkovsky
BadanowaTA@yandex.ru

Keywords: probabilistic-statistical line, methods of teaching mathematics, methods of working on the components of mathematical content, theoretical and methodological training.

Training of future teachers of mathematics to teach the probabilistic-statistical line is carried out in the following areas:

- theoretical training in the main sections of the discipline "Probability theory and mathematical statistics";
- methodological training organized in the course of teaching the disciplines of the methodological cycle "Methods of teaching Mathematics", "Modern technologies of teaching mathematics" and passing pedagogical practice [1,2].

Methodological training of students is aimed at the formation of their professional competencies, working with the components of mathematical content (definitions, theorems, rules, algorithms, tasks), at the formation of ideas about the applied nature of the material of the probabilistic-statistical line, which will allow future mathematics teachers to demonstrate the

practical significance of the sections and topics studied by schoolchildren. At the same time, in the process of such training, students form ideas about the possibilities and features of using the material of the content-methodological line for pre-professional and profile training of schoolchildren in mathematics [3].

The material of the probabilistic-statistical line has a great potential for organizing educational research. Therefore, in the process of methodological training of students, it is advisable to organize work on the design of educational research for students: independent research works, educational and research projects [4], including using digital educational resources.

REFERENCES

- 1. Almazova T. A. Methodological aspects of training students of pedagogical directions in selected sections of the theory and methodology of teaching mathematics // Bulletin of the Kaluga University. Series 1. Pedagogical sciences. 2019. Vol. 2. no. 2. p. 13–17.
- 2. Almazova T. A., Gromova N. O. Methodological aspects of training future teachers of mathematics on the example of the probabilistic-statistical line // Modern problems of science and education. 2019. No. 6-p. 76. DOI: 10.17513/spno. 30375
- 3. Almazova T. A., Gromova N. O. Methodological features of studying the elements of the probabilistic-statistical line in classes of various profiles // Bulletin of the Kaluga University. 2020. No. 3. pp. 125–130.
- Almazova T. A., Gromova N. O. Organization of research activities of students in the study of probabilistic and statistical lines in the school course of mathematics / Scientific works of Kaluga State University named after K. E. Tsiolkovsky. Ser. "Natural sciences". - 2018.
 - p. 262–270.

ИССЛЕДОВАНИЕ МОДЕЛИ СТРАТЕГИИ ПОПОЛНЕНИЯ ЗАПАСНЫХ ИЗДЕЛИЙ ПРЕДПРИЯТИЯ В СЛУЧАЕ НЕОДНОРОДНОГО ПРОЦЕССА ОТКАЗОВ

Анкудинов-Мишаров А. В.

Обнинский институт атомной энергетики – филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ», г. Обнинск, Российская Федерация anck93@yandex.ru

Ключевые слова: модель Кижима-Сумиты, процессы отказов, ЗИП.

В данной работе исследуется модель планирования закупки запасных изделий предприятия (ЗИП). Как известно, АЭС является ярким примером предприятия, к надёжности и безопасности которого предъявляются повышенные требования. Следовательно, существует необходимость разработки адекватных и точных моделей управления запасом для АЭС. Для удовлетворения этих потребностей нужно иметь достаточное количество запаса и проводить своевременную замену отказавшего оборудования, минимизируя время простоя системы. Однако нужно учесть, что наличие слишком большого количества ЗИП экономически невыгодно. По этим причинам становится актуальной задача оптимизации количества закумаемых запасных элементов.

В статье [1] исследована и модифицирована известная модель оптимального управления ЗИП для случая простейшего потока отказов. В настоящей работе уделяется внимание процессам старения оборудования. Для описания процессов старения используется модель

Кижима-Сумиты, в которой имеется коэффициент, характеризующий неполноту восстановления.

В исследуемой модели стратегии пополнения ЗИП задача сводится к максимизации средней прибыли от экплуатации оборудования. В случае АЭС прибыль зависит от времени исправной системы и минимума простоя.

В работе проведены исследования влияния интенсивности отказов, времени между закупками и коэффициента восстановления модели Кижима-Сумиты на среднюю прибыль.

ЛИТЕРАТУРА

1. Унщиков А.П., Чепурко В.А. Исследование динамических моделей управления запасом на предприятии. *Надежность*. 2010; 3(34). 40–47.

RESEARCH OF THE STRATEGY MODEL OF REPLENISHMENT OF SPARE PRODUCTS OF THE ENTERPRISE IN THE CASE OF AN INHOMOGENEOUS PROCESS OF FAILURES

Ankudinov-Misharov A. V.

Obninsk Institute for Nuclear Power Engineering, a branch of the National Research Nuclear University MEPhI, Obninsk, Russian Federation anck93@yandex.ru

Keywords: Kijima-Sumita model, failure processes, SPTA.

This paper examines a model for planning the purchase of spare parts of the enterprise (SPTA). As you know, a nuclear power plant is a good example of an enterprise, the reliability and safety of which are subject to increased requirements. Therefore, there is a need to develop adequate and accurate models of stock control for nuclear power plants. To meet these needs, it is necessary to have a sufficient amount of stock and to carry out timely replacement of failed equipment, minimizing system downtime. However, it should be taken into account that having too many spare parts is economically unprofitable. For these reasons the task of optimizing the number of spare parts to be used becomes urgent.

The article [1] investigated and modified the well-known model of optimal control of spare parts for the case of the simplest flow of failures. In this work, attention is paid to the aging processes of equipment . To describe aging processes, the Kijima-Sumita model is used , in which there is a coefficient characterizing the incompleteness of renewal.

In the investigated model of the spare parts replenishment strategy, the task is reduced to maximizing the average profit from the operation of the equipment. In the case of a nuclear power plant, the profit depends on the time the system is working properly and the minimum downtime.

The paper studies the influence of the failure rate, the time between purchases and the renewal coefficient of the Kijima-Sumita model on the average profit.

REFERENCES

1. Unshchikov A.P., Chepurko V.A. Investigation of dynamic models of stock control in the enterprise. *Reliability*. 2010; 3 (34). 40–47.

ПРИМЕНЕНИЕ СТАТИСТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ДЛЯ ЗАДАЧ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ОСТАТОЧНОГО РЕСУРСА ОБОРУДОВАНИЯ АТОМНЫХ СТАНЦИЙ

Антонов А. В. 1,a , Чепурко В. А. 2,6

¹ АНО ДПО Техническая академия Росатома, г. Обнинск, Российская Федерация,
 ² АО "Русатом Автоматизированные системы управления Москва, Российская Федерация

^a AVAntonov@rosatomtech.ru, ⁶ VAChepurko@rasu.ru

Ключевые слова: Безопасность, надежность, остаточный ресурс, процессы старения.

В настоящее время ряд энергоблоков атомных станций (АЭС) либо выработал назначенный ресурс, либо близок к этому. В связи с этим актуальной является проблема обоснования возможности продления срока службы оборудования ядерных энергетических установок (ЯЭУ). Большим числом исследований установлено, что продление сроков службы энергоблоков АЭС при частичной замене и ремонте оборудования становится экономически и технически целесообразным способом повышения потенциала ядерной энергетики. Однако при этом необходимо выполнить тщательный анализ факторов, влияющих на безопасность и долговечность оборудования АЭС для каждого конкретного энергоблока. Одним из таких факторов является физическое старение оборудования.

На этапах старения наработки между двумя последовательно произошедшими отказами не являются одинаково распределенными случайными величинами, а поток отказов нельзя считать рекуррентным. При проведении расчетов характеристик надежности необходимо принимать во внимание неоднородность во времени потока отказов и восстановлений.

В работе рассматриваются методы оценивания показателей надежности оборудования АЭС, позволяющие учитывать возможную неоднородность потока отказов. Поток отказов описывается с помощью неоднородных процессов, а именно: геометрических процессов, неоднородных Пуассоновских процессов, процессов с использованием нормализующей функции потока, процессов Кижима.

Исследуется применимость описанных моделей для задач прогнозирования остаточного ресурса оборудования атомных станций. Приведены примеры расчета остаточного ресурса на основании информации, полученной из эксплуатации АЭС.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Антонов А.В. Теории надежности. Статистические модели: Учеб. пособие / А.В. Антонов, В.А. Чепурко и др. М.: Инфра-М, 2017. 576 с. + Доп. Материалы.
- 2. Антонов А. В. Ресурс и срок службы оборудования энергоблоков атомных станций (на примере энергоблоков Смоленской АЭС) / Антонов А. В., Острейковский В. А. -М.: Инновационное машиностроение, 2017. 535 с.
- 3. А. В. Антонов, С. В. Соколов, В. А. Чепурко, Вероятностные методы оценки остаточной наработки восстанавливаемых элементов ЯЭУ в условиях ограниченности исходных данных, Ядерная физика и инжиниринг, том 2, № 5, 2011, с. 421–424.
- 4. Антонов А.В., Анкудинов А.В., Чепурко В.А. Исследование характеристик процессов Кижима-Сумиты при возрастающей функции интенсивности. Надежность, №3 (19), 2019, с. 7–12.
- 5. А. В. Антонов, В. А. Чепурко. Модель неоднородного альтернирующего процесса восстановления, Вестник кибернетики, № 3 (27), 2017, с. 9–18.

6. Антонов А.В., Поляков А.А., Чепурко В.А. Оценка параметров модели геометрического процесса методом максимального правдоподобия, Надёжность, №3 (42), 2012 г.

APPLICATION OF STATISTICAL MODELS FOR TASKS OF NUCLEAR POWER PLANT EQUIPMENT RESIDUAL LIFE FORECASTING

Antonov A.V. ^{1.a}, Chepurko V.A. ^{2.b}

Technical Academy of Rosatom, Obninsk, Russian Federation,
 Rusatom Automated Control Systems, Moscow, Russian Federation
 AVAntonov@rosatomtech.ru,
 VAChepurko@rasu.ru

Keywords: Safety, reliability, residual life time, ageing processes.

Currently, a number of power units of nuclear power plants (NPP) have either developed a designated resource, or are close to this. In this regard, the problem of justifying the possibility of extending the life time of equipment of nuclear power plants (NPS) is urgent. A large number of studies have established that extending the service life of NPP power units during partial replacement and repair of equipment becomes an economically and technically feasible way to increase the potential of nuclear power. However, it is necessary to perform a thorough analysis of factors affecting the safety and durability of NPP equipment for each specific power unit. One such factor is the physical aging of the equipment.

At the stages of aging, the operating time between two consecutive failures are not equally distributed random values, and the flow of failures cannot be considered recurved. When calculating reliability characteristics, it is necessary to take into account the heterogeneity in the time of the failure and recovery flow.

The work considers methods of estimating reliability indicators of NPP equipment, which allow taking into account possible heterogeneity of failure flow. The failure flow is described using inhomogeneous processes, namely, geometric processes, inhomogeneous Poisson processes, processes using a normalizing flow function, and Kizhim processes.

The applicability of the described models for the tasks of predicting the residual life time of nuclear power plant equipment is investigated. Examples of residual life time calculation based on information obtained from NPP operation are given.

REFERENCES

- 1. Antonov A.V. Reliability theories. Statistical models: Textbook/A.V. Antonov, V.A. Chepurko and others M.: Infra-M, 2017. 576 p.
- 2. Antonov A.V. Resource and service life of equipment of power units of nuclear power plants (on the example of power units of Smolensk NPP) / Antonov A.V., Ostreikovsky V.A. -M.: Innovative engineering, 2017. 535 p.
- 3. A.V. Antonov, S.V. Sokolov, V.A. Chepurko, Probabilistic methods for assessing the residual life time development of the restored elements of nuclear power plants in conditions of limited initial data, Nuclear physics and engineering, volume 2, No. 5, 2011, p. 421–424.
- 4. Antonov A.V., Ankudinov A.V., Chepurko V.A. Study of the characteristics of the Kizhim-Sumita processes at an increasing failure rate function. Reliability, No. 3 (19), 2019, p. 7–12.
- 5. A.V. Antonov, V.A. Chepurko. Model of heterogeneous alternative recovery process, Bulletin of Cybernetics, No. 3 (27), 2017, p. 9–18.
- 6. Antonov A.V., Polyakov A.A., Chepurko V.A. Estimation of parameters of the geometric process model by the method of maximum likelihood, Reliability, No. 3 (42), 2012

НЕРАВЕНСТВА ДЛЯ ГИПЕРКУБИЧЕСКИХ ФУНКЦИОНАЛОВ. ОБОБЩЁННЫЕ НЕРАВЕНСТВА ЧЕБЫШЕВА

Гаспарян А. С.

Институт программных систем РАН, г. Переславль-Залесский armenak.qasparyan@yandex.ru

Ключевые слова: тождества, неравенства, гиперкубические обобщения.

Пусть $f_1(x), \ldots, f_k(x)$ — функции, заданные на $[a,b] \subset R$, и пусть $\sigma = (\sigma_1, \ldots, \sigma_k) \in \{0,1\}^k$, причём $\sum \sigma_r = 2d, \quad d \neq 0$. Вводится следующий функционал:

$$C_{\sigma}(f_1, \dots, f_k) = \frac{1}{2(b-a)^2} \sum_{s_1, \dots, s_k = 0; 1} (-1)^{\sum s_r \sigma_r} \int_a^b \prod_{r=1}^k (f_r(x))^{s_r} dx \int_a^b \prod_{r=1}^k (f_r(x))^{1-s_r} dx, \quad (1)$$

частный случай которого при k=2 и $\sigma=(1,1)$ известен в математической литературе как функционал Чебышева,

$$C(f,g) = \frac{1}{(b-a)} \int_{a}^{b} f(x)g(x)dx - \frac{1}{(b-a)} \int_{a}^{b} f(x)dx \cdot \frac{1}{(b-a)} \int_{a}^{b} g(x)dx.$$
 (2)

Имеет место тождество (тождество Коркина)

$$C(f,g) = \frac{1}{2(b-a)^2} \int_a^b \int_a^b (f(x) - f(y))(g(x) - g(y)) dx dy, \tag{3}$$

послужившее отправным пунктом для множества оценок функционала Чебышева. В частности, если функции f и g синхронны (или асинхронны), т.е. если на всём отрезке [a,b] выполняется неравенство $(f(x)-f(y))(g(x)-g(y))\geq 0$ (или соотв. ≤ 0), то имеет место классическое неравенство Чебышева.

$$\frac{1}{(b-a)} \int_{a}^{b} f(x)g(x)dx - \frac{1}{(b-a)} \int_{a}^{b} f(x)dx \cdot \frac{1}{(b-a)} \int_{a}^{b} g(x)dx \ge 0 \quad (\text{cootb.} \le 0). \quad (4)$$

Другое неравенство, также принадлежащее Чебышеву, даёт верхнюю оценку для C(f,g):

$$C(f,g) \le \frac{1}{12}(b-a)^2 ||f'||_{\infty} ||g'||_{\infty},$$
 (5)

В последние полвека наблюдается повышенный интерес к неравенствам Чебышева (4) и (5) в связи с новыми возможностями приложений их и множества их обобщений и модификаций по различным мотивам. Неравенствам Чебышева посвящены работы Грюсса, Островского, Драгомира, Печарича, Пачпате и ряда других математиков.

Введённый выше функционал (1) является суммой по гиперкубу $\{0,1\}^k$, с чем и связано его название "гиперкубический". Рассматриваются также его дискретные аналоги, аналоги с весами и операторные аналоги. Для них доказываются тождества, являющиеся обобщениями тождества Коркина (3). Далее они применяются для получения множества верхних и нижних оценок функционалов типа (1) при тех или иных предположениях о функциях f_1, \ldots, f_k и о сигнатуре σ . Полученные результаты, помимо обобщений самих неравенств Чебышева, обобщают и уточняют множество оценок, данных перечисленными выше авторами.

INEQUALITIES FOR HYPERCUBIC FUNCTIONALS. GENERALIZED CHEBYSHEV INEQUALITIES.

Gasparyan A. S.

Program system institute of RAS, Pereslavl-Zalesskii, Russia armenak.gasparyan@yandex.ru

Keywords: identities, inequalities, hypercubic generalizations.

Let $f_1, ..., f_k$ are functions defined on $[a,b] \in R$, and let $\sigma = (\sigma_1,...,\sigma_k) \in \{0,1\}^k$ with $\sum \sigma_r = 2d, d \neq 0$. We introduce following functional:

$$C_{\sigma}(f_1, \dots, f_k) = \frac{1}{2(b-a)^2} \sum_{s_1, \dots, s_k = 0:1} (-1)^{\sum s_r \sigma_r} \int_a^b \prod_{r=1}^k (f_r(x))^{s_r} dx \int_a^b \prod_{r=1}^k (f_r(x))^{1-s_r} dx, \quad (1)$$

which in particular case $k=2, \sigma=(1,1)$ is well known in mathematics as Chebyshev functional.

$$C(f,g) = \frac{1}{(b-a)} \int_{a}^{b} f(x)g(x)dx - \frac{1}{(b-a)} \int_{a}^{b} f(x)dx \frac{1}{(b-a)} \int_{a}^{b} g(x)dx.$$
 (2)

There holds a nice identity (the Korkine identity):

$$C(f,g) = \frac{1}{2(b-a)^2} \int_a^b \int_a^b (f(x) - f(y))(g(x) - g(y)) dx dy,$$
 (3)

that was applied to establish different bounds for Chebyshev functional. Particularly, for f and g being synchronous (or asynchronous), i.e. if the inequality $(f(x) - f(y))(g(x) - g(y)) \ge 0$ (or corr. ≤ 0) holds overall on [a,b], then corresponding Chebyshev inequality is in case.

$$\frac{1}{(b-a)} \int_{a}^{b} f(x)g(x)dx - \frac{1}{(b-a)} \int_{a}^{b} f(x)dx \frac{1}{(b-a)} \int_{a}^{b} g(x)dx \ge 0 \quad (corr. \le 0). \tag{4}$$

An another inequality, also due to Chebyshev, gives an upper bound for C(f,g):

$$C(f,g) \le \frac{1}{12}(b-a)^2 ||f'||_{\infty} ||g'||_{\infty},$$
 (5)

Over the last half of century there was considerable high interest to Chebyshev inequalities inspite of new possibilities in their applications and modifications. To Chebyshev's and related inequalities are devoted the works of Grüss, Ostrowski, Dragomir, Peĉariĉ, Pachpatte and many other mathematicians.

Above introduced functional (1) is a sum over hypercube $\{0,1\}^k$, whence we name it "hypercubic functional". We consider also its discrete, weighted and operator analogs for which we prove Korkine type identities. Further they are applied to obtain upper and lover bounds for some type (1) functionals with appropriate conditions. on $;f_1,\ldots,f_k$ and σ . Besides of generalization of Chebyshev inequalities, we also generalized and sharpened some results obtained by abovementioned authors.

МЕТРИКИ ЧЕБЫШЕВА И ИХ ПРИЛОЖЕНИЯ К ИССЛЕДОВАНИЮ КРИТИЧЕСКИХ ОПРЕДЕЛИТЕЛЕЙ И ДИОФАНТОВЫХ ПРИБЛИЖЕНИЙ

Глазунов Н. М.

Институт кибернетики им. В. М. Глушкова НАНУ, Киев

Ключевые слова: метрика Чебышева: деформированная метрика Чебышева: шар Чебышева: диофантово неравенство; критический определитель.

Фундаментальные исследования П.Л. Чебышева распределения простых чисел, диофантовых приближений, задач минимизации [1] принадлежат золотому фонду мировой науки. В предлагаемом сообщении строятся деформации двумерной метрики Чебышева. Метрика Чебышева определяется в [2, с. 276] на вещественной плоскости ${\bf R}^2$.

Эта метрика является предельным случаем метрики

$$\{|x|^p + |y|^p\}^{\frac{1}{p}}, p > 1,$$

при вещественном p, стремящемся к бесконечности, и продолжается на n – мерные $(n>2,\ n$ – натуральное) векторы. При n=2 многообразие модулей допустимых решеток деформированных отрытых шаров Чебышева является вещественным многообразием, левая граница которого (при достаточно большом p>1) доставляет значения критических определителей [3] таких шаров Чебышева. Значения этих критических определителей применяются для исследования классов диофантовых неравенств.

Теорема 1. Для $p \ge 2{,}58$ критический определитель $\Delta\left(D_p\right) = \Delta\left(1{,}p\right) = 4^{-\frac{1}{p}}\frac{1+\tau_p}{1-\tau_p}$, где τ_p вычисляется из уравнения $1+\tau_p{}^p = 2(1-\tau_p)^p,\ 0<\tau_p<1$.

Рассмотрим диофантово неравенство (диофантово приближение)

$$|\alpha x + \beta y|^p + |\gamma x + \delta y|^p < c, \ \alpha \delta - \beta \gamma \neq 0, \tag{1}$$

где $\alpha, \delta, \beta, \gamma$ — вещественные.

Теорема 2. В условиях теоремы 1 диофантово неравенство (1) разрешимо в целых числах при $c \ge \left(4^{-\frac{1}{p}}\frac{1+\tau_p}{1-\tau_p}\right)^{-\frac{p}{2}} |\det(\alpha\delta-\beta\gamma)|^{\frac{p}{2}}.$

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Чебышев П.Л. Избранные труды. М.: Изд-во Академии Наук СССР, 1955.
- 2. Деза Е., Деза М.М. Глава 19. Расстояния на действительной и цифровой плоскостях. 19.1. Метрики на действительной плоскости // Энциклопедический словарь расстояний. М.: Наука, 2008. С. 276.
- 3. Glazunov N.M. On A.V. Malyshev's approach to Minkowski's conjecture concerning the critical determinant of the region $|\mathbf{x}| \wedge \mathbf{p} + |\mathbf{y}| \wedge \mathbf{p} < 1$ for $\mathbf{p} > 1$ // Чебышевский сборник. 2016. T. 17, N 4. C. 185-193. https://doi.org/10.22405/2226-8383-2016-17-4-185-193

CHEBYSHEV METRICS AND THEIR APPLICATIONS TO INVESTIGATION OF CRITICAL DETERMINERS AND DIOPHANTE APPROXIMATIONS

Glazunov N. M.

V. M. Glushkov Institute of Cybernetics of National Academy of Sciences of Ukraine, Kiev

Keywords: Chebyshev metric: deformed Chebyshev metric: Chebyshev ball: Diophantine inequality; critical determinant.

The fundamental research of P.L. Chebyshev distributions of primes, Diophantine approximations, minimization problems [1] belong to the golden fund of world science. In the proposed communication, the deformations of the two-dimensional Chebyshev metric are constructed. The Chebyshev metric is defined in [2, p. 276] on the real plane \mathbf{R}^2 . This metric is the limiting case of the metric

$$\{|x|^p + |y|^p\}^{\frac{1}{p}}, p > 1,$$

for real p tending to infinity, and continues to n – dimensional (n > 2, n is natural) vectors. For n = 2, the moduli space of the admissible lattices of deformed open Chebyshev balls is a real manifold whose left boundary (for sufficiently large p > 1) gives the values of the critical determinants of such Chebyshev balls. The values of these critical determinants are used to study the classes of Diophantine inequalities.

Theorem 1. For $p \geq 2{,}58$, the critical determinant $\Delta\left(D_p\right) = \Delta\left(1,p\right) = 4^{-\frac{1}{p}} \frac{1+\tau_p}{1-\tau_p}$, where τ_p is calculated from the equation $1 + \tau_p{}^p = 2(1 - \tau_p)^p$, $0 < \tau_p < 1$. Consider the Diophantine inequality (Diophantine approximation).

$$|\alpha x + \beta y|^p + |\gamma x + \delta y|^p < c, \ \alpha \delta - \beta \gamma \neq 0, \tag{1}$$

where $\alpha, \delta, \beta, \gamma$ are real.

Theorem 2. Under the conditions of Theorem 1, Diophantine inequality (1) is solvable in integers for $c \ge \left(4^{-\frac{1}{p}}\frac{1+\tau_p}{1-\tau_p}\right)^{-\frac{p}{2}} \left|\det(\alpha\delta-\beta\gamma)\right|^{\frac{p}{2}}$.

REFERENCES

- 1. Чебышев П.Л. Избранные труды. М.: Изд-во Академии Наук СССР, 1955.
- 2. Деза Е., Деза М.М. Глава 19. Расстояния на действительной и цифровой плоскостях. 19.1. Метрики на действительной плоскости // Энциклопедический словарь расстояний. М.: Наука, 2008. С. 276.
- 3. Glazunov N.M. On A.V. Malyshev's approach to Minkowski's conjecture concerning the critical determinant of the region $|\mathbf{x}| \wedge \mathbf{p} + |\mathbf{y}| \wedge \mathbf{p} < 1$ for $\mathbf{p} > 1$ // Чебышевский сборник. 2016. T. 17, N 4. C. 185-193. https://doi.org/10.22405/2226-8383-2016-17-4-185-193

КВАЗИКЛАССИЧЕСКИЙ ПОДХОД ПОСТРОЕНИЯ РАВНОМЕРНЫХ АСИМПТОТИК ОРТОГОНАЛЬНЫХ ПОЛИНОМОВ

Доброхотов С. Ю.

Институт проблем механики РАН им. А. Ю. Ишлинского

Доклад основан на совместной работе с А.В.Цветковой, выполненной по теме государственного задания № AAAA-A20-120011690131-7

Многие ортогональные многочлены u(n,z), (n-номер многочлена, z- его аргумент), например, многочлены Чебышева, Эрмита, Лагерра, Лежандра и др. определяются рекуррентными соотношениями (или конечно-разностными уравнениями) второго порядка. При больших номерах n они аппроксимируются экспонентой, тригонометрическими или специальными функциями сложного аргумента. Например, полиномы Эрмита аппроксимируются формулами Планшереля-Ротаха, в которых специальная функция- это функция Эйри Ai, полиномы Лежандра аппроксимируются функцией Бесселя нулевого порядка и т.д. В докладе обсуждается подход нахождения асимптотик такого типа равномерных (и единообразных) по переменной z, основанный на переходе от дискретных уравнений k непрерывным псевдодифференциальным уравнениям по переменной k—k0, k1, k2, k3, k4, k5, k6, k6, k7, k8, k8, k9, k9,

SEMICLASSICAL APPROACH TO CONSTRUCTING UNIFORM ASYMPTPTICS OF ORTHOGONAL POLYNOMIALS

Dobrokhotov S. Yu.

Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics of the Russian Academy of Sciences, Moscow,
Russian Federation
s.dobrokhotov@qmail.com

Keywords: orthogonal polynomials, asymptotics, semi-classical approximation. This study is supported by Government program No. AAAAA20-120011690131-7

Many orthogonal polynomials u (n, z), (n is the number of the polynomial, z is its argument), for example, the Chebyshev, Hermite, Laguerre, Legendre, are determined by recurrent relations (or difference equations) of the second order. For large numbers of n, they are approximated by the exponent, trigonometric, or special functions of a complex argument. For example, Hermite polynomials are approximated by the Plancherel-Rotach formulas, in which the special function is the Airy function Ai, Legendre polynomials are approximated by the zero-order Bessel function, and so on. We discuss an approach to finding asymptotics of this type that are uniform in the variable z, based on the transition from discrete equations to continuous pseudodifferential equations in the variable x=nh, for functions w (x,z), (u (k,z)=w(kh, z), where h \sim O (1/n) is an artificial small parameter) and the subsequent application of the semiclassical approximation with complex phases to them. The developed approach is generalized to orthogonal polynomials with several indices, and its application to such problems will be discussed in the talk of A.V. Tsvetkova, which contains the results recently obtained together with A. I. Aptekarev and D. N. Tulyakov.

The talk is based on a joint work with A. V. Tsvetkova.

БИЛЛИАРДЫ С ПОЛУЖЕСТКИМИ СТЕНКАМИ И УНИФОРМИЗАЦИЯ В ЗАДАЧЕ О НАБЕГЕ ДЛИННЫХ ВОЛН НА ПОЛОГИЙ БЕРЕГ

Доброхотов С. Ю. 1,a , Назайкинский В. Е. $^{1,\delta}$

 1 Институт проблем механики им. А. Ю. Ишлинского Российской академии наук, г. Москва, Российская Федерация a s.dobrokhotov@gmail.com, 6 nazaikinskii@yandex.ru

Ключевые слова: волновое уравнение с вырождающейся скоростью, квазиклассическая асимптотика, асимптотические собственные функции, канонический оператор, биллиарды, униформизация, симплектическая редукция.

Доклад подготовлен по материалам исследований, выполненных за счёт средств гранта РНФ (проект №16-11-10282).

Рассматривается спектральная задача $-\langle \nabla, D(x) \nabla \psi \rangle = \lambda \psi$ в ограниченной двумерной области Ω , где D(x) — положительная внутри области гладкая функция, такая, что на границе области она равна нулю, а её градиент отличен от нуля. Эта задача возникает при исследовании длинных волн, захваченных берегами и донными неоднородностями.

Асимптотические собственные функции этой задачи связаны с аналогами торов Лиувилля интегрируемых геодезических потоков с вырождающейся на $\partial\Omega$ метрикой, определяемой гамильтоновой системой с гамильтонианом $D(x)p^2$. Необычность ситуации, например, по сравнению с ситуацией интегрируемых двумерных бильярдов состоит в том, что импульсные компоненты траекторий на таких «торах» обращаются в бесконечность на границе области, где D(x)=0, хотя их проекции на плоскость \mathbb{R}^2 образуют компактные

множества, как правило, диффеоморфные кольцам на \mathbb{R}^2 . Мы называем такие системы бильярдами с полужесткими стенками [1].

Представление области Ω как фактора замкнутого трехмерного C^{∞} -многообразия M по квазисвободному действию группы S^1 униформизует задачу [2]: "сингулярные торы" поднимаются до обычных торов Лиувилля $\Lambda \subset T^*M$, лежащих на нулевом уровне отображения момента (эта конструкция является частным случаем симплектической редукции Марсдена—Вайнстейна [3]), и асимптотические собственные функции задаются каноническим оператором Маслова на Λ , применённым к S^1 -инвариантной функции на Λ .

В результате в исходной задаче возникают нестандартные каустики, образованные границей области Ω или её частью, в окрестности которых асимптотические собственные функции выражаются через функцию Бесселя сложного аргумента. Стандартные каустики (внутри области) также могут появляться, что даёт в асимптотике функции Эйри [4].

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Аникин А. Ю., Доброхотов С. Ю., Назайкинский В. Е., Цветкова А. В. Асимптотики собственных функций оператора $\nabla D(x)\nabla$ в двумерной области, вырождающегося на ее границе, и бильярды с полужесткими стенками. Дифференц. уравнения. 2019;55(5):660–672. DOI: 10.1134/S0374064119050078
- 2. Доброхотов С. Ю., Назайкинский В. Е. Униформизация уравнений с граничным вырождением бесселева типа и квазиклассические асимптотики. *Матем. заметки.* 2020;107(5):780–786. DOI: 10.4213/mzm12627.
- 3. Marsden J., Weinstein A. Reduction on symplectic manifolds with symmetry. Rep.~Math.~Phys.~1974;5(1):121-130.~DOI:~10.1016/0034-4877(74)90021-4.
- 4. Аникин А. Ю., Доброхотов С. Ю., Назайкинский В. Е., Цветкова А. В. Нестандартные лиувиллевы торы и каустики в асимптотиках в виде функций Эйри и Бесселя для двумерных стоячих береговых волн. *Алгебра и анализ.* 2021;33(2):5–34.

BILLIARDS WITH SEMI-RIGID WALLS AND UNIFORMIZATION IN THE PROBLEM OF RUN-UP OF LONG WAVES ON A SHALLOW COAST

Dobrohotov S. Yu.^{1,a}, Nazaikinskii V. E.^{1,b}

¹ Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russian Federation ^a s.dobrokhotov@gmail.com, ^b nazaikinskii@yandex.ru

Keywords: wave equation with degenerate velocity, semiclassical asymptotics, asymptotic eigenfunctions, canonical operator, billiards, uniformization, symplectic reduction.

This report is based on research supported by the Russian Science Foundation (project no. 16-11-10282).

We consider the spectral problem $-\langle \nabla, D(x) \nabla \psi \rangle = \lambda \psi$ in a bounded two-dimensional domain Ω , where D(x) is a smooth function positive inside the domain such that D(x) is zero and its gradient is nonzero on the boundary of the domain. This problem arises in the study of long waves trapped by the shores and by bottom inhomogeneities.

The asymptotic eigenfunctions of this problem are related to analogs of the Liouville tori of integrable geodesic flows with the degenerate metric defined on $\partial\Omega$ by the Hamiltonian system with Hamiltonian $D(x)p^2$. The peculiarity in comparison, say, with the case of integrable two-dimensional billiards is that the momentum components of the trajectories on such "tori" become infinite on the boundary of the domain, where D(x) = 0, although the projections of

the trajectories onto the plane \mathbb{R}^2 form compact sets, as a rule, diffeomorphic to annuli in \mathbb{R}^2 . We refer to such systems as semi-rigid billiards [1].

The representation of the domain Ω as the quotient of a closed three-dimensional C^{∞} -manifold M by a quasi-free action of the group S^1 uniformizes the problem [2]: the "singular tori" lift to ordinary Liouville tori $\Lambda \subset T^*M$ lying on the zero level of the moment map (this construction is a special case of the Marsden-Weinstein symplectic reduction [3]), and the asymptotic eigenfunctions are defined by the Maslov canonical operator on Λ applied to S^1 -invariant functions on Λ .

As a result, in the original problem there arise nonstandard caustics formed by the boundary of the domain Ω or its part, in a neighborhood of which the asymptotic eigenfunctions are expressed via the Bessel function of a composite argument. Standard caustics (inside the region) can also appear, which gives the Airy function [4] in the asymptotics.

REFERENCES

- 1. Anikin A. Yu., Dobrokhotov S. Yu., Nazaikinskii V. E., Tsvetkova A. V. Asymptotic eigenfunctions of the operator $\nabla D(x)\nabla$ defined in a two-dimensional domain and degenerating on its boundary and billiards with semi-rigid walls. *Differ. Equ.* 2019;55(5):644–657. DOI: 10.1134/S0012266119050069.
- 2. Dobrokhotov S. Yu., Nazaikinskii V. E. Uniformization of equations with Bessel-type boundary degeneration and semiclassical asymptotics. *Math. Notes.* 2020;107(5):847–853. DOI: 10.1134/S0001434620050132.
- 3. Marsden J., Weinstein A. Reduction on symplectic manifolds with symmetry. *Rep. Math. Phys.* 1974;5(1):121–130. DOI: 10.1016/0034-4877(74)90021-4.
- 4. Anikin A. Yu., Dobrokhotov S. Yu., Nazaikinskii V. E., Tsvetkova A. V. Nonstandard Liouville tori and caustics in asymptotics in the form of Airy and Bessel functions for two-dimensional standing coastal waves. *Algebra i Analiz.* 2021;33(2):5–34. (In Russ.)

ПРИМЕНЕНИЕ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ЗНАЧИМОСТИ В РАМКАХ ОЦЕНКИ РИСКА И КОМПЛЕКСНОГО РИСК-ОРИЕНТИРОВАННОГО ПОДХОДА

Емельянова А. В. 1,a , Антонов А. В. 1,6

 1 Обнинский институт атомной энергетики, г. Обнинск, Российская Φ едерация a anastasiia.zherebilova@gmail.com, 6 antonov@iate.obninsk.ru

Kлючевые слова: комплексный риск-ориентированный подход, вероятностный анализ безопасности, показатели значимости.

Энергообеспечение общества имеет важное значение для устойчивого развития с учетом текущих экологических, экономических и социальных проблем. Ядерная энергия способствует решению этих проблем. Однако атомные электростанции (АЭС) представляют собой сложные технологические объекты, эксплуатация которых связана с повышенным уровнем риска. Для поддержания общественного доверия и повышения безопасности международное сообщество применяет комплексный риск-ориентированный подход к принятию решений (РОП). Комплексный РОП создает основу для принятия сбалансированных решений по вопросам безопасности АЭС, способствует обоснованию решений по оптимизации эксплуатации [1, 2].

Выработка решений на основе комплексного РОП, помимо прочего, выполняется с учетом результатов вероятностного анализа безопасности (ВАБ). Как важный элемент РОП, ВАБ направлен на получение реалистичной оценки риска и может использоваться для

классификации конструкций, систем и элементов АЭС (КСЭ) по влиянию на безопасность [2]. Значимые для безопасности КСЭ, представленные в модели ВАБ, определяются в рамках анализа значимости посредством расчета показателей в отношении увеличения и уменьшения риска. Решения, относящиеся к проектированию, испытаниям, техническому обслуживанию и контролю конфигурации КСЭ, могут потребовать значительных материальных затрат и должны быть соответствующе обоснованы. Механизмы принятия таких решений должны быть отражены в нормативных документах. Следовательно, представляется необходимым использовать надежную методологию для принятия эффективных и экономически выгодных решений по вопросам проектирования, организации эксплуатации АЭС и прочих задач.

В настоящей работе представлен сравнительный анализ и исследованы вопросы взаимосвязи между четырьмя показателями значимости, рекомендованными Международным агентством по атомной энергии (МАГАТЭ) в рамках ВАБ [3]: значимость по Веселы-Фасселу, коэффициент снижения риска, коэффициент увеличения риска и значимость по Бирнбауму, с целью повышения эффективности принятия решений с применением комплексного РОП. В статье анализируется, как эти показатели значимости используются в деятельности, регулирующей ядерную безопасность в Российской Федерации.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Международное агентство по атомной энергии. Структура процесса принятия решений на основе комплексного риск-ориентированного подхода. Вена: МАГАТЭ; 2011. 39 с. Режим доступа: https://www-pub.iaea.org/MTCD/Publications/PDF/Pub1499_web.pdf.
- 2. Международное агентство по атомной энергии. *Рекомендации по использованию ком-плексного риск-ориентированного подхода к принятию решений*. Вена: МАГАТЭ; 2020. 254 с. Режим доступа: https://www-pub.iaea.org/MTCD/Publications/PDF/TE-1909_web.pdf.
- 3. Международное агентство по атомной энергии. *Разработка и применение вероят- ностной оценки безопасности уровня 1 для атомных электростанций*. Вена: МА-ГАТЭ; 2010. 215 с. Режим доступа: https://www-pub.iaea.org/MTCD/Publications/PDF/Pub1430_web.pdf.

APPLICATION OF RISK IMPORTANCE MEASURES IN RISK ASSESSMENT AND INTEGRATED RISK-INFORMED DECISION MAKING

Emelianova A. V. ^{1,a}, Antonov A. V. ^{1,b}

 $^{1}\ Obninsk\ Institute\ for\ Nuclear\ Power\ Engineering,\ Obninsk,\ Russian\ Federation\\ ^{a}\ anastasiia.zherebilova@gmail.com, \ ^{b}\ antonov@iate.obninsk.ru$

Keywords: integrated risk-informed decision making, probabilistic safety assessment, risk importance measures.

Access to clean, affordable, and reliable energy is essential for sustainable development considering the current environmental, economic, and social challenges confronting the world. Nuclear power contributes to addressing these challenges as a low-carbon energy source. Nevertheless, a nuclear power plant (NPP) is a complex technological facility associated with an increased level of risk. To sustain public trust and enhance the rationality for safety, considering various aspects of risk, the international nuclear community applies an integrated risk-informed decision-making approach (IRIDM). The IRIDM establishes a framework for making coherent

safety-related decisions and contributes to the justification of decisions promoting optimized yet safe operation [1, 2].

Among other considerations, IRIDM combines the insights from both deterministic and probabilistic safety assessments (PSA). As an essential element of IRIDM, PSA aims to provide a realistic assessment of risk and can be used for the classification of NPP's systems, structures, and components (SSC) [2]. The safety- and risk-significant SSCs represented in the PSA model are determined by analyzing their importance concerning risk increase and decrease potential through risk importance measures calculation. Decisions related to (re)design, test, maintenance, configuration control of SSCs critical to safety can be cost consuming and should be based on adequate technical evidence, as well as underpinned in regulatory documents. Therefore, it appears necessary to make reliable and cost-efficient decisions in relation to the improvements that are to be made within (re)design-, maintenance, and other safety-related projects.

The present paper demonstrates a comparative analysis and relation between four risk importance measures recommended by the International Atomic Energy Agency (IAEA) within the PSA process [3]: the Fussell-Vesely importance, the risk reduction worth, the risk achievement worth, and the Birnbaum importance, with the view to enhance the decision-making applying IRIDM. Lastly, the paper analyses how these risk importance measures are used in safety regulations in Russia.

REFERENCES

- 1. International Atomic Energy Agency. A report by the International Nuclear Safety Group INSAG-25. A Framework for an Integrated Risk Informed Decision Making Process. Vienna: IAEA; 2011. 39 p. Available at: https://www-pub.iaea.org/MTCD/Publications/PDF/Pub1499_web.pdf.
- 2. International Atomic Energy Agency. *TECDOC-1909*. Considerations on Performing Integrated Risk Informed Decision Making. Vienna: IAEA; 2020. 254 p. Available at: https://www-pub.iaea.org/MTCD/Publications/PDF/TE-1909_web.pdf.
- 3. International Atomic Energy Agency. Safety Standards Series No. SSG-3, Development, and Application of Level 1 Probabilistic Safety Assessment for Nuclear Power Plants. Vienna: IAEA; 2010. 215 p. Available at: https://www-pub.iaea.org/MTCD/Publications/PDF/Pub1430_web.pdf.

ФРАКТАЛЬНОЕ РАЗДЕЛЕНИЕ ИНТЕНСИВНОСТИ ВОЛНЫ В COBPEMENHЫХ GPON CUCTEMAX

Жидков О. А. 1,a , Доненко И. Л. 1,6

Прибрежненский аграрный колледж филиал (Крымского федерального университета им. В. И. Вернандского) с. Прибрежное, Российская Федерация

^a Zhidkovoleg99@mail.ru, ⁶ idonenko2012@gmail.com

Kлючевые слова: фрактал, оптоволокно, нелинейные параболические уравнения, компьютерные сети, оптоэлектроника.

В современном мире телекоммуникации являются основой всего, от работы различных предприятий до простого человеческого общения. Основным из самых быстрых и перспективных способов передачи данных являются волоконно-оптические линии связи. Нами предложена новейшая система передачи данных посредством туннелирования волн в несколько-петлевом оптическом резонаторе с использованием многомодового волокна.

Для усовершенствования данной системы изготовлен петлевой резонатор из микроволокна диаметром 1 мкм из биконического волокна с использованием непрямого метода нагрева CO₂-лазером. [1]

В следствии чего встает следующий вопрос: сохранение интенсивности волн внутри резонатора. Применяя теорию фракталов и динамического хаоса, мы внесем дополнительное переотражение волны внутри резоонатора:

$$dbm = \frac{(10 \times \ln P)}{D} \tag{1}$$

где - Р указывает оптическую мощность в mW, D - фрактальная размерность интерференции воли внутри волокна.

При учете фрактальной размерности показатели мощности, практически не проседают при передаче информации, что наглядно можно наблюдать на рис. 1 экспериментальных замерах интенсивности:

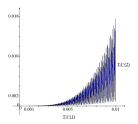


Рис. 1. Зависимость коэффициента передачи мощности $|T_4|^2$ (в единицах мощности падающего пучка) оптических волокон $|-1,1\rangle$ от длины s_0 (в м) участка взаимодействия.

Заключение. Как видно из приведенных выше теоретических и экспериментальных данных интенсивность волны в так называемой «оптической змее» и коэффициент мощности не падают на больших длинах волокон. Данная система найдет свое применение в проектировании новейших волоконных-линиях связи, а также при модернизации нынешних, что существенно увеличит экономию средств для предприятий и конечных абонентов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Доненко, И.Л. Фрактальное отображение полей многомодовых оптических волокон / И.Л. Доненко. – Симферополь, КФУ им. В.И. Вернадского, 2017.

FRACTAL SEPARATION OF WAVE INTENSITY IN MODERN GPON SYSTEMS

Zhidkov O. A.^{1,a}, Donenko I. L. ^{1,b}

Pribrezhny Agrarian College Branch (Crimean Federal University V.I. Vernandsky from.

Pribrezhnoe, Russian Federation

a zhidkovoleg99@mail.ru, b idonenko2012@qmail.com

Keywords: fractal, optical fiber, nonlinear parabolic equations, computer networks, optoelectronics.

In the modern world of telecommunications, there are everything, from the work of various enterprises to simple human communication. The main of the fastest and most promising methods of data transmission is fiber-optic communication lines. We have proposed the latest data transmission system by tunneling waves in multiple looped optical fibers.

To improve this system, a loop resonator was made of microfiber with a diameter of 1 μ m from a bioconical fiber using an indirect method of heating with a CO2 laser. [1]

As a result, the following question arises: the preservation of the intensity of the waves inside the resonator. Applying the theory of fractals and dynamic chaos, we will introduce an additional re-reflection of the wave inside the resonator:

$$dbm = \frac{(10 \times \ln P)}{D} \tag{1}$$

where – P indicates the optical power in mW, D is the fractal dimension of wave interference inside the fiber.

Taking into account the fractal dimension, the power indicators practically do not sag when transmitting information, which can be clearly seen in Fig. 1 experimental intensity measurements:

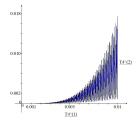


Fig. 1. Dependence of the power transfer coefficient (in units of the incident beam power) of optical fibers on the length (in m) of the interaction section.

Conclusion. As can be seen from the above theoretical and experimental data, the wave intensity in the so-called "optical snake" and the power factor do not fall at long fiber lengths. This system will find its application in the design of the latest fiber communication lines, as well as in the modernization of the current ones, which will significantly increase the cost savings for enterprises and end users.

REFERENCES

1. Donenko, I.L. Fractal mapping of fields of multimode optical fibers / I.L. Donenko. - Simferopol, Crimea Federal University V.I. Vernadsky, 2017.

РАБОТЫ П. Л. ЧЕБЫШЕВА О ШАРНИРНЫХ МЕХАНИЗМАХ

Жукова А. $M.^{1,a}$

¹ Санкт-Петербургский Государственный Технологический Институт, Московский пр. 26, Санкт-Петербург, 190013, Российская Федерация ^a a.zhukova@spbu.ru

Kлючевые слова: механика, шарнирные механизмы, пространства конфигураций, история математики.

Шарнирные механизмы – объекты, состоящие из жестких ребер, соединенных между собой шарнирами. Их изучение и конструирование – важный раздел инженерии, обменивающийся задачами и идеями с несколькими областями чистой математики: геометрией, теорией графов, теорией приближения функций, и другими. Индустриальная Революция в XIX веке и развитие робототехники в XX веке ставили перед инженерами и математиками множество разнообразных вопросов, связанных с шарнирными механизмами. В докладе будет рассказано о прикладных и теоретических результатах П.Л. Чебышева, изложенных в его статьях о шарнирных механизмах и о их связи с его другими работами

(собрание работ П.Л. Чебышева доступно во французском [1] и русском [2] вариантах, а анимации его изобретений можно найти на сайте [3] созданном объединением "Математические Этюды"). Также будет произведен обзор современных результатов о шарнирных механизмах [4]. См. также [5].

ЛИТЕРАТУРА

- 1. P. L. Chebyshev, Works (French), edited by A. Markov and N. Sonin, Imprimerie de l'Académie Impériale des Sciences, Saint Petersburg, 2 volumes, 1899-1907.
- 2. П. Л. Чебышев, Полное собрание сочинений, 5 томов, Издательство Академии Наук СССР, Москва-Ленинград, 1944-1951.
- 3. Mechanisms by Tchebyshev, https://en.tcheb.ru/.
- 4. A. M. Zhukova, Moduli spaces of mechanical linkages, Chapter in the collective book: Essays in Geometry (ed. A. Papadopoulos), Spinger Verlag, to appear.
- 5. A. M. Zhukova, Works of P. L. Chebyshev on linkages, to be published in Bhāvāna, India in 2021.

WORKS OF P. L. CHEBYSHEV ON LINKAGES

Zhukova A. M.^{1,a}

¹ Saint Petersburg State Institute of Technology, 26 Moskovsky prospect, Saint Petersburg, 190013, Russian Federation

^a a.zhukova@spbu.ru

Keywords: mechanics, linkages, configuration spaces, history of mathematics.

Linkages consist of rigid bars connected to each other with revolving hinges. Their constructioning and study is an important part of engineering, and it poses problems and introduces ideas making connections with several fields of pure mathematics: geometry, graph theory, theory of approximation of functions, and others. Industrial Revolution in XIX century and development of robotics in XX century created a lot of various tasks on linkages for ingeneers and mathematicians. In this talk I will survey applied and theoretical results of Pafnuty Lvovich Chebyshev, set out in his papers on linkages, and their connections with his other works (collected works of P. L. Chebyshev are available in French [1] and Russian [2], and the animations of his inventions can be found online on the site [3], created by Mathematical Etudes Foundation). I shall also survey modern results on linkages [4]. See also [5]

- 1. P. L. Chebyshev, Works (French), edited by A. Markov and N. Sonin, Imprimerie de l'Académie Impériale des Sciences, Saint Petersburg, 2 volumes, 1899-1907.
- 2. P. L. Chebyshev, Full Collection of Works (Russian), 5 volumes, USSR Academy of Sciences Print, Moscow-Leningrad, 1944–1951.
- 3. Mechanisms by Tchebyshev, https://en.tcheb.ru/.
- 4. A. M. Zhukova, Moduli spaces of mechanical linkages, Chapter in the collective book: Essays in Geometry (ed. A. Papadopoulos), Spinger Verlag, to appear.
- 5. A. M. Zhukova, Works of P. L. Chebyshev on linkages, to be published in Bhāvāna, India in 2021.

ASYMPTOTICS OF 1D STANDING LONG WAVES ON SHALLOW WATER

Kalinichenko V. A.^{1,a}, Minenkov D. S.^{1,b}

¹ Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics RAS, Moscow, Russian Federation ^a vakalin@mail.ru, ^b minenkov.ds@gmail.com

Keywords: seiche, shallow water equations, standing waves, Carrier-Greenspan transform. This study is supported by RSF grant 19-11-13042, results were obtained together with S.Yu. Dobrokhotov and V.E. Nazaikinskii.

We consider one-dimensional shallow water equations (see [1, 2]) and look for periodical formal asymptotic solutions in the two case: (a) the basin with two shores, (b) the basin with one shore and vertical wall on the other side. The nonlinear problem is considered in the interval with variable boundary. We consider coordinate transform similar to linearized Carrier–Greenspan transform [3] that "fixes" the boundary. For resulting system periodical formal asymptotics can be constructed as asymptotics of linearized shallow water equations from [4]. The error of such formal asymptotics appears to be small in the case when nonlinear waves doesn't break.

Constructed asymptotics are compared with experimental results and fit well. Standing waves in experimental vessel (similar to [5]) are induced by vertical oscillations with parametric resonance. We consider two shapes of bottom (a) parabolic (asymptotics are defined using the Legendre polynomials) and (b) slopping with vertical wall. Considered approach provides effective analytical-numerical algorithm for finding approximate solutions.

REFERENCES

- 1. Stoker J. J. Comm. Pure Appl. Math. 1948; 1(1): 1-87
- 2. Pelinovsky E. N., Mazova R. Kh. *Natural Hazards* 1992; 6(3): 227-249
- 3. Carrier G. F., Greenspan H. P. J. Fluid Mech. 1958; 4(1): 97-109
- 4. Dobrokhotov S.Y., Nazaikinskii V.E. Nonstandard Lagrangian Singularities and Asymptotic Eigenfunctions of the Degenerating Operator $-\frac{d}{dx}D(x)\frac{d}{dx}$. Proc. Steklov Inst. Math. 2019; 306: 74-89. DOI: 10.1134/S0081543819050080
- 5. Kalinichenko V.A., Nesterov S.V. Soe A.N. Standing surface waves in a rectangular tank with local wall and bottom irregularities. *Fluid Dyn.* 2017; 52: 230-238. DOI: 10.1134/S0015462817020077

REFINEMENT OF MERTENS FORMULA AND ROBIN INEQUALITY

Kalyabin G. A.^{1,a}

¹ Samara State Technical University, Samara, Russian Federation ^a qennadiy.kalyabin@qmail.com

Keywords: Chebyshev function, Gronwall numbers.

This work was supported by the grant of Russian Foundation of Fundamental Research (project # 14 - 01 - 00684.)

Using the standard notations [1] – [4], let p run the set of all primes, $\log x$, $\sigma(n)$, $\theta(x)$ and γ stand (resp.) for natural logarithm of x > 1, the sum of all divisors of a positive integer n, the first Chebyshev function and the Euler-Masceroni constant.

Our main result reveals the direct interrelation between the estimates from above in the asymptotic formula for sums of the primes reciprocals and the upper estimates for the numbers $G(n) := \sigma(n)/(n \log \log n)$, which in turn are equivalent to the Riemann Hypothesis (**RH**).

Theorem. Consider the remainder of the modified Mertens formula:

$$M(x) := \sum_{p < x} \log \frac{p}{p - 1} - \log \log \theta(x) - \gamma; \tag{1}$$

then: (i) the limit relationship:

$$\lim_{x \to +\infty} \sup (\sqrt{x} \log x) M(x) =: B_0 < +\infty$$
 (2)

is necessary and simultaneously sufficitient for the inequalities: $G(n) < e^{\gamma}, \forall n > 5040.$

(ii) Conversely, if it would be proved that $B_0 = +\infty$, then **RH** would be false; moreover, for some $b \in (0; 1/2)$ and for **infinitely many** n's one would have

$$G(n) > e^{\gamma} + (\log n)^{-b}. \tag{3}$$

Remarks. 1) The proof of necessity of $B_0 < +\infty$ for validity of **RH** is based upon the properties of the locally G-maximal numbers stidied in [5, Sect. 3].

- 2) It is interesting to note that the relationship $B_0 < +\infty$ necessarily implies $B_0 \le 2\sqrt{2}$.
- 3) The inequality (3) for the case of **RH** falsity may be found in [3, Sect. 4].

REFERENCES

- 1. Mertens F. Über einige asymptotische Gesetze der Zahlentheorie. J. Reine Angew. Math., 77, 1874, pp. 289 338.
- 2. Ramanujan S. Highly composite numbers, annotated and with a foreword by J.-L. Nicolas and G. Robin, Ramanujan J. V. 1, 1997, pp. 119 153.
- 3. Robin G. Grandes valeurs de la fonction somme des diviseurs et hypothèse de Riemann. J. Math. Pures Appl. V. 63 (1984), pp. 187 213.
- 4. Caveney G., Nicolas J.-L., Sondow J. Robin's theorem, primes, and a new elementary reformulation of Riemann Hypothesis. INTEGERS 11 (2011), #A33, pp 1 10.
- 5. Kalyabin G. A. One-Step G-Unimprovable Numbers. https://arxiv.org/abs/1810.12585, 2018.

НАПРАВЛЕННОСТЬ ИЗЛУЧЕНИЯ ВОЛНОВОЙ ЭНЕРГИИ ОЧАГОМ ЦУНАМИ

Марчук Ан. Г.

Институт вычислительной математики и математической геофизики Сибирского Отделения Российской Академии Наук, Новосибирск, Российская Федерация, maq@omzq.sscc.ru

Kлючевые слова: моделирование волн цунами, направленность излучения волновой энергии.

В рамках дифференциальной модели мелкой воды представлены базовые формулы для подсчёта энергии движущейся длинной волны. Показано, что в распространяющейся волне цунами кинетическая энергия водного течения равна потенциальной энергии смещения

водной поверхности относительно невозмущенного уровня. На примере численных расчётов изучена трансформация одного вида волновой энергии в другой при взаимодействии длинной волны с препятствием или другой волной. В работе рассматриваются вопросы, связанные с подсчётом волновой энергии во время численного моделирования генерации и распространения волн цунами. Посредством серии вычислительных экспериментов изучена направленность излучения энергии волны цунами, генерированной эллипсовидным источником с различным соотношением длин осей. Получены графики поведения во времени кинетической, потенциально и полной волновой энергии в различных секторах расчётной области. Также рассмотрена направленность излучения волновой энергии дипольным очагом, состоящим из двух эллипсовидных источников с противоположным знаком смещения водной поверхности.

DIRECTIVITY OF THE WAVE ENERGY RADIATION BY THE TSUNAMI SOURCE

Marchuk An. G.

Institute of computational mathematics and mathematical geophysics Siberian Branch of the Russian Academy of sciences, Novosibirsk, Russian Federation, mag@omzg.sscc.ru

Keywords: tsunami wave, directivity of the wave energy radiation, tsunami source.

Within the framework of the shallow-water differential model, basic formulas are presented for calculating the energy of a moving long wave. It is shown that in the propagating tsunami wave, the kinetic energy of the water flow is equal to the potential energy of the water surface displacement relative to the undisturbed level. In the course of number of numerical calculations, the transformation of one type of wave energy into another when a long wave interacting with an obstacle or another wave is studied. The work studies questions related to the counting of wave energy value during numerical modeling of the generation and propagation of tsunami waves. Through a series of computational experiments, the energy radiation directivity of tsunami wave generated by an ellipsoidal source with a different axis length ratio was studied. Graphs of time behavior of kinetic, potential and complete wave energy in various sectors of the computation domain are obtained. The direction of radiation of wave energy by a dipole source consisting of two ellipse-shaped areas of initial water surface displacement with the opposite sign is also considered.

ОЦЕНКА ПАРАМЕТРОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВЕЙБУЛЛА МЕТОДОМ МИНИМИЗАЦИИ ФУНКЦИИ РИСКА С УЧЁТОМ УСЕЧЕННЫХ СЛЕВА И ЦЕНЗУРИРОВАННЫХ СПРАВА ДАННЫХ

Николаев Д. А. ^{1,а}, Чепурко В. А. ^{1,6}, Антонов А. В. ^{2,в}

¹ АО «Русатом Автоматизированные системы управления»,

г. Москва, Российская Федерация

² А АНО ДПО «Техническая академия Росатома», г. Обнинск, Российская Федерация a dafanday@gmail.com, ⁶ v.a.chepurko@mail.ru, ^в a.v.antonov-54@yandex.ru

Ключевые слова: метод минимизации функции риска, распределение Вейбулла, цензурированные данные, усеченные данные.

В настоящее время при решении вопросов организации эксплуатации промышленных установок предъявляют повышенные требования к безопасности, надежности и эффективности их функционирования. В основе методов и процедур, используемых для решения

задач повышения безопасности и надежности работы промышленных установок, лежит информация о надежности комплектующих элементов, систем и оборудования. Для определения объективных характеристик надежности указанных объектов организуют наблюдения за их поведением в процессе эксплуатации. В ходе наблюдения за функционированием объектов отмечают периоды времени непрерывного исправного функционирования, времена простоев, причины простоев, отказы, дефекты и неисправности объектов, периодичность проведения и глубину профилактического обслуживания элементов и систем, и прочую информацию.

Следует заметить, что элементы и системы современных промышленных объектов, таких как атомные электростанции, нефтехимические комплексы и т.п., относятся к категории высоконадежного оборудования. Отказы такого оборудования события редкие. Количество однотипных объектов крайне мало. В связи с этим возникает задача разработки методов достоверного оценивания характеристик надежности объектов на основании статистической информации ограниченного объема.

В статье рассматривается метод расчета показателей надежности объектов на основании статистической информации, полученной на этапе эксплуатации. В качестве примера приведен метод оценки показателей надёжности на основании полных, цензурированных справа и усеченных слева наработок [1], т.к. на практике такая комбинация встречается довольно часто. Приведен вид функций правдоподобия для распределения Вейбулла. Рассмотрен тестовый пример, в котором с помощью метода минимизации функции риска [2] находятся оценки параметров распределения Вейбулла тестовой выборки, содержащей полные, усеченные слева и цензурированные справа данные. Исследовано изменение значений оценок параметров распределения Вейбулла и их точности в зависимости от доли усеченных и от доли цензурированных данных.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Hong Y. Q., Meeker W. Q., Mccalley J. D. Prediction of remaining life of power transformers based on left truncated and right censored lifetime data // The Annals of Applied Statistics. 2009. Vol. 3, \mathbb{N}^2 2. P. 857-879.
- 2. Антонов А. В. Системный анализ: учебник / А.В. Антонов. 4-е изд., перераб. и доп. –. М. : ИНФРА-М, 2017. 366 с.

PARAMETERS ESTIMATION FOR WEIBULL DISTRIBUTION BY THE BAYES ESTIMATOR TAKING INTO ACCOUNT LEFT TRUNCATED AND RIGHT CENSORED DATA

Nikolaev D. A. ^{1,a}, Chepurko V. A. ^{1,b}, Antonov A. V. ^{2,c}

¹ JSC «Rusatom Automated Control Systems», Moscow, Russian Federation

² Rosatom Technical Academy, Obninsk, Russian Federation

^a dafanday@gmail.com, ^b v.a.chepurko@mail.ru, ^c a.v.antonov-54@yandex.ru

Keywords: Bayes estimator, Weibull distribution, censored data, truncated data.

At present, when solving the issues of organizing the operation of industrial plants, increased requirements are imposed on safety, reliability and efficiency of their operation. The methods and procedures used to solve the problems of improving the safety and reliability of industrial installations are based on information on the reliability of components, systems and equipment. To determine the objective characteristics of the reliability of these objects, observations of their behavior during operation are organized. In the course of monitoring the operation of objects,

periods of time of continuous serviceable functioning, downtime times, reasons for downtime, failures, defects and malfunctions of objects, the frequency and depth of preventive maintenance of elements and systems, and other information are noted.

It should be noted that elements and systems of modern industrial facilities, such as nuclear power plants, petrochemical complexes, etc., belong to the category of highly reliable equipment. Failures of such equipment are rare events. The number of similar objects is extremely small. In this regard, the task arises of developing methods for the reliable assessment of the reliability characteristics of objects based on limited statistical data.

The article discusses a method for calculating the reliability indicators of objects based on statistical data obtained during objects operation. For illustrative purposes, a method of reliability assessment indicators on the basis of complete data, right censored data and left truncated data [1] is provided. In practice, this combination occurs quite often. Form of likelihood functions for Weibull distribution is presented. The test example, in which estimation of parameter of Weibull distribution is found using Bayes estimator [2] tacking into account complete, left truncated and right censored data, is given. The values variation of estimates of Weibull distribution parameter and accuracy depending on the proportion of truncated and censored data has been studied.

REFERENCES

- 1. Hong Y. Q., Meeker W. Q., Mccalley J. D. Prediction of remaining life of power transformers based on left truncated and right censored lifetime data // The Annals of Applied Statistics. 2009. Vol. 3, No 2. P. 857–879.
- 2. Antonov A.V. System analysis: textbook / A.V. Antonov. 4th ed., Rev. and add. M.: INFRA-M, 2017. 366 p.

ВАРИАЦИОННЫЙ ПОДХОД К РАСЧЕТУ ЛУЧЕВЫХ ТРАЕКТОРИЙ ВОЛН ЦУНАМИ

Носиков И. А. 1,a , Толченников А. А. $^{2, 3,6}$, Доброхотов С. Ю. 2,3,B , Клименко М. В. 1,r ,

- ¹ Калининградский филиал Института земного магнетизма, ионосферы и распространения радиоволн им. Н.В. Пушкова РАН, г. Калининград, Россия ² Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, г. Москва, Россия ³ Московский физико-технический институт, г. Долгопрудный, Россия
 - $^{\rm a}\ igor.nosikov@gmail.com,\ ^{\rm 6}\ tolchennikovaa@gmail.com$
 - в s.dobrokhotov@qmail.com, г maksim.klimenko@mail.ru

Ключевые слова: океанические волны, цунами, лучи, принцип Ферма, функционал. Работа поддержана грантом РНФ № 21-71-30011.

В работе представлен вариационный подход к расчету лучевых траекторий с заданными граничными условиями [1]. Предложенный метод наилучшим образом подходит для решения задач, где начальный импульс распространения волны неизвестен, но вместо этого задано положение пункта регистрации волны. Обсуждаются вопросы поиска множества решений граничной задачи на основе глобальной оптимизации. Представлено применение метода расчета лучей в модельных средах.

ЛИТЕРАТУРА

1. Доброхотов С. Ю., Клименко М. В., Носиков И. А., Толченников А. А. Вариационный метод расчета лучевых траекторий и фронтов волн цунами, порожденных локализованным источником // Журнал вычислительной математики и математической физики. – 2020. – Т. 60. – № 8. – С. 1439-1448.

VARIATION APPROACH TO THE RAY TRACING OF TSUNAMI WAVES

Nosikov I. A. 1,a , Tolchennikov A. A. 2,3,b , Dobrokhotov S. Yu. 2,3,c , Klimenko M. V. 1,d

 West Department of IZMIRAN, Kaliningrad, Russian Federation
 Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics RAS, Moscow,Russian Federation
 Moscow Institute of Physics and Technology (National Research University), Dolgoprudnyi, Moscow oblast, Russia

 $^a\ igor.nosikov@gmail.com, \ ^b\ tolchennikovaa@gmail.com \ ^c\ s.dobrokhotov@gmail.com, \ ^d\ maksim.klimenko@mail.ru$

Keywords: ocean waves, tsunami, rays, Fermat's principle, functional. This study is supported by RSF grant No 21-71-30011.

The paper presents a variational approach to the tsunami ray tracing with specified boundary conditions [1]. The proposed method is suited for solving problems where the initial impulse of wave propagation is unknown, but instead, the position of the wave registration point is specified. The issues of finding a set of solutions to the boundary value problem based on global optimization are discussed. The application of the method for calculating rays in model environments is presented.

REFERENCES

1. Dobrokhotov, S. Y., Klimenko, M. V., Nosikov, I. A., & Tolchennikov, A. A. (2020). Variational Method for Computing Ray Trajectories and Fronts of Tsunami Waves Generated by a Localized Source. Computational Mathematics and Mathematical Physics, 60(8), 1392–1401.

ГЕНЕРАЦИЯ ЦУНАМИ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЕМ С УЧЕТОМ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПОДВИЖКИ И ДИНАМИКИ ВСПАРЫВАНИЯ РАЗРЫВА

Носов М. А. 1,0 , Большакова А. В. 1,1 , Колесов С. В. 1,2 , Семенцов К. А. 1,3 1 Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, физический факультет, г. Москва, Российская Федерация 0 m.a.nosov@mail.ru, 1 annabolshakova@list.ru, 2 kolesov@ocean.phys.msu.ru, 3 sebbest@yandex.ru

Ключевые слова: волны цунами, генерация цунами, распределение подвижки. Работа поддержана грантами РФФИ № 19-05-00351, № 20-07-01098, № 20-35-70038.

В последние годы достигнут существенный прогресс в восстановлении распределения подвижки и динамики формирования разрыва в очаге землетрясения. Для этой цели используют не только традиционные сейсмические данные. Здесь хорошо себя зарекомендовали методы инверсии геодезических данных, данных радарной спутниковой интерферометрии и временных вариаций гравитационного поля.

Поверхность разрыва в очаге землетрясения аппроксимируется одним или несколькими плоскими прямоугольными сегментами. Каждый такой сегмент характеризуется определенными размерами, а также положением и ориентацией в пространстве (географические координаты, глубина, углы падения и простирания). Сегмент разбивается на конечное число прямоугольных элементов одинакового размера. Для каждого элемента задаются его координаты (долгота, широта), глубина и вектор подвижки. Кроме того, для каждого элемента определяется время его активации и продолжительности подвижки, – таким образом описывается динамика процесса вспарывания разрыва.

Заданный описанным выше способом очаг землетрясения позволяет рассчитать динамику формирования косейсмических смещений дна океана в источнике цунами вкупе с сейсмическими волнами.

В докладе рассматривается иерархия моделей генерации цунами землетрясением от относительно простых, предполагающих мгновенность формирования косейсмических смещений абсолютно жесткого дна и перенос этих смещений на свободную поверхность несжимаемого водного слоя, до наиболее сложных, подразумевающих совместное описание поведения сжимаемого водного слоя и подлежащего упругого полупространства.

Теоретически обосновывается, что для описания генерации цунами землетрясением учет динамики формирования косейсмических смещений дна может быть на практике осуществлен с использованием решения статической задачи теории упругости, которое известно как формулы Окада.

На примере нескольких цунамигенных землетрясений 21-го века сопоставляются расчеты волн цунами, выполненные в рамках упрощенной модели мгновенного источника и с учетом динамики развития косейсмических деформаций.

TSUNAMI GENERATION BY EARTHQUAKE TAKING INTO ACCOUNT SLIP DISTRIBUTION AND DYNAMICS OF RUPTURE FORMATION

Nosov M. A. ^{1,a}, Bolshakova A. V. ^{1,b}, Kolesov S. V. ^{1,c}, Sementsov K. A. ^{1,d}

¹ M.V. Lomonosov Moscow State University, Faculty of Physics, Moscow, Russian Federation

^a m.a.nosov@mail.ru, ^b annabolshakova@list.ru, ^c kolesov@ocean.phys.msu.ru,

^d sebbest@yandex.ru

Keywords: tsunami waves, tsunami generation, slip distribution. This study is supported by RFBR grants 19-05-00351, 20-07-01098, 20-35-70038.

In recent years, significant progress has been achieved in restoring the distribution of the slip and the dynamics of the formation of a rupture in the source of an earthquake. For this purpose, not only traditional seismic data are used. Here, methods of inversion of geodetic data, data from radar satellite interferometry and time variations of the gravitational field have proven themselves well.

The rupture surface in the earthquake source is approximated by one or more flat rectangular segments. Each such segment is characterized by certain dimensions, as well as position and orientation in space (geographic coordinates, depth, dip and strike angles). The segment is split into a finite number of rectangular elements of the same size. For each element, its coordinates (longitude, latitude), depth and slip vector are specified. In addition, for each element, the

time of its activation and the duration of the movement are determined, thus describing the dynamics of the rupture formation process.

The earthquake source specified by the method described above makes it possible to calculate the dynamics of the formation of coseismic displacements of the ocean floor in the tsunami source, coupled with seismic waves.

The report examines the hierarchy of models of tsunami generation by an earthquake, from relatively simple ones, assuming the instantaneous formation of coseismic displacements of an absolutely rigid bottom and the transfer of these displacements to the free surface of an incompressible water layer, to the most complex ones, implying a joint description of the behavior of a compressible water layer and the underlying elastic half-space.

It is theoretically substantiated that, in order to describe the generation of a tsunami by an earthquake, the dynamics of the formation of coseismic displacements of the bottom can be taken into account in practice using the solution of the static problem of the theory of elasticity, which is known as Okada's formulas.

On the example of several tsunamigenic earthquakes of the 21st century, the calculations of tsunami waves performed within the framework of a simplified model of an instantaneous source and taking into account the dynamics of the development of coseismic deformations are compared.

ТРЕХМЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВОЛН ЦУНАМИ В РАМКАХ ПОТЕНЦИАЛЬНОЙ ТЕОРИИ СЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СИГМА КООРДИНАТ

Семенцов К. А. ^{1,a}, Колесов С. В. ^{1,2,6}, Носов М. А. ^{1,2,8}, Нурисламова Г. Н. ^{1,r}

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова, физический факультет, кафедра физики моря и вод суши, г. Москва, Российская Федерация
 Институт морской геологии и геофизики Дальневосточного отделения Российской академии наук, г. Южно-Сахалинск, Российская Федерация
 a sebbest@yandex.ru, 6 kolesov@oceamn.phys.msu.ru, в nosov@phys.msu.ru,
 г nurislamova@physics.msu.ru

Ключевые слова: цунами, численное моделирование, сигма координаты. Работа поддержана грантами РФФИ № 19-05-00351, № 20-07-01098, № 20-35-70038.

В рамках доклада рассматривается комбинированная численная модель волн цунами (Combined Potential Tsunami Model - CPTM) [1]. Модель состоит из двух динамически-сопряженных блоков: глубоководного и мелководного. В глубоководном блоке модели решается трехмерное волновое уравнение (в координатах - широта, долгота, глубина) в рамках потенциальной теории однородной сжимаемой жидкости. В мелководном блоке модели решается двумерное волновое уравнение (в координатах - широта, долгота) в рамках теории длинных волн. В обоих блоках модели искомая функция одна и та же – потенциал скорости течения, благодаря чему обеспечивается удобное динамическое сопряжение блоков. В глубоководном блоке уравнения модели записываются в криволинейной неортогональной сигма-сферической нормированной на глубину (depth-normalized) системе координат. В мелководном блоке модели уравнения записываются в традиционной сферической системе координат. Важной особенностью модели является динамический ввод информации о движении дна на каждом временном шаге.

Тестирование модели проводится на аналитическом решении задачи о генерации цунами в океане постоянной глубины [2]. В качестве примеров применения модели рассмат-

риваются результаты моделирования ряда крупных событий начала 21 века, а также численное воспроизведение генерации свободных гравитационных волн пробегающими по дну поверхностными сейсмическими волнами [3].

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Носов М. А., Колесов С. В. Комбинированная численная модель цунами // Математическое моделирование. 2019. Т. 31, № 1. С. 44–62.
- 2. Levin, B. W., Nosov, M. A. (2016). Physics of Tsunamis, Second Edition. Springer International Publishing AG Switzerland. 388 p.
- 3. Sementsov, K. A., Nosov, M. A., Kolesov, S. V., Karpov, V. A., Matsumoto, H., & Kaneda, Y. (2019). Free gravity waves in the ocean excited by seismic surface waves: Observations and numerical simulations. Journal of Geophysical Research: Oceans, 124, 8468–8484. https://doi.org/10.1029/2019JC015115

THREE-DIMENSIONAL SIMULATION OF THE TSUNAMI WAVES WITHIN THE POTENTIAL THEORY OF A COMPRESSIBLE FLUID USING SIGMA COORDINATES

Sementsov K. A. ^{1,a}, Kolesov S. V. ^{1,2,b}, Nosov M. A. ^{1,2,c}, Nurislamova G. N. ^{1,d}

¹ Chair of Physics of Sea and Inland Water, Faculty of Physics, M.V.Lomonosov Moscow

State University, Moscow, Russia

² Institute of Marine Geology and Geophysics, Far Eastern Branch of the Russian Academy of Sciences (FEB RAS), Yuzhno-Sakhalinsk, Russia

 $^a\ sebbest@yandex.ru,\ ^b\ kolesov@oceamn.phys.msu.ru,\ ^c\ nosov@phys.msu.ru,\\ ^d\ nurislamova@physics.msu.ru$

Keywords: tsunami, numerical simulation, sigma coordinates. This study is supported by RFBR grants 19-05-00351, 20-07-01098, 20-35-70038.

The report considers a combined numerical model of tsunami waves (Combined Potential Tsunami Model - CPTM) [1]. The model consists of two dynamically coupled modules: deep water and shallow water. In the deep water module, a three-dimensional wave equation (in coordinates - latitude, longitude, depth) is solved within the framework of the potential theory of a homogeneous compressible fluid. In the shallow-water module, a two-dimensional wave equation (in coordinates - latitude, longitude) is solved within the framework of long waves theory. In both modules of the model, the sought function is the same - the potential of the flow velocity, due to which a convenient dynamic coupling of the modules is provided. In the deep ocean module, the model equations are written in a curvilinear non-orthogonal sigma-spherical depth-normalized coordinate system. In the shallow water module, the equations are written in the traditional spherical coordinate system. An important feature of the model is the dynamic input of information about the movement of the bottom at each time step.

The model is tested on the analytical solution of the problem of tsunami generation in the ocean of constant depth [2]. As examples of the application of the model, the results of modeling a number of major events of the early 21st century are considered, as well as the numerical reproduction of the free gravity waves excited by the seismic surface waves running along the bottom [3].

REFERENCES

- 1. Nosov M. A., Kolesov S. V. Combined numerical model of a tsunami // Mathematical Models and Computer Simulations. 2019. Vol. 11, no. 5. P. 679–689.
- 2. Levin, B. W., Nosov, M. A. (2016). Physics of Tsunamis, Second Edition. Springer International Publishing AG Switzerland. 388 p.
- 3. Sementsov, K. A., Nosov, M. A., Kolesov, S. V., Karpov, V. A., Matsumoto, H., & Kaneda, Y. (2019). Free gravity waves in the ocean excited by seismic surface waves: Observations and numerical simulations. Journal of Geophysical Research: Oceans, 124, 8468–8484. https://doi.org/10.1029/2019JC015115

АСИМПТОТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РЕШЕНИЯ ЯВНОЙ РАЗНОСТНОЙ СХЕМЫ, ОТВЕЧАЮЩЕЙ ВОЛНОВОМУ УРАВНЕНИЮ

Сергеев С. А. 1,a

 1 Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, г. Москва, Poccuйская Φede paция a sergeevse 1 @yandex.ru

Ключевые слова: асимптотическое решение, волновое уравнение, разностная схема. Работа поддержана грантом РНФ № 16-11-10282.

Решение волнового уравнения с локализованной начальной функцией

$$u_{tt}(x,t) - \langle \nabla, c^2(x) \nabla \rangle u(x,t) = 0, u|_{t=0} = V(\frac{x}{\mu}), u_t|_{t=0} = 0, x \in \mathbb{R}^2$$

можно приближенно построить, при фиксированном значении μ , с помощью разностной схемы. Функция c(x) — гладкая и ограниченная, отделенная от нуля, функция, а параметр $\mu \ll 1$ отвечает за локализацию начальной функции.

В зависимости от соотношения между параметром μ и шагом сетки по пространству при построении решения разностной схемы могут возникать дисперсионные эффекты.

Чтобы проанализировать эти дисперсионные эффекты и их влияние на решение разностной схемы, можно перейти к псевдодифференциальному уравнению [1, 2, 3]. Решением такого уравнения будет непрерывная функция, сужение которой на сетку совпадает с решением разностного уравнения.

В таких задачах можно определить передний фронт волны и головную волну, которая будет локализована в его окрестности [2]. С помощью канонического оператора Маслова можно написать явные формулы для асимптотического решения для псевдодифференциального уравнения в окрестности переднего фронта при различных соотношениях между параметрами задачи.

Удается выразить асимптотику головной волны с помощью функций Эйри и их производных. В некоторых случаях удается выразить асимптотику решения с помощью тэтафункций Якоби.

Такие явные формулы для асимптотики позволяют провести качественный анализ зависимости решения разностной схемы от параметров задачи.

ЛИТЕРАТУРА

1. В.П. Маслов, В.Г. Данилов, *Принцип двойственности Понтрягина для вычисления* эффекта типа Черенкова в кристаллах и разностных схемах. II, Тр. МИАН СССР, т. 167, 1985, с. 96–107

- 2. S.Yu. Dobrokhotov, V.E. Nazakinskii, *Propagation of a linear wave created by a spatially localized pertrubation in a regular lattice and punctured Lagrangian manifold*, Russian Journal of Mathematical Physics, vol. 24, issue 1, 2017, pp. 127–133.
- 3. V.V. Grushin, S.A. Sergeev, Asymptotic of the Propagation Problem for Linear Waves on a Two-Dimensional Lattice and Modified Maslov's Canonical Operator, Russian Journal of Mathematical Physics, vol. 27, issue 1, 2020, pp. 31–47

ASYMPTOTIC MODELLING OF THE SOLUTION FOR THE EXPLICIT DIFFERENCE SCHEME FOR THE WAVE EQUATION

Sergeev S. A.^{1,a}

¹ Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics RAS, Moscow, Russian Federation
^a sergeevse1@yandex.ru

Keywords: asymptotic solution, wave equation, difference scheme.

This study is supported by RSF grant 16-11-10282.

Solution of the following wave equation with localized initial data

$$u_{tt}(x,t) - \langle \nabla, c^2(x) \nabla \rangle u(x,t) = 0, u|_{t=0} = V(\frac{x}{\mu}), u_t|_{t=0} = 0, x \in \mathbb{R}^2$$

one can approximately build, with fixed value of the parametr μ , with the help of the difference scheme. Function c(x) is smooth, bounded and strictly positive function, parametr $\mu \ll 1$ is the localization parametr.

Depending on the ratio between μ and lattice step the dispersion effects can be observe in the solution of the difference scheme.

It is convinient to pass from difference scheme to the pseudo-differential equation [1, 2, 3] in order to analyze such dispersion effects. Solution of such equation is the continuous function and it's reduction on the lattice gives us the solution of the difference scheme.

In the case with localized initial function one can define the leading front and the leading wave, which is localized in the vicinity of the front [2]. One can construct the analitycal asymptotic formulas (for various relations between μ and lattice step) for the leading wave with the help of the Maslov canonical operator.

Such asymptotic can be expressed via Airy functions and their derivations. For some cases asymptotic of the leading wave can be presented with the help of Jacobi theta-functions.

These analytical formulas allow to make the detailed analysis of the dependency of the solution of the difference scheme on the parameters of the problem.

- V.P. Maslov, V.G. Danilov, Pontryagin's duality principle for calculation of an effect of Cherenkov's type in crystals and difference schemes. II, Proc. Steklov Inst. Math., vol. 167, 1986, pp. 103–116
- 2. S.Yu. Dobrokhotov, V.E. Nazakinskii, Propagation of a linear wave created by a spatially localized pertrubation in a regular lattice and punctured Lagrangian manifold, Russian Journal of Mathematical Physics, vol. 24, issue 1, 2017, pp. 127–133.
- 3. V.V. Grushin, S.A. Sergeev, Asymptotic of the Propagation Problem for Linear Waves on a Two-Dimensional Lattice and Modified Maslov's Canonical Operator, Russian Journal of Mathematical Physics, vol. 27, issue 1, 2020, pp. 31–47

ВЕЩЕСТВЕННАЯ КВАЗИКЛАССИКА ДЛЯ АСИМПТОТИК С КОМПЛЕКСНЫМИ ФАЗАМИ И ПРИЛОЖЕНИЕ К СОВМЕСТНО ОРТОГОНАЛЬНЫМ ПОЛИНОМАМ ЭРМИТА

Цветкова А. В.

Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского Российской академии наук, г. Москва, Российская Федерация annatsvetkova25@gmail.com

Ключевые слова: асимптотика, квазиклассическое приближение, ортогональные многочлены, специальные функции.

Рассматриваются совместно ортогональные полиномы $H_{n_1,n_2}(z,a)$ типа полиномов Эрмита, которые определяются из рекуррентных соотношений ([1])

$$H_{n_1+1,n_2}(z,a) = (z+a)H_{n_1,n_2}(z,a) - \frac{1}{2} (n_1H_{n_1-1,n_2}(z,a) + n_2H_{n_1,n_2-1}(z,a)),$$

$$H_{n_1,n_2+1}(z,a) = (z-a)H_{n_1,n_2}(z,a) - \frac{1}{2} (n_1H_{n_1-1,n_2}(z,a) + n_2H_{n_1,n_2-1}(z,a)).$$

В докладе будет представлена равномерная асимптотика для диагональных полиномов $H_{n,n}(z,a)$ при $n \to \infty$.

Мы сводим систему, задающую полиномы, к псеводифференциальному уравнению. Особенность задачи заключается в том, что символ соответствующего оператора комплекснозначный. Однако, используя подход, который мы называем вещественной квазиклассикой для асимптотик с комплексными фазами (предложен в работе [2]), удается избавиться от комплексности и получить равномерную асимптотику в виде функции Эйри для диагональных полиномов.

Доклад основан на совместной работе с А.И. Аптекаревым, С.Ю. Доброхотовым и Д.Н. Туляковым.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. A.I. Aptekarev, A. Branquinho, W. Van Assche. Multiple orthogonal polynomials for classical weights. *Trans. Amer. Math. Soc.* 2003; 355:10, 3887–3914
- 2. Доброхотов С.Ю., Цветкова А.В. О лагранжевых многообразиях, связанных с асимптотикой полиномов Эрмита. *Матем. заметки.* 2018; 104:6, 835–850.

REAL-VALUED SEMICLASSICAL APPROXIMATION FOR THE ASYMPTOTICS WITH COMPLEX-VALUED PHASES AND AN APPLICATION TO MULTIPLE ORTHOGONAL HERMITE POLYNOMIALS

Tsvetkova A. V.

Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics of the Russian Academy of Sciences, Moscow,
Russian Federation
annatsvetkova25@qmail.com

Keywords: asymptotics, semiclassical approximation, orthogonal polynomials, special functions.

We consider multiple orthogonal Hermite polynomials $H_{n_1,n_2}(z,a)$ which are defined by the following recurrence relations ([1])

$$H_{n_1+1,n_2}(z,a) = (z+a)H_{n_1,n_2}(z,a) - \frac{1}{2}\left(n_1H_{n_1-1,n_2}(z,a) + n_2H_{n_1,n_2-1}(z,a)\right),$$

$$H_{n_1,n_2+1}(z,a) = (z-a)H_{n_1,n_2}(z,a) - \frac{1}{2}\left(n_1H_{n_1-1,n_2}(z,a) + n_2H_{n_1,n_2-1}(z,a)\right).$$

In the talk the asymptotics of diagonal polynomials $H_{n,n}(z,a)$ as $n \to \infty$ will be presented.

We reduce the system that defines the polynomials to a pseudo-differential equation. The feature of the problem is that the symbol of the corresponding operator is complex-valued. However, using the approach that we call the real-valued semiclassical approximation for the asymptotics with complex-valued phases (proposed in [2]), we can get rid of the complexity and obtain uniform asymptotics in the form of the Airy function for diagonal polynomials.

The talk is based on joint work with A.I. Aptekarev, S.Yu. Dobrokhotov and D.N. Tulyakov.

- 1. A.I. Aptekarev, A. Branquinho, W. Van Assche. Multiple orthogonal polynomials for classical weights. *Trans. Amer. Math. Soc.* 2003; 355:10, 3887–3914
- 2. Dobrokhotov S.Yu., Tsvetkova A.V. Lagrangian manifolds related to the asymptotics of Hermite polynomials. *Mathematical Notes* 2018; 104:6, 810–822.

Моделирование физических процессов

Руководитель секции:

Михаил Владимирович Якобовский

Член-корреспондент РАН, доктор физико-математических наук, профессор, заместитель директора по научной работе Института прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, заведующий отделом программного обеспечения высокопроизводительных вычислительных систем и сетей, профессор базовой кафедры математического моделирования Московского физикотехнического института, профессор кафедры вычислительных методов Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова

Section moderator:

Prof. Mikhail Vladimirovich Yakobovskiy

Corresponding Member of the Russian Academy of Sciences, Doctor of Science (Physics and Mathematics), Professor, Deputy Director for Science, Keldysh Institute of Applied Mathematics (Russian Academy of Sciences), Professor of the Basic Department of Mathematical Modeling, Moscow Institute of Physics and Technology, Professor of the Department of Computational Methods, Lomonosov Moscow State University

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ОБОБЩЕННЫХ СТЕПЕНЕЙ БЕРСА ДЛЯ ПОСТРОЕНИЯ РЕШЕНИЙ СИСТЕМЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ МОЙСИЛА-ТЕОДОРЕСКУ

Афанасенкова Ю. В., Гладышев Ю. А.

(Калуга, КГУ им. К.Э. Циолковского) dvoryanchikova_y@mail.ru

 ${\it Kлючевые\ c.noвa}$: обобщенные степени Берса,
система Мойсила-Теодореску, кватерционная форма.

В сообщении приведен метод, известный как метод обобщенных степеней (ОС), построения последовательности базисных решений системы линейных дифференциальных уравнений первого порядка, известной как системы Мойсила-Теодореску.

Способ построения решений линейных дифференциальных уравнений, названный методом обобщенных степеней (ОС), был развит первоначально Л. Берсом для случая одного независимого переменного [1]. В работах автора [2] он был обобщен для случая нескольких независимых переменных. В данном сообщении показано его применение для построения решений известной системы Мойсила- Теодореску [2] (далее М-Т).

Для выполнения этой задачи кватернионная форма записи уравнения Мойсила-Теодореску переведена в матричную форму. Система, с помощь определенной операции, названной «присоединенной», приводится к виду, допускающему использования метода ОС. После этого введены операции дифференцирования и права обратная операции я интегрирования, которые являются аналогами дифференцирования и интегрирования по комплексному переменному решения системы Коши-Римана Эти операции не выводят из множества решений системы Мойсила-Теодореску с заданными свойствами в определенной области. четырехмерного пространства. Возможность многократного повторения этих операций дает алгоритм для построения последовательности базисных решений системы Мойсила-Теодореску.

Чтобы удовлетворить требованиям допустимости применения ОС, введена так называемая присоединенная система и получена пара коммутирующих операторов D_1 , D_2 . Указаны правые обратные операторы I_1 , I_2 , а также проекционные операторы P_1 , P_2 . Достигнутое выполнение всех требований необходимых для построения бинарных ОС позволяет записать

$$X_1^{(p)}X_2^{(q)}C = p!q!I_1^{(p)}I_2^{(q)}C$$

где C - обобщенная константа, определяемая требованиями

$$D_1C = D_2C = 0$$

Далее по стандартной схеме [2] приведем симметризованные бинарные ОС вида $\bar{Z}mZ^nC$. Последовательность степеней вида Z^nC дает базисное решение системы М-Т в матричной форме. При выполнении условия по компонентной сходимости ряда

$$f = \sum_{i=0}^{\infty} Z^i C_i.$$

определяет регулярную по терминологию [2,4] решения системы М- Т. Приведенные частные примеры и указано на возможность обобщения результатов.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Bers L. On a class of functions defined by partial differential equations. Transactions of the American Mathematical Society. 56, №1,1944;
- 2. *Гладышев Ю.А.* Метод обобщенных степеней Берса и его приложения в математической физике, Калуга, 2011;
- 3. G.C. Moisil, Sur les quaternions monogenes. Bull. Sci. Math. 55. 1931;
- 4. Гладышев Ю.А., Лашкарева Е.А. Об использовании аппарата обобщенных степеней Берса при построении решений краевых задач теории переноса методом Фурье // Вестник Калужского университета. 2018. №3. с.53–57.

APPLICATION OF THE METHOD OF GENERALIZED BERS DEGREES FOR CONSTRUCTING SOLUTIONS OF A SYSTEM OF DIFFERENTIAL EQUATIONS THE MOISILA-TEODORESCU EQUATIONS

Afanasenkova Yu. V., Gladyshev Yu. A.

(Kaluga, K. E. Tsiolkovsky KSU), dvoryanchikova_y@mail.ru

Keywords: generalized Bers degrees, Moisil-Teodorescu system, quaternary form.

The paper presents a method known as the method of generalized powers (OS) for constructing a sequence of basic solutions to a system of first-order linear differential equations known as the Moisila-Teodorescu systems.

The method of constructing solutions to linear differential equations, called the method of generalized powers (OS), was originally developed by L. Bers for the case of one independent variable [1]. In the works of the author [2], it was generalized for the case of several independent variables. This report shows its application for constructing solutions of the well - known Moisila-Teodorescu system [2] (hereinafter referred to as M-T).

To perform this task, the quaternion form of the Moisil-Teodorescu equation is converted to a matrix form. The system, with the help of a certain operation called "attached", is brought to a form that allows the use of the OS method. After that, the differentiation operations and the right inverse of the integration operation i are introduced, which are analogs of the differentiation and integration over the complex variable of the solution of the Cauchy-Riemann system. These operations do not derive from the set of solutions of the Moisila-Teodorescu system with given properties in a certain domain. four-dimensional space. The possibility of repeated repetition of these operations provides an algorithm for constructing a sequence of basic solutions of the Moisila-Teodorescu system.

To meet the requirements for the admissibility of the OS, the so-called connected system is introduced and a pair of commuting operators D1, D2 is obtained. The right inverse operators I_1 , I_2 , as well as the projection operators P1, P2 are specified. The achieved fulfillment of all the requirements necessary for the construction of binary OS allows us to write

$$X_1^{(p)}X_2^{(q)}C = p!q!I_1^{(p)}I_2^{(q)}C,$$

where C is a generalized constant defined by the requirements

$$D_1C = D_2C = 0.$$

Further, according to the standard scheme [2], we give symmetrized binary axes of the form A sequence of degrees of the form gives a basic solution of the M-T system in matrix form. When the condition for the component convergence of the series is met

$$f = \sum_{i=0}^{\infty} Z^i C_i.$$

it determines the solutions of the M - T system that are regular in terminology [2,4]. The given particular examples indicate the possibility of generalizing the results.

- 1. Bers L. On a class of functions defined by partial differential equations. Transactions of the American Mathematical Society. 56, No 1,1944;
- 2. Gladyshev Yu. A. The method of generalized Bers degrees and its applications in mathematical physics, Kaluga, 2011;
- 3. G. C. Moisil, Sur les quaternions monogenes. Bull. Sci. Math. 55. 1931;
- 4. Gladyshev Yu. A., Lashkareva E. A. On the use of the apparatus of generalized Bers degrees in the construction of solutions to boundary value problems of transfer theory by the Fourier method. Vestnik Kaluzhskogo universiteta. 2018. No. 3. pp. 53-57.

ВОЗБУЖДЕНИЕ ПОВЕРХНОСТНОГО ПОЛЯРИТОНА НА ГРАФЕНОВОЙ СТРУКТУРЕ

Бухенский К. В., Дюбуа А. Б., Конюхов А. Н., Кучерявый С. И., Машнина С. Н., Ципорков Н. И., Ципоркова К. А., Ревкова Л. С., Сафошкин А. С.

¹ Рязанский государственный радиотехнический университет, Российская Федерация ² Обнинский институт ядерной энергеники, Российская Федерация abd-69@mail.ru

Процессы возбуждения поверхностной волны (поляритона) в результате дифракции электромагнитного излучения в средах представляют собой одну из важнейших задач интегральной оптики. По сравнению с процессами распространения электромагнитного излучения вдоль многослойных структур с параллельными границами раздела, которые хорошо изучены и систематизированы к настоящему времени, дифракционные задачи изучены гораздо слабее. Условия непрерывности в совокупности с уравнениями Максвелла для таких задач связаны с решением сложных интегро-дифференциальных уравнений, которые имеют аналитическое решение только для определенных геометрий. Привлекательность планарной геометрии объясняется, во-первых, относительной простотой возникающих здесь теоретических моделей распространения электромагнитного излучения вдоль таких структур, во-вторых, фундаментальность получаемых здесь результатов позволяет обобщить их с теми или уточнениями на более сложные модели структур, и, в-третьих, планарная геометрия в достаточной степени близка к действительности. В данной работе этот метод использован для расчета процесса отражения гауссова пучка от вертикального диэлектрического барьера. Последний представляет собой четыре, разделенные плоскостями x=0 и z=0, области, характеризующиеся диэлектрическими проницаемостями ε_i (где i – номер среды; $\varepsilon_2 < 0$), с возбуждением поверхностных и объемных электромагнитных полей.

Полученные результаты должны удовлетворять закону сохранения энергии: $P^i = P^R + P^T + P^{sp}$, где P^i - падающее излучение, P^R - отраженное объемное излучение, P^T - прошедшее излучение и P^{sp} - поток поверхностного поляритона

EXCITATION OF A SURFACE POLARITON ON A GRAPHENE STRUCTURE

Bukhenskyy K. V. 1 , Dubois A. B. 1, , Konyukhov A. N. 1 , Kucheryavyy S. I. 2 , Mashnina S. N. 1 , Tsiporkov N. I, Tsiporkova K. A. 1 , Revkova L. S. 1 , Safoshkin A. S. 1

 Ryazan State Radio Engineering University, Ryazan, Russian Federation
 Obninsk Institute For Nuclear Power Engineering, Obninsk, Russian Federation abd-69@mail.ru

The processes of excitation of a surface wave (polariton) as a result of the diffraction of electromagnetic radiation in media are one of the most important problems of integral optics. Compared to the processes of propagation of electromagnetic radiation along multilayer structures with parallel interfaces, which have been well studied and systematized to date, diffraction problems have been much less studied. Continuity conditions in conjunction with Maxwell's equations for such problems are associated with the solution of complex integro-differential equations, which have an analytical solution only for certain geometries. The attractiveness

of planar geometry is explained, firstly, by the relative simplicity of the theoretical models of the propagation of electromagnetic radiation along such structures, secondly, the fundamental nature of the results obtained here makes it possible to generalize them with certain refinements to more complex models of structures, and, thirdly, the planar geometry is fairly close to reality. In this work, this method is used to calculate the process of reflection of a Gaussian beam from a vertical dielectric barrier. This dielectric barrier consists of four, separated by planes x = 0 and z = 0, characterized by dielectric constants ε_i (where i is the number of the medium; $\varepsilon_2 < 0$), with the excitation of surface and volume electromagnetic fields.

The results obtained must satisfy the law of conservation of energy: $P^i = P^R + P^T + P^{sp}$, where P^i - incident radiation, P^R - reflected volum radiation, P^T - transmitted radiation, P^{sp} - surface polariton radiation.

О МОДЕЛИРОВАНИИ ТЕЧЕНИЯ ГАЗА КНУДСЕНА В ТРЕХМЕРНОЙ ОБЛАСТИ МЕТОДОМ МОНТЕ-КАРЛО

Быковских Д. А. 1 , Галкин В. А. 2

- ¹ Бюджетное учреждение высшего образования Ханты-Мансийского автономного округа Югры «Сургутский государственный университет», г. Сургут, Российская Федерация; dmitriy.bykovskih@gmail.com
- ² Сургутский филиал Федерального научного центра «Научно-исследовательский институт системных исследований Российской академии наук», г. Сургут, Российская Федерация; val-gal@yandex.ru

Ключевые слова: математическое моделирование, газ Кнудсена, метод Монте-Карло. Работа поддержана грантом РФФИ № 20-04-60123.

Исследование и анализ параметров течения невзаимодействующих друг с другом частиц газа в трехмерной области с подвижными и неподвижными границами имеет важное прикладное значение в задачах, связанных с управлением высокотехнологичными процессами и созданием передовых разработок в современных отраслях промышленности. При этом все большую популярность набирают исследования, связанные с фильтрацией газа в пористых средах. Как правило, для получения более точной информации о рассматриваемой пористой среде приходится проводить исследования, уменьшая размеры исследуемого объекта. Например, в нефтегазовой отрасли с целью повышения эффективности добычи из пластов трудноизвлекаемых запасов углеводородов исследуются свойства и структура кернов с характерным размером всего несколько миллиметров [1].

При решении газодинамических задач важным этапом является численное исследование математических моделей. Оптимальным выбором для численного исследования течения газа Кнудсена в области с подвижными и неподвижными является использование метода Монте-Карло, преимущество которого заключается в следующем. С одной стороны, рассчитывая траектории движения статистически большого числа частиц в области, имеющей сложную изменяющуюся с течением времени геометрию, можно легко вычислить макроскопические параметры течения газа. С другой стороны, поскольку бессеточный метод обладает высоким уровнем параллелизма, то построенные на его основе и реализованные в виде комплекса программ параллельные алгоритмы позволят эффективно задействовать вычислительные ресурсы современных высокопроизводительных вычислительных систем.

Отыскание класса точных решений в области газовой динамики является более сложной задачей по сравнению с математическим моделированием. Поиск нового класса точных решений для течения газа Кнудсена в замкнутой области с подвижными и неподвиж-

ными границами позволит расширить набор уже существующих (течение газа с границами, не нарушающего максвелловского распределения; течение Куэтта; течение Пуазейля и др.), которые можно использовать для верификации комплекса программ [2].

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Быковских Д.А., Галкин В.А. Моделирование и визуазиация течения идеальго газа в пористой среде методом Монте-Карло. *Научная визуализация*. 2019;11:3:27-42. DOI: 10.26583/sv.11.3.03
- 2. Быковских Д.А., Галкин В.А. О вычислительном тесте для одной модели адиабатического сжатия идеального бесстолкновительного газа. *Вестник кибернетики*. 2019;1(33):15-23.

ON MODELING OF THE KNUDSEN GAS FLOW IN A THREE-DIMENSIONAL SPACE BY THE MONTE CARLO METHOD

Bykovskikh D. A.¹, Galkin V. A.²

 Surgut State University, Surgut, Russian Federation, dmitriy.bykovskih@gmail.com
 Surgut Office, Scientific Research Institute for System Analysis of the Russian Academy of Sciences, Surgut, Russian Federation, val-gal@yandex.ru

Keywords: mathematical modeling, Knudsen gas, Monte Carlo method. This study is supported by RFBR grant 20-04-60123.

The research and analysis of the collisionless gas flow parameters in a three-dimensional space with movable boundaries is of great practical importance in the tasks related to the high-tech process management and the creation of advanced developments in modern industries. At the same time, the gas filtration research in the porous media is becoming more popular. As a rule, in order to obtain more accurate information about the porous medium, it is necessary to conduct scientific research by reducing the object size. For example, the properties and structure of drill core samples of a few millimeters in size are investigated in order to improve the efficiency of hydrocarbon extraction in the oil and gas industry [1].

The numerical research of mathematical models is an important stage for solving gas problems. The optimal choice for the numerical research of the Knudsen gas flow in the space with movable boundaries is the use of the Monte Carlo method. The advantages of the method are as follows. On the one hand, it is easy to calculate the macroscopic parameters of the gas flow and compute a statistical large number of the particle trajectories in a three-dimensional space with movable boundaries. On the other hand, the parallel algorithms implemented into the software will allow for the effective use of the high-performance computing resources, because the grid-free method has a high level of parallelism.

Finding analytical solutions for gas dynamics is a more difficult task in comparison with mathematical modeling. The search for the solutions for the Knudsen gas flow in a enclosed space with movable boundaries will allow us to expand the existing solution set such as Couette flow, Poiseuille flow, etc. The solutions can be used to verify software [2].

- 1. Bykovskih D.A., Galkin V.A. An ideal gas flow modeling in porous medium by Monte Carlo method. *Scientific Visualization*. 2019;11:3:27-42. DOI: 10.26583/sv.11.3.03
- 2. Bykovskih D.A., Galkin V.A. On Computing Test for Adiabatic Compression Model of Ideal Collisionless Gas. *Proceedings in Cybernetics*. 2019;1(33):15-23.

ТЕСТИРОВАНИЕ МАГНИТОГИДРОДИНАМИЧЕСКОГО КОДА НА ЗАДАЧАХ ГЕОДИНАМО

Бычин И. В. 1,2,a , Гореликов А. В. 1,2,6 , Ряховский А. В. 1,2,6

- ¹ Сургутский филиал Федерального научного центра «Научно-исследовательский институт системных исследований Российской академии наук», г. Сургут, Российская Федерация
 - ² Сургутский государственный университет, г. Сургут, Российская Федерация ^a igor-bychin@yandex.ru, ⁶ gorelikov a@list.ru, ⁶ echo47@rambler.ru

Ключевые слова: магнитная гидродинамика, численное решение, геодинамо. Работа поддержана грантами РФФИ № 18-47-860004, № 20-04-60123.

В рамках метода контрольного объема [1] разработан программный код для численного решения задач неидеальной магнитной гидродинамики (МГД) вязкой несжимаемой жидкости на структурированных разнесенных сетках в сферических координатах. При дискретизации уравнения индукции магнитного поля использован алгоритм ограниченного переноса (CTA) [2] и схема QUICK [1] с методом отложенной коррекции для аппроксимации конвективных членов. Для решения уравнений гидродинамики использован алгоритм SIMPLER [1]. Программный код создан для моделирования естественной конвекции и гидромагнитного динамо во вращающихся сферических слоях. Авторами предложен алгоритм численного решения задачи геодинамо [3] с вакуумными граничными условиями, использующий преобразование Кельвина для нахождения потенциала внешнего магнитного поля. Представлены результаты решения тестовых задач геодинамо с вакуумными и псевдовакуумными граничными условиями, демонстрирующие достаточно точное соответствие результатам эталонных расчетов [3,4]. Использовались неравномерные расчетные сетки с узлами Чебышёва по радиальному направлению. Программное обеспечение разработано с использованием технология CUDA [5] и набором расширений к языку программирования Фортран (CUDA Fortran) [6]. Расчеты выполнены на рабочей станции с графическим ускорителем NVIDIA Titan V (пиковая производительность на вычислениях с двойной точностью -7,45 ТФлопс).

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Versteeg, Henk K, and Weeratunge Malalasekera. An Introduction to Computational Fluid Dynamics: the Finite Volume Method. 2nd ed. Harlow, England: Pearson Education Ltd., 2007.
- 2. Iskakov, A. & Descombes, Stéphane & Dormy, Emmanuel. (2004). An integro-differential formulation for magnetic induction in bounded domains: Boundary element-finite volume method. Journal of Computational Physics. 197. 540-554. 10.1016/j.jcp.2003.12.008.
- 3. Christensen, U. R., et al. (2001), A numerical dynamo benchmark, Phys. Earth Planet. Inter., 128, 25–34.
- 4. Matsui, H., et al. (2016), Performance benchmarks for a next generation numerical dynamo model, Geochem. Geophys. Geosyst., 17, 1586–1607, doi:10.1002/2015GC006159.
- 5. Sanders J., Kandrot E. CUDA by Example: An Introduction to General-Purpose GPU Programming. Boston: Addison-Wesley Professional, 2010.
- 6. Ruetsch G., Fatica M. CUDA Fortran for Scientists and Engineers. Boston: Morgan Kaufmann, 2013.

TESTING OF THE MAGNETOHYDRODYNAMIC CODE ON GEODYNAMO PROBLEMS

Bychin I. V. ^{1,2,a}, Gorelikov A. V. ^{1,2,b}, Ryakhovskiy A. V. ^{1,2,c}

¹ Surgut Office, Scientific Research Institute for System Analysis of the Russian Academy of Sciences, Surgut, Russian Federation

 2 Surgut State University, Surgut, Russian Federation a igor-bychin@yandex.ru, b gorelikov_a@list.ru, c echo47@rambler.ru

Keywords: magnetohydrodynamics, numerical solution, geodynamo. This study is supported by RFBR grants No 18-47-860004, No 20-04-60123.

Within the framework of the control volume method [1], software was developed for the numerical solution of the problems of resistive magnetohydrodynamics (MHD) of a viscous incompressible fluid on structured staggered grids in spherical coordinates. The discretization of the magnetic field induction equation uses the constrained transport algorithm (CTA) [2] and the QUICK [1] scheme with a delayed correction method for the approximation of the convective terms. The SIMPLER algorithm was used [1] to solve the equations of hydrodynamics. The software was created for the purpose of modeling natural convection and hydromagnetic dynamo in rotating spherical shells. The authors propose an algorithm for the numerical solution of the geodynamo problem [3] with vacuum boundary conditions, using the Kelvin transform to find the external magnetic field. The results of solving geodynamo benchmarks with vacuum and pseudo-vacuum boundary conditions are presented and demonstrate a fairly accurate agreement with the results of the reference calculations [3, 4]. Non-uniform computational grids with the Chebyshev nodes along the radial direction were used. The software was developed using the CUDA technology [5] and the set of extensions to the Fortran programming language (CUDA Fortran) [6]. The calculations were performed on a workstation with an NVIDIA TITAN V graphics processing unit (peak double-precision performance – 7.45 TFlops).

- 1. Versteeg, Henk K, and Weeratunge Malalasekera. An Introduction to Computational Fluid Dynamics: the Finite Volume Method. 2nd ed. Harlow, England: Pearson Education Ltd., 2007.
- 2. Iskakov, A. & Descombes, Stéphane & Dormy, Emmanuel. (2004). An integro-differential formulation for magnetic induction in bounded domains: Boundary element-finite volume method. Journal of Computational Physics. 197. 540-554. 10.1016/j.jcp.2003.12.008.
- 3. Christensen, U. R., et al. (2001), A numerical dynamo benchmark, Phys. Earth Planet. Inter., 128, 25–34.
- 4. Matsui, H., et al. (2016), Performance benchmarks for a next generation numerical dynamo model, Geochem. Geophys. Geosyst., 17, 1586–1607, doi:10.1002/2015GC006159.
- 5. Sanders J., Kandrot E. CUDA by Example: An Introduction to General-Purpose GPU Programming. Boston: Addison-Wesley Professional, 2010.
- 6. Ruetsch G., Fatica M. CUDA Fortran for Scientists and Engineers. Boston: Morgan Kaufmann, 2013.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОТЕНЦИАЛЬНОГО ТЕЧЕНИЯ ЖИДКОСТИ В ОБЛАСТИ С ПЕРЕМЕННОЙ ГЕОМЕТРИЕЙ

Галкин В. А. 1,2,a , Дубовик А. О. 1,2,6

¹ Сургутский филиал Федерального научного центра «Научно-исследовательский институт системных исследований Российской академии наук», г. Сургут, Российская Федерация

² Сургутский Государственный университет, г. Сургут, Российская Федерация a val-qal@yandex.ru, ⁶ alldubovik@qmail.com

Ключевые слова: гидродинамика, переменная геометрия. Работа поддержана грантами РФФИ № 18-47-860004, № 18-47-860005.

Рассматривается система уравнений Навье-Стокса в эйлеровых координатах

$$\begin{cases}
\frac{\partial u_i}{\partial t} + \sum_j u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \rho^{-1} \frac{\partial p}{\partial x_i} = \text{div } (\varepsilon \text{ grad } u_i) + \rho^{-1} F_i \\
\text{div } \mathbf{u} = 0
\end{cases}, t > 0, \mathbf{x} \in D(t), \tag{1}$$

дополненная условием прилипания на границе области течения $\mathbf{u}|_{\partial D(t)} = 0$.

Исследование течений несжимаемой жидкости в областях, изменяющихся во времени связано с задачами управления параметрами несжимаемой жидкости. Данный класс задач приобретает особую важность в связи с созданием отечественной технологии «Цифровое месторождение» [1], позволяющей моделировать предсказуемое протекание рабочих режимов нефтегазоносных пластов в результате динамических воздействий различных типов: электромагнитного, теплового, химического, механического и т. д.

Для потенциального течения жидкости $\mathbf{u} = \nabla \Psi$ решение задачи (1) с граничным условием прилипания сводится к следующей задаче

$$\Delta\Psi\left(\mathbf{x}\left(t\right),t\right)=0,\,\frac{\partial\Psi}{\partial n}\bigg|_{\partial D(t)}=\left.\mathbf{V}\left(\mathbf{x},t\right)\cdot\mathbf{n}\right|_{\partial D(t)},p=-\frac{1}{2}\left(\nabla\Psi\right)^{2}-\frac{d\Psi}{dt},$$

где закон деформации области D(t) определяется управляющим воздействием $\mathbf{V}(\mathbf{x},t)$:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{V}(\mathbf{x},t).$$

Аналитическое решение задачи в плоской области $x_1, x_2 \in D(t)$ имеет вид [2]

$$\Psi = \frac{\alpha(t)}{2} (x_1^2 - x_2^2), p = -\frac{3}{2} \alpha(t) (x_1^2 + x_2^2) - \frac{\alpha'(t)}{2} (x_1^2 - x_2^2),$$

где $V = \{\alpha(t)x; -\alpha(t)y\}$, а D(0) – квадрат со стороной 1. При такой деформации области течения ее объем сохраняется, что соответствует течению несжимаемой жидкости.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Бетелин В.Б., Галкин В.А. Управление параметрами несжимаемой жидкости при изменении во времени геометрии течения // ДАН. 2015. Т. 463. № 2. С. 149-151. DOI: 10.7868/S0869565215200037.
- 2. Бетелин В.Б., Галкин В.А., Дубовик А.О. Точные решения системы Навье-Стокса для несжимаемой жидкости в случае задач, связанных с нефтегазовой отраслью // Доклады Академии Наук. Математика, информатика, процессы управления. 2020. Т. 495. № 1. С.13—16. DOI: 10.31857/S2686954320060053.

MODELING THE POTENTIAL FLOW OF A LIQUID IN A REGION WITH A VARIABLE GEOMETRY

Galkin V.A. 1,2,a , Dubovik A.O. 1,2,b

¹ Surgut Branch of Scientific Research Institute for System Analysis, Russian Academy of Sciences, Surgut, Russia

² Surgut State University, Surgut, Russia

Keywords: fluid dynamics, variable geometry.

This work was supported by the Russian Foundation for Basic Research (grants 18-01-00343, 18-47-860005).

The system of Navier-Stokes equations in Eulerian coordinates is considered

$$\begin{cases}
\frac{\partial u_i}{\partial t} + \sum_j u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \rho^{-1} \frac{\partial p}{\partial x_i} = \text{div } (\varepsilon \text{ grad } u_i) + \rho^{-1} F_i \\
\text{div } \mathbf{u} = 0
\end{cases}, t > 0, \mathbf{x} \in D(t), \tag{1}$$

supplemented by the no-slip condition at the boundary of the flow region $\mathbf{u}|_{\partial D(t)} = 0$.

Investigation of incompressible fluid flows in time-varying regions is associated with the problems of controlling the parameters of an incompressible fluid. This class of problems is of particular importance in connection with the creation of the domestic technology "Digital Field" [1], which allows simulating the predictable course of operating modes of oil and gas bearing formations as a result of dynamic effects of various types: electromagnetic, thermal, chemical, mechanical, etc.

For potential fluid flow $\mathbf{u} = \nabla \Psi$ the solution of problem (1) with the no-slip boundary condition is reduced to the following problem

$$\Delta\Psi\left(\mathbf{x}\left(t\right),t\right)=0,\left.\frac{\partial\Psi}{\partial n}\right|_{\partial D(t)}=\left.\mathbf{V}\left(\mathbf{x},t\right)\cdot\mathbf{n}\right|_{\partial D(t)},p=-\frac{1}{2}\left(\nabla\Psi\right)^{2}-\frac{d\Psi}{dt},$$

where is the law of deformation of the region D(t) determined by the control action $\mathbf{V}(\mathbf{x},t)$:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{V}(\mathbf{x},t).$$

Analytical solution of a problem in a flat domain $x_1, x_2 \in D(t)$ is [2]

$$\Psi = \frac{\alpha(t)}{2} (x_1^2 - x_2^2), p = -\frac{3}{2} \alpha(t) (x_1^2 + x_2^2) - \frac{\alpha'(t)}{2} (x_1^2 - x_2^2),$$

where $\mathbf{V} = {\alpha(t)x; -\alpha(t)y}$, and D(0) – square with side 1. With such a deformation of the flow region, its volume is conserved, which corresponds to the flow of an incompressible fluid.

- 1. Betelin V.B., Galkin V.A. Control of Incompressible Fluid Parameters in the Case of Time-Varying Flow Geometry // Doklady Mathematics. 2015. V. 92. No 1. pp. 511-513. DOI: 10.1134/S1064562415040067
- 2. Betelin V.B., Galkin V.A., Dubovik A.O. Exact Solutions of Incompressible Navier–Stokes Equations in the Case of Oil and Gas Industrial Problems // Doklady Mathematics. 2020. V. 102. No 3. pp.456–459. DOI: 10.1134/S1064562420060071.

 $^{^{}a}$ val-gal@yandex.ru, b alldubovik@gmail.com

ТОЧНЫЕ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ ГИДРОДИНАМИКИ, СВЯЗАННЫЕ С НЕФТЕГАЗОВОЙ ОТРАСЛЬЮ

Галкин В. А. 1,2,a , Дубовик А.О. 1,2,6

¹ Сургутский филиал Федерального научного центра «Научно-исследовательский институт системных исследований Российской академии наук», г. Сургут, Российская Федерация

 2 Сургутский Государственный университет, г. Сургут, Российская Федерация a val-gal@yandex.ru, 6 alldubovik@gmail.com

Ключевые слова: гидродинамика, пористая среда.

Работа поддержана грантами РФФИ № 18-47-860004, № 18-47-860005.

Рассматривается система уравнений Навье-Стокса в эйлеровых координатах

$$\begin{cases}
\frac{\partial u_i}{\partial t} + \sum_j u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \rho^{-1} \frac{\partial p}{\partial x_i} = \text{div } (\varepsilon \text{ grad } u_i) + \rho^{-1} F_i \\
\text{div } u = 0
\end{cases}, t > 0, \mathbf{x} \in D.$$
(1)

Важнейшим вопросов построения кернового симулятора является получение точной динамики несжимаемой жидкости в пористой среде. Рассмотрим простейшую модель пористой среды, состоящую из дискретного набора точек – узлов сетки $\partial D \subset \mathbf{R}_n$. В этом случае область течения $D \equiv \mathbf{R}_n \backslash \partial D$. На узлах сетки, являющихся границей области течения, потребуем выполнение условия прилипания $u|_{\partial D} = 0$.

Рассмотрим модель пористой среды, состоящую из узлов плоской сетки $\partial D(t) = \pi \times \mathbb{Z}_2 + 0.5 \times (\pi,\pi)$ в пространстве R_2 . Соответствующее точное решение задачи (1) имеет следующий вид [1]:

$$\begin{cases} u(x,t) = \exp(-\varepsilon \lambda t) \begin{pmatrix} \sin(\sqrt{\lambda}x_2) \\ \sin(\sqrt{\lambda}x_1) \end{pmatrix}, & \lambda > 0. \end{cases}$$
$$p(x,t) = \exp(-2\varepsilon \lambda t) \cos(\sqrt{\lambda}x_2) \cos(\sqrt{\lambda}x_1)$$

Отметим, что течение структурируется на квадраты, внутри которых вращаются вихри с центрами, расположенными в узлах сетки $\partial D = \pi \times Z_2 + 0.5 \times (\pi,\pi)$, в которых скорость течения обращается в нуль. На границах квадратов, расположенных под углами $\pm 45^{\circ}$ и центрами на сетке, жидкость скользит по касательной. Аналогичное структурирование течения проводящей жидкости наблюдалось при описании точного трехмерного решения системы уравнений магнитной гидродинамики с условием скольжения на границе параллелепипеда [2].

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Бетелин В.Б., Галкин В.А., Дубовик А.О. Точные решения системы Навье-Стокса для несжимаемой жидкости в случае задач, связанных с нефтегазовой отраслью // Доклады Академии Наук. Математика, информатика, процессы управления. 2020.Т.495.№ 1. С.13–16. DOI: 10.31857/S2686954320060053.
- 2. Бетелин В. Б., Галкин В. А., Гореликов А. В. Алгоритм типа предиктор–корректор для численного решения уравнения индукции в задачах магнитной гидродинамики вязкой несжимаемой жидкости // ДАН. 2015. Т. 464. № 5. с. 525–528. DOI: 10.7868/S0869565215290034

EXACT SOLUTIONS OF THE EQUATIONS OF HYDRODYNAMICS RELATED TO THE OIL AND GAS INDUSTRY

Galkin V. A. 1,2,a , Dubovik A. O. 1,2,b

¹ Surgut Branch of Scientific Research Institute for System Analysis, Russian Academy of Sciences, Surgut, Russia

- ² Surgut State University, Surgut, Russia
- a val-qal@yandex.ru, b alldubovik@qmail.com

Keywords: hydrodynamics, porous medium.

This work was supported by the Russian Foundation for Basic Research (grants 18-01-00343, 18-47-860005).

The system of Navier-Stokes equations in Eulerian coordinates is considered

$$\begin{cases}
\frac{\partial u_i}{\partial t} + \sum_j u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \rho^{-1} \frac{\partial p}{\partial x_i} = \text{div } (\varepsilon \text{ grad } u_i) + \rho^{-1} F_i \\
\text{div } u = 0
\end{cases}, t > 0, \mathbf{x} \in D.$$
(1)

The most important issue in the construction of a core simulator is to obtain the exact dynamics of an incompressible fluid in a porous medium. Consider the simplest model of a porous medium, consisting of a discrete set of points – grid nodes $\partial D \subset \mathbb{R}_n$. In this case, the flow region $D \equiv \mathbb{R}_n \backslash \partial D$. At the grid nodes that are the boundary of the flow region, we require the no-slip condition $u|_{\partial D} = 0$.

Consider a model of a porous medium consisting of nodes of a flat mesh $\partial D(t) = \pi \times \mathbb{Z}_2 + 0.5 \times (\pi,\pi)$ in space R_2 . The corresponding exact solution to problem (1) has the following form [1]:

$$\begin{cases} u(x,t) = \exp(-\varepsilon \lambda t) \begin{pmatrix} \sin(\sqrt{\lambda}x_2) \\ \sin(\sqrt{\lambda}x_1) \end{pmatrix}, & \lambda > 0. \end{cases}$$
$$p(x,t) = \exp(-2\varepsilon \lambda t) \cos(\sqrt{\lambda}x_2) \cos(\sqrt{\lambda}x_1)$$

Note that the flow is structured into squares, inside which vortices rotate with centers located at the grid nodes $\partial D = \pi \times Z_2 + 0.5 \times (\pi, \pi)$, in which the flow velocity vanishes. At the boundaries of squares located at corners $\pm 45^{\circ}$ and centers on the grid, the fluid slides along a tangent. A similar structuring of the flow of a conducting fluid was observed when describing the exact three-dimensional solution of the system of MHD equations with the slip condition on the parallelepiped boundary [2].

- 1. Betelin V.B., Galkin V.A., Dubovik A.O. Exact Solutions of Incompressible Navier–Stokes Equations in the Case of Oil and Gas Industrial Problems // Doklady Mathematics. 2020.V.102.No 3. pp.456–459. DOI: 10.1134/S1064562420060071.
- 2. Betelin V.B., Galkin V.A., Gorelikov A.V. Predictor–Corrector Algorithm for the Numerical Solution of the Magnetic Field Equation in Viscous Incompressible MHD Problems // Doklady Mathematics. 2015. V. 92. No 2. pp. 618–621. DOI: 10.1134/S106456241505021X

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КРИСТАЛЛИЗАЦИИ МНОГОКОМПОНЕНТНЫХ РАСПЛАВОВ

Гинкин В. П., Ганина С. М.

Государственный научный центр Российской федерации – Физико-энергетический институт, Обнинск, Россия

Разработана неравновесная модель процесса затвердевания многокомпонентных расплавов, в которой численно решается задача Стефана с двумя границами: твердая фаза – двухфазная переходная зона и двухфазная зона – жидкая фаза. Двухфазная зона представлена пористой средой с переменной пористостью. Учитывается дополнительная сила сопротивления течению расплава в пористой среде по аналогии с законом Дарси. Выполнено компьютерное моделирование эксперимента по кристаллизации бинарного расплава Sn-20 wt.%Рb методом направленной вертикальной кристаллизации, ведущейся сверху вниз по направлению вектора гравитации. Приведены результаты расчета экспериментального квазидвумерного бенчмарка по кристаллизации расплава Sn-3 wt.%Pb, в котором кристаллизация велась в горизонтальном направлении, перпендикулярном вектору гравитации. Расчеты выполнены по двум моделям кристаллизации: равновесной и неравновесной. Показано, что неравновесная модель лучше описывает эволюцию температурного поля и распределения примеси под действием естественной конвекции.

NUMERICAL SIMULATION OF MULTICOMPONENT ALLOY SOLIDIFICATION

Ginkin V. P., Ganina S. M.

Institute for Physics and Power Engineering (IPPE), Obninsk, Russia

A non-equilibrium model of multicomponent melt solidification has been developed in which a Stefan problem with two boundaries is solved numerically, the boundaries being between the solid phase and the two-phase transition zone and between the two-phase transition zone and the liquid phase. The two-phase zone is represented as a porous medium with variable porosity. Account is taken of the additional force resisting the melt flow due to porosity and introduced by analogy with Darcy's law. Computer simulation has been performed of the experiment on Sn-20 wt.%Pb binary alloy solidification by the method of downward-directed crystallization along the gravity vector. Shown in the paper are the results of a quasi two-dimensional benchmark experiment on horizontal (i.e., at the right angle to the gravity vector) directional solidification of a binary Sn-3 wt.%Pb alloy. The calculations were done using two crystallization models: the equilibrium model and the non-equilibrium one. It is shown that the non-equilibrium model gives a better description of the thermal field evolution and solute distribution caused by natural convection.

ОБ ИСПОЛЬЗОВАНИИ ОБОБЩЕННЫХ СТЕПЕНЕЙ БЕРСА ПРИ СПЛАЙНОВОЙ АППРОКСИМАЦИИ ЗАДАЧ ТЕПЛОПЕРЕНОСА

Гладышев Ю. А. 1,a , Картанов А. А. 1,6 , Калманович В. В. 1,a

 1 Калужский государственный университет им. К.Э. Циолковского, г. Калуга, Россия a v572264@yandex.ru, 6 kartanovartem@gmail.com

Kлючевые слова: задача теплопереноса, обобщенные степени, сплайновая аппроксимация.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 19-03-00271).

При решении задач математической физики методом Фурье возникает необходимость в вычислении интегралов вида $\int\limits_{x_1}^{x_2} f(x) \sin \mu x \frac{dx}{a_2}$, например, при вычислении коэффициентов разложения в ряд Фурье при заданной начальной функции.

В настоящей работе предложен метод решения первой краевой одномерной однородной задачи теплопроводности с начальным распределением температуры, заданным поточечно. Функцию начального распределения температуры предлагается интерполировать сплайнами по многочленам обобщенных степеней Берса [1]. Такой подход позволяет получить единый удобный способ нахождения коэффициентов и членов ряда Фурье при решении задачи теплопроводности в среде, обладающей сдвиговой, осевой или центральной симметрией. Это достигается за счет того, что сплайны по многочленам обобщенных степеней Берса учитывают геометрию среды в отличие от сплайнов по обычными многочленам.

В работе используется матричный метод последовательного нахождения коэффициентов многочленов обобщенных степеней на основе условий согласования в точках, где заданы значения аппроксимируемой функции [2]. Такой подход аналогичен матричному методу, который используется нами для решения задачи теплопроводности в многослойной среде [3, 4].

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Bers L., Gelbart A., On a class of functions defined by partial differential equations. Transactions of the American Mathematical Society. 1944. Vol. 56. P. 67–93. DOI: 10.1090/S0002-9947-1944-0010910-5.
- 2. Гладышев Ю. А., Калманович В. В. О сплайновой аппроксимации заданной дискретной функции с помощью обобщенных степеней Берса // Актуальные проблемы прикладной математики и механики. Тезисы докладов X Всероссийской конференции с международным участием, посвященной памяти академика А.Ф. Сидорова и 100-летию Уральского федерального университета. Екатеринбург: УрО РАН, 2020. С. 20-21.
- 3. Kalmanovich V. V., Seregina E. V., Stepovich M. A. On the Possibility of a Numerical Solution of the Heat and Mass Transfer Problem with the Combined Matrix&Generalized Powers of Bers Method. *Journal of Physics: Conference Series*. 2019. Vol. 1163. 012012. DOI:10.1088/1742-6596/1163/1/012012.
- 4. Stepovich M. A., Kalmanovich V. V., Seregina E. V. Possibility of Applying the Matrix Method to Modeling the Cathodoluminscescence Caused by a Wide Electron Beam in a Planar Multilayer Semiconductor Structure. *Bulletin of the Russian Academy of Sciences: Physics.* 2020. Vol. 84. P. 576–579. DOI: 10.3103/S1062873820050342.

ON THE USE OF GENERALIZED POWERS OF BERS IN SPLINE APPROXIMATION OF HEAT TRANSFER PROBLEMS

Gladyshev Yu. A. ^{1,a}, Kartanov A. A. ^{1,b}, Kalmanovich V. V. ^{1,a}

¹ Tsiolkovsky Kaluga State University, Kaluga, Russia

^a v572264@yandex.ru. ^b kartanovartem@gmail.com

Keywords: heat transfer problem, generalized powers, spline approximation.

This work was supported by the Russian Foundation for Basic Research, project no. 19-03-00271.

When solving problems of mathematical physics by the Fourier method, it becomes necessary to calculate integrals of the form $\int_{x_1}^{x_2} f(x) \sin \mu x \frac{dx}{a_2}$, for example, when calculating the coefficients of an expansion in a Fourier series for a given initial function.

In this paper, we propose a method for solving the first boundary one-dimensional homogeneous heat conduction problem with an initial temperature distribution given pointwise. The function of the initial temperature distribution is proposed to be interpolated by splines in terms of polynomials of generalized powers of Bers [1]. This approach makes it possible to obtain a unified convenient method for finding the coefficients and terms of the Fourier series when solving the problem of heat conduction in a medium with translational symmetry, axial or central symmetry. This is achieved due to the fact that splines of polynomials of generalized powers of Bers take into account the geometry of the medium, in contrast to splines of algebraic polynomials.

In the paper we use a matrix method for sequentially finding the coefficients of polynomials of generalized powers based on the matching conditions at the points where the values of the function being approximated are given [2]. This approach is similar to the matrix method that we use to solve the problem of heat conduction in a multilayer medium [3, 4].

- 1. Bers L., Gelbart A., On a class of functions defined by partial differential equations. *Transactions of the American Mathematical Society*. 1944. Vol. 56. P. 67–93. DOI: 10.1090/S0002-9947-1944-0010910-5.
- 2. Gladyshev Yu.A., Kalmanovich V.V. On spline approximation of a given discrete function using generalized powers of Bers // Proceedings of the X All-Russian Conference "Actual Problems of Applied Mathematics and Mechanics" with International Participation, Dedicated to the Memory of Academician A.F. Sidorov and 100th Anniversary of UrFU. Ekaterinburg: UB RAS, 2020. P. 20-21. (In Russ.).
- 3. Kalmanovich V.V., Seregina E.V., Stepovich M.A. On the Possibility of a Numerical Solution of the Heat and Mass Transfer Problem with the Combined Matrix&Generalized Powers of Bers Method. *Journal of Physics: Conference Series.* 2019. Vol. 1163. 012012. DOI:10.1088/1742-6596/1163/1/012012.
- 4. Stepovich M. A., Kalmanovich V. V., Seregina E. V. Possibility of Applying the Matrix Method to Modeling the Cathodoluminscescence Caused by a Wide Electron Beam in a Planar Multilayer Semiconductor Structure. *Bulletin of the Russian Academy of Sciences: Physics.* 2020. Vol. 84. P. 576–579. DOI: 10.3103/S1062873820050342.

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ВОЗМУЩЕНИЙ ДАВЛЕНИЯ В ГИДРАТОСОДЕРЖАЩИХ ПОРИСТЫХ ОБРАЗЦАХ

Губайдуллин А. А. 1,a , Болдырева О. Ю. 1,6 , Дудко Д. Н. 1,6

¹ Тюменский филиал Института теоретической и прикладной механики им. С.А. Христиановича СО РАН, г. Тюмень, Российская Федерация

^a A.A.Gubaidullin@yandex.ru, ⁶ timms@ikz.ru

Kлючевые слова: пористая среда, газовый гидрат, волны, скорость звука. Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ и Тюменской области в рамках научного проекта № 20-41-720003.

Преобладающая доля углеводородов в недрах Земли сосредоточена в виде газовых гидратов. Природные гидратосодержащие пласты могут различаться по многим параметрам: пористости, проницаемости, структуре порового пространства, содержанию гидрата и составу поровых флюидов, особенностям залегания и т.п. Так, например, лабораторные наблюдения показывают наличие различных механизмов образования и нахождения газовых гидратов в пористом образце: частицы гидрата могут образовываться и находиться в поровой жидкости или на поверхности гранул скелета породы. Как это влияет на поведение волн, не изучено. Подобные исследования требуют построения адекватных математических моделей и компьютерного моделирования с учетом данных лабораторных и натурных экспериментов. Основными методами разведки и изучения газогидратных залежей являются сейсмические исследования и акустический каротаж, поэтому значительный интерес представляют исследования особенностей волновых процессов в газогидратных пластах.

В настоящей работе выполнен аналитический обзор существующих математических моделей пористых сред, содержащих газовые гидраты. Проведен линейный анализ распространения возмущений давления в гидратосодержащей пористой среде. Выполнено сопоставление полученных расчетных данных с экспериментальными данными по измерению скоростей звука в пористых образцах с различным содержанием газового гидрата. Изучены особенности линейных волн в гидратосодержащей пористой среде в зависимости от свойств основной породы, насыщающего флюида и степени заполнения порового пространства газовым гидратом.

COMPUTER SIMULATION OF PROPAGATION OF PRESSURE PERTURBATIONS IN HYDRATE-CONTAINING POROUS SAMPLES

Gubaidullin A. A.^{1,a}, Boldyreva O. Yu.^{1,b}, Dudko D. N.^{1,b}

¹ Khristianovich Institute of Theoretical and Applied Mechanics, Tyumen Branch, Siberian Branch, Russian Academy of Sciences, Tyumen, Russian Federation

^a A.A.Gubaidullin@yandex.ru, ^b timms@ikz.ru

Keywords: porous medium, gas hydrate, waves, sound velocity. The research was funded by RFBR and Tyumen Region, number 20-41-720003.

The predominant part of hydrocarbons in the Earth's interior is concentrated in the form of gas hydrates. Natural hydrate-containing reservoirs can differ in many parameters: porosity, permeability, pore space structure, hydrate content and composition of pore fluids, features of occurrence, etc. For example, laboratory observations show the presence of various mechanisms for the formation and location of gas hydrates in a porous sample: hydrate particles can be

formed and located in the pore liquid or on the surface of the granules of the rock skeleton. How this affects the wave behavior has not been studied. Such studies require the construction of adequate mathematical models and computer modeling, taking into account the data of laboratory and field experiments. The main methods of exploration and study of gas hydrate deposits are seismic studies and acoustic logging, therefore, studies of the features of wave processes in gas hydrate formations are of considerable interest.

In this paper, an analytical review of the existing mathematical models of porous media containing gas hydrate is performed. The linear analysis of the propagation of pressure perturbations in a hydrate-containing porous medium is carried out. The obtained calculated data are compared with experimental data on the measurement of sound velocities in porous samples with different gas hydrate contents. The features of linear waves in a hydrate-containing porous medium are studied depending on the properties of the base rock, the saturating fluid, and the gas hydrate content in the pore space.

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ТЕПЛООБМЕНА МЕЖДУ ПРУДОМ-ОХЛАДИТЕЛЕМ И АТМОСФЕРНЫМ ВОЗДУХОМ НА ДВИЖЕНИЕ ВЕТРА В ПРЕДЕЛАХ ПРОМПЛОЩАДКИ АТОМНОЙ ЭЛЕКТРОСТАНЦИИ

Гуляев Д. Ю.

Научно-производственное объединение «Тайфун», г. Обнинск, Российская Федерация valeriy.148@yandex.ru

Ключевые слова: пруд-охладитель, движение ветра, CFD.

Одной из основных задач при реализации оперативных мероприятий по минимизации последствий аварий на АЭС является общая оценка выбросов продуктов деления. Поскольку системы радиационного контроля имеют ограниченный диапазон действия (вблизи места их нахождения), их показания следует дополнять экстраполяцией значений, полученных при измерении, на всю исследуемую территорию. Выполнение этой задачи должно основываться на информации о распределении загрязняющих веществ в пространстве. Исходя из информации, полученной на этапе моделирования распределения примеси в атмосфере над промплощадкой АЭС, должны рассчитываться объемные концентрации нуклидов, вышедших в атмосферу во время выброса, и, как следствие, их объемные активности. Таким образом, одной из основных расчетных задач, осуществляемых в рамках оценки выбросов продуктов деления, является моделирование движения набегающего на промплощадку воздушного потока.

В данной работе методами вычислительной гидродинамики проведено моделирование движения ветра в пределах промплощадки Смоленской АЭС. Существенным моментом является турбулентный характер движения воздуха, вызывающий необходимость модификации решаемых уравнений Навье-Стокса с использованием определенной модели турбулентности [1]. В случае, если на подстилающей поверхности находится источник тепла, то в движение ветра может быть внесено дополнительное возмущение. Таким источником в случае с АЭС является пруд-охладитель. Поэтому для данной ситуации моделирование движения ветра должно проводиться с учетом конвективного теплообмена. Для моделирования влияния конвективного теплообмена на движение ветра в данном исследовании была использована модель Обербека-Буссинеска для несжимаемых сред [2].

ЛИТЕРАТУРА

1. Wilcox D.C. Turbulence modeling for CFD. 1998. – 537 p.

2. Ландау Л.Д.,Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Т.VI. Гидродинамика. – М.:Наука. Глав. ред. физ. мат. лит.,1986. – 736 с.

NUMERICAL STUDY OF THE EFFECT OF HEAT TRANSFER BETWEEN COOLING POND AND ATMOSPHERIC AIR ON WIND MOVEMENT WITHIN INDUSTRIAL SITE OF NUCLEAR POWER PLANT

Gulyaev D. Y.

Research and Production Assosiation "Typhoon", Obninsk, Russian Federation valeriy.148@yandex.ru

Keywords: cooling pond, wind movement, CFD.

One of the main tasks in the implementation of operational actions to minimize the consequences of accidents at nuclear power plants is a general evaluation of the emissions of fission products. Since the radiation monitoring systems have a limited range of action (near their location), their readings should be supplemented by extrapolation of the values obtained during the measurement to the entire investigated area. The fulfillment of this task should be based on information about the spatial distribution of pollutants. Based on the information obtained at the stage of modeling the distribution of impurities in the atmosphere over the NPP industrial site, the volumetric concentrations of nuclides released into the atmosphere during the release and, as a consequence, their volumetric activities should be calculated. Thus, one of the main computational tasks carried out in the assessing the emissions of fission products is the modeling of the air flow movement oncoming an industrial site.

In this study, using the methods of computational fluid dynamics, the wind movement within the industrial site of the Smolensk NPP was simulated. An essential point is the turbulent nature of air movement, which makes it necessary to modify the solved Navier-Stokes equations using certain turbulence model [1]. If there is a heat source on the underlying surface, then an additional disturbance can be introduced into the wind movement. Such a source, in the case of a nuclear power plant, is a cooling pond. Therefore, for this situation, the simulation of wind movement should be carried out taking into account convective heat transfer. To simulate the effect of convective heat transfer on wind movement, in this study, the Oberbeck-Boussinesq model for incompressible fluids was used [2].

REFERENCES

- 1. Wilcox D.C. Turbulence modeling for CFD. 1998. 537 p.
- 2. Landau L.D., Lifshitz E.M. Course of Theoretical Physics. Volume VI. Fluid Mechanics. M.:Nauka.,1986. 736 p.

ГРУППОВЫЕ СВОЙСТВА СПЕЦИАЛЬНЫХ ФУНКЦИЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Дубовик А. О.

Сургутский филиал Федерального научного центра «Научно-исследовательский институт системных исследований Российской академии наук», г. Сургут, Российская Федерация

Сургутский Государственный университет, г. Сургут, Российская Федерация alldubovik@gmail.com

Ключевые слова: специальные функции, представления групп. Работа поддержана грантами РФФИ № 18-47-860004, № 18-47-860005.

Изучается специальный класс функций, носящий общее название цилиндрические — наиболее часто встречающиеся в приложениях. К этому классу относятся функции Ганкеля, Макдонольда, Неймана, Бесселя, Г-функции и В-функции Эйлера.

В работах [1–3] отмечается связь этих функций с группой автоморфизмов Ω двумерного евклидового пространства E_2 . Компактной группе евклидовых вращений K соответствуют функции с целочисленными индексами, некомпактной группе гиперболических вращений A – с проивольными индексами. Вкладывая в качестве подгрупп K и A в общую группу автоморфизмов Ω , получим соотношения не только для функций, связанных с конкретными подгруппами, но и с разными функциями, соответствующие разным подгруппам. В качестве таковой группы Ω берется группа автоморфизмов E_2 , сохраняющих ориентированную площадь, π е. векторное произведение. В произвольном базисе π получим группу, изоморфную π группе матриц второго порядка с определителем равным единице. Имеет место разложение Картана-Берже по подгруппам π π со π действуют π действуют в пространстве отображений π π группы π π группы π π действуют по формуле

$$T_g f(r) = \exp[b, Ar] f(A^{-1}r).$$

Непосредственно проверяется мультипликативное свойство $T_{g_1g_2} = T_{g_1}T_{g_2}$. Сужение представления T на соответсвующие подгруппы приводит к изученным представлениям и соотношениям [1, 2]. Переход к другому базису E_2 приводит к «перемешиванию» подгрупп в разложении Картана-Берже $SL_2(R)$ и новым соотношениям.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Дубовик О.А. Представление группы конформных движений евклидова пространства и функции Лежандра на разрезе // Сиб. мат. журн. 1980. № 4. С. 45–49.
- Дубовик О.А., Дубовик А.О. Представления группы движений псевдоевклидовой плоскости и функции Бесселя // Вестник кибернетики. № 3 (31). Сургут: Из-во СурГУ. 2018. С. 51–57.
- 3. Дубовик О.А., Дубовик А.О. Группа МН(2) движений псевдоевклидовой плоскости и связанные с ней специальные функции // Межд. конф. «Математика и информационные технологии в нефтегазовом комплексе» (Обниск 14–19 мая, Сургут 23 мая, 2019): труды конф. Самара: Изд-во ООО «Порто-принт». 2019. С. 210–217.
- 4. Ленг C. SL₂(R) M.: Мир. 1977. 432 с.
- 5. Виленкин Н.Я. Специальные функции и теория представления групп. 2-е. изд. –М.: Наука. 1991. 576 с.

GROUP PROPERTIES OF SPECIAL FUNCTIONS OF MATHEMATICAL PHYSICS

Dubovik A. O.

Surgut Branch of Scientific Research Institute for System Analysis, Russian Academy of
Sciences, Surgut, Russia
Surgut State University, Surgut, Russia
alldubovik@qmail.com

Keywords: special functions, group representations.

This work was supported by the Russian Foundation for Basic Research (grants 18-01-00343, 18-47-860005).

A special class of functions under the general name cylindrical, which are most frequently encountered in applications, is studied. To this class are the functions of Hankel, MacDonald, Neumann, Bessel, Euler Γ -functions and B-functions.

In [1–3], it was noted that these functions are related to the automorphism group Ω of the two-dimensional Euclidean space E_2 . The compact group K of Euclidean rotations corresponds to functions with integer indices, to the noncompact group of hyperbolic rotations A – with arbitrary indices. Embedding K and A as subgroups in the general group of automorphisms Ω , we obtain relations not only for functions associated with specific subgroups, but also with various functions corresponding to different subgroups. As such a group Ω is taken the group of automorphisms E_2 , preserving the oriented area, that is the vector product. In an arbitrary basis E_2 , we obtain a group isomorphic to $SL_2(R)$ – a group of second-order matrices with determinant equal one. There is a Cartan-Berger decomposition in subgroups $SL_2(R)$ =KAH [4]. On the set of pairs g=(b,A), $b\in E_2, A\in \Omega$ the group operation $g_1g_2=(b_1,A_1)(b_2,A_2)=(b_1+A_1b_2,A_1A_2)$ is introduced [5]. The representation T of the group $G=E_2*\Omega$ is realized in mappings $f: E_2 \rightarrow E_2$, operators of representation $g \rightarrow T_g$ by the formula

$$T_q f(r) = \exp[b, Ar] f(A^{-1}r).$$

The multiplicative property $T_{g_1g_2} = T_{g_1}T_{g_2}$ is directly verified. The restriction of the representations of T to the corresponding subgroups leads to the studied representations and relations [1, 2]. Passing to another basis E_2 leads to "mixing" of subgroups in the Cartan-Berger decomposition $SL_2(R)$ and new relations.

REFERENCES

- 1. Dubovik O.A. Predstavleniye gruppy konformnykh dvizheniy yevklidova prostranstva i funktsii Lezhandra na razreze // Sib. mat. zhurn. 1980. No 4. P. 45–49. [in Russian]
- 2. Dubovik O.A., Dubovik A.O. Representations of group of motions of the pseudo-euclidean plane and the bessel functions // Proceedings in Cybernetics. No 3 (31). Surgut: Iz-vo SurGU. 2018. P. 51–57. [in Russian]
- 3. Dubovik O.A., Dubovik A.O. Group MH(2) movement of pseudo euclidic plane and special functions associated with it // International con. «Mathematics and Information technology for oil and gas Industry » (Obnisk 14–19 may, Surgut 23 may 2019): proceedings. Samara: Izd-vo OOO "Porto-print". 2019. P. 210–217. [in Russian]
- 4. Lang S. SL₂(R). New York: Springer. 1985. 432 p. DOI: 10.1007/978-1-4612-5142-2
- 5. Vilenkin N. Ya. Special functions and group representation theory. American Mathematical Society. 1978. 613 p.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛООБМЕНА В КОЛЬЦЕВОМ ЗАЗОРЕ С ЖИДКОМЕТАЛЛИЧЕСКИМ ТЕПЛОНОСИТЕЛЕМ ПРИМЕНИТЕЛЬНО К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ ПОВЫШЕНИЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ ПЕЧЕЙ ОГНЕВОГО НАГРЕВА

Кошелев М. М. ^а, Ульянов В. В., Коновалов М. А., Харчук С. Е.

Акционерное общество «Государственный научный центр Российской Федерации – Физико-энергетический институт имени А.И. Лейпунского»,

г. Обнинск, Российская Федерация a mkoshelev@ippe.ru

Kлючевые слова: свинецсодержащий расплав, теплообменные аппараты, печи огневого нагрева, коксообразование.

Работа поддержана грантом РФФИ № 19-48-400003.

Печи огневого нагрева широко используются в нефтеперерабатывающей отрасли. Поверхности теплообмена, контактирующие с нефтепродуктами, подвержены коксообразованию из-за перегрева, вызванного неоднородностью температур на границе теплообмена. Отложения снижают ресурс оборудования, ухудшают эффективность нефтепереработки.

Авторами предложена конструкция теплообменных труб с использованием эвтектического сплава свинец-висмут, который в настоящее время обосновывается в качестве теплоносителя ряда проектов в атомной отрасли [1]. Конструкция представляет собой теплообменник «труба в трубе», кольцевой зазор заполнен эвтектическим сплавом свинец-висмут, нагрев осуществляется с наружной поверхности, нефтепродукты протекают во внутренней трубе.

С использованием CFD-пакета OpenFOAM проведены сравнительные оценки распределения температур по поверхности, контактирующей с нефтепродуктами, для «традиционной» теплообменной трубы и конструкции предложенной авторами в условиях неравномерного огневого нагрева. Исходные данные для расчетов задавались аналогично [2].

Результаты расчетов показали, что устойчивая естественная циркуляция теплоносителя наблюдается в случае направления теплового потока «снизу» относительно направления поля силы тяжести. В этом случае температура вблизи внутренней поверхности трубы более изотермична по всему диаметру трубы. Если же тепловой поток направлен под углом «сверху» естественная циркуляция неустойчива и носит локальный характер.

Также численное моделирование показало, что поверхность контакта в случае устойчивой естественной циркуляции носит квазиизотермический характер, отклонение температуры от средней составляет не более 2 ° С. В то время как в случае локальной циркуляции отклонение от средней температуры составляет 7—8 ° С. Таким образом показано, что использование предложенной конструкции теплообменной трубы печи огневого нагрева позволяет обеспечить более равномерное, в сравнии с традиционной конструкцией, распределение температур на поверхности теплообмена с нефтепродуктами.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Ульянов В.В., Гулевский В.А., Шелеметьев В.М. и др. Применение теплоносителей Рb и Pb-Bi в новых технологиях переработки твердых, жидких и газообразных сред. Известия высших учебных заведений. Ядерная энергетика, 2012, № 4, с. 102—109.
- 2. Ябров Н.И., Распопов Р.С., Ведерникова Ю.А. Моделирование процесса нагрева нефти в печи птб-10а. Труды VI Всероссийской научно-технической конференции с международным участием «Новые информационные технологии в нефтегазовой отрасли и образовании». Тюмень, 2015, с. 121—127.

MODELING OF HEAT EXCHANGE IN AN ANNULAR GAP WITH A LIQUID-METAL COOLANT AS APPLIED TO THE SOLUTION OF THE PROBLEM OF INCREASING THE EFFICIENCY OF FIRED HEATING FURNACES

Koshelev M. M. ^a, Ulyanov V. V., Konovalov M. A., Kharchuk S. E.

State Scientific Centre of the Russian Federation – Leypunsky Institute for Physics and Power Engineering, Joint-Stock Company, Obninsk, Russian Federation

^a mkoshelev@ippe.ru

Keywords: lead-containing melt, heat exchangers, fired heating furnaces, coke formation. This study is supported by the RFBR grant No. 19-48-400003.

Fiery furnaces are widely used in the oil refining industry. Heat exchange surfaces in contact with oil products are susceptible to coke formation due to overheating caused by temperature nonuniformities at the heat exchange boundary. Deposits reduce the service life of equipment and deteriorate the efficiency of oil refining.

The authors proposed the design of heat exchange tubes using a lead-bismuth eutectic alloy, which is currently being justified as a coolant in a number of projects in the nuclear industry [1]. The design is a pipe-in-pipe heat exchanger, the annular gap is filled with a lead-bismuth eutectic alloy, heating is carried out from the outer surface, oil products flow in the inner pipe.

Using the OpenFOAM CFD package, comparative assessments of the temperature distribution over the surface in contact with oil products for the "traditional" heat exchange tube and the design proposed by the authors in conditions of uneven fire heating have been carried out. The initial data for the calculations were set similarly to [2].

The calculation results showed that stable natural circulation of the coolant is observed in the case of the direction of the heat flow "from below" relative to the direction of the gravity field. In this case, the temperature near the inner surface of the pipe is more isothermal over the entire diameter of the pipe. If the heat flow is directed at an angle "from above", the natural circulation is unstable and has a local character.

Also, numerical modeling showed that the contact surface in the case of stable natural circulation is quasi-isothermal, the temperature deviation from the average is no more than 2 °C. While in the case of local circulation, the deviation from the average temperature is 7-8 °C. Thus, it is shown that the use of the proposed design of the fired heating furnace heat exchange tube allows for a more uniform, in comparison with the traditional design, temperature distribution on the surface of heat exchange with oil products.

REFERENCES

- 1. Ulyanov V.V., Gulevsky V.A., Shelemetyev V.M. and others. Application of Pb and Pb-Bi heat carriers in new technologies for processing solid, liquid and gaseous media. Izvestiya vuzov. Yadernaya Energetika, 2012, No. 4, p. 102-109.
- 2. Yabrov N.I., Raspopov R.S., Vedernikova Yu.A. Modeling the process of heating oil in the ptb-10a furnace. Proceedings of the VI All-Russian scientific and technical conference with international participation "New information technologies in the oil and gas industry and education." Tyumen, 2015, p. 121-127.

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ЭФФЕКТИВНОСТИ УСТРОЙСТВ СОЗДАНИЯ ДВУХКОМПОНЕНТНЫХ ПОТОКОВ «ТЕПЛОНОСИТЕЛЬ — ГАЗ» ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ВОДОРОДНОЙ ОЧИСТКИ ТЯЖЁЛЫХ ЖИДКОМЕТАЛЛИЧЕСКИХ ТЕПЛОНОСИТЕЛЕЙ

Кошелев М. М.^а, Ульянов В. В., Харчук С. Е., Кремлева В. С.

Aкционерное общество «Государственный научный центр Российской Федерации – Φ изико-энергетический институт имени A.И. Лейпунского»,

г. Обнинск, Российская Федерация a mkoshelev@ippe.ru

Ключевые слова: водородная очистка, свинецсодержащие теплоносители.

Одним из обязательных технологических режимов перспективных реакторных установок со свинецсодержащим теплоносителем является водородная очистка циркуляционного тракта от шлаковых отложений на основе оксидов свинца [1, 2]. Появление таких отложений в процессе эксплуатации контуров как реакторных, так и исследовательских установок связано с попаданием кислорода, преимущественно в составе воздуха, в процессе работ, связанных с разуплотнением контура. Проведение водородной очистки позволяет химически восстановить шлаки, вернуть свинец в теплоноситель и обеспечить требуемую чистоту поверхностей циркуляционного контура.

Одним из важнейших аспектов проведения водородной очистки является организация доставки восстановительной водородсодержащей газовой смеси к местам шлаковых отложений [3, 4]. Основную гидродинамическую сложность проведения водородной очистки представляют высокая плотность свинецсодержащего теплоносителя и, как правило, низкие скорости опускных течений. Рассмотрены основные типы устройств для ввода водородсодержащей газовый смеси в свинецсодержащий теплоноситель. Выполнен сравнительный анализ их эффективности. Показано, что в зависимости от конструктивных особенностей циркуляционного контура могут быть применены различные устройства: эжектора и инжектора, сопловые насадки, механические диспергаторы газа. Для каждого контура выбор устройства ввода газовой смеси индивидуален, а определяется он, в основном, средними скоростями опускного течения теплоносителя в контуре [5]. В общем случае механические диспергаторы газа подходят для большинства известных реакторных установок и исследовательских контуров.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Ефанов А.Д. Иванов К.Д. и др. *Технология свинцово висмутового теплоносителя на ЯЭУ первого и второго поколения.* Журнал Ядерная энергетика, №1 2007г., С. 138-144.
- 2. Асхадуллин Р.Ш., Стороженко А.Н., Мельников В.П., Легких А.Ю., Ульянов В.В. *Обес*-печение технологии тяжёлого жидкометаллического теплоносителя в реакторных установках нового поколения Вопросы атомной науки и техники. 2018. № 4. С. 89.
- 3. Кошелев М.М., Ульянов В.В., Коновалов М.А., Гулевский В.А., Харчук С.Е. *Перспективы использования тяжелых жидкометаллических теплоносителей в высокоэнергонапряженных теплообменных аппаратах.* Вопросы атомной науки и техники. Серия: Ядерно-реакторные константы. 2019. № 1. С. 15-20.
- 4. Асхадуллин Р.Ш., Гулевский В.А., Ульянов В.В. и др. *Устройство ввода газа в жидкий металл*. Патент РФ № 2639721.
- 5. Ulyanov V.V., Alexeyev V.V., Gulevsky V.A., Storozhenko A.N. Prospects of using liquid metal coolants in fast reactors. Research Journal of Pharmaceutical, Biological and Chemical Sciences. 2016. T. 7. № 1. C. 1130-1139.

COMPARATIVE ANALYSIS OF THE DEVICE EFFICIENCY FOR CREATING TWO-COMPONENT "COOLANT – GAS" FLOWS FOR HYDROGEN PURIFICATION OF HEAVY LIQUID METAL COOLANTS

Koshelev M. M.,^a Ulyanov V. V., Kharchuk S. E., Kremlyova V. S.

State Scientific Centre of the Russian Federation – Leypunsky Institute for Physics and Power
Engineering, Joint-Stock Company Obninsk, Russia

a mkoshelev@ippe.ru

Keywords: hydrogen purification, lead-containing heat carriers.

One of the mandatory technological modes of promising reactor installations with a lead-containing coolant is the hydrogen purification of loops from slag deposits based on lead oxides [1, 2]. The appearance of such deposits during the operation of the loops of both reactor and research facilities is associated with the ingress of oxygen, mainly in the air, during the work associated with the decompression of the loop. The hydrogen cleaning process allows for the chemical recovery of slags, the return of lead to the coolant, and the required cleanliness of the surfaces of the loop.

One of the most important aspects of hydrogen purification is the organization of delivery of a reducing hydrogen-containing gas mixture to the places of slag deposits [3, 4]. The main hydrodynamic complexity of hydrogen purification is represented by the high density of the lead-containing coolant and, as a rule, low downflow rates. The main types of devices for introducing a hydrogen-containing gas mixture into a lead-containing coolant are considered. A comparative analysis of their effectiveness is performed. It is shown that depending on the design features of the loop various devices can be used: ejectors and injectors, nozzle nozzles, mechanical gas dispersers. For each loop the choice of the gas mixture input device is individual and it is determined mainly by the average downflow velocities of the coolant in the loop [5]. In general, mechanical gas dispersers are suitable for most known reactor installations and research loops.

REFERENCES

- 1. Efanov A.D. Ivanov K. D. et al. *The technology of lead-bismuth coolant at the first and second generation nuclear power plants.* Journal of Nuclear Power Engineering, No. 1 2007, pp. 138-144.
- 2. Askhadullin R. Sh., Storozhenko A. N., Melnikov V. P., Lekhykh A. Yu., Ulyanov V. V. Ensuring the technology of heavy liquid-metal coolant in reactor installations of a new generation. Issues of atomic science and technology. 2018. No. 4. p. 89.
- 3. Koshelev M. M., Ulyanov V. V., Konovalov M. A., Gulevsky V. A., Kharchuk S. E. *Prospects for the use of heavy liquid metal heat carriers in high-energy stressed heat exchangers*. Questions of atomic science and technology. Series: Nuclear reactor constants. 2019. No. 1. pp. 15-20.
- 4. Askhadullin R. Sh., Gulevsky V. A., Ulyanov V. V., etc. Gas injection device for liquid metal. RF Patent No. 26397215.
- 5. Ulyanov V.V., Alexeyev V.V., Gulevsky V.A., Storozhenko A.N. *Prospects of using liquid metal coolants in fast reactors*. Research Journal of Pharmaceutical, Biological and Chemical Sciences. 2016. V. 7. No 1. P. 1130-1139.

ИЗУЧЕНИЕ ПРОЦЕССА ПИРОЛИЗА ОРГАНИЧЕСКИХ ВЕЩЕСТВ В СВИНЕЦСОДЕРЖАЩЕМ ТЕПЛОНОСИТЕЛЕ

Кремлёва В. С. ^а , **Ульянов В. В.** ^б , **Харчук С. Е.** ^в , **Кошелев М. М.** ^г Акционерное общество «Государственный научный центр Российской Федерации – Физико-энергетический институт имени А.И. Лейпунского», г Обнинск, Российская Федерация.

 $^{\mathtt{a}}\ kremleva_vlada@mail.ru,\ ^{\mathtt{6}}vulyanov@ippe.ru,\ ^{\mathtt{B}}skharchuk@ippe.ru,\ ^{\mathtt{r}}mkoshelev@ippe.ru$

Kлючевые слова: пиролиз, свинецсодержащий теплоноситель, энергия активации, утилизация отходов.

Работа посвящена исследованию пиролиза органических веществ в свинецсодержащем теплоносителе и его применению в утилизации отходов, в том числе радиоактивных.

Авторами проведены исследования особенностей процесса пиролиза ионообменных смол в свинецсодержащем теплоносителе [1]. Отработавшие ионообменные смолы в условиях атомной электростанции представляют собой тип радиоактивных отходов низкого или среднего уровня активности (порядка $10^7 - 10^9 \text{ Бк/м}^3$).

В исследованиях проводился пиролиз смол непосредственно в объеме свинца при температурах до $500^{\circ}\mathrm{C}$

Исследование велось следующим образом. В начале эксперимента было загружено под уровень свинца порядка 10л ионообменных смол [2]. В ходе эксперимента в течение всего времени фиксировали объем вышедшего газа.

Выявлено, что кинетика реакции пиролиза ионообменных смол может быть удовлетворительно описана уравнением Казеева-Ерофеева-Колмогорова. Получены константы данного уравнения для диапазона температур 400°С - 500°С. Определена энергии активации реакции пиролиза ионообменных в свинецсодержащем расплаве.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Бабкин Д.Н, Прохоров Н.А, Сорокин В.Т., Демин А.В. и др. Texнология переработки и хранения отработавших ионообменных смол для $A \ni C$ нового поколения // Атомная энергия. 2011. Т 111, вып. 4. С. 214-219.
- 2. Ульянов В.В., Кошелев М.М., Харчук С.Е., Гулевский В.А., Тимочкин А.В. *Исследование закономерностей пиролиза твердых органических полимеров при их нагреве расплавом металла* // Нефтехимия. М.: Российская академия наук, 2018. Т. 58, № 1. С. 72-79.

STUDY OF THE PROCESS OF PYROLYSIS OF ORGANIC SUBSTANCES IN A LEAD-CONTAINING COOLANT

Kremlyova V. S. ^a, Ulyanov V. V. ^b, Kharchuk S. E. ^c, Koshelev M. M. ^d
State Scientific Centre of the Russian Federation – Leypunsky Institute for Physics and Power
Engineering, Joint-Stock Company Obninsk, Russian Federation.

^a kremleva_vlada@mail.ru, ^bvulyanov@ippe.ru, ^cskharchuk@ippe.ru, ^dmkoshelev@ippe.ru

Keywords: pyrolysis, lead-containing coolant, activation energy, waste disposal.

The work is devoted to the study of the pyrolysis of organic substances in a lead-containing coolant and its application in the disposal of waste, including radioactive.

The authors investigated the features of the pyrolysis process of ion-exchange resins in a lead-containing coolant [1]. Spent ion exchange resins in a nuclear power plant are a type of radioactive waste with a low or medium level of activity (about $10^7 - 10^9 \text{ Bq/}m^3$).

The research carried out the pyrolysis of resins directly in the bulk of lead at temperatures up to 500 $^{\circ}$ C

The study was conducted as follows. At the beginning of the experiment, about 10 liters of ion-exchange resins were loaded under the lead level [2]. During the experiment, the volume of the released gas was recorded throughout the entire time.

It was found that the kinetics of the pyrolysis reaction of ion-exchange resins can be satisfactorily described by the Kazeev-Erofeev-Kolmogorov equation. The constants of this equation are obtained for the temperature range 400 $^{\circ}$ C - 500 $^{\circ}$ C. The activation energies of the ion-exchange pyrolysis reaction in the lead-containing melt are determined.

REFERENCES

- 1. Babkin D.N, Prohorov N.A, Sorokin V.T., Demin A.V. and etc. *Technology processing and storage of spent ion-exchange resins for new generator nuclear power plant* // Atomic Energy 2011. V. 111, edit. 4. P. 214-219.
- 2. Ulyanov V.V., Koshelev M.M., Kharchuk S.E., Gulevsky V.A., Timochkin A.V. Stady of the regularities of pyrolysis of solid organic polymers when they are heated by a metal melt // Petrochemistry. M.: The Russian Academy of Sciences, 2018. Edit. 58, No 1. P. 72-79.

МОДЕЛЬ ВРАЩЕНИЯ РАСПЛАВА ПРИ ИМПУЛЬСНОЙ ТЕПЛОВОЙ НАГРУЗКЕ

Лазарева Г. Г. 1a

¹ Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Российский университет дружбы народов», г. Москва, Российская Федерация

^a lazareva-gg@rudn.ru

Ключевые слова: математическое моделирование, двухфазная задача Стефана, силы Лоренца, испарение вольфрама.

Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки России в рамках государственного задания: соглашение № 075-03-2020-223/3 (FSSF-2020-0018).

На экспериментальном стенде Beam of Electrons for materials Test Applications (ВЕТА), созданного в ИЯФ СО РАН, получены новые результаты нагрева вольфрамовой пластины под действием на нее электронного пучка [1]. В экспериментах на установке ВЕТА образцы прокатанного вольфрама подвергались воздействию осесимметричного электронного пучка. Электроны с энергией 80-90 кэВ нагревают материал в слое, который является тонким по сравнению с характерной глубиной нагрева материала. Натурный эксперимент постоянно сопровождается численным. Модель вращения расплава вольфрама основана на решении в области образца двухфазной задачи Стефана для температуры, на решении в области над образцом уравнений газовой динамики и уравнений электродинамики в пластинке и области, занятой испаряемым газом. Большое влияние на решение задачи оказывают разрывные нелинейные по времени и пространству граничные условия, описывающие нагрев и испарение материала [2]. Предполагается, что характерное время изменения велико по сравнению со временем установления равновесия уравнений электродинамики. Учитывается, что в металлах заряд не накапливается в объёме и выполнено

условие квазинейтральности. Ток рассматривается, как возможный источник вращения вещества, который наблюдается в эксперименте. Представлена параллельная версия алгоритма, реализованная с использованием технологии openMP. Целью исследования является моделирование эрозии поверхности образца в результате испарения и проникновения теплового потока вглубь материала с учетом неоднородностей [3].

ЛИТЕРАТУРА

- 1. L. Vyacheslavov, A. Arakcheev, A. Burdakov, I. Kandaurov, A. Kasatov, V. Kurkuchekov, K. Mekler, V. Popov, A. Shoshin, D. Skovorodin, Y. Trunev, A. Vasilyev. Novel electron beam based test facility for observation of dynamics of tungsten erosion under intense ELM-like heat loads // AIP Conference Proceedings (2016), 1771, 060004.
- A.S. Arakcheev, D.E. Apushkinskaya, I.V. Kandaurov, A.A. Kasatov, V.V. Kurkuchekov, G.G. Lazareva, A.G. Maksimova, V.A. Popov, A.V. Snytnikov, Yu.A. Trunev, A.A. Vasilyev, L.N. Vyacheslavov Two-dimensional numerical simulation of tungsten melting under pulsed electron beam // Fusion Engineering and Design, 2018, vol 132, pp. 13-17.
- 3. Vyacheslavov L.N., Vasilyev A.A., Arakcheev A.S., Cherepanov D.E., Kandaurov I.V., Kasatov A.A., Popov V.A., Ruktuev A.A., Burdakov A.V., Lazareva G.G., Maksimova A.G., Shoshin A.A. In situ study of the processes of damage to the tungsten surface under transient heat loads possible in iter // Journal of Nuclear Materials. 2020. Vol. 5446 № 152669.

MODEL OF MELT ROTATION UNDER PULSED THERMAL LOAD

Lazareva G. G. ^{1,a}

 1 RUDN University, Moscow, Russian Federation a lazareva-gg@rudn.ru

Keywords: mathematical modeling, two-phase Stefan problem, Lorentz forces, tungsten evaporation.

This work is supported by the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation: agreement no. 075-03-2020-223/3 (FSSF-2020-0018).

On the experimental stand Beam of Electrons for materials Test Applications (BETA) created in the INP SB RAS, the results of heating the tungsten plate by the action of a highspeed electron beam on it were obtained [1]. In experiments at the BETA facility, samples of rolled tungsten were exposed to an axisymmetric electron beam. Electrons with an energy of 80-90 keV heat the material in a layer that is thin compared to the characteristic heating depth of the material. The full-scale experiment is constantly accompanied by a numerical one. The model of rotation of the tungsten melt is based on the solution of the two-phase Stefan problem for temperature, the equations of gas dynamics and the equations of electrodynamics. The Stefan problem is solved in the cross section of the sample. The equations of gas dynamics are solved in the domain above the sample. The equations of electrodynamics are solved in the tungsten plate and the area occupied by the evaporated gas. Discontinuous boundary conditions, nonlinear in time and space, describing the heating and evaporation of the material. It have a great influence on the solution of the problem [2]. It is assumed that the characteristic time of change is large in comparison with the time of establishing the equilibrium of the equations of electrodynamics. It is taken into account that in metals the charge does not accumulate in the volume and the quasineutrality condition is met. The current is considered as a possible source of rotation of the substance, which is observed in the experiment. A parallel version of the algorithm, implemented using OpenMP technology, is presented. The aim of the

study is to model the erosion of the sample surface as a result of evaporation and material heating, taking into account microcracs [3].

REFERENCES

- L. Vyacheslavov, A. Arakcheev, A. Burdakov, I. Kandaurov, A. Kasatov, V. Kurkuchekov, K. Mekler, V. Popov, A. Shoshin, D. Skovorodin, Y. Trunev, A. Vasilyev. Novel electron beam based test facility for observation of dynamics of tungsten erosion under intense ELMlike heat loads // AIP Conference Proceedings (2016), 1771, 060004.
- A.S. Arakcheev, D.E. Apushkinskaya, I.V. Kandaurov, A.A. Kasatov, V.V. Kurkuchekov, G.G. Lazareva, A.G. Maksimova, V.A. Popov, A.V. Snytnikov, Yu.A. Trunev, A.A. Vasilyev, L.N. Vyacheslavov Two-dimensional numerical simulation of tungsten melting under pulsed electron beam // Fusion Engineering and Design, 2018, vol 132, pp. 13-17.
- 3. Vyacheslavov L.N., Vasilyev A.A., Arakcheev A.S., Cherepanov D.E., Kandaurov I.V., Kasatov A.A., Popov V.A., Ruktuev A.A., Burdakov A.V., Lazareva G.G., Maksimova A.G., Shoshin A.A. In situ study of the processes of damage to the tungsten surface under transient heat loads possible in iter // Journal of Nuclear Materials. 2020. Vol. 544b No 152669

A DIFFUSION-CONVECTION PROBLEM WITH A FRACTIONAL DERIVATIVE ALONG THE TRAJECTORY OF MOTION

Lapin A.V.^{1,a}, Shaidurov V.V.^{2,b}

 Sechenov University, Moscow, Russian Federation
 Institute of Computational Modeling, Siberian branch of Russian Academy of Sciences, Krasnoyarsk, Russian Federation
 a avlapine@mail.ru, b shaidurov04@mail.ru

Keywords: diffusion-convection equation, fractional material derivative, approximation. This study is supported by Russian Scientific Foundation grant 20-61-46017.

A new mathematical model of the diffusion-convective process with "memory along the flow path" is proposed, its mesh approximation is constructed and investigated. The results presented are based on the article [1].

Let $\nu(x,t)$ be a Lipschitz function of x that vanishes at the points x=0 and x=1, and let $\overline{x}(s;x)$ be the unique solution of the equation $d\overline{x}/ds = \nu(\overline{x},s)$ satisfying the condition $\overline{x}(t;x) = x$. Functions $\overline{x}(s;x)$ form a family of disjoint characteristic curves of the convection operator $\partial/\partial t + \nu \, \partial/\partial x$ lying in \overline{Q} where $Q = (0,1) \times (0,T]$. This allows us to define the fractional derivative along the trajectories ($\alpha \in (0,1)$, Γ is gamma function):

$$D_t^{\alpha}u(x,t) = \frac{1}{\Gamma(1-\alpha)} \int_0^t (t-s)^{-\alpha} \frac{du(\overline{x}(s;x),s)}{ds} \, ds, \quad \frac{d}{ds} = \frac{\partial}{\partial s} + \nu \, \frac{\partial}{\partial x}.$$

The proposed formulation of a homogeneous one-dimensional initial-boundary Dirichlet problem with a fractional derivative along the characteristic curve of the convection operator has the following form:

$$D_t^{\alpha}u - \sigma \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = f(x,t) \text{ for } (x,t) \in Q; \quad u = 0 \text{ for } x = 0, x = 1 \text{ and } t = 0.$$

The differential problem is approximated by a finite-difference scheme on the uniform mesh. Since the spatial variable approximation is standard, we only give a fractional time derivative approximation on the mesh $\omega_t = \{t_i = j\tau, \quad j = \overline{0,M}:$

$$D_t^{\alpha} u(t_k) \approx \partial_t^{\alpha} \bar{u}^k = \sum_{j=1}^k \frac{P_j^k u^j - P_{j-1}^k u^{j-1}}{\tau \Gamma(1-\alpha)} \int_{t_{j-1}}^{t_j} (t_k - s)^{-\alpha} ds.$$
 (1)

Above $(P_j^k x, t)$ means the point of the intersection of the characteristic curve passing through the point (x, t_k) with the line $t = t_j$, j < k, and $P_j^k u^j = u(P_j^k x, t_j)$.

The unique solvability of the constructed mesh scheme is proved. Stability estimates are derived in the mesh L^{∞} -norm and the accuracy estimates are given under the assumptions of sufficient smoothness of the initial data and the solution of the differential problem.

REFERENCES

1. Lapin A. V., Shaidurov V.V. A diffusion-convection problem with a fractional derivative along the trajectory of motion. Russian Journal of Numerical Analysis and Mathematical Modelling: 2021 (accepted).

СИЛЬНО ОСЦИЛЛИРУЮЩИЕ СТАЦИОНАРНЫЕ РЕШЕНИЯ МОДЕЛИ АГРЕГАЦИИ С МНОЖЕСТВЕННЫМИ ИСТОЧНИКАМИ ЧАСТИЦ

Матвеев С. А. 1,2,a , Смирнов А. П. 1,6 , Тыртышников Е. Е. 1,2

¹ МГУ им. М. В. Ломоносова, факультет Вычислительной Математики и Кибернетики, Москва, Российская Федерация

² Институт Вычислительной Математики РАН им. Г. И. Марчука, Москва, Российская Федерация

 a matseralex@cs.msu.ru, 6 sap@cs.msu.ru

 $Ключевые\ слова$: уравнение Смолуховского, стационарные распределения. Работа написана при поддержке гранта Российского научного фонда № 19-11-00338.

Процессы агрегации играют важную роль в большом количестве физических явлений и технологических процессов. В данной работе мы демонстрируем сильно осциллирующие стационарные решения для пространственно-однородных уравнений агрегации с двумя источниками и стоком частиц, превышающих максимальный допустимый размер:

$$\frac{dn_k}{dt} = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{k-1} K_{j,k-j} n_j n_{k-j} - n_k \sum_{j=1}^{N} K_{k,j} n_j + P_k,$$

где n_k соответствуют средним концентрациям агрегатов размера k, $K_{i,j}$ – коэффициенты агрегации, N – предельный допустимый размер частицы в системе, а два источника заданы через постоянные мощности: $P_1 = 1$, $P_s = P$, $P_k = 0$, $k \neq 1$, S.

В предельном случае $t \to \infty$ для рассматриваемой модели при $K_{i,j}=1$ получены полуаналитические решения:

$$n_k = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{\Gamma(k - \frac{1}{2})}{\Gamma(k+1)} \cdot (1+P)^{-k + \frac{1}{2}} \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi}} k^{-3/2} (1+P)^{-k + \frac{1}{2}}, \qquad k < S,$$

где n_k при k > S можно вычислить с любой точностью следуя правилу

$$n_k = \frac{\sum_{i=1}^{k-1} n_i n_{k-i}}{2\sqrt{2(P+1)}}.$$

Для случая $P \cdot S \ge 1$ и $S \gg 1$ получены сильно немонотонные осциллирующие стационарные распределения частиц.

Полученная немонотонная структура решений сохраняется и проверена в результате численных экспериментов с использованием вплоть до 2^{16} уравнений для случая баллистических коэффициентов агрегации $K_{i,j} = (i^{1/3} + j^{1/3}) \sqrt{\frac{1}{i} + \frac{1}{j}}$ и класса обобщённых броуновских ядер $K_{i,j} = (\frac{i}{j})^a + (\frac{j}{i})^a$.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Matveev S. A., Sorokin A. A., Smirnov A. P., Tyrtyshnikov E. E., Oscillating stationary distributions of nanoclusters in an open system. *Mathematical and Computer Modelling of Dynamical Systems*, 2020, **26**(6), 562-575.
- 2. Галкин, В. А. Анализ математических моделей: системы законов сохранения, уравнения Больцмана и Смолуховского. 2009 *М.: Бином. Лаборатория знаний.*
- 3. Матвеев С. А., Тыртышников Е. Е., Смирнов А. П., Бриллиантов Н. В. Быстрый метод решения уравнений агрегационно-фрагментационной кинетики типа уравнений Смолуховского. Вычислительные методы и программирование, 2014 15, 1-8.

STRONGLY OSCILLATING STATIONARY SOLUTIONS FOR AGGREGATION MODEL WITH MULTIPLE SOURCES

Matveev S. A.^{1,2,a}, Smirnov A. P.^{1,b}, Tyrtyshnikov E.E.^{1,2}

- ¹ Lomonosov Moscow State University, faculty of Computational Mathematics and Cybernetics, Moscow, Russia
 - ² Marchuk Institute of Numerical Mathematics, RAS, Moscow, Russia ^a matseralex@cs.msu.ru, ^b sap@cs.msu.ru

Keywords: Smoluchowski equation, stationary solutions.

The work is supported by Russian Science Foundation project n. 19-11-00338.

Aggregation plays an important role in many physical and technological processes. In this work we demonstrate strongly oscillation stationary solutions for a spatially homogeneous aggregation equations with two sources and sink of particles exceeding the maximal possible size:

$$\frac{dn_k}{dt} = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{k-1} K_{j,k-j} n_j n_{k-j} - n_k \sum_{j=1}^{N} K_{k,j} n_j + P_k,$$

where n_k correspond to mean field concentrations of the particles of size k, $K_{i,j}$ are aggregation rates, N is maximal possible size of particle in the system and two sources are parametrized through the constant powers: $P_1 = 1$, $P_s = P$, $P_k = 0$, $k \neq 1$, S.

We obtain semi-analytical solutions for the considered model in limiting case $t \to \infty$ for the constant coagulation kernel $K_{i,j} = 1$:

$$n_k = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{\Gamma(k - \frac{1}{2})}{\Gamma(k + 1)} \cdot (1 + P)^{-k + \frac{1}{2}} \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi}} k^{-3/2} (1 + P)^{-k + \frac{1}{2}}, \qquad k < S,$$

where n_k for k > S can be evaluated with an arbitrary precision following the rule

$$n_k = \frac{\sum_{i=1}^{k-1} n_i n_{k-i}}{2\sqrt{2(P+1)}}.$$

In case $P \cdot S \ge 1$ and $S \gg 1$ we obtain strongly oscillating particle size distributions.

The observed structure of the solutions is preserved also through numerical experiments with use up to 2^{16} equations for case of ballistic aggregation kernel $K_{i,j} = (i^{1/3} + j^{1/3})\sqrt{\frac{1}{i} + \frac{1}{j}}$ and for a class of generalized Brownian kernels $K_{i,j} = (\frac{i}{j})^a + (\frac{j}{i})^a$.

REFERENCES

- 1. Matveev S. A., Sorokin A. A., Smirnov A. P., Tyrtyshnikov E. E., Oscillating stationary distributions of nanoclusters in an open system. *Mathematical and Computer Modelling of Dynamical Systems*, 2020, **26**(6), 562-575.
- 2. Galkin V. A. Analysis of mathematical models: systems of conservation laws, Boltzmann and Smoluchowski equations. 2009 M.: Binom. Laboratoriya znaniy. (In Russian)
- 3. Matveev S. A., Tyrtyshnikov E. E., Smirnov A. P., Brilliantov N. V., A fast numerical method for solving the Smoluchowski-type kinetic equations of aggregation and fragmentation processes. *Numerical methods and programming*, 2014, **15**, 1-8.

О СТАБИЛИЗАЦИИ ПРИ БОЛЬШИХ ВРЕМЕНАХ ЭНТРОПИЙНЫХ РЕШЕНИЙ СКАЛЯРНЫХ ЗАКОНОВ СОХРАНЕНИЯ

Панов Е. Ю.^{1,a}

¹ Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого, г. Великий Новгород, Российская Федерация

 a Eugeny.Panov@novsu.ru

Ключевые слова: скалярные законы сохранения, задача Коши, энтропийные решения, возмущенно-периодические функции, свойство стабилизации.

В полупространстве $\Pi=\mathbb{R}_+\times\mathbb{R}^n$ рассматривается задача Коши для скалярного закона сохранения

$$u_t + \operatorname{div}_x \varphi(u) = 0 \tag{1}$$

с лишь непрерывным вектором потока $\varphi(u)=(\varphi_1(u),\ldots,\varphi_n(u))\in C(\mathbb{R},\mathbb{R}^n)$ и начальным условием

$$u(0,x) = u_0(x) = p(x) + v(x), (2)$$

где $p(x) \in L^{\infty}(\mathbb{R}^n)$ – периодическая функция с группой периодов

$$G = \{ e \in \mathbb{R}^n \mid p(x+e) = p(x)$$
 п.в. на $\mathbb{R}^n \}$

и средним значением m, а "возмущение" v(x) лежит а пространстве $L_0^\infty(\mathbb{R}^n)$, состоящем из ограниченных измеримых функций v=v(x) таких, что мера множеств $\{x\in\mathbb{R}^n\mid |v(x)|>\varepsilon\}$ конечна при всех $\varepsilon>0$. Пусть G' – группа, двойственная к группе периодов, это решетка в ортогональном дополнении к максимальному линейному подпространству \mathbb{R}^n , вдоль которого функция p постоянна. Основным результатом является следующая

Теорема 1. Предположим, что для всех $\xi \in G'$, $\xi \neq 0$ "резонансные" компоненты потока $\xi \cdot \varphi(u)$ не линейны ни в какой полуокрестности (a,m), (m,b) среднего m. Если же таких компонент нет, то есть $G' = \{0\} \Leftrightarrow p \equiv \text{const}$, то предположим, что вектор потока не линеен ни в какой полуокрестности m. Тогда любое энтропийное решение (в смысле C.H. Кружкова [1]) задачи (1), (2) удовлетворяет следующему свойству стабилизации

$$\operatorname{ess \, lim}_{t \to +\infty} \| u(t, \cdot) - m \|_{S} = 0 \tag{3}$$

в норме Степанова $||v||_S = \sup_{y \in \mathbb{R}^n} \int_{|x-y|<1} |v(x)| dx$.

Условия Теоремы 1 являются точными. В невозмущенном периодическом случае $v\equiv 0$ свойство стабилизации (3) выполнено при более слабом условии, что $\forall \xi\in G',\ \xi\neq 0$ компоненты $\xi\cdot\varphi(u)$ не линейны ни в какой окрестности m, это следует из результатов работ [2,3].

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Кружков С. Н. Квазилинейные уравнения первого порядка со многими независимыми переменными. *Математический сборник*. 1970; 81(2): 228–255. DOI: 10.1070/SM1970v010n02ABEH002156.
- 2. Panov E. Yu. On a condition of strong precompactness and the decay of periodic entropy solutions to scalar conservation laws. *Networks and Heterogeneous Media*. 2016; 11(2): 349–367. DOI: 10.3934/nhm.2016.11.349.
- 3. Panov E. Yu. On the Cauchy problem for scalar conservation laws in the class of Besicovitch almost periodic functions: global well-posedness and decay property. *Journal of Hyperbolic Differential Equations*. 2016; 13(3): 633–659. DOI: 10.1142/S0219891616500168.

ON THE LONG TIME DECAY OF ENTROPY SOLUTIONS TO SCALAR CONSERVATION LAWS

Panov E. Yu.^{1,a}

 $^1\ Yaroslav-the-Wise\ Novgorod\ State\ University,\ Veliky\ Novgorod,\ Russian\ Federation\\ {}^a\ Eugeny.Panov@novsu.ru$

Keywords: scalar conservation laws, Cauchy problem, entropy solutions, perturbed periodic functions, decay property.

In the half-space $\Pi = \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}^n$ we consider the Cauchy problem for a scalar conservation law

$$u_t + \operatorname{div}_x \varphi(u) = 0 \tag{1}$$

with merely continuous flux vector $\varphi(u) = (\varphi_1(u), \dots, \varphi_n(u)) \in C(\mathbb{R}, \mathbb{R}^n)$ and with initial condition

$$u(0,x) = u_0(x) = p(x) + v(x), (2)$$

where $p(x) \in L^{\infty}(\mathbb{R}^n)$ is a periodic function with the group of periods

$$G = \{ e \in \mathbb{R}^n \mid p(x+e) = p(x) \text{ a.e. in } \mathbb{R}^n \}$$

and with the mean value m while the "perturbation" v(x) lies in the space $L_0^{\infty}(\mathbb{R}^n)$ consisting of bounded measurable functions v = v(x) such that the sets $\{x \in \mathbb{R}^n \mid |v(x)| > \varepsilon\}$ have finite measure for all $\varepsilon > 0$. Let G' be the dual group to the group of periods, it is a lattice in the

orthogonal complement to the maximal linear subspace of \mathbb{R}^n , along which the function p is constant. The main our result is the following

Theorem 1. Assume that for each $\xi \in G'$, $\xi \neq 0$ the "resonant" flux components $\xi \cdot \varphi(u)$ are not affine in any semi-vicinity (a,m), (m,b) of the mean m. If there are no such components, that is, $G' = \{0\} \Leftrightarrow p \equiv \text{const}$, we assume that the flux vector itself is not affine in any semi-vicinity of m. Then any entropy solution (in the sense of S.N. Kruzhkov [1]) of problem (1), (2) satisfies the following decay property

$$\operatorname{ess \, lim}_{t \to +\infty} \|u(t,\cdot) - m\|_{S} = 0 \tag{3}$$

in Stepanov norm $||v||_S = \sup_{y \in \mathbb{R}^n} \int_{|x-y|<1} |v(x)| dx$.

The requirement of Theorem 1 is precise. In unperturbed periodic case $v \equiv 0$ decay property (3) fulfils under the weaker condition that $\forall \xi \in G', \ \xi \neq 0$ the components $\xi \cdot \varphi(u)$ are not affine in any vicinity of m, this follows from results of papers [2,3].

REFERENCES

- 1. Kruzhkov S. N. First order quasilinear equations inseveral independent 10(2): variables. *Mathematics* oftheUSSR-Sbornik. 1970; 217—243. 10.1070/SM1970v010n02ABEH002156.
- 2. Panov E. Yu. On a condition of strong precompactness and the decay of periodic entropy solutions to scalar conservation laws. *Networks and Heterogeneous Media*. 2016; 11(2): 349–367. DOI: 10.3934/nhm.2016.11.349.
- 3. Panov E. Yu. On the Cauchy problem for scalar conservation laws in the class of Besicovitch almost periodic functions: global well-posedness and decay property. *Journal of Hyperbolic Differential Equations*. 2016; 13(3): 633–659. DOI: 10.1142/S0219891616500168.

О НЕКОТОРЫХ МОДЕЛЯХ ТЕПЛОМАССОПЕРЕНОСА, ОБУСЛОВЛЕННОГО КИЛОВОЛЬТНЫМИ ЭЛЕКТРОНАМИ В ПРОВОДЯЩИХ ОБЪЕКТАХ

Степович М. А.

Калужский государственный университет им. К.Э. Циолковского, г. Калуга, Российская Федерация m.stepovich@rambler.ru

Ключевые слова: тепломассоперенос, киловольтные электроны, проводящие объекты. Работа поддержана грантами РФФИ № 19-03-00271, № 18-41-400001.

Методами математического моделирования рассмотрены некоторые возможности количественного описания процессов тепломассопереноса, обусловленного киловольтными (1-50 кэВ) электронами в проводящих (металлических и полупроводниковых) мишенях. Решение дифференциальных уравнений тепломассопереноса проведено с учётом результатов, полученных при моделировании процессов взаимодействия остро сфокусированных пучков с однородными металлическими [1] и полупроводниковыми [2] мишенями, а также для описания тепломассопереноса, обусловленного взаимодействием широких электронных пучков с однородными и многослойными планарными полупроводниковыми структурами. Для решения дифференциальных уравнений диффузии неравновесных неосновных носителей заряда в многослойных планарных полупроводниковых структурах конечной

толщины с произвольным числом слоёв использован матричный метод [3, 4]. Для некоторых из моделей при рассмотрении их корректности [5] получены оценки, подтверждающие незначительное влияние неопределенностей исходных данных на результаты эксперимента

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Stepovich M. A., Amrastanov A. N., Seregina E. V., Filippov M. N. Mathematical modelling of heating of homogeneous metal targets with a focused electron beam. *Journal of Physics: Conf. Series.* 2019;1163:012014. DOI: 10.1088/1742-6596/1163/1/012014.
- 2. Амрастанов А. Н., Серегина Е. В., Степович М. А. Об одной особенности моделирования нагрева полупроводниковой мишени электронным зондом. *Известия РАН. Серия физическая*. 2018;82(9):1304-1309. DOI: 10.1134/S036767651809003X.
- 3. Калманович В. В., Серегина Е. В., Степович М. А. Математическое моделирование явлений тепломассопереноса, обусловленных взаимодействием электронных пучков с многослойными планарными полупроводниковыми структурами. Известия РАН. Серия физическая. 2020;84(7):1020-1026. DOI: 10.31857/S0367676520070133.
- 4. Stepovich M. A., Seregina E. V., Kalmanovich V. V., Filippov M. N. On some problems of mathematical modeling of diffusion of non-equilibrium minority charge carriers generated by kilovolt electrons in semiconductors. *Journal of Physics: Conf. Series.* 2021;1740:012035. DOI:10.1088/1742-6596/1740/1/012035.
- 5. Polyakov A. N., Smirnova A. N., Stepovich M. A., Turtin D. V. Qualitative properties of a mathematical model of the diffusion of excitons generated by electron probe in a homogeneous semiconductor material. *Lobachevskii Journal of Mathematics*. 2018;39(2):259-262. DOI: 10.1134/S199508021802021X.

ON SOME MODELS OF HEAT AND MASS TRANSFER CAUSED TO KILOVOLT ELECTRONS IN CONDUCTIVE OBJECTS

Stepovich M. A.

 $Tsiolkovsky\ Kaluga\ State\ University,\ Kaluga,\ Russian\ Federation\\ m.stepovich@rambler.ru$

Keywords: heat and mass transfer, kilovolt electrons, conducting objects. This study is supported by RFBR grants 19-03-00271, 18-41-400001.

Some possibilities of quantitative description of heat and mass transfer processes caused by kilovolt (1-50 keV) electrons in conducting (metal and semiconductor) targets are considered by means of mathematical modeling. The solution of the differential equations of heat and mass transfer was carried out taking into account the results obtained in modeling the processes of interaction of sharply focused beams with homogeneous metal [1] and semiconductor [2] targets, as well as to describe heat and mass transfer due to the interaction of wide electron beams with homogeneous and multilayer planar semiconductor structures. To solve the differential equations of diffusion of nonequilibrium minority charge carriers in multilayer planar semiconductor structures of finite thickness with an arbitrary number of layers, the matrix method was used [3, 4]. For some of the models, when considering their correctness [5], estimates were obtained that confirm the insignificant effect of uncertainties in the initial data on the experimental results.

REFERENCES

- 1. Stepovich M. A., Amrastanov A. N., Seregina E. V., Filippov M. N. Mathematical modelling of heating of homogeneous metal targets with a focused electron beam. *Journal of Physics: Conf. Series.* 2019;1163:012014. DOI: 10.1088/1742-6596/1163/1/012014.
- 2. Amrastanov A. N., Seregina E. V., Stepovich M. A. Aspects of Modeling the Electron Probe Heating of a Semiconductor Target. *Bulletin of the Russian Academy of Sciences: Physics*. 2018;82(9):1187-1192. DOI: 10.3103/S1062873818090034.
- 3. Kalmanovich V. V., Seregina E. V., Stepovich M. A. Mathematical Modeling of Heat and Mass Transfer Phenomena Caused by Interaction between Electron Beams and Planar Semiconductor Multilayers. *Bulletin of the Russian Academy of Sciences: Physics*. 2020;84(7):844-850. DOI: 10.3103/S1062873820070138.
- 4. Stepovich M. A., Seregina E. V., Kalmanovich V. V., Filippov M. N. On some problems of mathematical modeling of diffusion of non-equilibrium minority charge carriers generated by kilovolt electrons in semiconductors. *Journal of Physics: Conf. Series.* 2021;1740:012035. DOI:10.1088/1742-6596/1740/1/012035.
- 5. Polyakov A. N., Smirnova A. N., Stepovich M. A., Turtin D. V. Qualitative properties of a mathematical model of the diffusion of excitons generated by electron probe in a homogeneous semiconductor material. *Lobachevskii Journal of Mathematics*. 2018;39(2):259-262. DOI: 10.1134/S199508021802021X.

П. Л. ЧЕБЫШЁВ И М. В. КЕЛДЫШ: КОМПЬЮТИНГ, ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА, АВИАЦИЯ, АТОМ, КОСМОС, ЦИФРОВИЗАЦИЯ. К 200-ЛЕТИЮ П. Л. ЧЕБЫШЁВА И 110-ЛЕТИЮ М. В. КЕЛДЫША СО ДНЯ ИХ РОЖДЕНИЯ

Сушкевич Т. А.

Федеральный исследовательский центр «Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша Российской академии наук», г. Москва, Российская Федерация tamaras@keldysh.ru

Ключевые слова: Чебышёв, Келдыш, прикладная математика, компьтинг, цифровизания.

Работа поддержана грантом РФФИ № 18-01-00609.

В 2021 году научная общественность отмечает 200-летие со дня рождения Пафнутия Львовича Чебышёва (14.05.1821-26.11.1894) — величайшего русского математика XIX-го века, академика Петербургской Академии наук и ещё 24 Академий в разных странах мира, который наряду с Николаем Ивановичем Лобачевским (01.12.1792-24.02.1856) признан основателем русской математической школы в России. П.Л.Чебышёв первым создал и внедрил в математике направление, которое и в настоящее время называют «прикладная математика», поскольку на протяжении всей научной деятельности основой творческого метода П.Л.Чебышёва непременно являлась связь абстрактной математической теории не только с естествознанием и техникой, но и с практикой. П.Л.Чебышёв — блестящий профессор и научный руководитель — вместе с учениками сформировал научный коллектив математиков и стал одним из главных основоположников Петербургской математической школы, которая и ныне занимает позиции лидера в мировой науке.

Первый Герой Социалистического Труда (1943) среди математиков академик Алексей Николаевич Крылов (15.08.1863-26.10.1945) в 1906 г. начал читать лекции, а в 1911 г. впервые в мировой науке издал «Лекции о приближенных вычислениях». Второе издание

книги [1] автор подарил с автографом молодому «чистому математику» М.В.Келдышу (10.02.1911-24.06.1978). Первые результаты М.В.Келдыша по прикладной математике удостоены двух сталинских премий (1942, 1946) за достижения в авиации. После избрания 30.10.1946 в возрасте 35 лет академиком в Отделение технических наук АН СССР по специальности «математика, механика» М.В.Келдыш стал признанным главным специалистом и лидером по «прикладной математике» в «Атомном» и «Космическом» проектах и в проекте «Ракетно-ядерный щит» [2-6]. Именно в этот момент М.В.Келдыш оказывается «незаменимым» и ответственным за математику, расчеты и ЭВМ. Наступает «Эпоха М.В.Келдыша», когда «царица всех наук» математика и ЭВМ на высшем уровне признаны приоритетными. В 1953 г. М.В.Келдыш основал первый в мире Институт прикладной математики АН СССР. М.В.Келдыш — единственный математик-легенда Трижды Герой Социалистического труда (1956, 1961, 1971) — основатель современной «цифровизации». Расцвет всех наук в СССР связан с именем М.В.Келдыша — лучшего Президента Академии наук (19.05.1961-19.05.1975) за всю 300-летнюю историю.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Крылов А.Н. Лекции о приближенных вычислениях. Л.: Изд-во АН СССР, 1933. 541 с.
- 2. Келдыш М.В. Избранные труды. Математика. М.: Наука, 1985. 447 с.
- 3. Келдыш М.В. Избранные труды. Механика. М.: Наука, 1985. 567 с.
- 4. Келдыш М.В. *Избранные труды. Общие вопросы развития науки*. М.: Наука, 1985. 703 с.
- 5. Келдыш М.В. *Избранные труды. Ракетная техника и космонавтика*. М.:Наука, 1988. 493с.
- 6. Келдыш М.В. *Творческий портрет по воспоминаниям современников*. М.:Наука, 2001. 416с.

CHEBYSHEV AND M. KELDYSH: COMPUTING, APPLIED MATHEMATICS, AVIATION, ATOM, SPACE, DIGITALIZATION. TO 200TH ANNIVERSARY OF P. CHEBYSHEV AND 110TH ANNIVERSARY OF M. KELDYSH

Sushkevich T. A.

Keldysh Institute of Applied Mathematics of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russian Federation, tamaras@keldysh.ru

Keywords: Chebyshev, Keldysh, applied mathematics, computing, digitalization. This study is supported by RFBR grant 18-01-00609.

In 2021, the scientific community celebrates the 200th anniversary of the birth of Pafnutiy Lvovich Chebyshev (05.14.1821-26.11.1894) – the greatest Russian mathematician of the XIX century, Academician of the St. Petersburg Academy of Sciences and 24 other Academies in different countries of the world, who, along with Nikolai Ivanovich Lobachevsky (01.12.1792-24.02.1856) was recognized as the founder of the Russian mathematical school in Russia. P.L.Chebyshev was the first to create and introduce in mathematics a direction that is still called "applied mathematics", since throughout his scientific activity the basis of P.L.Chebyshev's creative method was certainly the connection of an abstract mathematical theory not only with natural science and technology but also with practice. P.L.Chebyshev, a brilliant professor and scientific advisor, together with his students formed a scientific collective of mathematicians

and became one of the main founders of the St. Petersburg Mathematical School, which still holds the position of a leader in world science.

The first Hero of Socialist Labor (1943) among mathematicians, Academician Aleksey Nikolaevich Krylov (15.08.1863-26.10.1945) began lecturing in 1906, and in 1911 for the first time in world science published "Lectures on Approximate Computations". The author presented the second edition of the book [1] with an autograph to the young "pure mathematician" M.V.Keldysh (10.02.1911-24.06.1978). The first results of M.V.Keldysh in applied mathematics were awarded two Stalin prizes (1942, 1946) for achievements in aviation. After being elected on 30.10.1946 at the age of 35, Academician to the Department of Technical Sciences of the USSR Academy of Sciences with a specialty "mathematics, mechanics", M.V.Keldysh became a recognized chief specialist and leader in "applied mathematics" in the Atomic and Space projects and in the project "Nuclear missile shield" [2-6]. It was at this moment that M.V.Keldysh turned out to be "indispensable" and responsible for mathematics, calculations and computers. The "Era of M.V.Keldysh" is coming, when the "queen of all sciences" mathematics and computers at the highest level are recognized as priorities. In 1953, M.V.Keldysh founded the world's first Institute of Applied Mathematics of the USSR Academy of Sciences. M.V.Keldysh – the only mathematician-legend Three times Hero of Socialist Labor (1956, 1961, 1971) – the founder of modern "digitalization". The flourishing of all sciences in the USSR is associated with the name of M.V.Keldysh – the best President of the Academy of Sciences (05.19.1961-19.05.1975) in the entire 300-year history.

REFERENCES

- 1. Krylov A.N. Lectures on approximate calculations. L.: Publishing house of the USSR Academy of Sciences, 1933. 541 p.
- 2. Keldysh M.V. Selected Works. Mathematics. M.: Nauka, 1985. 447 p.
- 3. Keldysh M.V. Selected Works. Mechanics. M.: Nauka, 1985. 567 p.
- 4. Keldysh M.V. Selected Works. General questions of science development. M.:Nauka, 1985.703p.
- 5. Keldysh M.V. Selected Works. Rocket technology and astronautics. M.: Nauka, 1988. 493 p.
- 6. Keldysh M.V. Creative portrait based on the memoirs of contemporaries. M.: Nauka, 2001. 416p.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ ИЗМЕНЕНИЯ ГРАНИЦЫ ЗАЛЕГАНИЯ ВЕЧНОЙ МЕРЗЛОТЫ НА НЕФТЕГАЗОВЫХ МЕСТОРОЖДЕНИЯХ АРКТИКИ

Филимонов М. Ю. 1,2a , Ваганова Н. А. 1,26

- 1 Институт математики и механики им. Н.Н.Красовского УрО РАН, г. Екатеринбург, Российская Федерация
- 2 Уральский федеральный университет г. Екатеринбург, Российская Федерация a fmy@imm.uran.ru, 6 vna@imm.uran.ru

Ключевые слова: многолетнемерзлые породы, добывающие скважины. Работа поддержана грантом РФФИ № 19-07-00435.

В настоящее время большое внимание уделяется вопросам освоения Арктики. Исследование долгосрочных изменений в вечной мерзлоте от различных климатических и техногенных факторов является актуальной задачей. Многолетнемерзлые породы занимают около 25% всей суши земного шара, в России более 60% всей территории. Эти районы

чрезвычайно важны для российской экономики, так как здесь добывается около 93% российского природного газа и 75% нефти. Более 75% всех зданий и сооружений в зоне вечной мерзлоты построено и эксплуатируется по принципу сохранения мерзлого состояния грунтов оснований. Мониторинг устойчивости таких объектов предполагает проведение температурных измерений в грунте оснований и анализ динамики их изменений. Долгосрочное прогнозирование изменений температур и влияние их на несущие свойства грунтов оснований является актуальной задачей [1]. Оттаивание насыщенных льдом пород из-за изменения климата или различных техногенных воздействий [2] будет сопровождаться просадками земной поверхности и развитием опасных мерзлотных геологических процессов, называемым термокарстом, приводящих к авариям, возможными последствиями которых могут быть разрушения скважин, различных опор, сооружений, зданий и серьезные техногенные катастрофы [3]. В настоящее время наблюдается также сокращение инвестиционных программ освоения новых северных нефтегазовых месторождений. В связи с этим, актуальным является снижение затрат на проектирование и оптимальную эксплуатацию новых и функционирующих нефтегазовых месторождений.

Для снижения капитальных затрат по обустройству нефтегазовых месторождений в районах распространения вечной мерзлоты разработаны математические модели и алгоритмы по моделированию тепловых полей в грунте от различных инженерных объектов и технических систем, учитывающие географические и климатические особенности конкретного нефтегазового месторождения. Проведенные численные расчеты показали, что, используя предложенные алгоритмы и различные варианты эксплуатации скважин, можно существенно сократить расстояние между соседними скважинами и сократить площадь кустовых площадок.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Vaganova N., Filimonov M. Simulation of freezing and thawing of soil in Arctic regions. *IOP Conf. Ser.: Earth Environ. Sci.* 2017;72:012005. DOI:10.1088/1755-1315/72/1/012005.
- 2. Шеин А.Н., Камнев Я.К. Обзор научных и производственных работ по изучению многолетнемёрзлых пород в естественных и антропогенных условиях. Научный вестник Ямало-Ненецкого автономного округа. 2020;3(108):42-50.
- 3. Vaganova N., Filimonov M.Yu. Different shapes of constructions and their effects on permafrost. AIP conference proceedings. 2016;789(1):020019. DOI:10.1063/1.4968440.

MODELING THE CHANGES OF PERMAFROST BOUNDARIES IN THE OIL AND GAS FIELDS IN THE ARCTIC AND SUBARCTIC REGIONS

Filimonov M.Yu. 1,2,a , Vaganova N.A. 1,2,b

¹ Institute of Mathematics and Mechanics UB RAS, Yekaterinburg, Russian Federation
² Ural Federal University, Yekaterinburg, Russian Federation
^a fmy@imm.uran.ru, ^b vna@imm.uran.ru

Keywords: permafrost, production wells.

This study is supported by RFBR grant 19-07-00435.

Today, the development of the Arctic and Subarctic regions is a point of attention. The study of long-term changes in permafrost due to various climatic and technogenic factors is an urgent task. Permafrost occupies about 25% of the entire land area of the globe, and more than 60% of the entire territory in Russia. These areas are extremely important for the Russian economy, as they produce about 93% of Russian natural gas and 75% of oil. More than 75%

of all buildings and facilities in the permafrost zone are built and operated according to the principle of preserving the frozen state of the foundations. Monitoring the stability of such objects involves the temperature measurements in the ground and analyzing the dynamics of the changes. Long-term forecasting of temperature changes and the bearing properties of foundation soils is an urgent task [1]. Thawing of ice-saturated rocks due to climate change or various technogenic impacts [2] will be accompanied by subsidence of the earth's surface and the development of dangerous permafrost geological processes, called thermokarst, leading to accidents, the possible consequences of which may be destruction of wells, various supports, structures, buildings, etc. serious man-made disasters [3]. Currently, there is also a reduction in investment programs for the development of new Northern oil and gas fields. In this regard, it is necessary to reduce the cost of designing and to optimize exploitation of new and operating oil and gas fields.

To reduce the costs for the development of oil and gas fields in permafrost areas, mathematical models and algorithms have been developed for modeling thermal fields in the soil from various engineering objects and technical systems, taking into account the geographical and climatic features of a particular oil and gas field. Numerical calculations showed that, using the proposed algorithms and various options for operating wells, it is possible to significantly reduce the distance between the wells and reduce the area of well pads.

REFERENCES

- 1. Vaganova N., Filimonov M. Simulation of freezing and thawing of soil in Arctic regions. *IOP Conf. Ser.: Earth Environ. Sci.* 2017;72:012005. DOI:10.1088/1755-1315/72/1/012005.
- 2. Shein A.N., Kamnev Ya.K. Review of scientific publications and industrial works devoted to the study of permafrost formations in natural and anthropogenic conditions. *Scientific Bulletin of the Yamalo-Nenets Autonomous district.* 2020;3(108):42-50. (In Russ.)
- 3. Vaganova N., Filimonov M.Yu. Different shapes of constructions and their effects on permafrost. AIP conference proceedings. 2016;789(1):020019. DOI:10.1063/1.4968440.

Современные информационные технологии в моделировании сложных систем

Руководитель секции: Сергей Олегович Старков

Доктор физико-математических наук, профессор, начальник отделения интеллектуальных кибернетических систем Обнинского института атомной энергетики

Section moderator: Prof. Sergey Olegovich Starkov

Doctor of Science (Physics and Mathematics), Head, Division of Cyber Intelligence Systems, Obninsk Institute for Nuclear Power Engineering

ВОССТАНОВЛЕНИЕ ГЕОМЕТРИИ КОРОНАРНЫХ АРТЕРИЙ ПО ДАННЫМ КОМПЬЮТЕРНОЙ ТОМОГРАФИИ

Борисенко В. В. 1 , Чеповский А. М. 2,3

- ¹ Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, Москва, Российская Федерация
- 2 Российский университет Дружбы Народов (РУДН), Москва, Российская Φ едерация
- ³ Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики», Москва, Российская Федерация vladimir borisen@mail.ru, achepovskiy@hse.ru

Ключевые слова: компьютерная томография, триангуляция поверхности, алгоритм роста области из семени, тетраэдрические сети.

Работа выполнена при поддержке РФФИ в рамках проекта 18-29-26012.

Рассматривается алгоритм построения трехмерной модели коронарных артерий и части аорты по данным компьютерной томографии; такая модель нужна для расчета параметров кровотока с помощью уравнений гидродинамики [1, 2]. Для вычисления триангуляции внутренней поверхности артерий применяется комбинация двух методов: трехмерного алгоритма роста области из семени и ячеечного метода, использующего разбиение пространства на тетраэдры.

На первом этапе строится воксельная модель, при этом используется полуавтоматическая процедура, основанная на двукратном применении алгоритма роста области: на первом проходе строится модель всей кровеносной системы, на втором из нее выделяется интересуемая часть, включающая аорту и коронарные артерии.

На втором этапе для точного вычисления триангуляции поверхности модели применяется ячеечный метод типа "марширующих тетраэдров", использующий тетраэдрическую сеть, предложенную в работах S.Chan, E.Purisima и V.Skala [3, 4]. В ней тетраэдры строятся в кубической решетке на общих гранях смежных кубов, благодаря чему она хорошо согласуется с воксельной моделью. Сеть рассматривается не на всем пространстве, а только в окрестности границы воксельной модели, вычисленной на первом этапе.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. В.В.Борисенко, Н.С.Серова, А.М.Чеповский. Восстановление трехмерной геометрии сосудов по данным компьютерной томографии. Вестник НГУ. Серия: Информационные технологии. 2019. Том 17, 3. С. 5-17.
- 2. Терновой С.К., Веселова Т.Н., Борисенко В.В., Благосклонова Е.Р., Гаврилов А.В., Долотова Д.Д., Чеповский А.М., Серова Н.С. Неинвазивная оценка фракционного резерва коронарного кровотока по данным компьютерной томографии коронарных артерий с использованием гидродинамических расчетов. REJR 2020; 10(2):71-77. DOI:10.21569/2222-7415-2020-10-2-71-77.
- 3. S.L.Chan, E.O.Purisima. A new tetrahedral tesselation scheme for isosurface generation. Computers & Graphics, Vol. 22, Issue 1, 1998, pp. 83–90.
- 4. Vaclav Skala. Precision of Isosurface Extraction from Volume Data and Visualization. Conference on Scientific Computing 2000, pp. 368–378.

RECONSTRUCTION OF THE GEOMETRY OF CORONARY ARTERIESBASED ON COMPUTED TOMOGRAPHY

Borisenko V. V. ¹, Chepovskiy A. M. ^{2,3}

¹ Moscow State University, Moscow, Russian Federation

² Peoples Friendship University of Russia (RUDN University), Moscow, Russian Federation ³ National Research University Higher School of Economics, Moscow, Russian Federation vladimir_borisen@mail.ru, achepovskiy@hse.ru

 $\it Keywords$: computed tomography, isosurface triangulation, region growing, tetrahedral mesh.

The reported study was funded by RFBR in the framework of project 18-29-26012

We consider the algorithm of 3D reconstruction for the internal surface of cardiac vessels, which is necessary for the creating a hydrodynamic model of blood supply for the heart [1, 2]. To do this, we use the combination of two methods.

At the first stage we apply the 3D seeded region growing algorithm to reconstruct a set of voxels inside vessels. We use the semi-automatic procedure based on double application of the region growing algorithm: on the first pass, a model of the entire circulatory system is built, on the second, the part of interest is selected from it, including the aorta and the coronary arteries.

At the second stage we use the isosurface reconstruction algorithm based on the tessellation of 3D space into small tetrahedral cells. We use the tetrahedral mesh, which was proposed in the works of S.Chan, E.Purisima, and V.Skala [3, 4]. Tetrahedra in this mesh are constructed on common faces of adjacent cubes in a cubic lattice, so it fits well with the voxel model. The mesh is constructed only in the neighborhood of the border of voxel set obtained at the first stage.

REFERENCES

- 1. Borisenko V. V., Serova N. S., Chepovsky A. M. Reconstruction of Three-Dimensional Geometry of the Vessels by Computed Tomography Data. Vestnik NSU. Series: Information Technologies, 2019, vol. 17, no. 3, p. 5–17. (in Russian).
- Veselova T.N., Omarov Y.A., Shakhnovich R.M., Mironov V.M., Arutunyan G.K., Ternovoy S.K., Borisenko V.V., Chepovsky A.M. Diagnostic performance of computed tomography myocardial perfusion and non-invasive fractional flow reserve according to computed tomography angiography. REJR 2020; 10(2):71-77. DOI:10.21569/2222-7415-2020-10-2-71-77. (in Russian).
- 3. S.L.Chan, E.O.Purisima. A new tetrahedral tesselation scheme for isosurface generation. Computers & Graphics, Vol. 22, Issue 1, 1998, pp. 83–90.
- 4. Vaclav Skala. Precision of Isosurface Extraction from Volume Data and Visualization. Conference on Scientific Computing 2000, pp. 368–378.

НЕКОТОРЫЕ АСПЕКТЫ АППРОКСИМАЦИИ ФУНКЦИЙ НЕЙРОННЫМИ СЕТЯМИ

Гавриленко Т. В. 1,a , Смородинов А. Д. 1,6

¹ Сургутский филиал Федерального научного центра «Научно-исследовательский институт системных исследований Российской академии наук», г. Сургут, Российская Федерация

 $^a\ taras.gavrilenko@gmail.com,\ ^6\ Sachenka_1998@mail.ru$

Ключевые слова: аппроксимация функций, нейронные сети, интерполяция функций, теорема Колмогорова-Арнольда, Теорема Цыбенко.

Работа поддержана грантами РФФИ № 18-47-860005 и № 20-04-60123.

В статье рассматривается вопросы аппроксимации и интерполяции функций f(x) = |x|, $f(x) = \sin(x)$, $f(x) = \frac{1}{1+25x^2}$ с помощью нейронных сетей с конструированных на основе теорем Колмогорова-Арнольда, Цыбенко [1-3], в качестве функции активации выбрана функция $\operatorname{th}(x) = \frac{(\mathrm{e}^x - \mathrm{e}^{-x})}{(\mathrm{e}^x + \mathrm{e}^{-x})}$, обучение проходило с помощью стохастического градиентного спуска, с случайной инициализацией весов нейронной сети,. Проведена серия экспериментов в ходе которых были обучены нейронные сети, для аппроксимации и интерполяции функций:

- 1. $f(x) = \sin(x)$ с разбиением на 500 точек, в интервале от -5 до 5 нейронной сетью с 1 нейроном на входном слое, 3 нейронами на скрытом слое и 1 нейроном на выходном слое обученной на 25 эпохах.
- выходном слое обученной на 25 эпохах.

 2. $f(x) = \frac{1}{1+25x^2}c$ разбиением на 500 точек, в интервале от -2.5 до 2.5 нейронной сетью с 1 нейроном на входном слое, 3 нейронами на скрытом слое и 1 нейроном на выходном слое обученной на 25 эпохах.
- 3. f(x) = |x|, с разбиением на 500 точек, в интервале от -1 до 1 нейронной сетью с 1 нейроном на входном слое, 3 нейронами на скрытом слое и 1 нейроном на выходном слое обученной на 25 эпохах
- 4. f(x) = |x|, с разбиением на 500 точек, в интервале от -1 до 1 нейронной сетью с 1 нейроном на входном слое, 3 нейронами на скрытом слое и 1 нейроном на выходном слое обученной на 25 эпохах. С замененной функцией активацией на скрытом слое с th(x) на relu(x)

Обучена нейронная сеть для аппроксимации функции $f(x_1,x_2)=\begin{cases} \sqrt{r^2-x^2} & \text{если } x_2 \geq 0 \\ -\sqrt{r^2-x^2} & \text{если } x_2 < 0 \end{cases}$ выведенной из уравнения окружности. с разбиением на 400 точек, на круге радиусом 1 нейронной сетью с 2 нейроном на входном слое, 5 нейронами на скрытом слое и 1 нейроном на выходном слое обученной на 100 эпохах. А также обучена нейронная сеть для аппроксимации уравнения круга записанного в полярных координатах

Показана проблема обучения нейронной сети, основанная на инициализации весовых коэффициентов случайным образом.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Jürgen Braun, Michael Griebel. On a constructive proof of Kolmogorov's superposition theorem // Constructive Approximation journal. 2009. Vol. 30. P. 653. doi:10.1007/s00365-009-9054-2
- 2. Cybenko, G. V. (1989). Approximation by Superpositions of a Sigmoidal function, Mathematics of Control Signals and Systems, vol. 2 no. 4 pp. 303–314
- 3. Sprecher, David A., «On the Structure of Continuous Functions of Several Variables», Trans. Amer. Math. Soc., 115, 340–355, March 1965

SOME ASPECTS OF APPROXIMATION OF FUNCTIONS BY NEURAL NETWORKS

Gavrilenko T. V. ^{1,a}, Smorodinov A. D. ^{1,b}

¹ Surgut branch of the Federal Scientific Center "Research Institute for System Research of the Russian Academy of Sciences", Surgut, Russian Federation

^a taras.qavrilenko@qmail.com, ^b Sachenka_1998@mail.rub

Keywords: function approximation, neural networks, function interpolation, Kolmogorov-Arnold theorem, Tsybenko's theorem.

This study is supported by RFBR grants 18-47-860005, 20-04-60123.

In the article, the questions of approximation and interpolation of functions (x) = |x|, $f(x) = \sin(x)$, $f(x) = \frac{1}{1+25x^2}$ with the help of neural networks constructed on the basis of the Kolmogorov-Arnold and Tsybenko theorems [1-3], the function th $(x) = \frac{(e^x - e^{-x})}{(e^x + e^{-x})}$, training was carried out using stochastic gradient descent, with random initialization of the neural network weights. A series of experiments was carried out during which neural networks were trained to approximate and interpolate functions:

- 1. $f(x) = \sin(x)$ with a division into 500 points, in the range from -5 to 5 neural network with 1 neuron on the input layer, 3 neurons on the hidden layer and 1 neuron on the output layer trained for 25 epochs.
- 2. $f(x) = \frac{1}{1+25x^2}$ with a division into 500 points, in the range from -2.5 to 2.5 by a neural network with 1 neuron on the input layer, 3 neurons on the hidden layer and 1 neuron on the output layer trained for 25 epochs.
- 3. f(x) = |x|, with a division into 500 points, in the interval from -1 to 1 neural network with 1 neuron on the input layer, 3 neurons on the hidden layer and 1 neuron on the output layer trained for 25 epochs
- 4. f(x) = |x|, with a division into 500 points, in the range from -1 to 1 neural network with 1 neuron on the input layer, 3 neurons on the hidden layer and 1 neuron on the output

layer trained for 25 epochs. With function replaced, activation on hidden layer from th(x) to relu(x)

Trained neural network for function approximation $(x_1, x_2) = \begin{cases} \sqrt{r^2 - x^2} & \text{if } x_2 \ge 0 \\ -\sqrt{r^2 - x^2} & \text{if } x_2 < 0 \end{cases}$ derived

from the equation of the circle. with a division into 400 points, on a circle with a radius of 1 neural network with 2 neurons on the input layer, 5 neurons on the hidden layer and 1 neuron on the output layer trained for 100 epochs. And also trained a neural network to approximate the equation of a circle written in polar coordinates

The problem of training a neural network based on the initialization of weight coefficients in a random way is shown.

REFERENCES

- 1. Jürgen Braun, Michael Griebel. On a constructive proof of Kolmogorov's superposition theorem // Constructive Approximation journal. 2009. Vol. 30. P. 653. doi:10.1007/s00365-009-9054-2
- 2. Cybenko, G. V. (1989). Approximation by Superpositions of a Sigmoidal function, Mathematics of Control Signals and Systems, vol. 2 no. 4 pp. 303–314
- 3. Sprecher, David A., "On the Structure of Continuous Functions of Several Variables", Trans. Amer. Math. Soc., 115, 340–355, March 1965

О НЕЙРОННОЙ СЕТИ ДЛЯ РЕШЕНИЯ КЛАССА СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

Галкин В. А. 1,a , Гавриленко Т. В. 1,6 , Смородинов А. Д. 1,B , Девицын И. Н. 2,r

- ¹ Сургутский филиал Федерального научного центра «Научно-исследовательский институт системных исследований Российской академии наук», г. Сургут, Российская Федерация
- ² Сургутский государственный университет, г. Сургут, Российская Федерация a val-gal@yandex.ru, ⁶ taras.gavrilenko@gmail.com, ^в sad@office.niisi.tech, ^г ivnide@gmail.com

Ключевые слова: нейронная сеть, решение, СЛАУ, генерирование обучающей выборки. Работа поддержана грантами РФФИ № 18-47-860005 и № 20-04-60123.

Различные методы решения систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) с использованием математического аппарата нейронных сетей предлагаются научным сообществом довольно давно [1, 2]. В данной работе рассматривается возможность создания и однократного обучения нейронной сети, способной без дополнительного обучения решать задачи из некоторого класса СЛАУ.

Предлагаемый в работе способ решения заключается в построении нейронной сети с последующим ее обучением решению систем из n неизвестных. Исходные данные генерировались двумя способами: случайным, где коэффициенты СЛАУ задавались с помощью ГПСЧ и предложенным авторами т.н. ортогональным, где вектор x является векторомстолбцом единичной матрицы, давая таким образом для одной матрицы n СЛАУ для обучающей выборки. После этого нейронная сеть обучалась на каждой обучающей выборке, чтобы произвести сравнение двух способов генерации исходных данных. Обучение и настройка весов сети проводилась по методу обратного распространения ошибки, а в качестве алгоритма оптимизации использовался стохастический градиентный спуск (СГС).

В результате вычислительных экспериментов было показано существенное влияние исходной постановки задачи обучения на способность нейронной сети решать одну из ключевых задач, численных методов и математического моделирования – решение СЛАУ. Предложен метод конструирования нейронной сети, решающей выбранный класс СЛАУ, а также метод генерации исходных данных для обучения такой сети. Сконструирована и обучена НС, решающая СЛАУ. Несмотря на то, что нейронная сеть для некоторых СЛАУ даёт неверное решение, необходимо отметить, что количество ошибок по отношению к классическому подходу решения задачи сократилось существенно, дальнейшее изучение данного направления имеет большие значение, т.к. позволит получить новый обобщенный метод решения классов СЛАУ с заранее известной вычислительной сложностью.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. J. Wang. (1993). Recurrent neural networks for solving linear matrix equations. Computers & Mathematics with Applications, Volume 26, Issue 9, Pages 23-34. 10.1016/0898-1221(93)90003-E.
- 2. Margaritis, Konstantinos G. & Adamopoulos, Miltiadis & Goulianas, Kostas & Evans, D. (1994). Artificial neural networks and iterative linear algebra methods. Parallel algorithm and applications. 3. 31-44. 10.1080/10637199408962524.

NEURAL NETWORK FOR SOLVING A CLASS OF SYSTEMS OF LINEAR ALGEBRAIC EQUATIONS

Galkin V. A. ^{1,a} Gavrilenko T.V. ^{1,b}, Smorodinov A.D. ^{1,c}, Devitsyn I.N. ^{2,d}

¹ Surgut Office, Scientific Research Institute for System Analysis of the Russian Academy of

Sciences, Surgut, Russian Federation

² Surgut State University, Surgut, Russian Federation

^a val-gal@yandex.ru, ^b taras.gavrilenko@gmail.com, ^c sad@office.niisi.tech, ^d

ivnide@gmail.com

Keywords: neural network, SLAE, solving, training dataset generation. This study is supported by RFBR grants 18-47-860005, 20-04-60123.

Various methods for solving systems of linear algebraic equations (SLAE) using the mathematical apparatus of neural networks have been proposed by the scientific community for a long time [1-2]. In this paper the possibility of creating one-time trained neural network capable of solving problems from a certain class of SLAEs without additional training is considered.

The proposed solution method consists in constructing a neural network with its subsequent training in solving systems of n unknowns. The initial data were generated in two ways: random, where the coefficients of the SLAE were set using the PRNG and the so-called orthogonal where the vector x is a column vector of the identity matrix thus giving n SLAEs for the training set for one matrix. After that the neural network was trained on each training dataset in order to compare the two training dataset generation methods. The training and tuning of the network weights was carried out using the backpropagation method and stochastic gradient descent (SGD) was used as an optimization algorithm.

As a result of the computational experiment a significant influence of the formulation of the learning problem on the ability of the neural network to solve one of the key problems of numerical methods and mathematical modeling – the solution of the SLAE was shown. A method is proposed for constructing a neural network that solves the selected class of SLAEs, as well as a method for generating initial data for training a neural network. Designed and trained

NN for SLAE solving. Despite the fact that the neural network gives the wrong solutions for some SLAEs, it should be noted that the number of errors in relation to the classical approach to solving the problem has decreased significantly. Further study in this direction is of great importance since it will allow to obtain a new generalized method for solving classes of SLAEs with a previously known computational complexity.

REFERENCES

- 1. J. Wang. (1993). Recurrent neural networks for solving linear matrix equations. Computers & Mathematics with Applications, Volume 26, Issue 9, Pages 23-34. 10.1016/0898-1221(93)90003-E.
- 2. Margaritis, Konstantinos G. & Adamopoulos, Miltiadis & Goulianas, Kostas & Evans, D. (1994). Artificial neural networks and iterative linear algebra methods. Parallel algorithm and applications. 3. 31-44. 10.1080/10637199408962524.

КОНТЕКСТНОЕ МОБИЛЬНОЕ ПРИЛОЖЕНИЕ ДЛЯ ВСТРАИВАНИЯ В УНАСЛЕДОВАННЫЕ ИНФОРМАЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ КРУПНОГО ПРЕДПРИЯТИЯ

Гимранов Р. Д.

Начальник управления ИТ ПАО «Сургутнефтегаз»

Одним из ключевых достижений цифровой экономики и технологий является возможность работы с необходимой информацией с мобильного устройства, то есть устройства, которое не подключено никакими проводами ни к какой сети. Устройства могут быть при этом самые разные — смартфоны, планшеты, ноутбуки.

В корпоративной среде развитие мобильных технологий ограничено. Мы находимся в классической ситуации с техническим противоречием – с одной стороны, мы не можем сделать полноценное мобильное приложение из-за жестких требований по кибер-безопасности и неразвитой инфраструктуры, с другой стороны, мы не можем не создавать мобильные приложения, потому что это современная технология повышения эффективности производственной и управленческой деятельности, потому что сотрудники предприятия вне служебной деятельности широко используют мобильные решения.

В этой связи предлагаю целевую архитектуру по созданию мобильных приложений как контекстных сервисов.

Контекстный сервис (К-сервис) создается для конкретного ограниченного применения операционного характера, например, отражения факта выполнения работ, проведения осмотра или фиксация показаний, уставки режимов, предоставления справки и т.п. Для выполнения К-сервиса определяется, во-первых, непосредственно связанная с сервисом информация, которая будет изменена или добавлена, во-вторых, информация необходимая в контексте ситуации выполнения основной операции. Данная информация поступает в виде упакованного (+зашифрованного) сообщения на мобильное устройство и в таком же виде направляется назад с результатами выполнения сервиса.

Архитектура К-сервисов должна обеспечивать следующие функции — выделение непосредственной и контекстной информации, её упаковка и защищенная доставка на мобильное устройство, приём и обработка результатов с внесением информации в базу данных. В идеальном, с т.зр. универсальности, варианте в пакет, направляемый на устройство, включаются не только данные, но и интерфейсные формы и код для работы сервиса (это умный сервис, У-сервис). В этом случае на мобильном устройстве должен работать универсальный движок, который принимает сообщение, распаковывает, выводит форму и запускает

код по мере использования формы. На уровне центральной системы желательна маркировка (для некоторых случаев блокировка) непосредственной и контекстной информации, направленной для обработки на мобильное устройство.

В перспективе возможно на уровне движка У-сервисов на мобильном устройстве осуществлять встраивание использования облачных удобных решений (например, картография и маршруты, гео-позиция, акселерометрия, компьютерное зрение) в исполнение У-сервиса без необходимости доступа к облачным сервисам из корпоративной сети. Другое направление для развития – оперативное подключение к интернету вещей – умным устройствам непосредственно на объекте в режиме реального времени.

DEDICATED MOBILE APP FOR EMBEDDING INTO LARGE CORPORATE LEGACY IT SYSTEMS

Gimranov R. D.

IT Dept. Head, Surgutneftegas, PAO

Mobile devices not wired to any network are one of the key digital economy and technology achievements. They are smartphones, tablets, or laptops.

The application of mobile technologies in the corporate environment is limited. It is a classical contradiction issue: on one hand, we cannot make a proper mobile app due to strict cybersecurity requirements and underdeveloped infrastructure; on the other hand, we cannot fail to make mobile apps as it is an advanced technology that boosts production and management productivity since the employees extensively use mobile solutions off work.

For this reason, we propose to develop mobile apps as dedicated services.

A dedicated service (D-service) is intended for some specific, limited application: logging that the work or inspection is completed, taking meter readings, checking the process setpoints, displaying help information, etc. A D-service definition includes the service-associated information that is modified or added, and the information required in a specific context to perform the app main function. The information is delivered to a mobile device as a compressed (encoded) message and is sent back in the same manner containing the results produced by the service.

The D-service architecture should enable the following functionality: identification of readily available and context-related information; its compression and protected transmission to a mobile device; results receiving, processing, and adding to the database. In a perfect, general-purpose implementation the data packet sent to a mobile device includes not only the data but also the UI forms and the service executable code (smart service, or S-service.) In this case, the mobile device should run a general-purpose engine that receives a message, uncompresses it, displays the UI form, and runs the code as the user interacts with the form. At the centralized system level, the directly accessible and context-dependent information sent to a mobile device for processing should be tagged (or blocked in some situations.)

In the future, the S-service mobile engine may embed convenient cloud solutions (e.g., digital maps and routing, geo-positioning, accelerometry, computer vision) without accessing the cloud services from the corporate network. Another option is an online connection to IoT-enabled smart devices right on the site in real-time.

В-КОМПЬЮТЕРЫ: ПРИНЦИП РАБОТЫ, АБСТРАКТНЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ

Деев Г. Е. 1,a , Ермаков С. В. 1,6

¹ Обнинский институт атомной энергетики, Национальный исследовательский ядерный университет МИФИ, г. Обнинск, Российская Федерация ^a georgdeo@mail.ru, ⁶ ermakov@iate.obninsk.ru

Ключевые слова: абстрактный автомат, В-схема.

Благодарности: Работа выполнена при поддержке РФФИ. Проект № 20-07-00862.

В докладе затронуты такие аспекты вычислений на В-компьютерах как: генезис понятия числа; проблема обозначений чисел и её принципиальное решение; необходимость позиционной системы для обозначения чисел; методы последовательного и сетевого синтеза абстрактных вычислительных устройств (АВУ); синтез АВУ из автомата сдвига; сборка В-компьютеров из В-устройств.

Синтезированные устройства позволяют вести вычисления не только на основной «нашей» разрядной сетке, но и на сетках бесконечно больших и бесконечно малых величин.

Так, например [1], [2], гиперчисло, представляющее сумму гармонического ряда имеет вид:

$$H \ = \ \rangle \, \dots - \tfrac{1}{4} \mid \ - \tfrac{1}{3} \mid \ - \tfrac{1}{2} \mid \underbrace{-l}_{Ax^{-1}} \mid \underbrace{C - \ln 10}_{Ax^0} \mid \underbrace{\ln 10}_{Ax^1} \mid 0 \mid + \dots \ \rangle \ .$$

Тем самым найдено точное расположение суммы гармонического ряда на шкале бесконечностей, представленных числовыми осями разных весов $p, -\infty . Числовые оси отделены друг от друга вертикальными палочками. Как видно, сумма гармонического ряда является бесконечно большой величиной первого порядка.$

Синтезированные устройства обладают рядом существенных свойств:

- а) способность вести вычисления в произвольной системе счисления;
- б) достижимость максимального быстродействия;
- в) отсутствие ограничений на разрядность чисел;
- г) гибкий переход от вычислений на одних устройствах к вычислениям на других посредством промежуточного автоматического останова;
 - д) однородность элементной базы: строятся на основе только элемента &.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Деев Г.Е., Ермаков С.В. *ГАРМОНИЧЕСКИЙ РЯД* 1+1/2+1/3+1/4+... Вестник кибернетики. 2018. № 3 (31). С. 19-30. Режим доступа: https://jc.surgu.ru/jour/article/download/74/52
- 2. Деев Г.Е., Ермаков С.В. РЯД 1+1+1+... Вестник кибернетики. 2018. № 2 (30). С. 9–17. Режим доступа: https://jc.surgu.ru/jour/article/download/197/78

B-COMPUTERS: PRINCIPLE OF OPERATION, ABSTRACT CALCULATIONS

Deev G. E. a, Ermakov S. V. b

Obninsk Institute for Nuclear Power Engineering, National Research Nuclear University

MEPhI, Obninsk, Russian Federation

a georgdeo@mail.ru, b ermakov@iate.obninsk.ru

Keywords: abstract automaton, B-scheme.

Acknowledgements: This work was supported by the Russian Foundation for Basic Research. Project No 20-07-00862.

The report touched on such aspects of computing on B-computers as: genesis of the number concept; the problem of number notation and its fundamental solution; the necessity of a positional system for number notation; methods of sequential and network synthesis of abstract computing devices (ACD); synthesis of ACD from a shift automaton; assembling B-computers from B-devices.

Synthesized devices allow computing not only on the basic "our" bit grid, but also on grids of infinitely large and infinitely small values.

Thus, for example [1], [2], the hypernumber representing the sum of a harmonic series has the form:

$$H = \left. \right. \rangle \ldots - \tfrac{1}{4} \left. \right| \; - \tfrac{1}{3} \left. \right| \; - \tfrac{1}{2} \left. \right| \; \underbrace{-l}_{Ax^{-1}} \left. \right| \; \underbrace{C - \ln 10}_{Ax^0} \left. \right| \; \underbrace{\ln 10}_{Ax^1} \left. \right| \; 0 \; \left| \; + \ldots \; \right\rangle \; \; .$$

Thus, the exact location of the sum of the harmonic series on the scale of infinities, represented by the numerical axes of different weights p, $-\infty , is found. The numeric axes are separated from each other by vertical sticks. As can be seen, the sum of the harmonic series is an infinitely large quantity of the first order.$

Synthesized devices have a number of essential properties:

- a) ability to perform calculations in an arbitrary number system;
- b) the attainability of maximum performance;
- c) absence of limitations on the digit capacity of numbers;
- d) flexible transition from calculations on some devices to calculations on other devices through intermediate automatic stop;
 - e) homogeneity of the element base: are built on the basis of only the element &.

REFERENCES

- 1. Deyev G.E., Ermakov S.V. HARMONIC RANGE 1+1/2+1/3+1/4+... Proceedings in Cybernetics, International Journal. 2018. No 3 (31). P. 19–30. Access mode: https://jc.surgu.ru/jour/article/download/74/52
- 2. Deyev G.E., Ermakov S.V. RANGE 1+1+1+... Proceedings in Cybernetics, International Journal. 2018. No 2 (30). P. 9-17. Access mode: https://jc.surgu.ru/jour/article/download/197/78

ПРИМНЕНИЕ МЕТОДОВ ГЛУБОКОГО ОБУЧЕНИЯ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ТРЁХМЕРНЫХ УРАВНЕНИЙ НАВЬЕ — СТОКСА

Епифанов А. А.

HERE Technologies GmbH, г. Берлин, Германия wave911@yandex.ru

Ключевые слова: нейронные сети, глубокое обучение.

В последние годы внимание исследователей захватила идея применения искусственных нейронных сетей для решений дифференциальных уравнение в частных производны, а также сравнение их эффективности с традиционным подходом с использованием численных методов. успех методов глубокого обучения во многих областях, связанных с вычислениями, позволяет рассмотреть возможность его применения при решении уравнений в частных производных.

В данной работе рассматривается задача о течении несжимаемой жидкости в трехмерной области с заданными начальными и граничными условиями, описываемое системой уравнений Навье – Стокса:

$$\begin{cases}
\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \mathbf{U} \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial x_1} + \mathbf{U} \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial x_2} + \mathbf{U} \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial x_3} + \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial x} = \varepsilon \cdot \Delta \mathbf{U} \\
\frac{\partial \mathbf{U}_1}{\partial x_1} + \frac{\partial \mathbf{U}_2}{\partial x_2} + \frac{\partial \mathbf{U}_3}{\partial x_3} = 0
\end{cases}$$
(1)

где $\mathbf{U} = \mathbf{U}(U_1, U_2, U_3)$ — неизвестная функция скорости, $\mathbf{P} = \mathbf{P}(x_1, x_2, x_3)$ — неизвестная функция давления, $\mathbf{x} = \mathbf{x}(x_1, x_2, x_3)$ — трёхмерная координата.

Решение системы уравнений (1) производилось с помощью метода Галеркина с глубокими сетями и метода Ритца с глубокими сетями. В качестве архитектуры нейронных сетей использовались LSTM и ResNet соответственно.

В данной работе приведены результаты численных экспериментов при решении уравнений (1), так же сделана оценка эффективности примененных методов глубокого обучения на неструктурированных и структурированных сетках и сравнение с результатами, полученными при использовании метода конечных элементов.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Бетелин В.Б., Галкин В.А. Универсальные вычислительные алгоритмы и их обоснование для приближенного решения дифференциальных уравнений. Доклады Академии Наук, 2019, том 488, № 4, с. 351–357 DOI: https://doi.org/10.31857/S0869-56524884351-357
- 2. Sirignano, J., Spiliopoulos, K., DGM: A deep learning algorithm for solving partial differential equations. arXiv preprint arXiv:1708.07469.
- 3. Weinan E, Bing Yu, The Deep Ritz method: A deep learning-based numerical algorithm for solving variational problems, Режим доступа: https://arxiv.org/pdf/1710.00211.pdf

DEEP LEARNING METHODS FOR THREE DIMENSIONAL NAVIER-STOKES EQUATIONS

Epifanov A. A.

HERE Technologies GmbH, Berlin, Germany wave911@yandex.ru

Keywords: deep learning, machine learning, partial differential equations, DGM, DRM.

Recently deep learning networks made a huge progress due to advances in high performance computing technologies, as well as comparing their effectiveness with the traditional approach using numerical methods. The success of deep learning techniques in many computational domains has led to the possibility of considering its application to solving partial differential equations.

In this paper, an incompressible fluid in a three-dimensional domain with given initial and boundary conditions, described by the system of Navier - Stokes equations is considered:

$$\begin{cases}
\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \mathbf{U} \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial x_1} + \mathbf{U} \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial x_2} + \mathbf{U} \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial x_3} + \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial x} = \varepsilon \cdot \Delta \mathbf{U} \\
\frac{\partial \mathbf{U}_1}{\partial x_1} + \frac{\partial \mathbf{U}_2}{\partial x_2} + \frac{\partial \mathbf{U}_3}{\partial x_3} = 0
\end{cases}$$
(1)

where $\mathbf{U} = \mathbf{U}(U_1, U_2, U_3)$ – an unknown velocity, $\mathbf{P} = \mathbf{P}(x_1, x_2, x_3)$ – an unknown pressure, $\mathbf{x} = \mathbf{x}(x_1, x_2, x_3)$ – a corrdinate in a there dimensional space.

The system of equations (1) was solved using Deep Galerkin method and Deep Ritz method. LSTM and ResNet were used as the architecture of neural networks, respectively.

The results of numerical experiments when solving equations (1) are given, as well as evaluating the effectiveness of the applied deep learning methods on unstructured and structured grids and comparing them with the results obtained using the finite element method.

REFERENCES

- Betelin V.B., Galkin V.A. Universal computational algorithms and their justification for the approximate solution of differential equations // Doclady Academii nauk. 2019. Vol. 488.
 N. 4. P. 351-357. doi: 10.31857/S0869-56524884351-357
- 2. Sirignano, J., Spiliopoulos, K., DGM: A deep learning algorithm for solving partial differential equations. arXiv preprint arXiv:1708.07469.
- 3. Weinan E, Bing Yu, The Deep Ritz method: A deep learning-based numerical algorithm for solving variational problems, Available at: https://arxiv.org/pdf/1710.00211.pdf

МОДЕЛИРОВАНИЕ ВОЗРАСТНОЙ ДИНАМИКИ ПАРАМЕТРОВ СЕРДЦА С ПОЗИЦИЙ COMPLEXITY

Еськов В. В.

Сургутский государственный университет, Сургут, Россия, firing.squad@mail.ru

Ключевые слова: стохастика, хаос, кардиоинтервалы, псевдоаттракторы.

На протяжении 100-150-ти лет изучения ритмики сердца, как и всей сердечнососудистой системы (ССС) человека производилось в рамках стохастической теории и методов. Европейская ассоциация кардиологов считает, что регистрация кардиоинтервалов длительностью не менее 5-ти минут дает объективную информацию о состоянии ССС; выборка из 300-от значений кардиоинтервалов вполне адекватно может описывать состояние ССС человека. Однако ещё в 1948 г. W. Weaver предложил вывести все живые системы (системы третьего типа - СТТ) за пределы статистики. Автоматически это означает, что и теория динамических систем (в виде дифференциальных, интегральных и др. уравнений), не может описывать биосистемы. СТТ не являются объектом современной детерминистской и стохастической науки (ДСН) и нужна другая (третья) наука для СТТ.

На рубеже 20-го и 21-го веков научная школа проф. Еськова В.М. проверила гипотезу W.Weaver и сейчас в биомеханике доказан эффект Еськова-Зинченко (ЭЕЗ), в котором доказана уникальность любой выборки треморограмм (ТМГ) и теппинграмм (ТПГ).

Позже этот ЭЕЗ был доказан и для работы сердца. Было доказано, что любая выборка кардиоинтервалов, состоящая из 300-от значений кардиоинтервалов не может быть про- извольно повторена статистически ($p_{ij} \le 0.15$). Вероятность того, что в следующие пять минут можно зарегистрировать выборку кардиоинтервалов, которая имеет с первой выборкой кардиоинтервалов одну (общую) генеральную совокупность ($p \ge 0.05$), крайне мала. Обычно $p_{i,i+1} \le 0.15$, т.е. это означает, что любая выборка кардиоинтервалов уникальна. Её очень сложно два раза подряд повторить. Более того, если зарегистрировать 15 выборок кардиоинтервалов у одного испытуемого, то вероятность совпадения і-ой и ј-ой выборок $p_{ij} \le 0.15$.

Всё это очень малые величины, которые доказывают отсутствие статистической устойчивости выборок параметров ССС. В итоге, ЭЕЗ мы сейчас распространяем и на моделирование ССС. Это означает, что статистика не может быть применена к изучению работы сердца, т.к. любая следующая вторая выборка не будет совпадать с исходной (первой) выборкой. Появляется глобальная неопределенность (uncertainty) и сложность (complexity) для ССС. Для её разрешения мы сейчас используем методы теории хаосасамоорганизации, в частности, рассчитываем параметры псевдоаттракторов в виде площади S для кардиоинтервалов. В итоге были рассчитаны площади S для псевдоаттракторов трёх возрастных групп женщин и мужчин, длительно проживающих на севере РФ.

По полученным данным были построены математические модели изменения площадей псевдоаттракторов с возрастом. Оказалось, что коренное население XMAO-Югры описывается уравнением Ферхюльста-Пирла (dS/dt=(a-bS)S), при условии что $S_0>a/b$. Здесь асимптота $S_\infty=a/b$ лежит ниже всех значений S как для группы мужчин, так и для группы женщин. Для пришлого населения (мигранты) временная зависимость S(t) имеет вид параболы, т.е. $S(t)=at^2+bt+c$, где a,b,c – некоторые константы. Очевидно, что эти две зависимости существенно различаются и пришлое населения с возрастом не может показывать уменьшение площади псевдоаттракторов. Отметим, что нами изучалась динамика S для псевдоаттракторов у учащихся Югры, которая выявила существенные различия между мальчиками и девочками. В условиях трансширотных перемещений и проведения лечебных мероприятий девочки демонстрировали динамику площадей кардиоинтервалов подобно ханты, т.е. была убывающая зависимость. Мальчики показывали параболическую кривую при перемещении с севера на юг и обратно.

COMPLEX SYSTEMS THEORY: MODELING OF AGE-RELATED DYNAMICS OF HEART PARAMETERS

Eskov V. V.

Surgut state University, Surgut, Russia, firing.squad@mail.ru

Keywords: stochastics, chaos, cardiointervals, pseudoattractors.

For the last 100-150 years, the study of the heart rhythm, as well as the entire human cardiovascular system (CVS), was carried out within the framework of stochastic theory and methods. The European Association of cardiologists believes that recording cardiointervals lasting at least 5 minutes provides objective information about the state of the cardiovascular system; a sample of 300 values of cardiointervals (RRs) can quite adequately describe the state of a person's cardiovascular system. However, as early as in 1948 W. Weaver proposed to take all living systems (systems of the third type – STT) beyond the limits of statistics. Automatically, this means that the theory of dynamical systems (in the form of differential, integral, etc. equations), cannot describe biosystems. STT is not an object of modern deterministic and stochastic science (DSN), another (third) science is needed for STT.

At the turn of the 20th and 21st centuries, the scientific school of Prof. Eskov V.M. tested the hypothesis of W. Weaver and now the Eskov-Zinchenko effect (EZE) is proved in biomechanics, in which the uniqueness of any sample of tremorogramm (TMG) and tappingramm (TPG) is proved. Later, this EZE was also proven for the work of the heart. It was proved, that any sample of RR consisting of 300 values of RR cannot be randomly repeated statistically ($p_{ij} \le 0.15$). The probability that in the next five minutes it is possible to register a sample of RR that has the same (common) General population with the first sample of RR ($p \ge 0.05$) is extremely small. Usually $P_{i,i+1} \le 0.15$, i.e. this means, that any sample of RR is unique. It is very difficult to repeat it twice in a row. Moreover, if you register 15 samples of RR in one subject, then the probability of matching the i-th and j-th samples $p_{IJ} \le 0.15$.

All these are very small values that prove the lack of statistical stability of samples of CVS parameters. As a result, we are now extending EZE to CVS modeling as well. This means that statistics cannot be applied to the study of heart function, because any subsequent second sample will not match the original (first) sample. There is a global uncertainty and complexity for the CVS. To solve this problem, we now use the methods of chaos-self-organization theory, in particular, we calculate the parameters of pseudoattractors in the form of area S for RRs. As a result, the area S was calculated for pseudotractors of three age groups of women and men, living in the North of the Russian Federation for a long time.

Based on the obtained data, mathematical models of changes in the areas of pseudoattractors with age were constructed. It turned out that the indigenous population of the Khanty-Mansi Autonomous Okrug – Yugra is described by the Verhulst-Pearl equation (dS/dt=(a-bS)S), provided that $S_0>a/b$. Here, the asymptote $S_\infty=a/b$ lies below all values of S for both the group of men and the group of women. For the foreign population (migrants) the time dependence S(t) has the form of a parabola, i.e. $S(t)=at^2+bt+c$, where a,b,c are some constants. It is obvious that these two dependences differ significantly and the foreign population cannot show a decrease in the area of pseudoattractors with age. Note that we studied the dynamics of areas S for pseudoattractors in Yugra students, which revealed significant differences between boys and girls. In the conditions of trans-latitudinal movements and medical measures, the girls showed the dynamics of the area of RRs similar to Khanty, i.e. there was a decreasing dependence. The boys showed a parabolic curve as they moved from North to South and back.

ПРЕДСТАВЛЕНИЯ W. WEAVER И L. A. ZADEH В МОДЕЛИРОВАНИИ ЖИВЫХ СИСТЕМ

Еськов В. М.

Сургутский филиал Федерального научного центра «Научно-исследовательский институт системных исследований Российской академии наук», г. Сургут, Россия

Ключевые слова: стохастика, хаос, псевдоаттрактор, эффект Еськова-Зинченко.

В середине 20-го века двое ученых выступили с гипотезами об особом поведении живых систем. Выдающийся биомеханик Н.А. Бернштейн предложил гипотезу о «повторении без повторений» в организации движений. Эту гипотезу он доказывал реальностью пяти систем регуляции движений (системы А, В, С, D, Е). Через год, в 1948 году, один из основоположников теории информации W. Weaver дал общую классификацию систем природы (и трех типов наук) и предложил вообще вывести все живые системы за пределы современной детерминистской и стохастической науки (ДСН). Также биосистемы он обозначил как системы третьего типа (СТТ) и для них необходимо было создать новую (третью) науку. В работе «Science and complexity» W. Weaver выдвинул целый ряд фундаментальных предположений и гипотез, которые за эти 70 лет так и не были восприняты учеными

мира. Во-первых, W. Weaver дал общую классификацию систем природы, из которой логично следовала и общая классификация всех наук. Он выделил детерминистскую науку (и системы), стохастическую науку (и системы) и некоторую третью науку о системах третьего типа – СТТ (живых системах).

Одновременно W.Weaver поднял проблему: что такое наука и что не может являться наукой? При этом он особым образом выделил СТТ как системы, которые не могут быть объектом ДСН. Тогда это не было доказано, но через 50 лет (как это и прогнозировал W.Weaver) был доказан эффект Еськова-Зинченко (ЭЕЗ). В этом эффекте отсутствует статистическая устойчивость выборок любых параметров функций организма человека.

ЭЕЗ затрагивает фундаментальную проблему стандарта (нормы) во всей биомедицины, психологии, экологии и других наук о живых системах. Может ли быть стандарт у биосистем, может ли быть статичным гомеостаз, который сейчас изучают в рамках ДСН. Существенно, что этих же идей придерживался L.A. Zadeh — основоположник нового направления - Fuzziness. Фактически, все трое ученых внесли существенный вклад (в биомеханику, в теорию информации, в Fuzziness), но при этом их работы в области глобальной неопределенности биосистем упорно игнорировались.

Очевидно, что сейчас вся биомеханика, теория хаоса и complexity базируется на ДСН и это является всеобщей иллюзией. В ЭЕЗ доказана уникальность любой выборки $\mathbf{x}_i(t)$ параметров биосистемы. С позиций ДСН это означает прекращение причинно-следственных связей для любых биосистем. Показана инверсия понятия покой (.стационарный режим — СР) и движение (вектора состояния биосистемы $x=x(t)=(x_1,\ x_2,\dots x_m)^T)$. На остове статистического хаоса были построены новые искусственные нейросети (ИНС), которые обеспечили общее решение задачи системного синтеза. Теперь, минуя методы ДСН, мы можем находить параметры порядка, русла, джокеры. В медицине мы можем теперь идентифицировать неизменность или изменения биосистем, где ДСН показывает обратные результаты. В итоге мы приходим к моделированию эвристической работы мозга, моделированию творческой деятельность человека. Подчеркнем, что это совершенно новое направление для всей neuroscience.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Eskov V.V., Pyatin V.F., Eskov V.V., Ilyashenko L.K., Heuristic work of the brain and artificial neural networks. // Biophysics. 2019. Vol. 64. No. 2. Pp. 125–130.
- Eskov V.V., Filatova D.Yu., Ilyashenko L.K., Vochmina Yu.V. Classification of Uncertainties in Modeling of Complex Biological Systems. // Moscow University Physics Bulletin. – 2019. – 74, No. 1. – Pp. 57–63.

THE VISION OF W. WEAVER AND L. A. ZADEH OF LIVING SYSTEMS MODELING

Eskov V. M.

Federal Science Center Scientific-research Institute for System Studies of the Russian Academy of Sciences

Keywords: stochastics, chaos, pseudo attractor, Eskov-Zinchenko effect.

In the middle of the 20th century, two scientists hypothesed the special behavior of living systems. N.A. Bernstein, outstanding biomechanic, proposed the hypothesis of "repetition without repetitions" in the organization of movements. He proved this hypothesis by the reality of five systems of movements regulation (systems A, B, C, D, E). A year later, in 1948,

W. Weaver- one of the information theory founders, gave a general classification of nature systems and three types of sciences and proposed to bring all living systems beyond the limits of modern deterministic and stochastic science. He also designated biosystems as systems of the third type and it was necessary to create a new science for them. In his work "Science and complexity" W. Weaver put forward a number of fundamental assumptions and hypotheses that have not been accepted by scientists of the world over these 70 years.

First of all, W. Weaver gave a general classification of nature systems, from which the general classification of all sciences followed as a result. He singled out deterministic, stochastic and some third science about systems of the third type - living systems. Simultaneously W. Weaver raised the problem of "what is science, and what cannot be science? ". At the same time, he singled out the living systems with a special way as systems that cannot be an object of determinism and stochastics. Then it was not proven, but after 50 years, as it has been predicted by W. Weaver, the Eskov-Zinchenko effect was proved. This effect shows no statistical stability of samples of any human body functions' parameters [1, 2].

The Eskov-Zinchenko effect touches upon the fundamental problem of the standard in all biomedicine, psychology, ecology and other sciences of living systems. Whether biosystems can have a standard, whether there can be static homeostasis, which now is being studied within the framework of determinism and stochastics. It is significant, that Zadeh, the founder of a new direction - Fuzziness, supported the same ideas. In fact, all the three scientists made a significant contributions to biomechanics, information theory and fuzziness, but still, their work in the field of global uncertainty of biosystems had been ignored hard. It is obvious that now all biomechanics, the theory of chaos and complexity is based on determinism and stochastics, but this is a general illusion. In Eskov-Zinchenko effect, the uniqueness of any $x_i(t)$ sample of a biosystem's parameters is proved. From the deterministic and stochastics sciences perspective, this means the end of causal relationships for any biosystems. The inversion of the concept of rest (stationary mode - SR) and motion concepts (vector of the state of the biosystem $x=x(t)=(x_1, x_2, \ldots x_m)^T$) is shown.

Now, bypassing the methods of determinism and stochastics, we can find the parameters of order, channel, jokers. Now, In medicine, we can now identify the permanence or changes in biosystems, where determinism and stochastics show the opposite results. Consequently, we come to the heuristic work of the brain and the creative activity of a person modeling. We emphasize that this is a completely new direction for all neuroscience.

REFERENCES

- 1. Eskov V.V Pyatin V.F., Eskov V.V., Ilyashenko L.K., Heuristic work of the brain and artificial neural networks. // Biophysics. 2019. Vol. 64. No. 2. Pp. 125–130.
- 2. Eskov V.V., Filatova D.Yu., Ilyashenko L.K., Vochmina Yu.V. Classification of Uncertainties in Modeling of Complex Biological Systems. // Moscow University Physics Bulletin. 2019. 74, No. 1. Pp. 57–63.

ВЫСОКОПРОИЗВОДИТЕЛЬНЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ КАК ОСНОВА ИСКУССТВЕННОГО ИНТЕЛЛЕКТА. ОПЫТ ВЕДУЩИХ РОССИЙСКИХ И ЗАРУБЕЖНЫХ КОМПАНИЙ

Запевалов А. С.

Главный системный инженер, NetApp

В наше время перед нефтегазовой отраслью России стоят серьезные вызовы, связанные с необходимостью ускоренной цифровой трансформации, на фоне достаточно непростой

конъюнктуры мировых рынков, возрастания всевозможных рисков, быстрого развития транспортной инфраструктуры, внедрения новых производственных технологий и мощностей, расширения социальной ответственности и т. д. Возникает острая необходимость снижения себестоимости производства и добычи на существующих месторождениях и активного поиска новых месторождений.

Современная эффективная геологоразведка новых месторождений вынуждена иметь дело с большими объемами разнородных неструктурированных данных: с данными дистанционного зондирования (спутниковые снимки, аэрогеофизика, съемки с дронов и т.д.), массивами сейсмических данных, традиционными геохимическими, литологическими и структурными данными. Как следствие за последнее десятилетие востребованность в высокопроизводительных информационных системах с функциями машинного (англ. Machine Learning) и глубинного обучения (англ. Deep Learning) многократно возросла, для обработки и анализа больших данных (англ. Big Data). Это требует применение технологий искусственного интеллекта.

Очевидно, что любые эффективные технологии искусственного интеллекта в нефтегазовом секторе должны гармонично сочетать в себе передовые программные решения и высокопроизводительные аппаратные платформы, быть сертифицированы и оптимизированы для работы с ИИ.

Признанными лидерами среди решений ИИ, доказавшим на практике свою высокую эффективность являются комплексные интеллектуальные платформы NetApp AI.

Благодаря совместной работе инженеров NetApp, NVIDIA и Mellanox над решением общей задачи по разработке высокопроизводительных аналитических платформ искусственного интеллекта удалось собрать и объединить в одном проекте самые передовые технологии.

Решения на базе флагманские систем хранения данных NetApp на базе СХД NetApp с поддержкой end-to-end NVMe в сочетании с комплексом высокопроизводительных вычислительных узлов NVIDIA DGX и сетей Mellanox 100 GbE, позволили расширить возможности нейросетей и ИИ до казалось бы недостижимых для ИИ горизонтов производительности вычислений, скорости самообучения, глубины аналитики и точностью прогнозирования.

Сочетание упомянутых аппаратных компонентов позволило инженерам создать компактную интегрированную и энергоэффективную систему, обладающую производительностью на уровне до 5 Петафлопс (5*1015 операций с плавающей запятой в секунду) на одну платформу, которая обеспечивает высочайшую плотность вычислений и гибкость. Узлы NVIDIA DGX также оснащены самыми мощными в мире графическими ускорителями NVIDIA с тензорными ядрами, которые позволяет компаниям объединить анализ данных, тренировку и инференс в унифицированной и простой в развертывании инфраструктуре.

Одним из успешных примеров эффективных инвестиций в высокопроизводительные программно-аппаратные платформы ИИ можно было бы считать проект "Кристофари".

Кристофари – самый большой в России суперкомпьютерный кластер, построенный на базе серверов DGX от NVIDIA, лидера в области параллельных высокопроизводительных вычислений и решения ONTAP от компании NetApp - лидера рынка решений и сервисов для управления данными в гибридном облаке. Его производительность – $6.7\Pi\Phi$ лопс.

HIGH-PERFORMANCE COMPUTING AS AI FOUNDATION:BEST PRACTICES OF LEADING RUSSIAN AND INTERNATIONAL COMPANIES

Zapevalov A. S.

Senior System Engineer, NetApp

Nowadays the Russian oil and gas industry faces substantial challenges as they need to accelerate the digital transformation in a rather difficult situation on the world markets, increasing risks, the rapid development of transport infrastructure, emergence of new production technologies and facilities, more social responsibility, etc. There is an urgent need to reduce the extraction costs at the existing fields and to intensively explore new deposits.

Advanced, efficient exploration has to deal with large volumes of heterogeneous unstructured data: remote sensing (satellite images, airborne geophysics, drone surveys, etc.), seismic data, conventional geochemical, lithological, and structural information. Over the past decade, the demand for high-performance information systems capable of Big Data processing and analyzing with machine learning and deep learning functionality increased manifold. For this, artificial intelligence (AI) technologies should be used.

It is clear that any efficient AI technology for oi&gas industry shall combine advanced software solutions and high-performance hardware platforms, be certified and optimized for AI support.

The NetApp AI is a proven comprehensive smart platform and an AI leader.

Working together, NetApp, NVIDIA and Mellanox developed high-performance artificial intelligence analytics platforms, bringing together the most advanced technologies.

The solutions based on NetApp top storage systems with end-to-end NVMe support combined with a suite of NVIDIA DGX high-performance computing nodes and Mellanox 100 GbE networks, expanded neural networks and AI capabilities to seemingly unreachable computing performance, self-learning rate, analytics depth, and predictive accuracy.

The combination of these hardware components enabled a compact, integrated and energy-efficient system with up to 5 Petaflops (5*10¹⁵ floating-point operations per second) performance per platform resulting in the highest computational density and flexibility. The NVIDIA DGX nodes also feature the world's most powerful NVIDIA tensor core graphics accelerators. They help companies to merge data analysis, training and inference into a single, easy-to-deploy infrastructure.

The Christofari project is a success story about efficient investments into high-performance HW/SW AI platforms.

Christofari is the largest Russian supercomputer cluster built on DGX servers from NVIDIA, a leader in parallel high-performance computing, and on the ONTAP solution from NetApp, a market leader in hybrid cloud data management solutions and services. Its performance is 6.7 Pflops.

ПРИМЕНЕНИЕ №Т_ЕХ ДЛЯ АВТОМАТИЗАЦИИ ВИЗУАЛИЗАЦИИ НАУЧНЫХ РАСЧЁТОВ

Моргун Д. А.

Сургутский филиал Федерального научного центра «Научно-исследовательский институт системных исследований Российской академии наук», г. Сургут, Российская Федерация morgun_da@office.niisi.tech

 $\mathit{Kлючевые\ c.noвa}$: LATEX, автоматизация, визуализация, научная графика, импортозамещение.

Решение многих актуальных в настоящее время задач предполагает представление числовой информации в виде, удобном для зрительного наблюдения и анализа, то есть, визуализацию.

Визуализация требуется при численном решении различных научных задач, задач моделирования и проектирования. Большие массивы числовых значений, требующих визуализации, могут получаться при автоматизированном проведении экспериментальных исследований. Часть полученных в ходе исследования результатов визуализации в дальнейшем используется для подготовки различного рода документации: промежуточных или итоговых отчётов, научных публикаций, сопроводительной документации для спроектированных устройств или сооружений. Для полиграфического оформления научных публикаций рекомендуется использовать специализированные издательские системы [1, стр. 58], одной из которых является LATEX; публикации же, свёрстанные в текстовом редакторе MS Word, значительно теряют в оценке при экспертизе.

Издательская система I^ATEX представляет собой своего рода «систему программирования процесса создания документа», в которой исходный текст, как в любом языке программирования, имеет простой текстовый формат и содержит команды языка и их параметры. Результирующий документ получается после обработки соответствующим компилятором. Такой подход очень удобен в контексте автоматизации: простой текстовый документ может быть легко сгенерирован из любой пользовательской программы, а компиляция документа может быть встроена в программный сценарий (скрипт). Система I^ATEX содержит большое количество программных пакетов. Высокое качество научной визуализации обеспечивает, например TikZ & PGF [2]. Одним из примеров сложного сценария подготовки документа является работа [3] (проект см. https://github.com/Mikrocontroller-net/transistortester).

Использование формата L^AT_EX для автоматизированного представления результатов эксперимента для ряда задач может существенно уменьшить трудозатраты исследователя на визуализацию результата, на подготовку документации и публикаций. Система L^AT_EX органично встроена во многие дистрибутивы Linux, это позволяет существенно сократить или полностью исключить финансовые затраты на пограммное обеспечение.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Кириллова О. В. Как оформить статью и научный журнал в целом для корректного индексирования в международных наукометрических базах данных. *Научный редактор* и usdaments.2018;3(1-2):52-72. DOI: 10.24069/2542-0267-2018-1-2-52-72.
- 2. Кирютенко Ю. А. TikZ & PGF. Некоторые библиотеки и утилиты. Ростов-на-Дону, 2015. 205 с.

3. Karl-Heinz K ubbeler. Тестер ЭРЭ с AVR микроконтроллером и минимумом дополнительных элементов / Пер. Сергей Базыкин. 2018. http://www.avrtester.tode.cz/upload/ttester_ru.pdf

APPLICATION OF LATEX TO AUTOMATE THE VISUALIZATION OF SCIENTIFIC CALCULATIONS

Morgun D. A.

Surgut Branch of Federal State Institute "Scientific Research Institute for System Analysis of the Russian Academy of Sciences", Surgut, Russian Federation morqun_da@office.niisi.tech

Keywords: IATEX, automation, visualization, scientific graphics, import substitution.

The solution of many currently urgent problems involves the presentation of numerical information in a form convenient for visual observation and analysis; i.e., visualization.

Visualization is required for the numerical solution of various scientific problems, modeling and design problems. Large arrays of numerical values requiring visualization can be obtained by automated experimental research. Some of the visualization results obtained during the study are further used to prepare various types of documentation: interim or final reports, scientific publications, accompanying documentation for designed devices or structures. For the printing design of scientific publications, it is recommended to use specialized publishing systems [1, page 58], one of which is LATEX; publications, typeset in a text editor MS Word, significantly lose in the assessment during the expertize.

The LATEX publishing system is a kind of "programming system for a process of document creation" in which the source text has a simple text format, as in any programming language, and it contains language commands and their parameters. The resulting document is obtained after processing by the appropriate compiler. This approach is very convenient in the context of automation: a simple text document can be easily generated from any user program, and compilation of a document can be embedded in a script. The LATEX system contains a large number of software packages. High quality scientific visualization is provided by, for example, TikZ & PGF [2]. One example of a complex document preparation scenario is the work [3] (see project at https://github.com/Mikrocontroller-net/transistortester).

The use of the LATEX format for the automated presentation of experimental results for a number of tasks can significantly reduce the researcher's labor costs for visualizing the result and for preparing documentation and publications. The LATEX system is organically integrated into many Linux distributions, which allows the user to significantly reduce or completely eliminate financial costs for software.

REFERENCES

- 1. Kirillova O. V. How to arrange an article and scientific journal to avoid indexing errors in international scientometric databases. *Nauchnyi Redaktor i Izdatel' = Science Editor and Publisher*. 2018;3(1–2):52–72. (In Russ.) DOI: 10.24069/2542-0267-2018-1-2-52-72.
- 2. Kiryutenko Yu. A. TikZ & PGF. Some libraries and utilities. Rostov-on-Don, 2015. 205 p. (In Russ.)
- 3. Karl-Heinz K ubbeler. TransistorTester with AVR microcontroller and a little more. 2018. http://www.avrtester.tode.cz/upload/ttester_en.pdf

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ НЕОБРАТИМОСТИ И АСИММЕТРИИ ВРЕМЕНИ В ТЕОРИИ ДОЛГОВЕЧНОСТИ СТРУКТУРНО И ФУНКЦИОНАЛЬНО СЛОЖНЫХ КРИТИЧЕСКИ ВАЖНЫХ СИСТЕМ ДЛИТЕЛЬНОГО АКТИВНОГО СУЩЕСТВОВАНИЯ

Острейковский В. А., Лысенкова С. А.

Сургутский государственный университет, г. Сургут, Российская Федерация academicostr@yandex.ru, lsa1108@mail.ru

Ключевые слова: асимметрия внутреннего времени, необратимость, долговечность.

В докладе рассматривается концептуальные основы описания оценки, анализа и прогнозирования показателей долговечности сложных систем с учетом следующих факторов:

- 1. Неустойчивостей и необратимости процессов,
- 2. Асимметрии времени
- 3. Большой длительности активного существования систем. При этом основное внимание обращается на раскрытие следующих положении:
- 1. Анализ математических моделей связи неустойчивостей, необратимости и энтропии в сложных системах.
- 2. Хаотические системы и их описание.
- 3. Иерархия внутреннего времени при описании старения сложных систем.
- 4. Описание необратимости в модусах «прошлое будущее» сложных динамических систем.
- 5. Постулаты внутреннего времени в сложных системах.
- 6. Заключение и выводы.
- 7. Значимость и реализуемость исследований состоит в:
 - а) разработана методика последовательности расчета оценок показателей долговечности структурно и функционально сложных критически важных систем с длительными сроками активного существования
 - б) получены три свидетельства о государственной регистрации программ для ЭВМ, в которых реализованы эти методики;
 - в) осуществляется проектирование комплексной информационной системы «Асимметрия времени в модусах прошлое-настоящее будущее».

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Пригожин И. Р. От существующего к возникающему: Время и сложность в физических науках: Пер. с англ. / Под ред. Ю. Л. Климонтовича. Изд. 2-е, доп. М.: Едиториал УРСС, 2002.
- 2. Острейковский, В. А. Асимметрия времени в теории прогнозирования состояния сложных динамических систем: монография/ В. А. Острейковский, Т. Ю. Денисова, Е. Н. Шевченко: Сургут. Гос. ун-т. Сургут: ООО «Печатный мир г. Сургут», 2018. 574 с.
- 3. Острейковский, В. А. Математическое моделирование эффекта асимметрии внутреннего времени в теории долговечности структурно и функционально сложных критически важных систем / Острейковский В. А., Шевченко Е. Н. // Итоги науки. Вып. 37. Избранные труды Международного симпозиума по фундаментальным и прикладным проблемам науки. М.:, РАН, 2018. С. 69 111.

MATHEMATICAL MODELS OF IRREVERSIBILITY AND ASYMMETRY OF TIME IN THE THEORY OF DURABILITY OF STRUCTURALLY AND FUNCTIONALLY COMPLEX CRITICAL SYSTEMS OF LONG ACTIVE EXISTENCE

Ostrejkovskij V. A., Lysenkova S. A.

Surgut State University, Surgut, Russia academicostr@yandex.ru, lsa1108@mail.ru

Keywords: asymmetry of internal time, irreversibility, durability.

The report examines the conceptual framework for describing the assessment, analysis and forecasting of indicators of the durability of complex systems, taking into account the following factors:

- 1. Instability and irreversibility of processes
- 2. Asymmetry of time
- 3. Long duration of active existence of systems
 At the same time, the main attention is paid to the disclosure of the following provisions:
- 1. Analysis of mathematical models of the relationship of instabilities, irreversibility and entropy in complex systems
- 2. Chaotic systems and their description
- 3. Hierarchy of internal time in describing the aging of complex systems
- 4. Description of irreversibility in the "past-future" modes of complex dynamical systems
- 5. Postulates of internal time in complex systems
- 6. Conclusions
- 7. The relevance and feasibility of research is:
 - a) a method has been developed for the sequence of calculating estimates of durability indicators for structurally and functionally complex critical systems with long periods of active existence
- b) three certificates of state registration of computer programs were obtained, in which these methods were implemented;
- c) the design of an integrated information system "Asymmetry of time in the modes of the past-present future" is carried out.

REFERENCES

- 1. Prigozhin I.R. Ot sushchestvuyushchego k voznikayushchemu: Vremya i slozhnost' v fizicheskikh naukakh [From Being to Becoming: Time and Complexity in the Physical Sciences]. Moscow: Eritorial URSS, 2002. 288 p. (In Russian)
- 2. Ostreykovskiy V.A., Shevchenko E.N, Denisova T.U. Asimmetriya vremeni v teorii prognozirovaniya sostoyaniya slozhnyh dinamicheskih sistem [Time asymmetry in the theory of forecasting the state of complex dynamical systems]. Surgut: OOO Pechatnii mir, 2018. 574 p. (In Russian)
- 3. Ostreykovskiy V.A., Shevchenko E.N. Matematicheskoe modelirovanie effekta asimmetrii vnutrennego vremeni v teorii dolgovechnosti strukturno i funktsional'no slozhnykh kriticheski vazhnykh sistem [Mathematical modeling of the asymmetry effect of internal time in the theory of durability of structurally and functionally complex critical systems]. Itogi nauki. Vypusk 37. Izbrannye trudy mezhdunarodnogo simpoziuma po fundamental'nym i prikladnym problemam nauki [The results of science. Issue 37. Selected Works of the International

Symposium on Fundamental and Applied Problems of Science]. Moscow, 2018. Pp 69-111. (In Russian)

СТРУКТУРНЫЙ ПРУНИНГ КОНВОЛЮЦИОННЫХ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ

Пушкарева М. М. 1,a , Карандашев Я. М. 1,6

¹ Федеральный научный центр «Научно-исследовательский институт системных исследований Российской академии наук», г. Москва, Российская Федерация ^a pushkareva.mariia@yandex.ru, ⁶ karandashev@niisi.ras.ru

Kлючевые слова: сокращение нейронных сетей, структурный прунинг, батчнормализация, дропаут.

С распространением и широкой применимостью нейронных сетей возникла потребность использования, а иногда и обучения сетей на устройствах с ограниченной памятью и производительностью. В связи с этим существует множество исследований по сокращению требуемой для нейронной сети памяти и производительности устройства [1]. Одним из основных подходов является прунинг и данный метод показывают хорошие результаты при несущественной потере точности. Однако зачастую в работах предлагается неструктурированный прунинг, применение которого не ускоряет инференс модели [2]. Структурированный прунинг без существенной потери точности в основном представлен с дальнейшим дообучением, что является вычислительно затратной процедурой. В данной работе изучается структурный прунинг для конволюционных сетей и взаимодействие прунинга со слоями батч-нормализации, рассматривается задача классификации CIFAR-10 с использованием фреймворка РуТогсh.

Для устойчивости сети к прунингу в статье [3] предлагалось использовать направленный дропаут. Поэтому мы рассматриваем прунинг на сетях, обученных с использованием дропаута.

Сеть с батч-нормализацией после применения прунинга работает сущесвенно хуже чем аналогичная сеть без слоев батч-нормализации после применения прунинга. Поэтому мы предлагаем перестроить сеть со слоями батч-нормализации, на которой был проведен структурный прунинг, удалив зануленные каналы в конволюционных сетях, так же удалим соответствующие каналы в слое батч-нормализации и нейроны в полносвязных слоях. Таким образом мы получим сеть, которая действительно меньше предыдущей и прямой проход в такой сети будет осуществляться быстрее. Сравнение точности моделей представлено в таблице 1.

	Initial eval	Initial train	Resized eval	Resized train	Tuned eval	Tuned train
0,1	50,49	62,23	59,71	62,02	61,92	62,02
0,2	36,62	55,83	51,27	55,61	55,61	55,61
0,3	27,12	44,69	39,18	44,33	44,37	44,33
0,4	15,95	36,31	31,42	36,17	36,13	36,17
0,5	11,30	27,19	20,92	27,34	27,14	27,34

Таблица 1. Точность (Тор-1) исходной DNN модели и перестроенной модели в режимах eval и train.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Wang E., Davis J., Zhao R., Ng H., Niu X., Luk W., Cheung P., Constantinides G., Deep neural network approximation for custom hardware: Where We've Been, Where We're going. *ACM Computing Surveys*. 2019, Vol. 52, Issue 2. DOI 10.1145/3309551.
- 2. Han S., Mao H., Dally W., Deep Compression: Compressing Deep Neural Networks with Pruning, Trained Quantization and Huffman Coding. 2015. https://arxiv.org/pdf/1510.00149.pdf.
- 3. Gomez A., Zhang I., Swersky, K., Gal Y., Hinton G., Learning Sparse Networks Using Targeted Dropout. 2019. http://arxiv.org/abs/1905.13678.pdf.

STRUCTURED PRUNING OF CONVOLUTIONAL NEURAL NETWORKS

Pushkareva M. M. 1,a , Karandashev I. M. 1,b

¹ Federal Science Center "Scientific Research Institute for System Analysis of Russian Academy of Sciences", Moscow, Russian Federation

^a pushkareva.mariia@yandex.ru, ^b karandashev@niisi.ras.ru

Keywords: reduction of neural networks, structured pruning, batch-normalization, dropout.

With the wide spreading of neural networks, a problem of using and learning on devices with limited memory and performance becomes increasingly more important. Therefore, there are many studies, which investigate reducing required memory and accelerating device performance [1]. One of the main approaches is pruning and this method shows good results with an insignificant loss of accuracy. However, the works often propose unstructured pruning, which does not accelerate the inference of the model [2]. Structured pruning without significant loss of accuracy is mainly presented with further additional training, though it is a computationally expensive procedure. In this paper, we study structural pruning for convolutional networks and the interaction of pruning with batch normalization layers, consider the problem of CIFAR-10 classification using PyTorch framework.

Authors of article [3] introduce targeted dropout, a method for training a neural network so that it is robust to subsequent pruning. Therefore, we consider pruning on networks trained with a dropout. A network with batch normalization after applying pruning performs significantly worse than a similar network without batch normalization layers after applying pruning. Therefore, we propose to rebuild the network with batch normalization layers after structured pruning, removing the null channels in convolutional layers, and also deleting the corresponding channels in the batch normalization layers and neurons in fully connected layers. Thus, we will get a network that is really smaller than the previous one and the network inference is faster. Comparison of the accuracy of the models is presented in Table 1.

	Initial eval	Initial train	Resized eval	Resized train	Tuned eval	Tuned train
0,1	50,49	62,23	59,71	62,02	61,92	62,02
0,2	36,62	55,83	$51,\!27$	55,61	55,61	55,61
0,3	27,12	44,69	39,18	44,33	44,37	44,33
0,4	15,95	36,31	31,42	36,17	36,13	36,17
0,5	11,30	27,19	20,92	27,34	27,14	27,34

Table 1. Accuracy (Top-1) of initial DNN model and resized model in eval and train mode.

REFERENCES

- 1. Wang E., Davis J., Zhao R., Ng H., Niu X., Luk W., Cheung P., Constantinides G., Deep neural network approximation for custom hardware: Where We've Been, Where We're going. *ACM Computing Surveys*. 2019, Vol. 52, Issue 2. DOI 10.1145/3309551.
- 2. Han S., Mao H., Dally W., Deep Compression: Compressing Deep Neural Networks with Pruning, Trained Quantization and Huffman Coding. 2015. https://arxiv.org/pdf/1510.00149.pdf.
- 3. Gomez A., Zhang I., Swersky, K., Gal Y., Hinton G., Learning Sparse Networks Using Targeted Dropout. 2019. http://arxiv.org/abs/1905.13678.pdf.

ВИРТУАЛЬНЫЙ ДАТЧИК ДАВЛЕНИЯ УЭЦН НА ОСНОВЕ ТЕХНОЛОГИЙ МАШИННОГО ОБУЧЕНИЯ

Ржаксинский А. В.

Data Scientist, SAP

По данным компании Сургутнефтегаз текущее покрытие фонда нефтяных скважин датчиками погружной телеметрии не позволяет своевременно узнавать об отклонениях в работе около 40% установок электроцентробежного насоса (УЭЦН).

Алгоритм предупреждения возможных отказов УЭЦН работает по нефтяным скважинам только с установленными датчиками давления и температуры ТМС, которыми оборудовано около 60% таких скважин (более 20 тысяч). Установка такого оборудования в скважине – это затратный процесс, который, помимо стоимости оборудования, требует останова скважины, проведения работ по поднятию всего насосного агрегата.

В работе сформулирована гипотеза о том, что машинное обучение позволит прогнозировать рост показаний отсутствующего датчика по косвенным показателям путем выявления статистической зависимости между данными телеметрии и целевыми показателями. Причём, результат такой прогнозной аналитики необходим непосредственно в АСУТП в реальном режиме времени для своевременного реагирования на изменение состояния скважины. При этом недопустимо использование классических сценариев интеграции информационных систем с вызовом внешних сервисов, так как системы АСУТП, располагающиеся на территориально удаленных производственных площадках, являются критическими для технологических систем нефтедобычи, которые не должны ожидать ответа от внешних сервисов из центра обработки данных (ЦОД). Поэтому необходимо избежать таких сценариев интеграции. В то же время, аналитическая модель в виде численного программного кода, которая выполняется внутри системы АСУТП в режиме реального времени, не является требовательной к вычислительным ресурсам и позволяет решить указанную проблему.

Для решения данной задачи разработана система прогнозирования роста значений гидродинамических параметров в отсутствие погружных датчиков на основе современных методов машинного обучения. Использован инструментарий платформы SAP HANA для сбора, предварительной обработки больших данных телеметрии и обучения регрессионной модели для получения коэффициентов математической зависимости. Разработанная система позволяет увеличивать наработку электропогружных установок и предупреждать об их возможных отказах.

MACHINE LEARNING-BASED VIRTUAL PRESSURE TRANSDUCER FOR ESP UNITS

Rzhaksinsky A. V.

Data Scientist, SAP

As Surgutneftegaz reports, currently only about 40% of oil well electric submersible pump units (ESPs) are equipped with submersible sensors to detect abnormalities in operation.

The ESP fault prevention algorithm applies only to oils wells equipped with TMS submersible pressure and temperature transducers. About 60% of the wells (over 20,000) have such systems. Bottomhole transducer installation is costly: it is not only the hardware cost, but also the well downtime, and the pump unit pulling up costs.

The study proposes a hypothesis: with machine learning, we can forecast the missing transducer readings indirectly by detecting a statistically significant relationship between the other sensor readings and the reference values. The results of such predictive analytics are used by the process control system (PCS) in real-time to enable fast response to the well conditions. The conventional information system integration through external services cannot be used since PCS at removing sites are critical for the oil extraction operations, and such systems cannot wait for responses from external data centers. So, such integration approaches should be avoided. An analytical model implemented as software running on the PCS in real-time that does not require extensive computing capacity can solve the problem.

We developed a machine learning-based system that forecasts the increase of hydrodynamic properties without submersible sensors. The SAP HANA platform is used to acquire, and preprocess a large amount of sensor data, and to train a regression model to obtain the equation factors. The system increases the submersible pump utilization ratio, and warn about their possible failures.

ПРИМЕНЕНИЕ РЕКУРРЕНТНОЙ НЕЙРОННОЙ СЕТИ LONG SHORT-TERM MEMORY ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ РАСПОЗНАВАНИЯ ДЕЙСТВИЙ ЛЮДЕЙ В ВИДЕО

Теплякова А. Р. ^{1,а}, Старков С. О. ^{1,6}

¹Обнинский институт атомной энергетики — филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ», г. Обнинск, Российская Федерация ^а anastasija-t23@mail.ru, ⁶ sergeystarkov56@mail.ru

Ключевые слова: интеллектуальная видеоаналитика, распознавание деятельности людей, рекуррентные нейросети.

На протяжении последних десятилетий происходит стремительное совершенствование систем интеллектуальной видеоаналитики. Такое развитие обусловлено увеличением потребности в видеонаблюдении за различного рода территориями, целью которого является обеспечение безопасности, предотвращение возникновения чрезвычайных ситуаций, фиксация и отслеживание объектов заданных классов и т.д. Системы видеоаналитики всё чаще используются в общественных местах, на производствах и в социальных учреждениях [1].

Целью одного из наиболее широких классов задач видеоаналитики является обнаружение, отслеживание объектов и последующий анализ их состояния с течением времени.

Наиболее часто в качестве объектов выступают люди, а анализу подвергаются дейсвтия, выполняемые ими в повседневной жизни или во время работы. Именно поэтому задача распознавания деятельности людей активно решается большим количеством исследователей по всему миру. Для её решения предлагаются различные методы, каждый из которых имеет свои достоинства, недостатки и особенности применения, однако наибольшие успехи в различных сценариях использования демонстрируют подходы, основанные на рекуррентных нейронных сетях Long short-term memory [2]. Особый интерес представляют подходы, в основе которых лежит использование информации о координатах частей тела человека, так как они являются наиболее точными.

В ходе исследования производится сравнение точностей работы свёрточных и рекуррентных нейронных сетей при решении задачи распознавания деятельности на одних и тех же предобработанных видеозаписях из открытых наборов данных (например, UCF101 [3]), классифицированных по типам деятельности, выполняемой заснятыми людьми, демонстрируется превосходство сетей Long short-term memory. Несмотря на высокую точность, показываемую предлагаемым методом при тестировании на открытых наборах (порядка 0.89), на данном этапе имеют место две существенные проблемы. Первая связана с распознаванием деятельности нескольких людей, для её решения планируется применять алгоритмы отслеживания объектов. Вторая проблема заключается в универсализации процесса создания и предобработки обучающих данных для применения метода в различных предметных областях.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Sreenu, G., Saleem Durai, M.A. Intelligent video surveillance: a review through deep learning techniques for crowd analysis. *J Big Data* 6, 48 (2019). DOI: 10.1186/s40537-019-0212-5.
- 2. Richard Wainwright, R., Shenfield, A. Human Activity Recognition Making Use of Long Short-Term Memory Techniques, *Athens Journal of Sciences* Volume 6, Issue 1 Pages 19-34. DOI: 10.30958/ajs.6-1-2.
- 3. Soomro, K., Roshan Zamir, A., Shah, M. UCF101: A Dataset of 101 Human Actions Classes From Videos in The Wild, *CRCV-TR-12-01*, November, 2012.

APPLICATION OF LONG SHORT-TERM MEMORY RECURRENT NEURAL NETWORK TO SOLVE THE HUMAN ACTIVITY RECOGNITION PROBLEM IN VIDEO

Teplyakova A. R. 1,a , Starkov S. O. 1,b

¹ Obninsk Institute for Nuclear Power Engineering — the branch of the National Research Nuclear University MEPhI, Obninsk, Russian Federation ^a anastasija-t23@mail.ru, ^b serqeystarkov56@mail.ru

Keywords: intelligent video analytics, human activity recognition, recurrent neural networks.

Over the past decades, intelligent video analytics systems have been rapidly improving. This development is due to an increase in the need for video surveillance of various types of territories, the purpose of which is to ensure security, prevent the occurrence of emergency situations, detect and track objects of specified classes, etc. Video analytics systems are increasingly used in public places, in industries and in social institutions [1].

The goal of one of the broadest classes of video analytics tasks is to detect, track objects and then analyze their state over time. Most often, people act as objects, and the actions

performed by them in everyday life or during work are analyzed. That is why the human activity recognition problem is being actively solved by a large number of researchers around the world. Various methods are proposed for its solution, each of which has its own advantages, disadvantages and application features, but the approaches based on recurrent neural networks of Long short-term memory demonstrate the greatest success in various use cases [2]. Of particular interest are approaches based on the use of information about the coordinates of parts of the human body, since they are the most accurate.

During the research, the accuracy of convolutional and recurrent neural networks is compared when solving the problem of activity recognition on the same pre-processed video recordings from open datasets (for example, UCF101 [3]), classified by the types of activities performed by captured people, the superiority of Long short-term memory networks is demonstrated. Despite the high accuracy shown by the proposed method when testing on open datasets (about 0.89), at this stage there are two significant problems. The first is related to the recognition of the activities of multiple people; to solve it, it is planned to use object tracking algorithms. The second problem is the universalization of the process of creating and preprocessing training data for applying the method in various subject areas.

REFERENCES

- 1. Sreenu, G., Saleem Durai, M.A. Intelligent video surveillance: a review through deep learning techniques for crowd analysis. *J Big Data* 6, 48 (2019). DOI: 10.1186/s40537-019-0212-5.
- 2. Richard Wainwright, R., Shenfield, A. Human Activity Recognition Making Use of Long Short-Term Memory Techniques, *Athens Journal of Sciences* Volume 6, Issue 1 Pages 19-34. DOI: 10.30958/ajs.6-1-2.
- 3. Soomro, K., Roshan Zamir, A., Shah, M. UCF101: A Dataset of 101 Human Actions Classes From Videos in The Wild, *CRCV-TR-12-01*, November, 2012.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ КЛАССИФИКАЦИИ НА ОСНОВАНИИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ ДЛЯ ПОДДЕРЖКИ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ ХИРУРГОМ-ФЛЕБОЛОГОМ

Урманцева Н. Р. 1,a , Галкин В. А. 2,6

- ¹ БУ ВО ХМАО-Югры «Сургутский государственный университет», г. Сургут, Российская Федерация
- ² Сургутский филиал Федерального научного центра «Научно-исследовательский институт системных исследований Российской академии наук», г. Сургут, Российская Федерация

a nel-u@yandex.ru 6 val-qal@yandex.ru

Kлючевые слова: система поддержки принятия решений, искусственный интеллект, сверточные нейронные сети, флебология.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант 20-04-60123.

В РФ порядка 1 000 000 человек инвалидизировано вследствие наличия хронических заболеваний вен нижних конечностей. Новая коронавирусная инфекция очень часто сопровождается тромбозами глубоких вен – ожидается прирост пациентов с данным диагнозом. Вместе с тем существующая система диагностики нередко приводит к неправильной классификации степени тяжести венозной патологии и, как следствие, к оперативному вмешательству в тех случаях, когда в нём необходимость отсутствует.

Настоящее исследование предполагает создание персонифицированной интеллектуальной системы поддержки принятия решений для диагностики и определения показаний к наиболее распространенной форме сосудистых заболеваний у человека - хронических заболеваний вен, причем осложненных хронической венозной недостаточностью.

Проблема заключается в трудности постановки правильного диагноза при хронической венозной недостаточности. Направление ИИ в медицине активно развивается («Ассоциация разработчиков и пользователей медицинских ИИ-систем», «Botkin.AI» [1], «Unim», ИИ-сервис «Эксперт»), однако решение проблемы пока не найдено.

Система поддержки принятия решений для постановки диагноза о хронической венозной недостаточности для врачей-флебологов построена на базе сверточной нейронной сети, которая способна поставить в соответствие код классификации хронических заболеваний вен СЕАР изображениям нижних конечностей пациента. Задача классификации является одной из самых распространенных задач, которую решают нейронные сети. В качестве данных для обучения и тестирования нейронной сети используются фотографии нижних конечностей пациентов, которым были поставлены в соответствие различные классы заболеваний венозной системы.

Сбор материалов для обучения и тестирования осуществлен с помощью вебприложения для врачей-флебологов [2], позволяющего собирать и хранить данные о пациентах и их диагнозах, а затем использовать эти данные для дообучения нейронной сети. Архитектура приложения состоит из двух функциональных модулей: frontend разработан на Angular, backend – на Node.js. Сам набор данных насчитывает более десяти тысяч изображений разной степени качества, ракурсов и углов поворота, что позволяет более точно классифицировать венозную недостаточность. Нейронная сеть разработана с помощью библиотеки для машинного обучения TensorFlow и надстройки Keras, нацеленной на оперативную работу с сетями глубокого обучения.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Платформа для анализа и обработки медицинских изображений с технологиями искусственного интеллекта. Режим доступа: https://botkin.ai/.
- 2. Система по сбору данных для ИА в МИС. Режим доступа: https://phleb.vita-control.ru/.

SOLUTION OF THE CLASSIFICATION PROBLEM BASED ON THE USE OF NEURAL NETWORKS TO SUPPORT DECISION-MAKING BY A PHLEBOLOGIST SURGEON

Urmantseva N. R. ^{1,a}, Galkin V. A. ^{2,b}

 1 Surgut State University, Surgut, Russian Federation

² Surgut Office, Scientific Research Institute for System Analysis of the Russian Academy of Sciences, Surgut, Russian Federation

^a nel-u@yandex.ru ^b val-gal@yandex.ru

Keywords: decision support system, artificial intelligence, convolutional neural networks, phlebology.

This study is supported by RFBR grant 20-04-60123.

In the Russian Federation, about 1,000,000 people are disabled due to the presence of chronic diseases of the leg veins. The new coronavirus infection is frequently accompanied by deep vein thrombosis - an increase in patients with this diagnosis is expected. At the same time, the

existing diagnostic system often leads to an incorrect classification of the venous pathology severity and, as a consequence, to surgical intervention in cases where there is no need for it.

This study involves the creation of a personalized intelligent decision support system for diagnosing and determining indications for the most common form of vascular diseases in humans - chronic venous diseases, moreover, complicated by chronic venous insufficiency.

The problem lies in the difficulty of making the correct diagnosis in chronic venous insufficiency. The direction of AI in medicine is actively developing ("Association of Developers and Users of Medical AI Systems", "Botkin.AI" [1], "Unim", AI service "Expert"), but a solution to the problem has not been found yet.

The decision support system for making a diagnosis of chronic venous insufficiency for phlebologists is based on a convolutional neural network that can match the CEAP classification code for chronic venous diseases to images of the patient's legs. The classification problem is one of the most common problems that neural networks solve. As data for training and testing the neural network, photographs of the patients legs who were assigned different classes of the venous system diseases are used.

The collection of materials for training and testing was carried out using a web application for phlebologists [2], which allows collecting and storing data about patients and their diagnoses, and then using this data for additional training of the neural network. The application architecture consists of two functional modules: the frontend is developed in Angular, the backend is developed in Node.js. The dataset itself contains more than ten thousand images of varying degrees of quality, angles and angles of rotation, which makes it possible to more accurately classify venous insufficiency. The neural network is developed using the TensorFlow machine learning library and the Keras add-on, aimed at operational work with deep learning networks. This work was supported by the Russian Foundation for Basic Research, grant 20-04-60123.

REFERENCES

- 1. A platform for the analysis and processing of medical images with artificial intelligence technologies. Available at: https://botkin.ai/.
- 2. System for collecting data for IA in MIS. Access mode: https://phleb.vita-control.ru/.

НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ПАРАМЕТРОВ ПСИХИЧЕСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ЧЕЛОВЕКА

Филатов М. А., Колосова А. И., Макеева С. В., Хвостов Д. Ю.

Сургутский государственный университет, ул. Ленина, 1, Сургут, Россия, 628400, filatovmik@yandex.ru

Ключевые слова: нейросеть, системы третьего типа, эффект Еськова-Зинченко.

Почти 20 лет назад был доказан эффект Еськова-Зинченко (ЭЕЗ) в биомеханике. За эти два десятилетия мы распространили этот ЭЕЗ и на многие другие параметры функций организма человека. Было доказано отсутствие статистической устойчивости и для параметров электромиограмм (ЭМГ), кардиоинтервалов (КИ), электроэнцефалограмм (ЭЭГ) и т.д. Все это доказывает реальность неопределенности второго типа, когда любая выборка параметров организма произвольно не может быть повторена. Все эти выборки уникальны.

Этот ЭЕЗ доказывает реальность неопределенности 2-го типа, т.е. отсутствие статистической устойчивости выборок $x_i(t)$ параметров функций организма. Однако в новой теории хаоса-самоорганизации существует и неопределенность 1-го типа. В этом случае

выборки $x_i(t)$ статистически совпадают, но реально испытуемые находятся в разных физиологических (психических, физических) состояниях.

Инверсия понятий характерна для систем третьего типа (СТТ), которые W.Weaver в 1948 году вывел за пределы ДСН. Живые системы (СТТ) должны описываться в рамках ТХС, где имеются другие понятия, другие законы и другие модели. Все это излагается с теоремой К. Gödel, т.е. нужен выход за пределы ДСН [1, 2]. Именно этим мы сейчас мы и занимаемся в психофизиологии, где вводятся понятия неопределенностей 1-го и 2-го типов и даются новые модели для описания СТТ. В частности, для раскрытия неопределенностей 1-го типа мы используем искусственные нейросети в двух новых режимах. Эти режимы следуют из свойств реальных нейросетей мозга (НСМ), которые генерируют непрерывный хаос (биопотенциалов мозга – ЭЭГ) и непрерывные реверберации. Хаос начальных параметров искусственных нейросетей (ИНС) в виде задания начальных весов W_{i0} диагностических признаков $x_i(t)$ из интервала $W_{i0} \in (0, 1)$ и хаотических ревербераций (настроек ИНС при решении одной и той же задачи). В режиме хаоса и ревербераций (не менее 1000 повторных настроек ИНС) мы в итоге можем ранжировать признаки $x_i(t)$ по значениям итоговых W_i . Это и есть системный синтез в психофизиологии. Указанный подход был нами использован для раскрытия неопределенностей 1-го типа для двух конкретных примеров. В-первых, исследовались несколько психических функций (ПФ) группы учащихся г. Сургута и учащихся средней полосы РФ. Оказалось, что несколько параметров $x_i(t)$ вектора состояний $\Pi\Phi$ $x=x(t)=(x_1,\ x_2,\dots x_m)^T$ в m-мерном $\Phi\Pi C$ статистически совпадают. Их выборки не могут различаться с позиций ДСН, т.е. возникает неопределенность 1-го типа.

Однако ИНС эту неопределенность разрешает и мы можем ранжировать эти признаки $x_i(t)$ и выделить параметры порядка x_i^* . Аналогичное применение ИНС было и для групп девочек и мальчиков, которых перевозили с Севера на Юг РФ (в г. Туапсе). При этом эти группы подвергались трансширотным перемещениям и оздоровительным мероприятиям. Однако методы ДСН не могли показать статистические различия выборок [1].

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Filatova O.E., Bashkatova Yu.V., Shakirova L.S., Filatov M.A. Neural network technologies in system synthesis // IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering 1047 (2021) 012099 doi:10.1088/1757-899X/1047/1/012099
- 2. Khadartsev A.A., Eskov V.V., Pyatin V.F., Filatov M.A. The Use of Tremorography for the assessment of motor functions // Biomedical engineering. 2021. Vol. 54, No. 6. Pp. 388-392.

PARAMETERS' INSTABILITY OF HUMAN MENTAL ACTIVITIES

Filatov M. A., Kolosova A. I., Makeeva S. V., Khvostov D. Yu. Surgut State University, Lenin Street 1, Surgut, Russia, 628400, filatovmik@yandex.ru

Keywords: neural network, systems of the third type, Eskov-Zinchenko effect.

The Eskov-Zinchenko effect was proved in biomechanics almost 20 years ago. Over these two decades, we have extended this effect to many other human body functions parameters. The lack of statistical stability was also proved for the parameters of electromyograms (EMG), cardiointervals (CI), electroencephalograms (EEG) and so on. All this scientifically proves the reality of the second type of uncertainty, when any sample of organism parameters cannot be arbitrarily repeated. All these samples are unique.

The Eskov-Zinchenko effect proves the reality of the second type uncertainty, which means the lack of statistical stability of $x_i(t)$ samples of body functions parameters. However, in the new theory of chaos-self-organization, there is also an uncertainty of the 1st type. In this case, the $x_i(t)$ samples statistically coincide, but in reality the subjects are in different states (physiological, mental, and physical). The inversion of concepts is typical for systems of the third type, which W. Weaver took out of the borders of the determinism and stochastics in 1948. Living systems should be described in the framework of chaos-self-organization theory, with other concepts, laws and models. All this has been stated with K. Gödel's theorem, i.e. we need to go beyond the determinism and stochastics [1, 2]. This is what we are doing now in psychophysiology, where the concepts of uncertainties of the 1st and 2nd types are introduced and new models are given for description of the living systems. Particularly, to discover type 1 uncertainties, we use artificial neural networks in two new modes. These modes follow from the properties of a brain neural networks, which generate continuous chaos and reverberations. Chaos of the initial parameters of artificial neural networks in the form of setting the initial W_{i0} weights of diagnostic $x_i(t)$ features from the interval $W_{i0} \in (0, 1)$ and chaotic reverberations (artificial neural networks settings when solving the identical problem). In the chaos and reverberation mode, at least 1000 repeated artificial neural networks settings, we can finally rank the $x_i(t)$ features by the values of the final W_i . This is a systemic synthesis in psychophysiology. We used this approach to open type 1 uncertainties for two specific examples. First, several mental functions of a group of students in the city of Surgut and students in the middle zone of the Russian Federation were investigated.

It turned out that several $x_i(t)$ parameters of the mental functions state vector $x=x(t)=(x_1, x_2, \ldots, x_m)^T$ statistically coincide in the m-dimensional phase space of state. Their samples cannot differ from the standpoint of deterministic and stochastic science, i.e. uncertainty of the 1st type arises. However, artificial neural network resolves this ambiguity and we can rank these $x_i(t)$ features and select the order parameters x_i^* . The similar way artificial neural network was applied for groups of girls and boys who were transported from the North to the South of the Russian Federation (in Tuapse). At the same time, these groups were subjected to trans-latitudinal movements and recreational activities. However, determinism and stochastic methods could not indicate statistical differences between samples [1].

REFERENCES

- Filatova O.E., Bashkatova Yu.V., Shakirova L.S., Filatov M.A. Neural network technologies in system synthesis // IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering 1047 (2021) 012099 doi:10.1088/1757-899X/1047/1/012099
- 2. Khadartsev A.A., Eskov V.V., Pyatin V.F., Filatov M.A. The Use of Tremorography for the assessment of motor functions // Biomedical engineering. 2021. Vol. 54, No. 6. Pp. 388-392.

Механика композитных материалов и проектирование конструкций

Руководитель секции: Глеб Леонидович Горынин

Доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой строительных технологий и конструкций Сургутского государственного университета

Section moderator:

Prof. Gleb Leonidovich Gorynin

Doctor of Science (Physics and Mathematics), Head, Dept. of Building Technologies and Structures, Surgut State University

РАСЧЁТ КРИВОЛИНЕЙНЫХ СТЕРЖНЕЙ В ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ПОСТАНОВКЕ

Горынин Г. Л. 1,a , Иванов А. В. $^{1,\delta}$

 1 Сургутский государственный университет, г. Сургут, Российская Федерация a qqorynin@list.ru, 6 sketcherrus8@qmail.com

Ключевые слова: криволинейные слоистые стержни, слоистое кольцо, математическое моделирование, метод асимптотического расщепления.

Работа поддержана грантом РФФИ № 18-47-860015.

Решается пространственная задача теории упругости. Используется метод асимптотического расщепления для математического моделирования напряжённого состояния криволинейных стержней, основанный на поиске решений в виде:

$$(u_{\alpha}^{\eta})_{i}^{n} = \sum_{k=0}^{N} (U_{\alpha}^{\eta})_{i}^{k} \frac{d^{k} \eta^{(n)}}{d \psi^{k}} \varepsilon^{k}, \qquad \left(\sigma_{\alpha \beta}^{\eta}\right)_{i}^{n} = \sum_{k=0}^{N} \left(\tau_{\alpha \beta}^{\eta}\right)_{i}^{k} \frac{d^{k} \eta^{(n)}}{d \psi^{k}} \varepsilon^{k}.$$

Получены уравнения деформирования криволинейных стержней.

$$\sum_{m=0}^{2} B_{r}^{v_{r},2m} \frac{d^{2m} v_{r}^{(n)}}{d\psi^{2m}} \varepsilon^{2m} + \sum_{m=1}^{2} B_{r}^{v_{y},2m} \frac{d^{2m} v_{y}^{(n)}}{d\psi^{2m}} \varepsilon^{2m} +$$

$$+ \sum_{m=0}^{1} B_{r}^{v_{\psi},2m+1} \frac{d^{2m+1} v_{\psi}^{(n)}}{d\psi^{2m+1}} \varepsilon^{2m+1} = -p_{0} \cos \left(\psi_{0} \cdot \left(\frac{1}{2} - \psi \right) \right),$$

$$\begin{split} \sum_{m=0}^{2} \left(B_{\psi}^{v_r,2m+1} \frac{d^{2m+1} v_r^{(n)}}{d\psi^{2m+1}} + B_{\psi}^{v_y,2m+1} \frac{d^{2m+1} v_y^{(n)}}{d\psi^{2m+1}} \right) \varepsilon^{2m+1} + \\ + \sum_{m=1}^{1} B_{\psi}^{v_\psi,2m} \frac{d^{2m} v_{\psi}^{(n)}}{d\psi^{2m}} \varepsilon^{2m} &= p_0 \sin \left(\psi_0 \cdot \left(\frac{1}{2} - \psi \right) \right), \\ \sum_{m=1}^{2} \left(B_y^{v_r,2m} \frac{d^{2m} v_r^{(n)}}{d\psi^{2m}} + B_y^{v_y,k} \frac{d^{2m} v_y^{(n)}}{d\psi^{2m}} \right) \varepsilon^{2m} + \sum_{m=0}^{1} B_y^{v_\psi,2m+1} \frac{d^{2m+1} v_\psi^{(n)}}{d\psi^{2m+1}} \varepsilon^{2m+1} &= 0. \end{split}$$

Результаты сравниваются с классическими решениями, основанными на использовании теории сопротивления материалов.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Gorynin G.L., Nemirovskii Yu.V. Deformation of laminated anisotropic bars in the three-dimensional statement 1. Transverse-longitudinal bending and edge compatibility condition // Mechanics of Composite Materials, Vol. 45, № 3, 2009. pp. 257–280.
- 2. Gorynin G.L., Nemirovskii Y. Deformation of laminated anisotropic bars in the three-dimensional statement 2. Effect of edge boundary layers on the stress-strain properties of the composite // Mechanics of Composite Materials, Vol. 46, № 1, 2010. pp. 130–143.

CALCULATION OF CURVILINEAR RODS IN SPATIAL STATEMENT

Gorynin G. L.^{1,a}, Ivanov A. V.^{1,b}
¹ Surgut State University, Surgut, Russian Federation

^a ggorynin@list.ru, ^b sketcherrus8@gmail.com

Keywords: curvilinear layered rods, layered ring, mathematical modeling, asymptotic splitting method.

This work was supported by the RFBR grant No. 18-47-860015.

The spatial problem of the theory of elasticity is being solved. The method of asymptotic splitting is used for mathematical modeling of the stress state of curved rods, based on the search for solutions in the form:

$$(u_{\alpha}^{\eta})_{i}^{n} = \sum_{k=0}^{N} (U_{\alpha}^{\eta})_{i}^{k} \frac{d^{k} \eta^{(n)}}{d \psi^{k}} \varepsilon^{k}, \qquad \left(\sigma_{\alpha \beta}^{\eta}\right)_{i}^{n} = \sum_{k=0}^{N} \left(\tau_{\alpha \beta}^{\eta}\right)_{i}^{k} \frac{d^{k} \eta^{(n)}}{d \psi^{k}} \varepsilon^{k}.$$

The equations of deformation of curved rods are obtained.

$$\sum_{m=0}^{2} B_{r}^{v_{r},2m} \frac{d^{2m} v_{r}^{(n)}}{d\psi^{2m}} \varepsilon^{2m} + \sum_{m=1}^{2} B_{r}^{v_{y},2m} \frac{d^{2m} v_{y}^{(n)}}{d\psi^{2m}} \varepsilon^{2m} + \sum_{m=0}^{1} B_{r}^{v_{\psi},2m+1} \frac{d^{2m+1} v_{\psi}^{(n)}}{d\psi^{2m+1}} \varepsilon^{2m+1} = -p_{0} \cos\left(\psi_{0} \cdot \left(\frac{1}{2} - \psi\right)\right),$$

$$\sum_{m=0}^{2} \left(B_{\psi}^{v_r,2m+1} \frac{d^{2m+1}v_r^{(n)}}{d\psi^{2m+1}} + B_{\psi}^{v_y,2m+1} \frac{d^{2m+1}v_y^{(n)}}{d\psi^{2m+1}} \right) \varepsilon^{2m+1} + \sum_{m=1}^{1} B_{\psi}^{v_\psi,2m} \frac{d^{2m}v_{\psi}^{(n)}}{d\psi^{2m}} \varepsilon^{2m} = p_0 \sin\left(\psi_0 \cdot \left(\frac{1}{2} - \psi\right)\right),$$

$$\sum_{m=1}^{2} \left(B_{y}^{v_{r},2m} \frac{d^{2m} v_{r}^{(n)}}{d\psi^{2m}} + B_{y}^{v_{y},k} \frac{d^{2m} v_{y}^{(n)}}{d\psi^{2m}} \right) \varepsilon^{2m} + \sum_{m=0}^{1} B_{y}^{v_{\psi},2m+1} \frac{d^{2m+1} v_{\psi}^{(n)}}{d\psi^{2m+1}} \varepsilon^{2m+1} = 0.$$

The results are compared with classical solutions based on the theory of strength of materials.

REFERENCES

- Gorynin G.L., Nemirovskii Yu.V. Deformation of laminated anisotropic bars in the threedimensional statement 1.Transverse-longitudinal bending and edge compatibility condition // Mechanics of Composite Materials, Vol. 45, No 3, 2009. – pp. 257–280.
- 2. Gorynin G.L., Nemirovskii Y. Deformation of laminated anisotropic bars in the three-dimensional statement 2. Effect of edge boundary layers on the stress-strain properties of the composite // Mechanics of Composite Materials, Vol. 46, No 1, 2010. pp. 130–143.

СРАВНЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ РАСЧЕТА ПРЕДВАРИТЕЛЬНО НАПРЯЖЕННОЙ И ТРАДИЦИОННОЙ ТРУБОБЕТОННЫХ СТОЕК

Горынин Г. Л. 1,a , Снигирева В. А. $^{1,\delta}$

 1 Сургутский государственный университет, г. Сургут, Российская Φ едерация a ggorynin@list.ru, 6 snow-vera@mail.ru

Kлючевые слова: традиционная трубобетонная стойка, предварительно напряженная трубобетонная стойка, СП 266.1325800.2016.

Работа поддержана грантом РФФИ № 18-47-860015

Рассмотрен расчет внецентренно сжатой трубобетонной стойки нагруженной осевой силой P и моментом M. Согласно СП 266.1325800.2016 «Конструкции сталежелезобетонные. Правила проектирования» (далее СП) были постоены графики величины силы P, умноженной на эксцентриситет из СП п.7.2 (рис.1б) и величины предельного момента из СП п.7.2. (рис.1в) для традиционной трубобетонной стойки (h=3,5м., бетон В 35, сталь С245, R=0,344 м., R=0,360 м.). Точка пересечения этих графиков соответствует предельно допустимым величинам P и M. Также для аналогичной предварительно напряженной трубобетонной стойки (с выступом бетонного ядра d=0,025m.) в соответствии с представленным в работе [1] подходом был построен график зависимости предельно допустимого момента M от силы P (рис.1а).

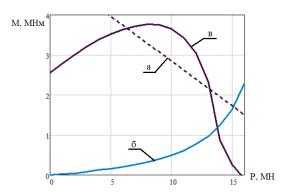


Рис.1. График зависимости предельной величины момента от осевой сжимающей силы.

Несущая способность предварительно напряженной трубобетонной стойки превышает несущую способность традиционной стойки на 11% по величине предельного момента при предельной силе P, определенной по СП. При этом следует иметь в виду, что в СП не учитывается нарушение совместной работы стальной трубы и бетонного ядра в поперечном направлении. Следовательно предварительно напряженные трубобетонные стойки являются перспективными конструкциями, и для их развития и внедрения требуется разработка соответствующей нормативной документации.

ЛИТЕРАТУРА

1. Г.Л. Горынин, В.А. Снигирева. Внецентренно сжатая предварительно напряженная трубобетонная стойка // Архитектурно-строительный и дорожно-транспортный комплексы: проблемы, перспективы, новации: сборник материалов V Международной научно-практической конференции, посвященной 90-летию ФГБОУ ВО «СибАДИ», 2021. Омск: СибАДИ, 2021. С. 486–492

COMPARISON OF THE CALCULATION RESULTS OF PRESTRESSED AND TRADITIONAL CONCRETE FILLED STEEL TUBE COLUMNS

Gorynin G. L. ^{1,a}, Snigireva V. A. ^{1,b}

¹Surgut State University, Surgut, Russia

Keywords: traditional concrete filled steel tube column, prestressed concrete filled steel tube column, Code of Practice 266.1325800.2016.

This study is supported by RFBR grant No 18-47-860015.

The calculation of eccentrically compressed concrete filled steel tube column loaded with axial force P and moment M is considered. According to Code of Practice 266.1325800.2016 "Steel-reinforced concrete structures. Design rules" (hereinafter referred to as CP) graphs of the force P multiplied by the eccentricity from the CP clause 7.2 (Fig. 1b) and the value of the limited moment from the CP clause 7.2 (Fig. 1c) for a traditional concrete filled steel tube column (h = 3.5m., concrete B35, steel C245, $R_{int} = 0.344$ m., $R_{ext} = 0.360$ m.) were constructed. The intersection point of these graphs corresponds to the ultimate values of P and M. Also, for the similar prestressed concrete filled steel tube column (with protrusion of concrete core d = 0.025 m), in accordance with the approach presented in [1], a graph of the dependence of the ultimate moment M on the force P was constructed (Fig. 1a).

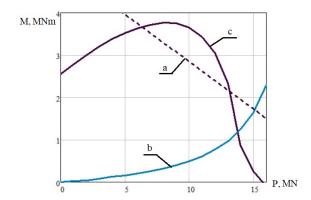


Fig.1. The graph of the dependence of the ultimate moment on the axial compressive force.

a ggorynin@list.ru, b snow-vera@mail.ru

The bearing capacity of the prestressed concrete filled steel tube column exceeds the bearing capacity of a traditional column by 11% in terms of the value of the ultimate moment at the ultimate force P, determined by the CP. It should be borne in mind that the CP does not take into account break of contact between steel tube and concrete core in transverse direction. Consequently, prestressed concrete filled steel tube column are promising structures, and for their development and implementation, the development of appropriate regulatory documentation is required.

REFERENCES

1. Snigireva, V.A., Gorynin, G.L. The nonlinear stress-strain state of the concrete-filled steel tube structures. Magazine of Civil Engineering. 2018. No 83 (7). Pp. 73–82.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ В АРМИРОВАННЫХ СЛОЯХ ДОРОЖНОЙ ОДЕЖДЫ

Матвеев С. А.

Сибирский государственный автомобильно-дорожный университет (СибАДИ) dfsibadi@mail.ru

Напряжения в произвольном i-м слое дорожной одежды определяются из выражений, записанных для случая, когда материал i-го слоя ортотропный или изотропный, поэтому для них справедливы соотношения

$$\sigma_{x}^{i} = A_{11}^{i} \varepsilon_{x} + A_{12}^{i} \varepsilon_{y} - A_{1T}^{i} T^{i};
\sigma_{y}^{i} = A_{21}^{i} \varepsilon_{x} + A_{22}^{i} \varepsilon_{y} - A_{2T}^{i} T^{i};
\tau_{xy}^{i} = A_{33}^{i} \gamma_{xy}.$$
(1)

Для изотропного (неармированного) слоя упругие постоянные находятся из выражений

$$A_{11}^{i} = A_{22}^{i} = \frac{E^{i}}{1 - (\nu^{i})^{2}}; \quad A_{12}^{i} = A_{21}^{i} = \frac{\nu^{i} E^{i}}{1 - (\nu^{i})^{2}}.$$
 (2)

где E^i, ν^i — модуль упругости и коэффициент Пуассона i-го упругого слоя; i — порядковый номер слоя.

Коэффициенты температурной упругости рассчитываются из выражений, которые для изотропного слоя, работающего в условиях технической теории изгиба, принимают вид

$$A_{1T}^i = A_{2T}^i = \frac{\alpha^i E^i}{1 - \nu^i} \,, \tag{3}$$

где α^{i} коэффициент линейного температурного расширения i го упругого слоя.

Анализируя результаты вычисления напряжений в четырехслойной конструкции дорожной одежды, состоящей из двух верхних слоев асфальтобетона с армирующей прослойкой между ними и цементобетонной плитой в основании, можно сделать вывод о том, что если на прогибы влияние армирования ее верхних слоёв практически не сказывается, то на изгибающие моменты и растягивающие напряжения в цементобетонной плите оно весьма существенно. Так, при коэффициенте постели $C_z = 10^6$ к $\Pi a/m$ введение армирующей прослойки толщиной $\delta = 1 \times 10^{-3}$ м из геосетки между двумя верхними слоями асфальтобетона приводит к снижению изгибающего момента в многослойной плите на 25,7% и снижению растягивающих и сжимающих напряжений в цементобетонной плите соответственно на 24,7 и 26,3 %.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. *Матвеев С.А., Немировский Ю.В.* Армированные дорожные конструкции: моделирование и расчет. Новосибирск: Наука, 2006. 348 с.
- 2. *Матвеев С.А.* Моделирование и расчет многослойной армированной плиты на упругом основании // Образование, наука и техника: XXI век (Сборник научных статей). Выпуск 6 /Сост. и науч. ред. О.А.Яворук. Ханты-Мансийск: ЮГУ, 2008. С. 121–126.

STRESS DETERMINATION IN REINFORCED PAVEMENT LAYERS

Matveev S. A.

Siberian State Automobile and Highway University (SibADI) dfsibadi@mail.ru

The stresses in an arbitrary i-th layer of the pavement are determined from the expressions written for the case when the material of the i-th layer is orthotropic or isotropic, therefore, the following relations are valid for them

$$\sigma_x^i = A_{11}^i \varepsilon_x + A_{12}^i \varepsilon_y - A_{1T}^i T^i;
\sigma_y^i = A_{21}^i \varepsilon_x + A_{22}^i \varepsilon_y - A_{2T}^i T^i;
\tau_{xy}^i = A_{33}^i \gamma_{xy}.$$
(1)

For an isotropic (unreinforced) layer, the elastic constants are found from the expressions

$$A_{11}^{i} = A_{22}^{i} = \frac{E^{i}}{1 - (\nu^{i})^{2}}; \quad A_{12}^{i} = A_{21}^{i} = \frac{\nu^{i} E^{i}}{1 - (\nu^{i})^{2}}.$$
 (2)

where E^i, ν^i is the modulus of elasticity and Poisson's ratio of the *i*-th elastic layer; *i* is the number of the layer.

The coefficients of thermal elasticity for an isotropic layer are calculated from the expressions

$$A_{1T}^{i} = A_{2T}^{i} = \frac{\alpha^{i} E^{i}}{1 - \nu^{i}} \,, \tag{3}$$

here α^i is the coefficient of linear thermal expansion of the i – th elastic layer.

Analyzing the results of calculating stresses in a four-layer pavement structure consisting of two upper layers of asphalt concrete with a reinforcing layer between them and a cement-concrete plate at the base, it can be concluded that if the deflections are practically not affected by the reinforcement of its upper layers, then the bending moments and tensile stresses in a concrete slab, it is very significant. So, with a base ratio $C_z = 10^6 \text{ kPa/m}$, the introduction of a reinforcing layer with a thickness $\delta = 1 \times 10^{-3}$ m of a geogrid between the two upper layers of asphalt concrete leads to a decrease in the bending moment in a multi-layer plate by 25.7% and a decrease in tensile and compressive stresses in a cement-concrete plate respectively by 24.7 and 26.3%.

REFERENCES

- 1. Matveev S.A., Nemirovsky Yu.V. Reinforced road structures: modeling and calculation. Novosibirsk: Nauka, 2006. 348 p.
- 2. Matveev S.A. Modeling and calculation of a multilayer reinforced plate on an elastic foundation // Education, science and technology: XXI century (Collection of scientific articles). Issue 6 / Comp. and scientific. ed. O. A. Yavoruk. Khanty-Mansiysk: YuSU, 2008. Pp. 121–126.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ РАБОЧЕГО ОРГАНА УПЛОТНЯЮЩЕЙ ДОРОЖНОЙ МАШИНЫ С АКТИВНОЙ ОБЛАСТЬЮ ГРУНТОВОЙ СРЕДЫ

Михеев В. В. ^{1,а}, Савельев С. В. ^{2,6},

¹ Омский государственный технический университет, Омск, Российская Федерация 2 Сибирский государственный автомобильно-дорожный университет, Омск, Российская Федерация a vvm125@mail.ru, 6 saveliev_sergval@mail.ru

Kлючевые слова: уплотнение, грунтовая среда, контактное давление, дорожные катки, сосредоточенные параметры.

В работе рассматривается задача описания взаимодействия рабочего органа уплотняющей машины (вальца дорожного катка) с грунтом земляного полотна. Предлагается физико-механическая модель деформирования, в том числе и неупругого, активной области грунтового слоя под воздействием периодического квазистационарного возмущения, характерного для статических и вибрационных режимов уплотнения грунтовых сред дорожными катками.

Материал слоя рассматривается как упруговязкопластичная среда, оказывающая при уплотняющем деформирующем воздействии сопротивление рабочему органу катка. Активная область представляется в виде динамической системы взаимодействующих массивных тел, обобщая подход сосредоточенных параметров [1], [2]. Уравнения движения тел системы строятся в рамках Лагранжева формализма классической механики с сухим трением, реализующим один из механизмов пластичности. [3] Характеристики тел системы определяются с учетом реологических свойств материала, изменяющихся по его толщине в силу неоднородности распределения механических напряжений. Метод позволяет учесть изменение физико-механических свойств материала слоя с накоплением пластических деформаций.

Предложенный подход, являясь обобщением метода, развитого авторами в [4], позволяет выявить режимы поверхностного воздействия, реализующие деформирование материала слоя с максимальной передачей энергии, затрачиваемой на пластическое деформирование. Это позволяет решить важную техническую задачу выявления комплекса параметров, определяющих энергоэффективных режимов работы уплотняющих дорожных машин.

Результаты моделирования были реализованы в среде компьютерной алгебры Maple. Численный эксперимент с параметрами реального катка и уплотняемого слоя супесчаного и суглинистого дал результаты, показавшие удовлетворительное соответствие с результатами экспериментов.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Баловнев, В.И. Моделирование процессов взаимодействия со средой рабочих органов дорожно–строительных машин: учеб. пособие для вузов / В.И. Баловнев. 2–е изд., перераб. М.: Машиностроение, 1994. 432 с.
- 2. Ter–Martirsyan, Z.G Vibration of Embedded Foundation at Multi-layered Base Taking into Account Non–linear and Rheological Properties of Soils / Z.G.Ter–Martirsyan, A.Z. Ter–Martirsyan, E.S. Sobolev // Procedia Engineering. Vol. 153. PP. 747–753. DOI: 10.1016/j.proeng.2016.08.237
- 3. Козлов В. В., Лагранжева механика и сухое трение / В.В.Козлов // Нелинейная Динамика, 2010, т. 6, N 4, с. 855–868. DOI:10.20537/nd1004009

4. V V Mikheyev and S V Saveliev Modelling of deformation process for the layer of elastoviscoplastic media under surface action of periodic force of arbitrary type 2018 J. Phys.: Conf. Ser. 944 012079 DOI:10.1088/1742-6596/944/1/012079

MODELING OF THE INTERACTION BETWEEN WORKING TOOL OF THE COMPACTOR AND ACTIVE VOLUME OF THE SOIL LAYER

Mikheyev V. V. 1,a, Saveliev S. V. 2,b

Omsk state technical university, Omsk, Russian Federation
 Siberian state Automobile and Highway University, Omsk, Russian Federation
 a vvm125@mail.ru, b saveliev_sergval@mail.ru

Keywords: compaction, soil media, contact pressure, road roller, lumped parameters.

The paper deals with problem of description of dynamic interaction for the system "work tool of the road machine (road roller) - media of soil layer". The mechanical model of deformation of active volume of the soil including plastic deformation is considered in the work. The surface deforming force is assumed to be of periodic quasistatic type which is traditionally used for static and vibratory road rollers.

Soil of the layer is considered as viscoelastic material with ability of plastic deformation which can resist to the deforming surface force caused by work tool of the road roller. Active volume is predented as a dynamic system of interacting massive parts, applying the approach of lumped parameters [1], [2]. Equations of motion for the massive bodies of the system are obtained through Lagrange formalism of classical mechanics. They included dry friction force along with elastic, quasi-elastic and viscous resistance. [3] Dry friction was implemented in the model to take into account one of the plasticity mechanisms. Mechanical properties of the bodies of the system (in the framework of the lumped parameters) are calculated with consideration of inhomogeneous rheological properties of the material which are unevenly distributed with the depth of the soil layer. This is the result of the distribution of the normal stress with the depth of the soil. Suggested method allows to take into account the change of mechanical properties of the soil material during the saturation of plastic deformations.

The method discussed in the paper extends the formalism which was developed by the authors in [4]. It allows to reveal the regimes of surface deformation which cause the most energy efficient plastic deformation of the soil layer. This corresponds with the most effective energy transmission from the work tool of the compactor to the soil material. The technical problem of selection of the set of regime parameters providing energy efficient work patterns for compacting road machines can be solved.

Results of the modeling were realized as a program in "Maple 2016" computer algebra system. Numerical experiment which had taken into account parameters of real rollers and layers of clay loam and sandy loam had shown fairly good correspondence with experimental data.

REFERENCES

- 1. Balovnev V.I. Modeling of interaction between the working tool of road building machine and soil media. 1994. 432 p. (in Russian)
- 2. Ter-Martirsyan, Z.G Vibration of Embedded Foundation at Multi-layered Base Taking into Account Non-linear and Rheological Properties of Soils. / Z.G.Ter-Martirsyan, A.Z. Ter-Martirsyan, E.S. Sobolev //Procedia Engineering. -Vol. 153. -PP. 747-753. DOI: 10.1016/j.proeng.2016.08.237

- 3. Kozlov V.V. Lagrange mechanics and dry friction. Nonlinear dynamics, 2010, V. 6, No 4, Pp. 855–868. DOI:10.20537/nd1004009
- 4. V V Mikheyev and S V Saveliev Modelling of deformation process for the layer of elastovis-coplastic media under surface action of periodic force of arbitrary type 2018 J. Phys.: Conf. Ser. 944 012079DOI:10.1088/1742-6596/944/1/012079

МОДЕЛИРОВАНИЕ СВОЙСТВ МНОГОРЯДНЫХ СОЕДИНЕНИЙ ПО РЕЗУЛЬТАТАМ ИСПЫТАНИЙ ОДНОТОЧЕЧНЫХ ОБРАЗЦОВ

Михеев П. В. ^{1,а}, Артемьев А. В. ^{2,6}, Мостовой Г. Е. ^{3,в}, Конюшенков А. В. ^{3,г} ^{1}OOO «Аквифер», г. Электросталь, Московская область, Российская Федерация 2 Московский авиационный институт, г.Москва, Российская Федерация $^{3}\Phi\Gamma У\Pi$ НИИграфит, Москва, Российская Федерация a mipv@yandex.ru, 6 and art 61@qmail.com, B mostovoy.qennady@yandex.ru, r konju@yandex.ru

Ключевые слова: напряжения смятия, композитные соединения, многорядные соединеия.

В реальных конструкциях возникает необходимость соединять детали из слоистых полимерных композиционных материалов разъемными или неразъемными способами.

Для исследований образцы были изготовлены методом пропитки углеродной ткани 4510 связующим PRISM ES2400 с объёмным распределением волокон: (40/40/20), (20/60/20), (60/20/20). Схема армирования образцов: $(08/\pm452\times4/904)$; $(04/\pm452\times6/904)$ и $(012/\pm452\times2/904)$. Расчётная толщина образцов ≈ 3.6 мм*.

Конечно-элементная модель соединений была создана в программном комплексе MSC. Patran/Nastran. В качестве препроцессора был использован MSC.Patran, а решение про-изводилось с помощью решателя MSC. Nastran. Также была рассчитана прочность многорядных соединений по данным смятия одноточечного соедиения.

Для расчета используются приведенные свойства пакета E_1 =84,20 ГПа, E_2 =39,72 ГПа, μ_{12} =0,114, G_{12} =10,11ГПа. Для накладок заданы свойства титана

 $E=110~\Gamma\Pi a,~\mu=0.35.~$ Для болтов заданы свойства стали $E=210~\Gamma\Pi a,~\mu=0.35.~$ Один край образца закреплен, а на другой приложена растягивающая нагрузка с помощью MPC — элемента. В зоне крепежа контакт смоделирован с помощью MPC — элементов, которые фиксируют половину отверстия, которая попадает в зону контакта. Болты и иголки смоделированы Bar — элементами. Для расчета используется значение предельного напряжения смятия σ cm=461 МПа.

Выводы: 1. Практически подтверждено: применение профилированных металлических пластин, перераспределяющих нагрузку между рядами КЭ в соединении, кардинально снижает «привес» не только за счет равного нагружения КЭ, но и за счет уменьшения массы самих металлических пластин.

2. Прогноз удовлетворительно совпал с экспериментом по растяжению модельных многорядных соединений.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Карпов Я.С. Соединение деталей и агрегатов из композиционных материалов. Научное издание ХАИ, 2006г. 359 с.
- 2. Васильев В.В. Механика конструкций из композиционных материалов / В.В. Васильев. М.: Машиностроение, 1988. 272 с.

- 3. Берт Ч. Расчет пластин / Ч. Берт // Композиционные материалы: в 8 т.: пер. с англ.; под ред. Л. Браутмана и Р. Крока. Т. 7. Анализ и проектирование конструкций; под ред. К. Чамиса. М.: Машиностроение, 1978. Ч. 1. С. 154–209.
- 4. Технология выполнения высокоресурсных заклепочных и болтовых соединений в конструкциях самолетов / А.И. Ярковец, О.С. Сироткин, В.А. Фирсов, И.М. Киселев. М.: Машиностроение. 1987, 192 с.

MODELING OF MULTI-ROW JOINT PROPERTIES BASED ON SINGLE-POINT SAMPLE TEST RESULTS

Mikheev P. V. ^{1,a}, Artemyev A. V. ^{2,b}, Mostovoy G. E. ^{3,c}, Konyushenkov A. V. ^{3,d}

¹ LLC "Aquifer", Moscow region, Ellectrostal, Russia

² Moscow Aviation Institute, Moscow, Russia

³ NIIgrafit, Moscow, Russia

^a mipv@yandex.ru, ^b andart61@gmail.com, ^c mostovoy.gennady@yandex.ru,

^d konju@yandex.ru

Keywords: crushing stresses, composite joints, multi-row joints.

In actual construction it is necessary to connect laminated polymer composite (PCM) parts in detachable or non-detachable joints.

For research, the samples were made by impregnating carbon fabric 4510 with PRISM binder ES2400 with a volumetric distribution of fibers: (40/40/20), (20/60/20), (60/20/20). Reinforcement scheme of -samples: $(08/\pm 452 \times 4/904)$,: $(04/\pm 452 \times 6/904)$ and $(012/\pm 452 \times 2/904)$. Calculated thickness of samples ≈ 3.6 mm *.

FEM model was created in the MSC software complex. Patran/Nastran. MSC.Patran was used as the preprocessor, and the solution was made using the MSC solver. Nastran. The strength of multi-row joints was also calculated according to the crushing of the single-point joint.

For calculation, the specified properties of the package E1 = 84.20 GPa, E2 = 39.72 GPa, μ 12 = 0,114, G12 = 10, 11GPa are used. Titanium properties are specified for overlays

E = 110 GPa, $\mu = 0.35$. Properties of steel E = 210 GPa, $\mu = 0.35$ are set for bolts. One edge of the sample is fixed, and on the other a tensile load is applied using an MPC element. In the fastening zone, the contact is modeled with MPC elements that fix the half of the hole that enters the contact zone. Bolts and needles are modeled Bar - elements. To calculate, the value of the limit stress of crumpling 461 MPa is used.

Conclusions: 1. Practically confirmed: the use of profiled metal plates redistributing the load between the FE rows in the connection drastically reduces the "weight" not only due to equal loading of the FE, but also due to a decrease in the mass of the metal plates themselves.

2 Prediction satisfactorily coincided with the experiment of stretching model multi-strand joints

REFERENCES

- 1. Karpov Y.S. Connection of parts and assemblies from composite materials. Scientific edition of KhAI, 2006. 359 p. (in Russian)
- 2. Vasiliev V.V. Mechanics of structures from composite materials/V.V. Vasiliev. M.: Engineering, 1988. 272 p.

- 3. Bert Ch. Plate calculation / Ch. Bert // Composite materials: in 8 vols.: Pen. From English; ed. L. Brautman and R. Krok. T. 7. Structural analysis and design; ed. K. Chamis. M.: Mechanical Engineering, 1978. PART 1. P. 154–209.
- 4. Technology of high-resource riveting and bolting connections in aircraft structures / A.I. Yarkovets, O.S. Sirotkin, V.A. Firsov, I.M. Kiselev. M.: Engineering. 1987, 192 pages.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННОГО АРМИРОВАНИЯ ВЫСОКОПЛОТНЫХ ТОЛСТОСТЕННЫХ ЗАГОТОВОК СЛОИСТЫХ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ

Михеев П. В. ^{1,а}, Бухаров С. В. ^{2,6}, Лебедев А. К. ^{3,в}

 ^{1}OOO «Аквифер», г. Электросталь, Московская область, Российская Федерация 2 Московский авиационный институт, г.Москва, Российская Федерация $^{3}\Phi\Gamma Y\Pi$ НИИграфит, Москва, г,Российская Федерация a mipv@yandex.ru, 6 bukharovsv@mail.ru, B alebedev.job@gmail.com

Ключевые слова: пространственно-армированный композит, преформа, прошивка, тафтинг, углеродные материалы.

Объективные недостатки слоистых полимерных композитов как конструкционных материалов — слабое сопротивление межслойному сдвигу и трансверсальному отрыву, повышенная чувствительность к концентрации напряжений и развитие повреждений в межслоевом пространстве — могут быть в значительной мере сглажены формированием пространственно-армированной структуры армирующей системы с усилением трансверсальных связей.

В качестве объекта исследований рассмотрена технология тафтинга, модифицированная для получения толстостенных высокоплотных заготовок УУКМ с массовой долей пространственной армирующей компоненты не менее 2%.

Анализ свойств материалов-аналогов позволяет отметить преимущество предлагаемого материала в области теплофизических свойств, обеспечиваемое повышенной плотностью новой преформы и наличием пространственных связей в виде натянутых жгутов. Пространственные каркасы существующих толстостенных пространственно-армированных материалов формируются на основе регулярных систем из пултрузионных высокоплотных стержней (МКУ4М-7) или из натянутых нитей (КИМФ), не позволяющих реализовать высокую плотность каркаса, что обусловливает заниженные теплофизические характеристики и повышенное значение коэффициента линейного температурного расширения. Современный материал «Импресскон», основой которого служит преформа, изготовленная по модифицированной иглопробивной технологии, обладает достаточным для обеспечения высокой жесткости количеством трансверсальных связей, однако, существенно теряет при этом в прочности в плоскости слоя. Предлагаемый новый материал лишен этих недостатков.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Донецкий К.И., Раскупит А.Е., Хилов П.А., Лукьяненко Ю.В., Белинис П.Г., Коротыгин А. Л. Объемные текстильные преформы, используемые при изготовлении полимерных композиционных материалов. Труды ВИАМ, 2015, №9. С. 77–85.
- 2. Бухаров С.В., Лебедев А.К., Зинин А.В., Базаев Е.М. Технология пространственно армированных полимерных волокнистых композиционных материалов в аэрокосмической технике. В сборнике: Материалы и технологии нового поколения для перспективных

- изделий авиационной и космической техники. Сборник докладов II Научно-технической конференции. ФГУП ВИАМ. 2015. С. 14.
- 3. Донецкий К.И., Хрульков А.В., Коган Д.М., Белинис П.Г., Лукьяненко Ю.В. Применение объемно-армирующих преформ при изготовлении изделий из ПКМ. Авиационные материалы и технологии. 2013, №1. С. 45–49.
- 4. Dransfield K, Baillie C, Mai Y-W. Improving the delamination resistance of CFRP by stitching. A review. Compos Sci Technol 1994;50(3):305–17.
- 5. Dell'Anno G, Treiber J, Partridge I. Manufacturing of composite parts reinforced throughthickness by tufting. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing. 37. 10.1016.

HIGH DENSITY TRANSVERSAL REINFORCED THICK-WALLED COMPOSITE MODELLING

Mikheev P. V. ^{1,a}, Bukharov S. V. ^{2,b}, Lebedev A. K. ^{3,c}

¹ Akvifer ltd., Electrostal, Moscow region, Russia

² Moscow Aviation Institute (National Research University) Moscow, Russia

³NIIGraphite JSC, Moscow, Russia

^amipv@yandex.ru, ^b bukharovsv@mail.ru, ^c alebedev.job@qmail.com

Keywords: tufting, three-dimensional composite, transversal laminate reinforcement.

Obvious disadvantages of laminated polymer matrix composites as construction materials – low interlaminar shear strength, transverse tensile strength, high stress concentrator sensitivity and interlaminar damage extension effects can be reduced by organization of spatial arrangement reinforcement structure with transversal bonds strengthening. One of the possible ways to produce thick walled composite parts with complex configuration is mechanical treatment of a semifinished spatial billet, that have reinforcement scheme, similar with producing part.

Application of presented thick-walled laminates spatial arrangement reinforcement technology will allow production preforms with increased density. Experimentally usage of modified tufting technology approved in carbon-carbon composite transverse preform reinforcement application. Tufting step 5x5mm, preform thickness 50mm, 0.793kg/m3 preform density reached. Modified technology have shown much less fiber damage compare to convenience KSL-tufting.

Following the research program three preforms with dimensions 200x100x50mm were manufactured. After preform manufacturing they were multiple impregnated with melted coal pitch. Laminate consist of 150 layers of UT-900-3K-240-ED, 240g/m² carbon fabric produced by "Argon". Laminate packet mass was 765g, transversal reinforcement density was defined as 5mm. Forming of transverse bonds was made with the help of experimental advance tufting machine to provide minimal fiber wear damage. The difference of a modified technology from KSL-tufting is in specific cinematic of a machine and original needle construction. It was experimentally established that the tensile strength of the UKN-M-3K-ED thread from PAN-based carbon fiber produced by "Argon", which was removed from the preform averages 83% of the initial one, which seems to be a good result for a 50 mm thick billet.

REFERENCES

1. Donetsky K.I., Khilov P.A., Lukyanenko U.V., Bellinks P.G., Korotygin A.L. Volumetric textile preforms for polymer matrix composites applications. – Trudi VIAM, 2015, No 9., c. 77-85.

- Bukharov S.V., Lebedev A.K., Zinin A.V., Bazaev E.M. Technology of spatial arrangement reinforcement for fiber-based polymer matrix composite materials in aerospace applications.

 Digest of articles: New generation materials and technologies for perspective aviation and spacecraft applications. Digest of articles of II Scientific and Technical Conference FGUP VIAM. 2015 p.14.
- 3. Donetsky K.I., Khrulkov A.V., Kogan D.M., Belinis P.G., Lukyanenko U.V. Application of spatial arrangement preforms at PMC product manufacturing. Aviation materials and technologies. 2013, No 1. P 45-49.
- 4. Dransfield K, Baillie C, Mai Y-W. Improving the delamination resistance of CFRP by stitching. A review. Compos Sci Technol 1994;50(3):305–17

ЭЙЛЕРОВА МОДЕЛЬ ГИДРОМЕХАНИКИ И ДВЕ ЗАДАЧИ ТЕОРИИ ДВИЖЕНИЯ ЭНЕРГИИ

Соколов С. Б.

Сургутский государственный университет, г. Сургут, Российская Φ едерация sokolovsb@list.ru

Kлючевые слова: поток энергии, конвективный перенос, волновой перенос, эйлерова модель.

В докладе представлены результаты анализа движения жидкости с точки зрения теории движения энергии (ТДЭ) [3]. Полученные результаты дают основания для альтернативной интерпретации физических принципов движения жидкости.

Теоретические представления о поведении жидкостей основываются на эйлеровой модели, которая описывает динамику сплошной среды как динамику частицы с постоянной массой и использует второй закон Ньютона в формулировке вида

$$\mathbf{F} = m\frac{d\mathbf{v}}{dt}.\tag{1}$$

Однако, если постулаты Ньютона в классической механике обоснованы опытом и экспериментами, то для жидкостей такого подтверждения нет. В рамках ТДЭ возможна экспериментальная проверка соответствия поведения жидкости и выбранной модели.

В ТДЭ возможны два варианта применения (прямая и обратная задачи). Прямая задача предполагает метод, позволяющий получать уравнения движения среды, если экспериментально установлены особенности движения энергии в этой среде. Обратная задача наоборот, требует получить уравнения движения энергии, если известны уравнения движения среды.

Для жидкостей реализована обратная задача, где рассмотрены уравнения гидродинамики. В рамках прямой задачи интерпретируются известные эксперименты [5]. Результаты оказываются несимметричными в отношении форм переноса энергии, которые обусловлены фундаментальной особенностью эйлеровой модели. Выводы прямой задачи допускают только форму волнового переноса и исключительно волновое движение самой жидкости, включая направленное течение.

Для описания волнового движения жидкости удобной представляется формулировка 2 закона Ньютона в виде

$$\mathbf{F} = \mathbf{v} \cdot \rho \frac{dV}{dt} = \mathbf{v} \cdot \rho c A,\tag{2}$$

где c — скорость потока энергии, $\mathrm{d}V/\mathrm{d}t$ — скорость изменения объема движущейся жидкости; A —площадь, через которую происходит поток энергии.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Гидродинамика. М.: Наука, 1988. 734 с.
- 2. Стокер Дж.Дж. Волны на воде. М.: Издатинлит, 1959. 618 с.
- 3. Умов Н.А. Уравнения движения энергии в телах (1874). В кн. Н.А.Умов. *Избранные сочинения*. Под ред. С.А.Предводителева. М.-Л.: Гостехиздат, 1950: 151-201.
- 4. Христианович С.А. Неустановившееся движение в каналах и реках. В кн. *Некоторые* новые вопросы механики сплошной среды. М.-Л.: Изд. АН СССР, 1938: 13-154.
- 5. Russell J.S. Report on waves. Report on the 14 meeting British Assoc. for the Adv.Sci., CityplaceLondon, *John Murray*. 1845: 311-90.

EULER MODEL OF FLUID MECHANICS AND TWO PROBLEMS OF THE THEORY OF ENERGY MOTION

Sokolov S. B.

Surgut State University, Surgut, Russian Federation sokolovsb@list.ru

Keywords: energy flux, convective transfer, wave transfer, Euler model.

In the report, results of analysis of fluid flow from the point of view of the theory of energy motion (TEM) [5] are presented. The results obtained provide grounds for an alternative interpretation of the physical principles of fluid motion.

Theoretical knowledge of the behavior of fluids is based on Euler model. It describes the dynamics of continuum as the dynamics of a particle with constant mass and used 2^{nd} CityplaceNewton law in a form like this

$$\mathbf{F} = m \frac{d\mathbf{v}}{dt}.\tag{1}$$

But, if CityplaceNewton's postulates in classical mechanics are substantiated by experience and experiments, then there is not such confirmation for fluids. It is possible, within the framework of the TDE, to check experimentally the correspondence between the behavior of a fluid and the chosen model..

There are two variants of TEM application (direct and inverse problems). The direct problem assumes the approach to obtain the laws of a medium motion if properties of energy motion in the medium are experimentally established. The inverse problem, on the contrary, requires obtaining the equations of motion of energy if the equations of motion of the medium are known.

Only the inverse problem was solved earlier for fluids with fluid dynamics equations. Well-known experiments [3] were interpreted for the direct problem solution. Analysis shows these two problems are not symmetrical for the forms of energy transfer because of fundamental feature of the Euler model of hydrodynamics. The conclusions of the direct problem admit only the form of wave energy transfer in fluids and exclusively wave motion of fluid itself including a direct flow.

For the wave behavior of a fluid flow, it seems more convenient to formulate Newton's second law as

$$\mathbf{F} = \mathbf{v} \cdot \rho \frac{dV}{dt} = \mathbf{v} \cdot \rho cA,\tag{2}$$

where c - the energy flux velocity, dV/dt - the rate of change in the volume of a moving fluid; A - the area through which energy flux passes.

REFERENCES

- 1. Christianovich S.A. Unsteady fluid flow in canals and rivers. In: Some new problems of continuum mechanics. Moscow Leningrad: Ac.Sci.USSR Publ. 1938: 13–154. (In Russ)
- 2. Landau L.D., Lifshitz E.M. Fluid Mechanics. NY, Pergamon Press: 1987. 540 p.
- 3. Russell J.S. Report on waves. Report on the 14 meeting British Assoc. for the Adv.Sci., CityplaceLondon, *John Murray*. 1845 : 311–90.
- 4. Stoker J.J. Water Waves. The Mathematical Theory with Applications. NY CityplaceLondon, Interscience. 1957: 568 p.
- 5. Umow N.A. Ableitung der bewegungsgleichungen der energie in kontinuirlichen körpern. Zeitschrift fur Mathematik und Physik. 1874: 19: 418–431. (in German)

Дистанционные доклады в Сургуте

СРЕДНЕЕ ЧИСЛО РАССЕЯНИЯ ПРИ ДИФФУЗНОМ ОТРАЖЕНИИ

Аветисян М. Г. 1,a , Шапошникова И. В. 1,6

¹ Бюджетное учреждение высшего образования «Сургутский государственный университет», г. Сургут, Российская Федерация a avetisjan56@gmail.com, 6 i-v-sh@mail.ru

Kлючевые слова: теория переноса излучения, точки поглощения кванта, вероятность выхода кванта из среды, вероятность выживания кванта, интегралы Лебега, σ -алгебра Бореля.

Теория переноса лучистой энергии представляет собой важнейший раздел квантовой физики [1, 2, 3]. Рассмотрим задачу о диффузном отражении кванта от одномерной среды $[0,\infty)$ [4,5,6]. Пусть Ω пространство всевозможных траекторий кванта, входящего в среду $[0,\infty)$ через границу $\{0\}$. Ω^1 – это множество траекторий, выходящих из среды через границу $\{0\}$, а Ω^2 – это множество траекторий, заканчивающихся в среде $[0,\infty)$. Обозначим через $N(\omega)$, $\omega \in \Omega$ число точек рассеяния в траектории ω и положим $\Omega_N^j = \{\omega | \omega \in \Omega^j, N(\omega) = N\}$, j=1,2. В каждом пространстве Ω_N^j , $N \geq 0$, j=1,2 определена N - мерная мера Лебега на борелевской σ -алгебре B_N^j . Тогда на пространствах Ω^j , j=1,2 и Ω можно ввести соответственно меры $\mu(d\omega)$ и $m(d\omega)$ на σ -алгебрах $B^j = \bigcup_{N\geq 0} B_N^j$

и $B=B^1\bigcup B^2$. Введем распределение вероятностей на пространстве (Ω,B) , плотность которого относительно меры $m(d\omega)$ задается формулой

$$p_{\lambda}\left(\omega\right) = \left\{ \begin{array}{ll} \left(\frac{\lambda}{2}\right)^{\mathrm{N}(\omega)} \, 5^{-\ell^{1}(\omega)} \; , & npu \, \omega \in \Omega^{1} \\ \left(\frac{\lambda}{2}\right)^{\mathrm{N}(\omega)-1} \left(1-\lambda\right) \, 5^{-\ell^{2}(\omega)} \, , & npu \, \omega \in \Omega^{2} \; \; , \, \text{где } \lambda {\in} (0,1). \\ 0, & npu \, \mathrm{N}\left(\omega\right) = 0 \end{array} \right.$$

Вычислим среднее число точек рассеяния $\overline{N}(\omega)$ как математическое ожидание случайной величины $N(\omega)$:

$$\overline{N}(\omega) = \int_{\Omega} N(\omega) p_{\lambda}(\omega) m(d\omega).$$

В результате получим формулу:

$$\overline{N}\left(\omega\right) = \frac{2 - \lambda - 2\sqrt{1 - \lambda}}{\lambda\sqrt{1 - \lambda}}.$$

ЛИТЕРАТУРА

- 1. *Амбарцумян В. А.* Научные труды: В 2-х т. / под ред. В.В. Соболева; АН Арм. ССР. Ереван: Изд-во АН Арм. ССР, 1960. Т.1. С. 175-180.
- 2. Соболев В. В. Курс теоретической астрофизики, 3-е изд. М.: Наука, 1985. С. 9-26.
- 3. Chandrasekhar S. Radiative transfer. Dover Publications, INC. New York. 1960. P. 208-230.
- 4. Avetisian M.H. Mathematical model for one transfer problem // Integral Eg. Math. Phys. V1 №1, 1992. P. 146-151.
- 5. *Аветисян М. Г.* Диффузное отражение света // Вестник кибернетики. 2017. № 3 (27). С. 113–118.
- 6. *Аветисян М. Г., Шапошникова И. В.* Об одном бесконечномерном интеграле // Вестник кибернетики. 2019. № 3 (35). С. 6–13.

AVERAGE NUMBER OF SCATTERING BY DIFFUSE REFLECTION

Avetisyan M. G. ^{1,a}, Shaposhnikova I. V. ^{1,b}

¹Surgut State University, Surgut, Russian Federation ^a avetisjan56@qmail.com, ^b i-v-sh@mail.ru

Keywords: theory of radiation transfer, quantum absorption points, probability of quantum escape from the environment, probability of quantum survival, Lebesgue integrals, Borel σ -algebra.

The theory of radiation transfer is the most important section of quantum physics [1, 2, 3]. Consider the problem of diffuse scattering of light from a one-dimensional environment $[0,\infty)$ [4,5,6]. Let us denote the space of all possible trajectories of the quantum entering the environment $[0,\infty)$ through the boundary $\{0\}$ by Ω . Let Ω^1 be the set of all trajectories that leave the medium through the boundary $\{0\}$ and let Ω^2 be the set of those trajectories that end in the environment $[0,\infty)$.

Denote the number of absorption points in the trajectory ω by and put $\Omega_{\rm N}^j=\{\omega|\omega\in\Omega^j,\ {\rm N}\,(\omega)={\rm N}\},\ j=1,2.$ In each space $\Omega_N^j,{\rm N}\geq0,\ j=1,2$ is defined the N dimensional Lebesgue measure on Borel σ -algebra ${\boldsymbol B}_N^j$. Then on spaces $\Omega^j,\ j=1,2$ and Ω you can enter the appropriate measures $\mu(d\omega)$ and $m(d\omega)$ on σ -algebras $B^j=\bigcup_{N\geq0}B_N^j$ and $B=B^1\bigcup B^2$. Let us introduce

a probability distribution on the space (Ω, B) , whose density relative to the measure $m(d\omega)$ is given by the formula:

$$p_{\lambda}\left(\omega\right) = \begin{cases} \left(\frac{\lambda}{2}\right)^{\mathrm{N}(\omega)} 5^{-\ell^{1}(\omega)} , & \text{with } \omega \in \Omega^{1} \\ \left(\frac{\lambda}{2}\right)^{\mathrm{N}(\omega)-1} (1-\lambda) 5^{-\ell^{2}(\omega)} , & \text{with } \omega \in \Omega^{2} \\ 0, & \text{with } \mathrm{N}\left(\omega\right) = 0 \end{cases}, \text{ here } \lambda \in (0,1).$$

We calculate the average number of scattering points $\overline{N}(\omega)$ as the mathematical expectation of a random variable $N(\omega)$:

$$\overline{N}(\omega) = \int_{\Omega} N(\omega) p_{\lambda}(\omega) m(d\omega).$$

As a result, we obtain the formula:

$$\overline{N}(\omega) = \frac{2 - \lambda - 2\sqrt{1 - \lambda}}{\lambda\sqrt{1 - \lambda}}.$$

REFERENCES

- 1. Ambarcumjan V.A. Nauchnye trudy : V 2-h t. / pod red. V.V. Soboleva ; AN Arm. SSR. Erevan : Izd-vo AN Arm. SSR, 1960. V.1. 430 p.
- 2. Sobolev V. V. Kurs teoreticheskoj astrofiziki, 3-e izd. M.: Nauka, 1985. 504 p.
- 3. Chandrasekhar S. Radiative transfer. London (Oxford University Press) 1950. 8vo. 393 p.
- 4. Avetisyan *M.H.* Mathematical model for one transfer problem // Integral Eg. Math. Phys. V1 No 1, 1992.
- 5. Avetisyan M. G. Diffuse reflection of light // Proceedings in Cybernetics. 2017. No 3 (27). P. 113–118.
- 6. Avetisyan M. G., Shaposhnikova I. V. One infinite-dimensional integral // Proceedings in Cybernetics. 2019. No 3 (35). P. 6–13.

ЭРГОДИЧЕСКИЕ ТЕОРЕМЫ В НЕКОММУТАТИВНЫХ АТОМИЧЕСКИХ СИММЕТРИЧНЫХ ПРОСТРАНСТВАХ

Азизов А. Н. 1,a , Чилин В. И. 1,6

 1 Национальный университет Узбекистана, г. Ташкент, Узбекистан a azizov.07@mail.ru, 6 vladimirchil@gmail.com

Ключевые слова: некоммутативное вполне симметричное пространство, атомическая алгебра фон Неймана, оператор Данфорда-Шварца, индивидуальная эргодическая теорема, статистическая эргодическая теорема..

Пусть \mathcal{M} полуконечная алгебра фон Неймана с единицей $\mathbf{1}$, τ точный нормальный полуконечный след на \mathcal{M} , и пусть $L(\mathcal{M},\tau)$ есть *-алгебра всех τ -измеримых операторов, присоединенных к \mathcal{M} . Для каждого $x^* = x$ из $L(\mathcal{M},\tau)$ через $e_{\lambda}(x) = \{x \leq \lambda\}$ обозначается спектральный проектор, отвечающий числовому промежутку $(\infty, \lambda]$.

Невозрастающая перестановка τ -измеримого оператора $x \in L(\mathcal{M}, \tau)$ определяется с помощью равенства $\mu_t(x) = \inf\{\lambda > 0 : \tau(\mathbf{1} - e_{\lambda}) \le t\}.$

Обозначим через $L_{\tau}(\mathcal{M})$ *-подалгебру в $L(\mathcal{M},\tau)$ всех тех x, у которых $\tau(\mathbf{1}-e_{\lambda}(|x|))<\infty$ при некотором $\lambda=\lambda(x)>0$. Ненулевое линейное подпространство $E\subset L_{\tau}(\mathcal{M})$ с банаховой нормой $\|\cdot\|_E$ называется некоммутативным вполне симметричным пространством, если из условий $x\in E,\ y\in L_{\tau}(\mathcal{M}),\ \int\limits_0^s \mu_t(y)dt \leq \int\limits_0^s \mu_t(x)dt$ для всех s>0, следует, что $y\in E$ и $\|y\|_E\leq \|x\|_E$. Известно, что для любого такого пространства верны включения $L_1(\mathcal{M},\tau)\cap\mathcal{M}\subset E\subset L_1(\mathcal{M},\tau)+\mathcal{M},$ где $L_1(\mathcal{M},\tau)=\{x\in L_{\tau}(\mathcal{M}):\|x\|_1=\int\limits_0^\infty \mu_t(x)dt<\infty\}.$ Говорят, что $(E,\|\cdot\|_E)$ имеет порядково непрерывную норму, если $\|x_n\|_E\downarrow 0$ для любой последовательности $\{x_n\}_{n=1}^\infty\subset E$ с $x_n\downarrow 0$.

Линейный оператор $T: L_1(M,\tau) + \mathcal{M} \to L_1(M,\tau) + \mathcal{M}$ называется оператором Данфорда-Шварца (пишем $T \in DS$), если $\|T(x)\|_1 \leq \|x\|_1$ для всех $x \in L_1(\mathcal{M},\tau)$ и $\|T(x)\|_{\infty} \leq \|x\|_{\infty}$ при каждом $x \in \mathcal{M}$, где $\|\cdot\|_{\infty}$ — операторная норма в \mathcal{M} . Известно, что $T(E) \subset E$ и $\|T\|_{E \to E} \leq 1$ для всех $T \in DS$ и любого некоммутативного вполне симметричного пространства E. Положим $A_n(T) = \frac{1}{n+1} \sum_{k=0}^n T^k$.

Ниже предполагается, что \mathcal{M} является атомической алгеброй фон Неймана, в которой все атомы имеют одинаковые значения следа τ . В этом случае, $L_{\tau}(\mathcal{M}) = \mathcal{M}$, и для некоммутативного вполне симметричного пространства $(E, \|\cdot\|_E) \subset L_{\tau}(\mathcal{M})$, либо $E = \mathcal{M}$, либо $E \subseteq \mathcal{M} \cap \mathcal{C}(\mathcal{M})$, где $(\mathcal{C}(\mathcal{M}), \|\cdot\|_{\infty})$ есть C^* -подалгебра всех компактных операторов

из \mathcal{M} . Следующее утверждение устанавливает версии индивидуальной и статистической эргодических теорем для некоммутативных вполне симметричных пространств $(E, \|\cdot\|_E)$ из $\mathcal{M} \cap \mathcal{C}(\mathcal{M})$.

Теорема. (I). Для каждого оператора $T \in DS$ и любого элемента $x \in E$ существует такое $\widehat{x} \in E$, что $||A_n(T)(x) - \widehat{x}||_{\infty} \to 0$ при $n \to \infty$. Кроме того, для всякого положительного элемента $x \in \mathcal{M} \setminus \mathcal{C}(\mathcal{M})$ существует такой оператор $T \in DS$, для которого последовательность $\{A_n(T)(x)\}$ не сходится относительно нормы $\|\cdot\|_{\infty}$.

(II). Последовательность средних $\{A_n(T)\}$ сходится сильно в $(E, \|\cdot\|_E)$ для всех $T \in DS$ в том и только в том случае, когда норма $\|\cdot\|_E$ порядково непрерывна и не эквивалентна норме $\|\cdot\|_1$.

ERGODIC THEOREMS IN NONCOMMUTATIVE ATOMIC SYMMETRIC SPACES

Azizov A. N.^{1,a}, Chilin V. I.^{1,b}

¹ National University of Uzbekistan, Tashkent, Uzbekistan ^a azizov.07@mail.ru, ^b vladimirchil@qmail.com

Keywords: noncommutative fully symmetric space, atomic von Neumann algebra, Dunford-Schwartz operator, individual ergodic theorem, main ergodic theorem.

Let \mathcal{M} be a semifinite von Neumann algebra with a unit $\mathbf{1}$, and let τ be a faithful normal semifinite trace on \mathcal{M} . Let $L(\mathcal{M},\tau)$ be the *-algebra of all τ -measurable operators affiliated with \mathcal{M} . For every $x^* = x \in L(\mathcal{M},\tau)$ by $e_{\lambda}(x) = \{x \leq \lambda\}$ we denote spectral projector, corresponding to the interval $(\infty, \lambda]$.

A non-increasing rearrangement of the τ -measurable operator $x \in L(\mathcal{M}, \tau)$ defined by the equality $\mu_t(x) = \inf\{\lambda > 0 : \tau(\mathbf{1} - e_{\lambda}) \le t\}$.

Denote by $L_{\tau}(\mathcal{M})$ a *-subalgebra in $L(\mathcal{M},\tau)$ of all those elements x such that $\tau(\mathbf{1} - e_{\lambda}(|x|)) < \infty$ for some $\lambda = \lambda(x) > 0$. A nonzero linear subspace $E \subset L_{\tau}(\mathcal{M})$ with a Banach norm $\|\cdot\|_{E}$ is called a noncommutative fully symmetric space, if from the conditions

$$x \in E, \ y \in L_{\tau}(\mathcal{M}), \ \int_{0}^{s} \mu_{t}(y)dt \leq \int_{0}^{s} \mu_{t}(x)dt \quad \text{for all} \quad s > 0,$$

it follows that $y \in E$ and $||y||_E \leq ||x||_E$. It is known that for any noncommutative fully symmetric space E, the embeddings $L_1(\mathcal{M},\tau) \cap \mathcal{M} \subset E \subset L_1(\mathcal{M},\tau) + \mathcal{M}$ are true, where $L_1(\mathcal{M},\tau) = \{x \in L_\tau(\mathcal{M}) : ||x||_1 = \int\limits_0^\infty \mu_t(x)dt < \infty\}.$

It is said that $(E, \|\cdot\|_E)$ has the order continuous norm if $\|x_n\|_E \downarrow 0$ for any sequence $\{x_n\}_{n=1}^{\infty} \subset E$ with $x_n \downarrow 0$.

A linear operator $T: L_1(M,\tau) + \mathcal{M} \to L_1(M,\tau) + \mathcal{M}$ is called the Dunford-Schwartz operator (writing: $T \in DS$), if $||T(x)||_1 \leq ||x||_1$ for all $x \in L_1(\mathcal{M},\tau)$ and $||T(x)||_{\infty} \leq ||x||_{\infty}$ for each $x \in \mathcal{M}$, where $||\cdot||_{\infty}$ is the operator norm in \mathcal{M} . It is known that $T(E) \subset E$ and $||T||_{E \to E} \leq 1$ for all $T \in DS$ and for any noncommutative fully symmetric space E. Let $A_n(T) = \frac{1}{n+1} \sum_{k=0}^{n} T^k$.

It is assumed below that \mathcal{M} is an atomic von Neumann algebra in which all atoms have the same values of trace τ . In this case, $L_{\tau}(\mathcal{M}) = \mathcal{M}$, and for a noncommutative fully symmetric space $(E, \|\cdot\|_E) \subset L_{\tau}(\mathcal{M})$ we have that $E = \mathcal{M}$, or $E \subseteq \mathcal{M} \cap \mathcal{C}(\mathcal{M})$, where $(\mathcal{C}(\mathcal{M}), \|\cdot\|_{\infty})$ is a C^* -subalgebra of all compact operators from \mathcal{M} . The following statement establishes the versions of the individual and mean ergodic theorems for noncommutative fully symmetric spaces $E \subseteq \mathcal{M} \cap \mathcal{C}(\mathcal{M})$.

Theorem. (I). For each operator $T \in DS$ and any element $x \in E$, there exists $\widehat{x} \in E$ such that $||A_n(T)(x) - \widehat{x}||_{\infty} \to 0$ as $n \to \infty$. In addition, for every positive element $x \in \mathcal{M} \setminus \mathcal{C}(\mathcal{M})$, there exists an operator $T \in DS$ such that the sequence $\{A_n(T)(x)\}$ does not converge with respect to the norm $\|\cdot\|_{\infty}$.

(II). The averages $\{A_n(T)\}$ converges strongly in $(E, \|\cdot\|_E)$ for all $T \in DS$ if and only if the norm $\|\cdot\|_E$ is order continuous and is not equivalent to the norm $\|\cdot\|_1$.

ON ESTIMATES FOR THE FOURIER TRANSFORM OF INDICATOR FUNCTION OF NON-CONVEX SETS

Akramova D. I.

Samarkand State University, Uzbekistan

Let $D \subset \mathbb{R}^n$ $(n \geq 2)$ be a compact domain and $u \in C^{\infty}(\mathbb{R}^n)$ be a smooth function. We define

$$\hat{u}_{D}\left(\xi\right) = \int_{D} e^{i\left(\xi,x\right)} u\left(x\right) dx.$$

In particular if u = 1 on D we have $\hat{u}_D(\xi) = \hat{\chi}_D$, which is the Fourier transform of the indicator function χ_D . Further, we assume that the boundary ∂D is an analytic hypersurface.

The following function

$$M\left(\omega\right) = \sup_{r>0} r^{\frac{n+1}{2}} |\hat{u}_D\left(r\omega\right)|$$

is called to be a Randol maximal function.

Using the classical Card Theorem [1] and the stationary phase method it can be shown that the Randol function is finite for a.e. ω (see [3]). B. Randol [2] proved that if D is a convex domain with analytic boundary then there exists a positive number $\varepsilon > 0$ such that $M \in L^{2+\varepsilon}(S^{n-1})$. The following result is an analog of Randol Theorem for non-convex compact sets.

Theorem. Let D be a compact domain with analytic boundary. If at least n-2 principal curvatures do not vanish at every point of ∂D then there exists a positive number $\varepsilon > 0$ such that for any $u \in C^{\infty}(\mathbb{R}^n)$ the inclusion $M \in L^{2+\varepsilon}(S^{n-1})$ holds true.

Remark 1. Since ∂D consists of finite union of compact closed analytic hyper surfaces then the Gaussian curvature of ∂D does not vanish identically. This fact essentially is used in the proof of the Theorem.

Remark 3. If D is a convex compact domain with analytic boundary then the critical points of the corresponding phase function are isolated. But, the critical set of the phase function corresponding to some domains satisfying the conditions of Theorem can be a finite union of analytic curves.

REFERENCES

- 1. Arnol'd V.I., Guseyn-Zade S.M., Varchenko A.N. Singularities of differentiable maps, part I, Moscow, Nauka 1982.
- 2. Randol B. On the asymptotic behavior of the Fourier transform of the indicator function of a convex set. Trans. AMS, 139, (1970), 278-285.
- 3. Fedoryuk M.V. Perevals method. Moscow, Nauka, 1977 (in Russian).

ОСОБЕННОСТИ ЧИСЛЕННОГО АНАЛИЗА РАСПРОСТРАНЕНИЯ ВОЛН В УРАВНЕНИИ КОЛМОГОРОВА-ПЕТРОВСКОГО-ПИСКУНОВА С ОТКЛОНЕНИЕМ

Алешин С. В. 1,a , Кащенко С. А. 1,2,b

- ¹ Ярославский государственный университет им. П. Г. Демидова, г. Ярославль, Российская Федерация
- 2 Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ», г. Москва, $Poccuйcкая\ \Phi e depayus$ a fktiby@yandex.ru, 6 kasch@uniyar.ac.ru

Kлючевые слова: уравнение Фишера-Колмогорова-Петровского-Пискунова, отклонение по пространству, численный анализ.

Был рассмотрен процесс распространения волны плотности в логистическом уравнении с диффузией (уравнение Фишера-Колмогорова-Петровского-Пискунова) [1, 2] и отклонением по пространству:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + u (1 - u(t, x - y)). \tag{1}$$

Здесь u(t,x) — плотность популяции при t>0 в некототрой точки x ареала обитания, y — пространственное отклонение. Для исследования качественного поведение решения уравнения (1) было рассмотрено уравнение профиля волны и найдены условия возникновения у него колебательных режимов. Затем проанализирована соответствующая логистическому уравнению с отклонением краевая задача с периодическими условиями, для которой изучена проблема потери устойчивости пространственного однородного состояния равновесия и найдены ответвляющиеся от него пространственно неоднородные колебательные режимы.

Для численного исследования уравнение (1) было преобразовано в систему обыкновенных дифференциальных уравнений путем приближения конечными разностями и дискретизацией пространственной составляющей. Численный эксперимент выполнялся на гибридном вычислительном кластере ЯрГУ (МНИЛ «Дискретная и вычислительная геометрия» им. Б. Н. Делоне). Одновременно, методом Дормана-Принца пятого порядка с переменной длиной шага интегрирования решалось 1.8×10^6 уравнений.

Численный анализ процесса распространения волны показал, что при достаточно малых значениях отклонения уравнение имеет решения, близкие к решениям уравнения из [1]. Увеличение параметра отклонения приводит сначала к появлению затухающей колебательной составляющей в пространственном распределении решения. Дальнейший рост данного параметра приводит к разрушению бегущей волны. Это выражается в том, что на участке распространения волны, противоположном направлению отклонения, сохраняются незатухающие по времени и медленно распространяющиеся по пространству колебания, близкие к решениям соответствующей краевой задачи с периодическими граничными условиями. Если значение отклонения достаточно велико, то во всей области распространения волны наблюдаются интенсивные пространственно-временные колебания.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Колмогоров А. Н., Петровский И. Г., Пискунов Н.С., Исследование уравнения диффузии, соединенной с возрастанием вещества, и его применение к одной биологической проблеме. Сер. А. Математика и Механика, 1, 1937, 1–26.
- 2. Fisher R. A., The Wave of Advance of Advantageous Genes. Annals of Eugenics, 7, 1937, 355–369.

COMPUTATIONAL ASPECTS OF THE WAVE DISTRIBUTION PROBLEM IN THE FISHER-KOLMOGOROV EQUATION WITH SPATIAL DEVIATION

Aleshin S. V.^{1,a}, Kaschenko S. A.^{1,2,b}

P.G. Demidov Yaroslavl State University, Yaroslavl, Russian Federation
 National Research Nuclear University MEPhI, Moskow, Russian Federation
 a fktiby@yandex.ru, b kasch@uniyar.ac.ru

Keywords: Fisher-Kolmogorov equation, spatial deviation, numerical analysis.

We considered the process of density wave propagation in a logistic equation with diffusion (Fisher-Kolmogorov equation) [1, 2] and spatial deviation

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + u(1 - u(t, x - y)). \tag{1}$$

Here u(t,x) is a solution, which is a population density at time t>0 in some point x of a habitat; y is a spatial deviation. The research of qualitative behaviour of solutions of (1) was started with the analysis of the wave equation profile. We found the conditions of appearance of oscillatory regimes. Then we analysed the (1) equation with periodic boundary conditions. We studied the stability loss problem of a spatially homogeneous equilibrium state and found spatially inhomogeneous oscillatory regimes branching from it.

We started numerical analysis with transforming (1) into system of ordinary differential equation with approximation by finite differences and discretization of the spatial component. Numerical analysis of (1) was performed at the cluster of massive and parallel computations in Delone Laboratory of Discrete and Computational Geometry. At the same time we calculated 1.8×10^6 equations by Dormand-Prince method with adaptive step size integration algorithm.

The numerical analysis of the wave propagation process showed that for sufficiently small values of the spatial deviation, this equation has solutions close to the solutions of the standard (1) equation. At first the increase of the deviation parameter leads to the appearance of a damped oscillatory component in the spatial distribution of the solution. Further growth of this parameter leads to the destruction of the travelling wave. This is expressed by the fact that undamped in time and propagated slowly along space oscillations are close to the solutions of the corresponding boundary-value problem with periodic boundary conditions in the propagation wave region opposite to the direction of deviation. Finally, if the value of deviation is sufficiently large, then intense spatiotemporal oscillations are observed throughout the wave propagation region.

REFERENCES

- 1. Kolmogorov A, Petrovsky I and Piscounov, Étude de l'équation de la diffusion avec croissance de la quantité de matière et son application à un problème biologique. N 1937 Moscou Univ. Bull. Math. 1 1–25
- 2. Fisher R. A., The Wave of Advance of Advantageous Genes. Annals of Eugenics, 7, 1937, 355–369.

О НЕКОТОРЫХ КЛАССАХ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ С ТОЧЕЧНЫМ ПЕРЕОПРЕДЕЛЕНИЕМ ДЛЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ТЕПЛОМАССОПЕРЕНОСА

Баранчук В. А. 1,a , Пятков С. Г. 1,6

Югорский государственный университет, г. Ханты-Мансийск, Российская Федерация ^a vladinho@mail.ru, ⁶ s pyatkov@ugrasu.ru

Ключевые слова: модели тепломассопереноса, параболическая система, обратная задача, функция источника, конвекция-диффузия.

Мы рассматриваем обратные задачи с точечным переопределением для параболической системы вида

$$L_u = u_t + A(t, x, D) u = f(x, t), \quad (t, x) \in Q = (0, T) \times G, G \subset \mathbb{R}^n,$$
 (1)

где
$$A\left(t,x,D\right)u=-\sum\limits_{i,j=1}^{n}a_{i,j}\left(t,x\right)u_{x_{i}x_{j}}+\sum\limits_{i=1}^{n}a_{i}\left(t,x\right)u_{x_{i}}+a_{0}\left(t,x\right)u,\;a_{i,j}\left(t,x\right),\;a_{i}\left(t,x\right)-$$
 матри-

цы размерности $h \times h$, G - область с границей $\Gamma \in C^2$. Система (1) дополняется начальными и граничными условиями

$$u|_{t=0} = u_0, \quad Bu|_S = g, \quad S = (0,T) \times \Gamma,$$
 (2)

где $Bu=\sum_{i=1}^{n}\gamma_{i}\left(t,x\right)u_{x_{i}}+\gamma_{0}\left(t,x\right)u.$ Условия переопределения записываются в виде:

$$\langle u(x_i,t), e_i \rangle = \psi_i(t), \quad i = 1,2,\dots,r,$$
 (3)

где скобки обозначают скалярное произведение в R^h и $\{x_i\}$ – набор точек, лежащих как внутри области G так и на ее границе. Задача состоит в определении неизвестных функций $q_i(t)$, входящих в правую часть и в сам оператор A в качестве коэффициентов, и решения uсистемы (1), удовлетворяющего условиям (2), (3) (см. [1]). Проблемы подобного вида возникают при описании процессов тепломассопереноса, диффузионных процессов, процессов фильтрации и во многих других областях. Ранее, задача (1)-(3) была изучена в случае, когда x_i являются внутренними точками области G и заданы условия вида $u(x_i,t) = \psi_i(t)$. Пусть G_{δ} - δ – окрестность точек $\{x_i\}$. Мы считаем, что коэффициенты системы (1) удовлетворяют обычным условиям гладкости, а данные соответствующим условиям согласования (см. [2]). Мы также предполагаем некоторую дополнительную гладкость коэффициентов и данных в некоторой области вида $G_{\delta} \times (0,T)$. При выполнении этих условий и некоторых дополнительных условий корректности (условие Лопатинского и отличие от нуля некоторого определителя построенного по данных задачи) мы доказываем локальную по времени корректность задачи в пространствах Соболева. В линейном случае (когда неизвестные функции входят только в правую часть системы) результат о разрешимости становится глобальным по времени.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Прилепко А. И., Соловьев В.В. Теоремы разрешимости и метод Ротэ в обратных задачах для уравнения параболического типа // Дифференц. уравнения. 1987. Т.23, №10. С.1791–1799.
- 2. О. А. Ладыженская, В. А. Солонников, Н. Н. Уральцева, Линейные и квазилинейные уравнения параболического типа, Наука, Москва, 1967.

ON SOME CLASSES OF INVERSE PROBLEMS WITH POINT OVERDIMENSION FOR MATHEMATICAL MODELS OF HEAT AND MASS TRANSFER

Baranchuk V. A. ^{1,a}, Pyatkov S. G. ^{1,b}

Ugra State University, Khanty-Mansiysk, Russian Federation
^a vladinho@mail.ru, ^b s_pyatkov@ugrasu.ru

Keywords: heat and mass transfer models, parabolic system, inverse problem, source function, convection-diffusion.

We consider inverse problems with pointwise overdetermination for a parabolic system of the form

$$L_u = u_t + A(t, x, D) u = f(x, t), \quad (t, x) \in Q = (0, T) \times G, G \subset \mathbb{R}^n,$$
 (1)

where
$$A(t,x,D) u = -\sum_{i,j=1}^{n} a_{i,j}(t,x) u_{x_ix_j} + \sum_{i=1}^{n} a_i(t,x) u_{x_i} + a_0(t,x) u, \ a_{i,j}(t,x), \ a_i(t,x)$$
 are ma-

trices of dimension $h \times h$, G is a domain with boundary $\Gamma \in \mathbb{C}^2$. System (1) is complemented with the initial and boundary conditions

$$u|_{t=0} = u_0, \quad Bu|_S = g, \quad S = (0,T) \times \Gamma,$$
 (2)

where $Bu = \sum_{i=1}^{n} \gamma_i(t,x) u_{x_i} + \gamma_0(t,x) u$. The overdetermination conditions are as follows:

$$< u(x_i,t), e_i > = \psi_i(t), i = 1,2,...,r,$$
 (3)

where the brackets denote the inner product in R^h and $\{x_i\}$ is a set of points lying inside the domain G and on its boundary. The problem is to determine the unknown functions $q_i(t)$, occurring into the right-hand side and in the operator A itself as coefficients and solutions u to the system (1) satisfying conditions (2), (3) (see [1]). Problems of this kind arise when describing heat and mass transfer processes, diffusion, filtration, and in many other fields. The problem (1) - (3) was studied earlier in the case when x_i are interior points of the domain G with the overdetermination conditions of the form $u(x_i,t)=\psi_i(t)$. Let be G_δ the δ - neighborhood of the points $\{x_i\}$. We assume that the coefficients of system (1) satisfy the usual smoothness conditions, and the data satisfy the agreement conditions (see [2]). We also assume some additional smoothness of the coefficients and data in some domain of the form $G_\delta \times (0,T)$. Under these conditions and some additional correctness conditions (the Lopatinskii condition and some determinant constructed on the data differs from zero), we prove the problem is solvable locally in time in the Sobolev spaces. In the linear case (when unknown functions are included only in the right-hand side of the system), the result on solvability becomes global.

REFERENCES

- 1. Prilepko A.I., Soloviev V.V. Solvability theorems and Rothe's method in inverse problems for an equation of parabolic type // Differ. equations. 1987. Vol. 23, No. 10. C.1791-1799.
- 2. Ladyzhenskaya O. A., Solonnikov V. A., Ural'tseva N. N., Linear and Quasilinear Equations of Parabolic Type, Nauka, Moscow, 1967.

ВЕЩЕСТВЕННАЯ АРИФМЕТИКА В ДССП ДЛЯ ТРОИЧНОЙ МАШИНЫ

Бурцев А. А.

Федеральный научный центр «Научно-исследовательский институт системных исследований Российской академии наук», г. Москва, Российская Федерация burtsev59.aa@qmail.com

Kлючевые слова: троичная симметричная система счисления, троичная машина, троичная логика, троичная арифметика, ДССП, вещественная арифметика с плавающей точкой.

Двоичная микроэлектроника уже почти исчерпала весь могучий потенциал своих технологических возможностей. В качестве одного из возможных путей дальнейшего развития вычислительной техники предлагается вновь обратиться к троичной симметричной системе счисления (ТССС с цифрами –1,0,+1), перспективность которой заметил ещё Дональд Кнутт. Вычислительная эффективность ТССС была убедительно подтверждена практической разработкой и применением троичных цифровых машин «Сетунь» и «Сетунь-70», созданных более полувека назад в НИЛ ЭВМ МГУ под руководством Брусенцова Н. П.

О преимуществах троичных машин (перед двоичными) написано немало статей и книг. Как самим Брусенцовым [1], так и его соратниками и учениками [2,3,4]. Недавно в преимуществах троичной вычислительной техники убедились и разработчики квантовых компьютеров, заявив, что "будущее квантовых компьютеров — в троичных вычислениях" [5].

С 2011 года в качестве среды разработки и прогона троичных программ (т.е. программ для троичного компьютера) можно использовать программный комплекс ДССП-ТВМ [3], созданный в НИЛ ТИ на факультете ВМК МГУ. Он включает имитатор троичной машины ТВМ и систему разработки программ для нее (кросс-компилятор и интерпретатор) на языке ДССП-Т – троичном варианте языка ДССП. ДССП – Диалоговая Система Структурированного Программирования, созданная в НИЛ ЭВМ МГУ под руководством Брусенцова в 80-х годах XX века и затем реализованная на микрокомпьютерах самых разнообразных архитектур.

Ранее в ДССП-ТВМ можно было создавать троичные программы, используя лишь операции целочисленной арифметики. Теперь для ДССП-ТВМ создан пакет, дополняющий словарь ДССП операциями вещественной арифметики с плавающей точкой. Этот пакет загружается в интепретаторе ДССП командой LOAD Real и позволяет применять слова, исполняющие как обычные операции арифметики: R+,R-,R*,R/, так и типичные стандартные функции: EXP,LN,SQRT,SIN,COS. В докладе характеризуются основные возможности представленного пакета, а также поясняются ключевые аспекты его реализации на языке ДССП-Т в интерпретаторе ДССП/ТВМ.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Брусенцов Н.П. Заметки о троичной цифровой технике. Вычислительная техника и вопросы кибернетики. 1978, 15(145-155).
- 2. Владимирова Ю.С. *Введение в троичную информатику: учебное пособие.* Москва: Издво АРГАМАК-МЕДИА; 2015. 160 с.
- 3. Бурцев А. А., Сидоров С. А. Троичная виртуальная машина и троичная ДССП. *Программные системы: теория и приложения.* 2015; 6:4(29–97). Режим доступа: http://psta.psiras.ru/read/psta2015_4_29-97.pdf.

- 4. Бурцев А. А. Особенности программирования троичной машины: новые возможности и новые задачи. *Труды НИИСИ РАН.* 2020, 10:3(49-60). Режим доступа: https://www.niisi.ru/tr/2020_T10_N3.pdf.
- 5. *Будущее квантовых компьютеров* в троичных вычислениях. Режим доступа: http://www.infuture.ru/news.php?news_id=475pdf.

REAL ARITHMETIC IN DSSP FOR TERNARY MACHINE

Burtsev A. A.

Scientific Research Institute for System Analysis of the Russian Academy of Sciences,
Moscow, Russian Federation
burtsev59.aa@qmail.com

Keywords: ternary symmetric number system, ternary machine, ternary logic, ternary arithmetic, DSSP, floating point real arithmetic.

Binary microelectronics has almost exhausted all the mighty potential of its technological capabilities. As one of the possible ways for the further development of computing technology, it is proposed to turn again to the ternary symmetric number system (TSNS with numbers -1,0,+1), the promising nature of which was noticed by Donald Knutt. The computational efficiency of the TSNS was convincingly confirmed by the practical development and application of the ternary digital machines "Setun" and "Setun-70", created more than half a century ago at the Research Laboratory of Computers of Moscow State University under the leadership of N.P. Brusentsov.

Many articles and books have been written about the advantages of ternary machines (over binary ones). Both, by Brusentsov himself [1], and by his associates and students [2,3,4]. Recently, the developers of quantum computers were convinced of the advantages of ternary computing, declaring that "the future of quantum computers is in ternary computing" [5].

Since 2011, the DSSP-TVM software complex [3], created at the Research Laboratory (RL) of Ternary Informatics (TI) at the faculty of Computational Mathematics and Cybernetics (CMS) of Moscow State University (MSU), can be used as an environment for the development and running of ternary programs (i.e. programs for a ternary computer). It includes a simulator of the ternary machine TVM and a development system (cross-compiler and interpreter) for creating programs for it in the DSSP-T language, a ternary version of the DSSP language. DSSP - Structured Programming Dialogue System, created at the RL of Computers of MSU under the leadership of Brusentsov in the 80s of the XX century and then implemented on microcomputers of a wide variety of architectures.

Earlier in DSSP-TVM it was possible to create ternary programs using only integer arithmetic operations. Now for DSSP-TVM a package has been created that supplements the DSSP vocabulary with operations of real arithmetic with floating point. This package is loaded by the command of the DSSP interpreter "LOAD Real" and allows using words that perform both ordinary arithmetic operations: R+, R-, R*, R/, and typical standard functions: EXP, LN, SQRT, SIN, COS. The report characterizes the main capabilities of the presented package, and also explains the key aspects of its implementation in the DSPP-T language in the DSSP/TVM interpreter.

REFERENCES

1. Brusentsov N.P. Notes on the 3-valued digital techniques. Computers and problems of cybernetics. 1978, 15(145–155). (In Russ.)

- 2. Vladimirova J.S. An Introduction to ternary computer science: a study guide. Moscow: Publishing house ARGAMAK-MEDIA; 2015. 160 p. (In Russ.)
- 3. Burtsev A. A., Sidorov S.A. Ternary virtual machine and ternary DSSP. *Program systems:* theory and applications. 2015; 6:4(29-97). (In Russ.) Available at: http://psta.psiras.ru/read/psta2015_4_29-97.pdf.
- 4. Burtsev A. A. Features of programming of ternary computer: new capabilities and new tasks. *Proceedings of SRISAI RAS.* 2020, 10:3(49-60). (In Russ.) Available at: https://www.niisi.ru/tr/2020_T10_N3.pdf.
- 5. The future of quantum computers lies in ternary computing. (In Russ.) Available at: http://www.infuture.ru/news.php?news_id=475pdf.

МОДЕЛИРОВАНИЕ РИФОРМИНГА С НЕПРЕРЫВНОЙ РЕГЕНЕРАЦИЕЙ КАТАЛИЗАТОРА ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ВЫХОДА ПРОДУКТОВ И ЭНЕРГОПОТРЕБЛЕНИЯ УСТАНОВКИ

Власова Л. А. 1,a , Демин А. М. 1,6

 1 ФГБОУ ВО «Омский государственный технический унивеситет», г. Омск, Российская Федерация a larisa9728@mail.ru, 6 demin_a_m@mail.ru

Ключевые слова: каталитический риформинг, математическое моделирование, цифровые двойники, непрерывная регенерация катализатора, оптимизация, реконструкция.

Большинство установок каталитического риформинга с периодической регенерацией катализатора не отвечают современным требованиям, морально и физически устарели. Существует опыт реконструкции установок на непрерывный тип, предусматривающей увеличение выходов и октанового числа продуктов, повышение энергоэффективности эксплуатации и срока службы катализатора. Современные методы исследования и прогнозирования процессов нефтепереработки основаны на физико-химическом моделировании. В работе продемонстрировано моделирование установки риформинга в программе Aspen HYSYS, позволяющее оценить результат такой реконструкции [1, 2].

Цель работы – исследование энергопотребления и качества продукта с помощью моделирования в результате реконструкции установки риформинга на непрерывный режим работы. Были поставлены задачи: построение модели с периодической и непрерывной регенерацией катализатора; сравнение энергопотребления и выхода продукта двух моделей.

В качестве исходных данных использовались результаты мониторинга работы установки риформинга – комплекса производства ароматики. Рассматривались данные по составу сырья, водородсодержащего газа и продуктовой смеси, загрузки катализатора, кратности циркуляции газа, объемной скорости подачи сырья, режим температур и давлений.

Выполнено построение двух моделей четырехступенчатых реакторов платформинга: с периодической и непрерывной регенерацией катализатора. Модели построены в режиме непрерывной регенерации, но отличаются значением скорости циркуляции катализатора: для схемы непрерывной регенерацией она на несколько порядков ниже. Различны входные температуры в реакторы: для модели с периодической регенерацией температуры выше вследствие дезактивации катализатора и соответствуют концу его межрегенерационного цикла. Далее построены две аналогичные технологические схемы для каждой модели процесса с использованием печей, теплообменников, сепараторов, компрессоров и насосов.

В результате моделирование показало, что расход водородсодержащего газа и содержание в нем водорода для модели с непрерывной регенерацией катализатора выше, чем для периодической на 3.38 и 1.56 % соответственно. На 0.74 % мол. выше количество

стабильного платформата, содержание ароматических углеводородов в платформате за исключением бензола выше для толуола на 0,32 %, для ксилолов — на 0,50 %. Затраты энергии в схеме с непрерывным режимом в целом ниже, чем с полунепрерывным, что обусловлено снижением нагрузки на реакторные печи подогрева сырья.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Смольянова Ю. А., Иванчина Э. Д., Чеканцев Н. В. Мониторинг работы установки каталитического риформинга Л-35-11/1000. Научно-технические достижения и передовой опыт. -2014. -№ 10, с. 33-36.
- 2. Молотов К. В. Повышение эффективности работы реакторов риформинга большой единичной мощности с применением информационно-моделирующих комплексов. Томск 2012 г. 137 с.

SIMULATION OF REFORMING WITH CONTINUOUS CATALYST REGENERATION FOR THE STUDY OF UNIT PRODUCT YIELD AND ENERGY CONSUMPTION

Vlasova L. A. ^{1,a}, Demin A. M. ^{1,b}

¹Omsk State Technical University, Omsk, Russian Federation ^a larisa9728@mail.ru, ^b demin_a_m@mail.ru

Keywords: catalytic reforming, mathematical modeling, digital doubles, continuous catalyst regeneration, optimization, reconstruction.

Most of the catalytic reforming units with periodic regeneration of the catalyst do not meet modern requirements, are morally and physically outdated. There is experience in the reconstruction of plants to the continuous type, which provides for an increase in the yields and octane number of products, an increase in the energy efficiency of operation and the service life of the catalyst. Modern methods of research and forecasting of oil refining processes are based on physical and chemical modeling. The paper demonstrates a simulation of a reforming installation in the Aspen HYSYS program, which allows us to evaluate the result of such a reconstruction [1, 2].

The purpose of the work is to study the energy consumption and product quality using modeling as a result of the reconstruction of the reforming plant for continuous operation. The following tasks were set: building a model with periodic and continuous regeneration of the catalyst; comparing the energy consumption and product yield of the two models.

As initial data, we used the results of monitoring the operation of the reforming unit - a complex for the production of aromatics. Data on the composition of the raw material, the hydrogen-containing gas and the product mixture, the loading of the catalyst, the multiplicity of gas circulation, the volumetric feed rate of the raw material, the temperature and pressure regime were considered.

Two models of four-stage platforming reactors were constructed: with periodic and continuous regeneration of the catalyst. The models are built in the continuous regeneration mode, but differ in the value of the catalyst circulation rate: for the continuous regeneration scheme, it is several orders of magnitude lower. The input temperatures in the reactors are different: for the model with periodic regeneration, the temperatures are higher due to the deactivation of the catalyst and correspond to the end of its inter-regeneration cycle. Next, two similar technological schemes are constructed for each process model using furnaces, heat exchangers, separators, compressors and pumps.

As a result, the simulation showed that the consumption of hydrogen-containing gas and the content of hydrogen in it for the model with continuous regeneration of the catalyst is higher than for the periodic one by 3.38 and 1.56 %, respectively. By 0.74 % mol. the amount of stable platformate is higher, the content of aromatic hydrocarbons in the platformate with the exception of benzene is higher for toluene by 0.32 %, for xylenes-by 0.50 %. Energy consumption in the scheme with a continuous mode is generally lower than with a semi-continuous mode, which is due to a decrease in the load on the reactor furnaces for heating raw materials.

REFERENCES

- 1. Smolyanova Yu. A., Ivanchina E. D., Chekantsev N. V. Monitoring of the operation of the L-35-11/1000 catalytic reforming unit. Scientific and technical achievements and advanced experience. 2014. No 10, p. 33-36.
- 2. Molotov K. V. Improving the efficiency of large unit power reforming reactors with the use of information and modeling complexes. Tomsk-2012 137 p.

О ПРИЛОЖЕНИИ МЕТОДА ОБОБЩЕННЫХ СТЕПЕНЕЙ БЕРСА ДЛЯ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЯ ДИРАКА

Гладышев Ю. А. 1 , Лошкарева Е. А. 1,a

¹ Калужский государственный университет им. К.Э. Циолковского, г. Калуга, Российская Федерация
^a losh-elena@yandex.ru

Ключевые слова: обобщенные степени Берса, операторы.

Построение решений уравнения Дирака квантовой электродинамики на основе аналитического метода Л. Берса дает эффективный алгоритм аппроксимации этих решений. Однако он связан с необходимостью предварительного нахождения последовательности функций, названных обобщенными степенями. В настоящем сообщении рассмотрен способ и свойства класса так называемых метагармонических обобщенных степеней. Пусть задана пара дифференциальных операторов вида

$$D = e^{ax} \frac{d}{dx}, \tilde{D} = e^{-ax} \frac{d}{dx}.$$

В данном случае (уравнение Дирака) параметр a=i чисто мнимый и m – масса электрона при h=c=1. Правые обратные операторы имеют вид

$$I = \int_{x_0}^{x} d\xi e^{-a\xi} \dots, \ \tilde{I} = \int_{x_0}^{x} d\xi e^{a\xi} \dots.$$

Обобщенные степени $\chi^{(n)}\left(x,x_{0}\right)$, $\widetilde{\chi}^{(n)}\left(x,x_{0}\right)$ определены как многократные интегралы

$$\chi^{(n)}(x,x_0) = n! \begin{cases} \left(I\tilde{I}\right)^i C_1, \ n = 2i, \\ I\left(\tilde{I}I\right)^i C_2, \ n = 2i+1, \end{cases} \widetilde{\chi}^{(n)}(x,x_0) = n! \begin{cases} \left(\tilde{I}I\right)^i C_2, \ n = 2i, \\ \tilde{I}\left(I\tilde{I}\right)^i C_1, \ n = 2i+1. \end{cases}$$

Обобщенные степени обладают свойством

$$D\chi^{(n)}(x,x_0) = n\tilde{\chi}(x,x_0) , \tilde{D}\tilde{\chi}(x,x_0) = n\chi^{(n)}(x,x_0).$$

Поведение функции $\chi^{(n)}(x,x_0)$ при действительном a было исследовано ранее [1,2,3]. В данной работе изучено поведение $\chi^{(n)}(x,x_0)$ при мнимом a, ибо уравнение Дирака приводит именно к этому значению.

Приведен метод расчета и исследовано поведение обобщенных степеней, даны графики.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Гладышев Ю. А. Фолмализм Бельтрами-Берса и его приложения в математической физике. Калуга: Изд-во КГПУ им. К.Э. Циолковского; 1997. 92 с.
- 2. Меженная О. А. О построении обобщенных степеней Берса для метагармонического оператора. Сборник «Движение растворимых пресей в фильтрационных потоках». Тула: Изд-во ТГПУ им. Л.Н. Толстого; 1983.74-80 с.
- 3. Гладышев Ю. А., Лошкарева Е. А. О методах построения комплексных обобщенных степеней Берса. Вестник Калужского университета. 2020. № 2 (47). С. 77-80.

ON THE APPLICATION OF THE METHOD OF GENERALIZED POWERS OF BERS TO THE SOLUTION OF THE DIRAC EQUATION

Gladyshev Yu. A. ¹, Loshkareva E. A. ^{1,a}

¹ Kaluga State University named after K. E. Tsiolkovsky, Kaluga, Russian Federation
^a losh-elena@yandex.ru

Keywords: generalized Bers degrees, operators.

The construction of solutions to the Dirac equation of quantum electrodynamics based on the analytical Bers method gives an effective algorithm for approximating these solutions. However, it is associated with the need to first find a sequence of functions called generalized powers. In this paper, we consider the method and properties of a class of so-called metaharmonic generalized degrees. Let be a pair of differential operators of the form

$$D = e^{ax} \frac{d}{dx}, \tilde{D} = e^{-ax} \frac{d}{dx}.$$

In this case (the Dirac equation), the parameter a=i is purely imaginary and m is the mass of the electron at h=c=1. The right inverse operators have the form

$$I = \int_{x_0}^{x} d\xi e^{-a\xi} \dots, \ \tilde{I} = \int_{x_0}^{x} d\xi e^{a\xi} \dots.$$

The generalized powers $\chi^{(n)}\left(x,x_{0}\right),\,\widetilde{\chi}^{(n)}\left(x,x_{0}\right)$ are defined as multiple integrals

$$\chi^{(n)}(x,x_0) = n! \begin{cases} \left(I\tilde{I}\right)^i C_1, & n = 2i, \\ I\left(\tilde{I}I\right)^i C_2, & n = 2i + 1, \end{cases} \quad \tilde{\chi}^{(n)}(x,x_0) = n! \begin{cases} \left(\tilde{I}I\right)^i C_2, & n = 2i, \\ \tilde{I}\left(I\tilde{I}\right)^i C_1, & n = 2i + 1. \end{cases}$$

Generalized degrees have the property

$$D\chi^{(n)}\left(x,x_{0}\right)=n\widetilde{\chi}\left(x,x_{0}\right)\ ,\widetilde{D}\widetilde{\chi}\left(x,x_{0}\right)=n\chi^{(n)}\left(x,x_{0}\right).$$

The behavior of the function $\chi^{(n)}(x,x_0)$ for a real a was studied earlier [1,2,3]. In this paper, we study the behavior of $\chi^{(n)}(x,x_0)$ for an imaginary a, because the Dirac equation leads to this value.

The calculation method is given, the behavior of generalized degrees is investigated, and graphs are given.

REFERENCES

- 1. Gladyshev Yu. A. The Beltrami-Bers formalism and its applications in mathematical physics. Kaluga: Publishing house of KSPU named after K. E. Tsiolkovsky; 1997. 92 p.
- 2. Mezhennaya O. A. On the construction of generalized Bers degrees for the metaharmonic operator. Collection "Movement of soluble mixtures in filtration flows". Tula: Publishing House of the Tolstoy State Pedagogical University; 1983.74-80 p.
- 3. Gladyshev Yu. A., Loshkareva E. A. On methods for constructing complex generalized Bers degrees. Bulletin of the Kaluga University. 2020. No. 2 (47). pp. 77-80.

ПОЛНОСВЯЗНЫЕ СЕТИ НЕЛИНЕЙНЫХ ОСЦИЛЛЯТОРОВ, СУЩЕСТВОВАНИЕ И УСТОЙЧИВОСТЬ БЕГУЩИХ ВОЛН

Глызин С. Д. a , Колесов А. Ю. 6

Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова, г. Ярославль, Poccuйckas Федерация a glyzin.s@gmail.com, 6 kolesov@uniyar.ac.ru

Ключевые слова: полносвязная нейронная сеть, химические синапсы, релаксационные циклы, асимптотика, устойчивость, буферность.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант № 18-29-10055.

Рассматривается полносвязная сеть из $m, m \ge 2$ нейронов, взаимодействующих посредством химических синапсов (см. методику, предложенную в статьях [1, 2])

$$\dot{u}_j = \left[\lambda f(u_j(t-1)) + b \left(\sum_{s=1, s \neq j}^m g(u_s(t-\Delta))\right) \ln \frac{u_*}{u_j}\right] u_j, \quad j = 1, 2, \dots, m.$$
 (1)

Здесь $u_j=u_j(t)>0$ – мембранный потенциал j-ого нейрона сети, параметр $\lambda>0$, характеризующий скорость протекания электрических процессов в нейроне, предполагается большим, $b={\rm const}>0,\ u_*=\exp(\lambda\,c),\ c={\rm const}\in\mathbb{R},\ \Delta>0$ – дополнительное запаздывание в химических синапсах, точка – дифференцирование по t, а функции $f(u),g(u)\in C^2(\mathbb{R}_+),$ $\mathbb{R}_+=\{u\in\mathbb{R}:u\geq 0\},\ g(u)>0\ \forall\,u>0,\$ обладают свойствами: $f(0)=1,\ g(0)=0,$ $f(u)+a=g(u)-1=uf'(u)=ug'(u)=u^2f''(u)=u^2g''(u)=O(u^{-1})$ при $u\to+\infty$.

Изучается вопрос о существовании и устойчивости так называемых периодических режимов k-доминирования. Эти режимы характеризуются тем, что группа из k:1 < k < m произвольно выбранных нейронов сети генерирует синхронные периодические импульсы, а остальные нейроны практически не возбуждены. Как удалось показать, при надлежащем выборе параметров в системе (1) может сосуществовать до 2^m-1 устойчивых циклов группового доминирования. Анализ полученных в работе условий существования этих циклов показывает, что данного эффекта всегда можно добиться при фиксированных a, b, m и при достаточно больших по модулю отрицательных значениях параметра c.

В заключение добавим, что модель (1) с максимально большим числом связей позволяет описать наиболее сложное и разнообразное поведение, возможное в биологических нейронных ассоциациях. Особенностью рассмотренных нами режимов k-доминирования является то, что часть нейронов сети находится в неработающем (рефрактерном) состоянии. Такие режимы не соответствуют основному биологически осмысленному порядку функционирования рассматриваемых ассоциаций. Вместе с тем, каждому периодическому режиму k-доминирования может быть поставлен в соответствие бинарный вектор

 $(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m)$, где $\alpha_j = 1$ если j-й нейрон активен и $\alpha_j = 0$ в противном случае. Принимая во внимание это обстоятельство, приходим к выводу, что данные режимы могут быть использованы для построения на их основе устройств с ассоциативной памятью.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Глызин С. Д., Колесов А. Ю., Розов Н. Х. Об одном способе математического моделирования химических синапсов // Дифференц. уравнения. 2013. Т. 49, № 10. С. 1227–1244. DOI: 10.1134/S0374064113100014.
- 2. Глызин С. Д., Колесов А. Ю., Розов Н. Х. Релаксационные автоколебания в сетях импульсных нейронов // УМН. 2015. Т. 70, № 3 (423). С. 3–76. DOI: 10.4213/rm9659.

FULLY CONNECTED NETWORKS OF NONLINEAR OSCILLATORS, EXISTENCE AND STABILITY OF TRAVELING WAVES

Glyzin S. D.^{1,a}, Kolesov A. Yu.^{1,b}

¹ P.G. Demidov Yaroslavl State University, Yaroslavl, Russian Federation ^a glyzin.s@gmail.com, ^b kolesov@uniyar.ac.ru

Keywords: fully connected neural network, chemical synapses, relaxation cycles, asymptotics, stability, buffering.

This work was supported by RFBR, grant No. 18-29-10055.

A fully connected network of m, $m \geq 2$ neurons coupled through chemical synapses is considered (see the technique proposed in the articles [1, 2])

$$\dot{u}_{j} = \left[\lambda f(u_{j}(t-1)) + b\left(\sum_{s=1, s \neq j}^{m} g(u_{s}(t-\Delta))\right) \ln \frac{u_{*}}{u_{j}}\right] u_{j}, \quad j = 1, 2, \dots, m.$$
 (1)

Here $u_j = u_j(t) > 0$ is the membrane potential of the j-th neuron of the network, the parameter $\lambda > 0$, characterizing the rate of electrical processes in the neuron, is assumed to be large, b = const > 0, $u_* = \exp(\lambda c)$, $c = \text{const} \in \mathbb{R}$, $\Delta > 0$ is additional delay at chemical synapses, point is differentiation with respect to t. Functions $f(u), g(u) \in C^2(\mathbb{R}_+)$, $\mathbb{R}_+ = \{u \in \mathbb{R} : u \geq 0\}$, $g(u) > 0 \,\forall u > 0$, have the following properties: f(0) = 1, g(0) = 0, $f(u) + a = g(u) - 1 = uf'(u) = ug'(u) = u^2f''(u) = u^2g''(u) = O(u^{-1})$ as $u \to +\infty$.

The question of the existence and stability of the so-called periodic k-dominance regimes is studied. These modes are characterized by the fact that a group of k:1 < k < m arbitrarily selected neurons of the network generates synchronous periodic impulses, and the rest of the neurons are practically not excited. As was shown, with an appropriate choice of parameters, the system (1) can coexist up to $2^m - 1$ stable cycles of group domination. An analysis of the conditions for the existence of these cycles obtained in this work shows that this effect can always be achieved for fixed a, b, m and for sufficiently large negative values of the parameter c.

In conclusion, we note that the model (1) with the maximum possible number of connections allows describing the most complex and diverse behavior possible in biological neural associations. A feature of the k-dominance modes we have considered is that some of the network neurons are in a non-working (refractory) state. Such modes do not correspond to the main biologically meaningful order of functioning of the considered associations. At the same time, each periodic k-dominance regime can be associated with a binary vector $(\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m)$, where $\alpha_j = 1$ if the j-th neuron is active and $\alpha_j = 0$ otherwise. Taking this circumstance into account, we come to the conclusion that these modes can be used to build devices with associative memory on their basis.

REFERENCES

- Glyzin S. D., Kolesov A. Yu., Rozov N. Kh. On a Method for Mathematical Modeling of Chemical Synapses // Differential Equations. 2013, Vol. 49, no. 10. P 1193–1210. DOI: 10.1134/S0012266113100017.
- Glyzin S. D., Kolesov A. Yu., Rozov N. Kh. Self-excited relaxation oscillations in networks of impulse neurons // Russian Math. Surveys, 2015. Vol. 70, no. 3. P. 383–452. DOI: 10.1070/RM2015v070n03ABEH004951.

ПРИМЕНЕНИЕ АСИМПТОТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА В ЗАДАЧАХ НЕЛИНЕЙНОЙ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ С УЧЁТОМ КОНВЕКЦИИ: ТЕОРИЯ И ПРИЛОЖЕНИЯ

Давыдова М. А. 1,a , Рублев Г. Д. 1,6

¹ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова», физический факультет, г. Москва, Российская Федерация
^а m.davydova@physics.msu.ru, ⁶ rublev.gd15@physics.msu.ru

Ключевые слова: стационарные задачи типа реакция-диффузия-адвекция, сингулярные возмущения, асимптотические методы, нелинейное уравнение теплопроводности, задачи нелинейного тепломассопереноса, вертикальная стратификация температуры в пограничном слое атмосферы, прямолинейные нагреватели в плавильных печах, карборундовые нагреватели, печи с косвенным нагревом.

Работа поддержана грантом РФФИ № 18-29-10080.

В настоящей работе предлагается новый подход к исследованию задач нелинейной теплопроводности, основанный на дальнейшем развитии и использовании методов асимптотического анализа. Суть подхода изложена на примере одномерной стационарной задачи с учётом конвективного переноса, в которой выделен случай применимости асимптотического анализа. С использованием асимптотического метода пограничных функций [1] и асимптотического метода дифференциальных неравенств [2], основанного на применении теорем сравнения [3-4], исследован вопрос о существовании решений с пограничными и внутренними переходными слоями путем построения асимптотических приближений решений указанного типа с последующим обоснованием формальных построений. Изучены случаи различных граничных условий, соответствующих заданию нелинейных тепловых потоков на границе или наличию конвективного теплообмена с постоянным или нелинейно зависящим от температуры коэффициентом теплообмена.

Исследована асимптотическая устойчивость по Ляпунову стационарных решений, как решений соответствующих параболических задач, и описана локальная область притяжения устойчивых решений.

Изучен класс одномерных нелинейных задач, учитывающих боковой теплообмен с окружающей средой по закону Ньютона. Доказана теорема существования и единственности классического решения с пограничными слоями в таких задачах. Рассмотрено одно из возможных приложений, связанное с использованием прямолинейных нагревательных элементов в плавильных печах-теплообменниках с конвективным режимом.

Результаты работы могут быть использованы для создания эффективных численных алгоритмов решения прямых и обратных задач нелинейного теплообмена: задач теории межфазовых переходов и контролируемого разогрева.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. А.Б. Васильева, В.Ф. Бутузов. Асимптотические методы в теории сингулярных возмущений. М.: Высш. школа, 1990.
- 2. Н.Н. Нефедов. // Метод дифференциальных неравенств для некоторых классов нелинейных сингулярно возмущенных задач с внутренними слоями.// Дифференц. уравнения. 1995. Т. 31, № 7. С. 1142-1149.
- 3. H. Brill. On the Solvability of Semilinear Elliptic Equations with Nonlinear Boundary Conditions. // Mathematische Annaler. 1976. Vol. 222, Issue 1, pp 37-48.
- 4. J. Wang. Monotone method for diffusion equations with nonlinear diffusion coefficients // Nonlinear analysis. 1998. Vol. 34. Pp. 113-142.

APPLICATION OF ASYMPTOTIC ANALYSIS TO THE PROBLEMS OF NONLINEAR THERMAL CONDUCTIVITY TAKING INTO ACCOUNT CONVECTION: THEORY AND APPLICATIONS

Davydova M. A. ^{1,a}, Rublev G. D. ^{1,b}

¹ Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education "Lomonosov Moscow State University", physics department, Moscow, Russian Federation

^a m.davydova@physics.msu.ru, ^b rublev.qd15@physics.msu.ru

Keywords: stationary reaction-diffysion-advection, singular perturbations, asimptotic methods, nonlinear heat equation, problems of nonlinear heat and mass transfer, vertical stratification of temperature in the atmospheric boundary layer, rectilinear heaters in melting furnaces, carborundum heaters, furnaces with indirect heating.

This work is supported by a grant of RFBR No 18-29-10080.

The present work suggests a new approach to investigation of nonlinear heat-transfer problems, based on further asymptotic analysis development and use. The essence of the approach is represented in the example of one-dimensional stationary task taking into account convection where a case of asymptotic analysis applicability has been extracted. With help of asymptotic method of boundary functions [1] and asymptotic method of differential inequalities [2], based on use of comparison theorems [3-4] the existence of solutions with boundary and internal layers is investigated by constructing asymptotic approximations and subsequent justifying formal constructions. Different boundary conditions such as nonlinear heat fluxes at the boundary or the presence of convective heat transfer with a constant or nonlinear temperature-dependent heat transfer coefficient are studied.

The Lyapunov asymptotic stability of stationary solutions as solutions of corresponding parabolic problems is studied and stable solutions local area of attraction is found.

The class of one-dimensional nonlinear problems considering boundary heat transfer with environment in accordance with Newton's law is studied. The existence and uniqueness theorem for classical solutions with boundary layers of the considered problems is proved. One possible application which is associated with use of rectilinear heaters in melting furnaces with convection mode is considered.

The results of the work can be used for development of efficient numerical algorithms for solving direct and inverse problems of nonlinear heat transfer: problems of the theory of phase transitions and controlled heating.

REFERENCES

- 1. A.B. Vasilieva, V.F. Butuzov. Asymptotic methods in the theory of singular perturbations. M.: Higher. school, 1990. (In Russ.)
- 2. N.N. Nefedov. // Method of differential inequalities for some classes of nonlinear singularly perturbed problems with inner layers. // Differ. equations. 1995. T. 31, No. 7. S. 1142-1149. (In Russ.)
- 3. H. Brill. On the Solvability of Semilinear Elliptic Equations with Nonlinear Boundary Conditions. // Mathematische Annaler. 1976. Vol. 222, Issue 1, pp 37-48.
- 4. J. Wang. Monotone method for diffusion equations with nonlinear diffusion coefficients // Nonlinear analysis. 1998. Vol. 34. Pp. 113-142.

АПРОКСИМАЦИЯ ФУНКЦИЙ ВЛИЯНИЯ МУЛЬТИМЕДИА ТЕХНОЛОГИЙ ОТ ЗАВИСИМОСТИ И ПОДАТЛИВОСТИ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Жидков О. А. 1a , Доненко И. Л. 16

Прибрежененский аграрный колледже филиал (Крымского федерального университета им. В. И. Вернандского), с. Прибреженое, Российская Φ edepaция ^aZhidkovoleg99@mail.ru, ⁶idonenko2012@gmail.com

Kлючевые слова: компьютеры, смартфоны, зависимость, социальные сети, игры, психология, методика преподавания.

В ходе глобализации процессов и мультикультурализма, все более набирают обороты различные мультимедиа, что провоцирует псевдо-социальный образ жизни у обучающихся и детей. Находясь в них, ребенок забывает об уроках, спорте часто даже о еде.

Для начала наблюдательного эксперимента нами были выбраны следующие целевые группы: ученики школы – два 7, 8 и 11 классов, а также студенты 1-3 курса.

В ходе которого выяснилось, что 73% обучающихся, которые имели неудовлетворительные оценки были подвергнуты чрезмерному использованию социальных сетей и мобильных игр, 12% из оставшихся студентов с неудовлетворительными оценками имели трудности из-за сложностей в обучении.

- 1. 58% неуспевающих учеников проводят свое время в играх и соцсетях до 10-12 часов в сутки, что составляет до 97% времени использования устройств, что было ими продемонстрированно в сведениях о батареи устройства.
- 2. 12% сказали, что проводят только 5 часов времени в социальных сетях и мобильных играх по собственному желанию, а остальное время их туда завлекает красочная реклама или же одноклассники, которые хотят поиграть посети.
- 3. 3% оставшихся намеренно скрыли или же отказались подтверждать, что проводят большую часть времени в играх и соцсетях, что не соответствует наблюдательному эксперименту. Но, входит в рамки теоретической погрешности измерения.

На основе полученных экспериментальных и теоретических значений нами были рассчитан следующий график:

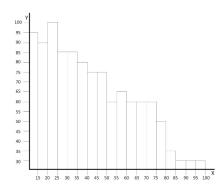


Рисунок 1. График отношения зависимости от медиаустройств – Y к качеству успеваемости X.

ЛИТЕРАТУРА

1. *А.В. Доненко*. Современный бинарный урок: физика и изобразительное искусство. // Доненко А.В., Доненко Л.Н., Доненко И.Л.// Педагогическая деятельность как творческий процесс. Материалы Всероссийской научно-практической конференции с международным участием. 2018. С. 126-128.

APPROXIMATION OF THE INFLUENCE FUNCTIONS OF MULTIMEDIA TECHNOLOGIES ON THE DEPENDENCE AND SUPPLY OF STUDENTS

Zhidkov O. A. ^{1a}, Donenko I. L. ^{1b}

Pribrezhny Agrarian College Branch (Crimean Federal University V.I. Vernandsky), Pribrezhnoe, Russian Federation a zhidkovoleg99@mail.ru, b idonenko2012@gmail.com

Keywords: computers, smartphones, addiction, social networks, games, psychology, teaching methods.

In the course of globalization of processes and multiculturalism, multimedia is gaining momentum more and more, which provokes a pseudo-social lifestyle among students and children. Being in them, the child forgets about lessons, sports, and often even about food.

To start the observational experiment, we selected the following target groups: school students - two 7th, 8th and 11th grades, as well as 1st-3rd year students.

In the course of which studies were conducted, which were carried out by 73% of students exposed to excessive use of social networks and mobile games, 12% of the remaining students with unsatisfactory grades of difficulty due to difficult learning.

- 1. 58% of unsuccessful students spend their time in games and social networks up to 10-12 hours a day, which is up to 97% of the time using devices.
- 2. 12% said that they spend only 5 hours on the Internet of their own free will, and the rest of the time they are attracted there by colorful advertisements or classmates who want to play visit.
- 3. 3% of the intentional hid or refused confirmed, which does not correspond to the observational experiment. But, it is within the scope of the theoretical measurement error.

Based on the experimental and theoretical values, the following graph was calculated:

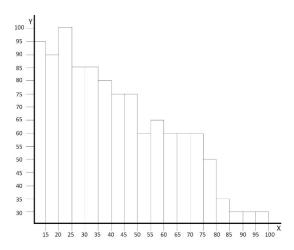


Figure 1. Graph of the relationship of dependence on media devices - Y to the quality of academic performance X.

REFERENCES

1. A.V. Donenko. A modern binary lesson: physics and fine arts. // Donenko A.V., Donenko L.N., Donenko I.L. // Pedagogical activity as a creative process. Materials of the All-Russian scientific-practical conference with international participation. 2018.S. 126-128.

СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ СОСТОЯНИЯ ОЧАГА ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЙ И ПОСЛЕДСТВИЙ ПРОГНОЗИРУЕМЫХ СЕЙСМИЧЕСКИХ СОБЫТИЙ

Зимин М. И. 1,a , Зимина С. А. 1,6 1 2554620 Ontario Limited, г. Торонто, Канада a zimin7@yandex.ru, 6 zimin82@yandex.ru

Ключевые слова: системный анализ, землетрясение, прогноз.

Хотя строительство в сейсмоопасных районах достаточно распространено, при проектировании сооружений основное внимание уделяется обеспечению их прочности и тому, как избежать воздействия цунами. В то же время землетрясения отличаются весьма разнообразным воздействием на окружающую среду, а сейсмическое районирование не всегда бывает адекватным и может занижать возможную интенсивность землетрясений.

Так, сейсмические события оказывают вредное воздействие на экологическую обстановку тех регионов, где они происходят, что выражается в нервном стрессе, включающем панические состояния [1], и ухудшение протекания различных заболеваний [2]. Отмечены случаи сильных землетрясений в районах, которые считались неопасными.

Для оценки состояния очага землетрясений используются 4 группы предвестников: биологические, метеорологические, световые и сейсмические. Для обработки информации применяется имитация коллективной экспертизы данных, описанная в [3], хорошо зарекомендовавшая себя при прогнозировании лавинной опасности. Именно системный анализ позволил достичь удовлетворительного соответствия с экспериментом. Затраты на подобные работы невелики. Экспериментальная проверка как по описаниям известных землетрясений, так и в реальном времени, показывает пригодную для практического использования точность.

Результаты мониторинга очага землетрясений при оценке влияния сейсмических процессов на состояние здоровья людей важны не только для профилактики различных заболеваний, но для планирования работы на объектах повышенной опасности, таких как, например, атомные электростанции. Действительно, потеря ориентации и связанности в мышлении, недомогания, головные боли, связанные с процессами в очагах землетрясений, могут привести к неадекватным действиям персонала и к аварийным ситуациям.

Другое важное применение системного анализа очага землетрясений – смягчение последствий неправильного сейсмического районирования и последствий подземных толчков. В случае явного несоответствия ему интенсивности прогнозируемого сейсмического события в принципе можно избежать таких происшествий как ашхабадская 1948 года, авария на АЭС Фукусима-1, гибель большинства жителей г. Юнгай (Перу) в 1970 году из-за сейсмогенной лавины.

Следует отметить, что мониторинг очага землетрясений не заменяет и не упрощает сейсмостойкое строительство. Однако наличие ещё одной системы безопасности снижает риск катастрофических последствий подземных толчков до приемлемого уровня.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Coburn A., Spence R. Earthquake protection. Chichester: John Wiley&Sons Ltd.; 1992. 355 p.
- 2. Brown, DL. Disparate effects of the 1989 Loma Prieta and 1994 Northridge earthquakes on hospital admissions for acute myocardial infarction: importance of superimposition of triggers. *American Heart Journal*. 1999; 137: 830–836.
- 3. Зимин М. И., Кумукова О. А., Зимин М. М. Математическое и программное обеспечение для прогнозирования возможности схода снежных лавин. Успехи кибернетики. 2020; 1: 73–98.

SYSTEM ANALYSIS OF SEISMIC CENTRE'S CONDITION AND CONSEQUENCES OF PREDICTED EARTHQUAKES

Zimin M. I. ^{1,a}, Zimina S. A. ^{1,b}
¹ 2554620 Ontario Limited, Toronto, Canada
^a zimin7@yandex.ru, ^b zimin82@yandex.ru

Keywords: system analysis, earthquake, forecast.

Although building and construction in earthquake prone regions is accepted, the emphasis during designing is upon providing strength and avoiding effect of tsunami. At the same time, seismic events have a very diverse impact on the environment, and seismic zoning is not always adequate, underplaying possible intensity of seismic events.

For instance, temblors detrimentally affect ecological situation of regions where they occur, which expresses in nervous stress, including panic states [1], and deterioration of course of various diseases [2]. Sometimes strong earthquakes occurred in regions thought aseismic.

For estimation of condition of the seismic centre four groups of precursors are used: biological, meteorological, light, and seismic. For information processing, simulation of collective data examination described in [3] is used, which has proven itself well in predicting avalanche danger. Precisely because system analysis, it is possible to achieve a satisfactory agreement with experiments. The cost of such work is small. Experimental verification, both from descriptions of known earthquakes and in real time, shows that accuracy is suitable for practical use.

Using results of earthquake source monitoring in assessing impact of seismic processes on health of people can be important not only for prevention of various diseases, but also for planning work at high-risk facilities, such as, for example, nuclear power plants. Indeed, loss of orientation and connectedness in thinking, indisposition, headache caused by processes in the earthquake source may lead to inadequate human actions.

Other important application of system analysis of the seismic centre is mitigation of wrong seismic zoning. In the case of apparent discrepancy between earthquake risk zoning and forecasted temblor, catastrophes like loss of life in Ashkhabad in 1948 or Yungay in 1970 (because of earthquake-induced avalanche) and the Fukushima Daiichi nuclear disaster can be prevented.

It should be indicated that earthquake focus monitoring does not replace or simplify earthquake-resistant construction. However, presence of additional safety system reduces risk of catastrophic consequences of temblors to an acceptable level.

REFERENCES

- 1. Coburn A., Spence R. Earthquake protection. Chichester: John Wiley&Sons Ltd.; 1992. 355 p.
- 2. Brown, DL. Disparate effects of the 1989 Loma Prieta and 1994 Northridge earthquakes on hospital admissions for acute myocardial infarction: importance of superimposition of triggers. *American Heart Journal*. 1999; 137: 830–836.
- 3. Zimin M. I., Kumukova O. A., Zimin M. M. Snow Avalanche Forecasting Mathematics and Software. Russian Journal of Cybernetics. 2020; 1: 73–98.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТРЕНДА ОПАСНЫХ ПРИРОДНЫХ ЯВЛЕНИЙ

Зимин М. М. 1,a , Кумукова О. А. 2,6 , Зимин М. И. 1,a

¹ 2554620 Ontario Limited, г. Торонто, Канада; ² Федеральное государственное бюджетное учреждение Высокогорный Геофизический институт, г. Нальчик, Российская Федерация

Ключевые слова: опасное природное явление, зависимость, тренд.

Прогнозируемые параметры различных опасных природных явлений нередко не остаются постоянными. Они могут увеличиваться или уменьшаться, в ряде случаев асимптотически приближаясь к какому-либо значению. Соответственно надо выбирать и функции специального вида для аппроксимации их зависимости от времени.

Следует отметить и тот факт, что реально можно получить лишь весьма ограниченную выборку исходных данных, поэтому выбранная методика восстановления зависимостей должна сопоставлять объём данных и сложность получаемой функции. В этом случае наиболее подходящим является метод структурной минимизации риска [1], в котором эта возможность предусмотрена.

Для описания постоянной, нарастающей и сначала нарастающей, а затем убывающей зависимости можно, в частности, использовать полиномы Чебышёва. А для описания асимптотически возрастающих или убывающих зависимостей пригодны функции вида

$$y(x) = \frac{2}{\pi} \arctan(at)$$
 или $y(t) = \tanh(at)$,

где ${\bf a}$ – неизвестный коэффициент, ${\bf t}$ – время.

В этом случае сначала вычисляются значения $\mathbf{y}_i = \mathbf{f}(\mathbf{t}_i)$, где \mathbf{i} – номер экспериментальной точки, а затем восстанавливается зависимость $\mathbf{z}(\mathbf{y})$, где \mathbf{z} – параметр опасного природного. Таким образом можно обоснованно выбрать функцию специального вида, обеспечивающую минимум среднего риска, для описания тренда опасного природного явления.

ЛИТЕРАТУРА

1. Vapnik V. Estimation of Dependences Based on Empirical Data. New York: Springer Science + Business Media, Inc.; 2006. 505 p.

MODELING TREND OF DANGEROUS NATURAL PHENOMENA

Zimin M. M. ^{1,a}, Kumukova O. A. ^{2,b}, Zimin M. I. ^{1,c}

¹ 2554620 Ontario Limited, Toronto, Canada; ² Federal state budgetary institution of High-Mountain Geophysical Institute, Nalchik, Russian Federation ^a maxim.zimin@yahoo.com,^b kumukova@rambler.ru, ^c zimin7@yandex.ru

Keywords: dangerous natural phenomenon, dependence, trend.

The predicted parameters of various natural hazards often do not remain constant. They can increase or decrease, in some cases asymptotically approaching any value. Accordingly, it is necessary to choose functions of a special type to approximate their dependence on time.

It should be also noted, that only limited sample of initial information can actually be obtained, so used methodology of reconstructing dependences should compare data amount and complexity of resulting function. In such case, method of structural minimization of risk [1] is the most appropriate technology, in which such possibility presents.

Chebyshev polynomials can be used to describe a constant, increasing, and first increasing and then decreasing dependence. And for reconstructing asymptotically increasing or decreasing dependencies functions the following functions can be applied:

$$y(x) = \frac{2}{\pi} \arctan(at)$$
 or $y(t) = \tanh(at)$,

where $\mathbf{a} = \text{unknown coefficient}$, $\mathbf{t} = \text{time}$.

In this case, the values of $\mathbf{y}_i = \mathbf{f}(\mathbf{t}_i)$ are first calculated, where \mathbf{i} is the number of an experimental point, and then the dependence of $\mathbf{z}(\mathbf{y})$ is reconstructed, where \mathbf{z} is a parameter of the dangerous natural phenomena. Thus, reasonable selection of a special type of function providing minimum of average risk to describe the trend of a dangerous natural phenomenon takes place.

REFERENCES

1. Vapnik V. Estimation of Dependences Based on Empirical Data. New York: Springer Science + Business Media, Inc.; 2006. 505 p.

О РОЛИ АКАДЕМИКА ЧЕБЫШЁВА П. Л. В СТАНОВЛЕНИИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ШКОЛ РОССИИ И ЕВРОПЫ, В РАЗВИТИИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ОСНОВ ИНФОРМАТИКИ, В СОВЕРШЕНСТВОВАНИИ ПРЕПОДАВАТЕЛЬСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

Иванов Ф. Ф.

Сургутский государственный университет, г. Сургут, Российская Федерация, iff777@yandex.ru

Ключевые слова: Чёбышёв П.Л., выдающийся учёный человечества, педагог, школы математики, математические основы информатики, вычислительной техники.

Каждая юбилейная дата в честь академика Пафнутия Львововича Чебышёва, каждое мероприятие на родине этого целеустремлённого, плодовитого учёного с мировым именем, Учителя и просветителя не обходятся без анализа, как, в к каких условиях сложилась необычайно яркая судьба, где же истоки такого величественного, щедрого таланта[1]. Несмотря на отсутствие мемуаров у прожившего 73 года мудрого и неравнодушного патриота России, по крохам уже более 60 лет собирается его портрет, постепенно выкристаллизовывается самобытный характер уроженца небольшого родового сельца Окатово Калужской губернии Боровского уезда. И хотя мы живём нередко чувством «нет пророка в своём Отечестве», всё же с каждым юбилеем удаётся понять и принять, что таких уникальных порядочных, верных людей на Земле было не так уж и много.

В небольшом докладе соревноваться с биографическими собраниями про Чебышёва П.Л., в том числе с немногочисленными воспоминаниями по части его творений и поведения нашего соотечественника задача не ставилась. Мне, с 50-летним стажем учёбы и работы в области вычислительной математики, информатики, автоматизированных систем, информационных технологий захотелось отыскать корни многих разделов этих наук в трудах моего героя, смею о нём так сказать после, более чем пятилетнего моего участия в Международных конференциях в его честь с докладами.

Обучаясь на мехмате Харьковского госуниверситета, давшего многих знаменитых математиков миру (А.М. Ляпунов, В.А. Стеклов, и др.), которые были так или иначе учениками Чебышёва, не так часто сам сталкивался с работами Пафнутия Львовича. Это случалось в теории вероятности, теории чисел, в работах по интегрированию, дифференцированию, приближённым вычислениям. И только к 200-летнему юбилею попытался вникнуть в линию его жизни вообще и в сфере моих научно-педагогических интересов.

Странным образом есть и другие пересечения наших линий: моя родина Смоленщина, и она, какой-то период, включала земли ныне Калужской губернии. А я после окончания ХГУ и службы в армии 24 года проработал в г. Обнинске (ВНИИГМИ-МЦД и ОИАТЭ), что рядышком с сельцом Окатово-15 км (ныне Акатово - 5 км от села Спас-Прогнаньеместо упокоения членов семьи Чебышёвых). Мальчика Пафнутия, второго в семье из девяти, крестил в Храме Преображения Господня Спас-на-Прогнаньи Фёдор Иванов!: «4 мая 1821 г. сельца Окатово у помещика корнета Льва Павловича Чебышева родился сын Пафнутий. Крещен 16 мая. Восприемниками были: подполковник Федор Иванов сын Митрофанов, из дворян; девица Екатерина Алексеева, дочь Зыкова; молитвован и крещен священником Петром с причтом» [2]. Потому и не могу обойтись только научным докладом по тематике конференции, но и поближе хочу разглядеть, что Чебышев Пафнутий Львович и по сей день значит для нас.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Международная конференция «Математика и информационные технологии в нефтегазовом комплексе», посвящённая дню рождения великого русского математика академика П.Л.Чебышёва: Тезисы. / (Сургут, 16-20 мая 2016 г.): Тезисы докладов Сургут: ИЦ СурГУ, 2016.-256 с.
- 2. СЕМЬЯ ЧЕБЫШЕВЫХ. Из воспоминаний Юдиновой Т.С. https://danilevskie-bodisk.wixsite.com/bodisko-iliny/chebyshevy

ABOUT THE ROLE OF ACADEMICIAN CHEBYSHEV P. L. IN THE FORMATION OF MATHEMATICAL SCHOOLS IN RUSSIA ND EUROPE, IN THE DEVELOPMENT OF MATHEMATICAL FOUNDATIONS OF COMPUTER SCIENCE, IN THE IMPROVEMENT OF TEACHING ACTIVITIES

Ivanov F. F.

Surgut state University, Surgut, Russian Federation, iff777@yandex.ru

Keywords: Chebyshev P. L., outstanding scientist of mankind, teacher, schools of mathematics, mathematical foundations of computer science, computer engineering.

Every anniversary date in honor of academician Pafnutiy Lvovovich Chebyshev, every event in the homeland of this purposeful, prolific world-renowned scientist, Teacher and educator can not do without an analysis of how, in what conditions an unusually bright fate developed, where are the origins of such a majestic, generous talent[1]. Despite the absence of memoirs from the wise and caring patriot of Russia who lived for 73 years, his portrait has been collected from crumbs for more than 60 years, and the original character of the native of the small ancestral village of Okatovo, Borovsky district, Kaluga province, is gradually crystallized. And although we often live with the feeling "there is no prophet in our Homeland", yet with each anniversary we manage to understand and accept that there were not so many such unique decent, loyal people on Earth.

In a short report, the task was not set to compete with biographical collections about P. L. Chebyshev, including a few memoirs about his works and the behavior of our compatriot. I, with 50 years of study and work experience in the field of computational mathematics, computer science, automated systems, and information technology, wanted to find the roots of many branches of these Sciences in the works of my hero, I dare say so about him after more than five years of my participation in International conferences in his honor with reports.

Studying at the faculty of mechanics of Kharkiv state University, which gave many famous mathematicians to the world (a.m. Lyapunov, V. A. Steklov, etc.), who were somehow students of Chebyshev, not so often I myself came across the works of paphnutiy Lyovich. This has happened in probability theory, number theory, in works on integration, differentiation, and approximate calculations. And only for the 200th anniversary I tried to delve into the line of his life in General and in the sphere of my scientific and pedagogical interests.

In a strange way, there are other intersections of our lines: my homeland is Smolensk, and it, for some time, included the lands of the now Kaluga province. And after graduating from khsu and serving in the army, I worked for 24 years in Obninsk (VNIIGMI-MCD and OIATE), which is next to the village of Okatovo-15 km (now Akatovo-5 km from the villageSpas-Banishment-the resting place of members of the Chebyshev family). The boy Paphnutius, the second in a family of nine, was baptized in the Church of the Transfiguration of the Lord Saved-on-the-Run by Fyodor Ivanov!: «On may 4, 1821, in the village of Okatovo, the landowner Kornet Lev Pavlovich Chebyshev had a son, paphnutiy. He was baptized on may 16. The recipients were: Lieutenant Colonel Fyodor Ivanov, son of Mitrofanov, from the nobility; the maiden Ekaterina Alekseeva, daughter of Zykov; prayerful and baptized by the priest Peter with the clergy»[2]. Therefore, I can't do without a scientific report on the conference topic, but I also want to take a closer look at what Chebyshev Pafnutiy Lvovich still means to us.

REFERENCES

- 1. International conference "Mathematics and information technologies in the oil and gas industry" dedicated to the birthday of the great Russian mathematician academician P. L. Chebyshev: Abstracts. / (Surgut, may 16-20, 2016): Abstracts of reports-Surgut: IC Surgu, 2016. 256 p.
- 2. THE CHEBYSHEV FAMILY. From the memoirs of T. S. Yudinova https://danilevskie-bodisk.wixsite.com/bodisko-iliny/chebyshevy

СОСТОЯНИЕ И БУДУЩЕЕ КОНКУРИРУЮЩИХ ВЕТВЕЙ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКИ, ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ НАЧАЛА XXI ВЕКА: СУПЕРКОМПЬЮТЕРЫ, СМАРТФОНЫ, СЕТИ, ИСКУССТВЕННЫЙ ИНТЕЛЛЕКТ

Иванов Ф. Ф. 1,a , Гордеев А. С. 1,6 , Хитрень Д. В. 1,6

¹ Сургутский государственный университет, г. Сургут, Российская Федерация ^а iff777@yandex.ru, ^б gordeev.alexx@gmail.com, ⁶ khitren@mail.ru

Ключевые слова: вычислительная техника, информационные технологии, суперкомпьютеры, смартфоны, сети, искусственный интеллект.

Наиболее стремительное развитие в начале XXI века получили зародившиеся ещё в конце двадцатого века компьютерные сети и сетевые технологии, персональные компьютеры и соответствующее им программное обеспечение. Существенную роль сыграла наметившаяся ещё в 90-ые годы интеграция средств связи и технологий передачи и обработки данных, с дальнейшим внедрением в повседную жизнь и практику сотовой связи и мобильных телефонов.

Успехи на рубеже веков в создании интерфейсов взаимодействия, принятие многочисленных международных и национальных стандартов в области информационных технологий, становление Интернета, внедрение всемирной паутины (WWW) практически привели к стиранию границ между средствами связи и средствами обработки. В первые два десятка лет 21-го века ІТ сделали огромный шаг к переходу всего человечества к информационному обществу. Практически всё деятельное население Земли стало участником и источником информационного обмена и обработки в самых разных формах.

Стремление наращивать мощности одного компьютера (супер) не привело к глобальному централизованному автоматизированному и автоматическому управлению во всех сферах, а превращение телефона в смартфон, включение в него многочисленных мобильных приложений, превратили сетевую инфраструктуру[1] в «глобальный» супермозг, способный в режимах 24/7 отвечать на любые потребности миллиардов пользователей. Как автомобиль стал уже не роскошью, а средством передвижения, так и смартфон перестал быть просто телефоном, он стал частью электронного киберпространства, запущенного когда-то и ракручивающего постоянно маховик телекоммуникационного взаимодействия всех со всеми. Можно сказать, что много маленьких смартфончиков, персональных, мини,микроЭВМ уже победили условно монстра-суперкомпьютер на данном отрезке времени. Это не значит, что СуперЭВМ не требуются, нет. Но они стали специализированными устройствами в науке и на производстве, центром формирования новых знаний о природе и обществе[2].

Новые базовые ИТ (BigData, IoT, DATA MINING, искусственный интеллект и др.), активно внедряемые повсеместно, существенное улучшение их производительности и защищённости в сетевой инфраструктуре мира, эластичность взаимодействия всех компонентов

многочисленных автоматизированных систем дадут в ближайшие десятилетия небывалый эффект возникновения очень «умных» машин, облачных сервисов и сетей, активно общающихся людей. Именно это будет питать среду новой четвертой ступени индустриализации («Индустрия 4.0», декларируемой, начиная с 2011 года).

В повседневной жизни можно сказать, что конкуренция закончилась, каждая ветвь идёт своим путём, но это не исключает в дальнейшем их нового сближения на основе новых научно-технических достижений и даже революций, в частности, применение прямого онлайн контакта естественного и искусственного интеллекта.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Тенденции развития компьютерных сетей и Интернета https://www.arccn.ru/media/572/
- 2. Суперкомпьютеры: история создания, применение и перспективы https://militaryarms.ru/novye-texnologii/superkompyuter/

STATE AND FUTURE OF COMPETING BRANCHES OF COMPUTER ENGINEERING, INFORMATION TECHNOLOGIES, ETC. XXI CENTURYA: SUPERCOMPUTERS, SMARTPHONES, NETWORKS, ARTIFICIAL INTELLIGENCE

Ivanov F. F. 1,a, Gordeev A. S. ^{1,b}, Khitren D. V. ^{1,c}

¹ Surgut State University, Surgut, Russian Federation

^a iff777@yandex.ru, ^b gordeev.alexx@gmail.com, ^c khitren@mail.ru

Keywords: computer engineering, information technologies, supercomputers, smartphones, networks, artificial intelligence.

The most rapid development at the beginning of the XXI century was achieved by computer networks and network technologies that originated at the end of the twentieth century, as well as personal computers and their corresponding software. A significant role was played by the integration of communication tools and data transmission and processing technologies that emerged back in the 90s, with the further introduction of cellular communications and mobile phones into everyday life and practice.

Success at the turn of the century in creating interaction interfaces, the adoption of numerous international and national standards in the field of information technology, the emergence of the Internet, and the introduction of the world wide web (WWW) practically blurred the boundaries between communication and processing tools. In the first two decades of the 21st century, IT has made a huge step towards the transition of all mankind to the information society. Virtually the entire active population of the Earth has become a participant source of information exchange and processing in various forms.

The desire to increase the capacity of one computer (super) it did not lead to a global centralized automated and automated management in all areas, but the transformation of the phone into a smartphone, the inclusion of numerous mobile applications in it, turned the network infrastructure [1]into a "global" superbrain capable of responding 24/7 to any needs of billions of users. Just as the car has become no longer a luxury, but a means of transportation, so the smartphone has ceased to be just a phone, it has become part of the electronic cyberspace that was once launched and twisting constantly flywheel telecommunications interaction of all with all. We can say that many small smartphones, personal, mini, and microcomputers have already defeated the monster supercomputer conditionally in this period of time. This does

not mean that Supercomputers are not required, no. But they have become specialized devices in science and production, a center for the formation of new knowledge about nature and society[2].

New basic it (big data, IoT, DATA MINING, artificial intelligence, etc.), have actively implemented widespread, a significant improvement in their performance and security in the network world, the elasticity of the interaction of all components of numerous automated systems will provide in the coming decades, an unprecedented sense of the emergence of a very "smart" machines, cloud services and networks, actively communicating people. This is what will feed the environment of the new fourth stage of industrialization ("industry 4.0", declared since 2011).

In everyday life, we can say that the competition is over, each branch goes its own way, but this does not exclude in the future their new convergence on the basis of new scientific and technological achievements and even revolutions, in particular, the use of direct online contact of natural and artificial intelligence.

REFERENCES

- Trends in the development of computer networks and the Internet https://www.arccn.ru/media/572/
- 2. Supercomputers: history, applications, and prospects https://militaryarms.ru/novye-texnologii/superkompyuter/

ОБ ОЦЕНКЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ ИНТЕГРАЛОВ С КВАДРАТИЧНОЙ ФАЗОЙ

Икромов И. А., Сафаров А. Р.

Институт Математики им. В. И. Романовского АНРУз, Узбекистан

Пусть $P(x,s) \in \mathbb{R}[x]$ многочлен от $x \in \mathbb{R}^k$ с коэффициентами $s \in \mathbb{R}^N$. Через Q обозначается компактное множество в \mathbb{R}^k . Рассмотрим тригонометрический интеграл

$$T(s) = \int_{Q} \exp(iP(x,s))dx.$$

Постановка задачи: Найти точную нижнюю грань p_0 чисел p таких, что $T \in L_p(\mathbb{R}^N)$. Аналогичные задачи были рассмотрены И. М. Виноградовым [3] и в работах других авторов [1,2,4-8].

В данной работе мы рассмотрим задачу суммируемости тригонометрических интегралов с квадратичной фазой. Пусть полином P имеет вид: P(x,A,b)=(Ax,x)+(b,x), где $A=(a_{lm})_{l,m=1}^k$ вещественная симметричная $k\times k$ матрица, $b:=(b_1,b_2,\ldots,b_k)\in\mathbb{R}^k$ и (\cdot,\cdot) скалярное произведение векторов. Рассмотрим тригонометрический интеграл

$$T(A,b) = \int_{\mathbb{R}^k} \exp(iP(x,A,b))\chi_K(x)dx,$$

где K — компактное множество и $\chi_K(x)$ — характеристическая функция множества K. Рассмотрим несобственный интеграл

$$\theta = \int\limits_{\mathbb{R}^N} |T(A,b)|^p db da$$
, где $db = db_1 db_2 ... db_k$ и $da = \prod\limits_{1 \leq l \leq m \leq k} da_{lm}.$

Справедлива следующая:

Теорема. Пусть K компактное множество, тогда интеграл θ сходится при p>2k+2 и причем если K содержит внутреннюю точку x^0 и существует прямая l проходящая через точку x^0 такая, что множество $\{l \cap K\}$ содержит лишь конечное число точек, то при $p \leq 2k+2$ интеграл расходится.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Архипов Г.И., Карацуба А.А., Чубариков В.Н.1987, Теория кратных тригонометрических сумм. Москва, Наука, 357 с.
- 2. Л.Г.Архипова, В.Н.Чубариков 2019, «Чебышевский сборник», О показателях сходимости особого интеграла и особого ряда одной многомерной проблемы, вып.20, том 4, стр.46–57.
- 3. Виноградов И.М. 1980, Метод тригонометрических сумм в теории чисел. Москва, Наука, 158 стр.
- 4. И. Ш. Джаббаров. 2019, «Матем. заметки», Показатель сходимости особого интеграла двумерной проблемы Терри с однородным многочленом степени 2, том 105, вып. 3, стр. 375–382.
- 5. Ikromov I.A. 1997, "On the convergence exponent of trigonometric integrals", Mat. notes, vol.218, pp.179–189.
- 6. Safarov A. 2019, On the L^p -bound for trigonometric integrals. Analysis mathematica, 45, 153–176 p.
- 7. Чахкиев М.А. 2019, «LXI Международные научные чтения (памяти А.Н.Колмогорова) Международной научно-практической конференции 16 декабря, 2019», Оценка показателя сходимости особого интеграла проблемы Терри для однородного многочлена степени N от двух переменных, стр.18–21.
- 8. Hua Loo-keng. 1952, "On the number of solutions of Tarry's problem", Acta Sci. Sinica, vol.1, No. 1, pp. 1–76.

ON ESTIMATES FOR TRIGONOMETRIC INTEGRALS WITH QUADRATIC PHASE

Ikromov I. A., Safarov A. R.

Institute of mathematics named after V.I. Romanovsky at the Academy of sciences of the Republic of Uzbekistan, Uzbekistan

Let $P(x,s) \in \mathbb{R}[x]$ polynomial in $x \in \mathbb{R}^k$ with coefficients $s \in \mathbb{R}^N$. Q is compact set in \mathbb{R}^k . We consider trigonometrically integral

$$T(s) = \int_{O} \exp(iP(x,s))dx.$$

Problem: Find the exact p_0 lower bound for numbers p such that $T \in L_p(\mathbb{R}^N)$. Similar problems were considered by I. M. Vinogradov [3] and in the works of other authors [1,2,4–8].

In this paper, we consider the problem of summability of trigonometric integrals with a quadratic phase. Let the P polynomial be of the form: P(x,A,b) = (Ax,x) + (b,x), where $A = (a_{lm})_{l,m=1}^k$ real symmetric matrix $k \times k$, $b := (b_1,b_2,\ldots,b_k) \in \mathbb{R}^k$ and (\cdot,\cdot) scalar products of vectors. Consider the trigonometric integral

$$T(A,b) = \int_{\mathbb{R}^k} \exp(iP(x,A,b))\chi_K(x)dx,$$

where K – compact set and $\chi_K(x)$ – characteristic function of a set K. Consider the improper integral

$$\theta = \int_{\mathbb{R}^N} |T(A,b)|^p db da$$
, where $db = db_1 db_2 ... db_k$ and $da = \prod_{1 \le l \le m \le k} da_{lm}$.

The following is true:

Theorem. Let K a compact set, then the integral θ converges for p > 2k + 2 and, moreover, if K it contains an interior point x^0 and there is a straight line l passing through the point x^0 such that the set $\{l \cap K\}$ contains only a finite number of points, then for $p \le 2k + 2$ the integral diverges.

REFERENCES

- 1. Arkhipov, G. I.; Karatsuba, A. A.; Chubarikov, V. N. Theory of multiple trigonometric sums, "Nauka", Moscow, 1987. 368 pp.
- 2. L. G. Arkhipova, V. N. Chubarikov 2019, "Chebyshevskii sbornik", On the exponents of the convergence of singular integrals and singular series of a multivariate problem, Vol. 20. No. 4., pp.46–57.
- 3. Vinogradov I.M. 1980, Method of trigonometric sums in number theory. Moscow, Nauka, 158 pp.
- 4. I. Sh. Jabbarov. 2019, "Mathematical Notes", Convergence Exponent of a Special Integral in the Two-Dimensional Tarry Problem with Homogeneous Polynomial of Degree 2, Mathematical Notes, 2019, 105:3, 359–365.
- 5. Ikromov I.A. 1997, "On the convergence exponent of trigonometric integrals", Mat. notes, vol.218, pp.179–189.
- 6. Safarov A. 2019, On the L^p -bound for trigonometric integrals. Analysis mathematica, 45, 153–176 p.
- 7. Chahkiev M.A. 2019, "LXI INTERNATIONAL scientific readings (in memory of A.N. Kolmogorov) International Scientific and Practical Conference, December 16, 2019", Estimation of the convergence index of a singular integral Terry problems for a homogeneous polynomial degree N of two variables, pp.18–21.(Russian)
- 8. Hua Loo-keng. 1952, "On the number of solutions of Tarry's problem", Acta Sci. Sinica, vol.1, No. 1, pp. 1–76.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ АЛГОРИТМЫ РЕШЕНИЯ NP-ПОЛНЫХ ЗАДАЧ УПРАВЛЕНИЯ ФИНАНСАМИ

Кадощук И. Т.

Технологический парк университета Гейдельберга, г.Гейдельберг, Германия Московский физико-технический институт (госуниверситет), г. Москва, Российская Федерация

kadoshchuk.it@mipt.ru

Ключевые слова: NP-трудные задачи, гибридные алгоритмы, методы искуственного интеллекта, капитальные активы, финансовое планирование.

Работа является результатом исследования качества экспериментальных (эмпирических) алгоритмов при решении NP-полных задач и их использования в финансовом планировании.

За последние 30 лет было построено и строится довольно много эмпирических алгоритмов для решения разнообразных NP- полных задач, в частности, моделирующих реальные экономические процессы. Проблемой сегодняшнего дня является их применение в практических ситуациях и, в частности, эффективное сравнение их качества. Это приводит на практике к ситуации, что использование вроде бы уже разработанных и известных алгоритмов на практике всегда приводит к непредсказуемым результатам и каждый раз предполагает собственное научное (НИОКР) исследование, связанное с конкретной практической задачей.

Целью этого исследования было построить стандартные условия и критерии для сравнения качества существующих и/или когда-либо в будущем построеных, алгоритмов для решения NP-полных задач, связанных с процессами финансового планирования, а именно, задач «о рюкзаке», «коммивояжера» и «минимального дерева Штейнера». [1]

Результаты работ по формализации задач, унификации исходных и результирующих данных, стандартизации требований к интерфейсам алгоритмов и условий их функционирования были реализованы в программно-техническом платформе, которая позволяет, как объективно экспериментально сравнивать качество используемых алгоритмов на унифицированых модельных и практических данных, так и добавлять неограниченное количество алгоритмов, независимо созданных в разнообразных программных средах. [2]

Кроме того, были исследованы популярные алгоритмы, а также сделаны собственные модификации и построен класс оригинальных гибридных алгоритмов [3], существенно раздвигающих (на многие порядки) наши возможности по точному решению, как практических, так и связанных с ними, NP-полных задач. Наконец, это позволило разработать принципиально новый метод принятия решений в многовариантных многофакторных задачах финансового планирования.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Кадощук И.Т. Вершины которые мы вибираем. *Труды 61-й Всероссийской научной конференции МФТИ. Прикладная математика и информатика.* Москва: изд-во МФТИ; 2018; с.87-89. ISBN 978-5-7417-0689-3. https://mipt.ru/science/5top100/education/!%D0%A4%D0%9F%D0%9C%D0%98.pdf
- 2. Кадощук И.Т. Управление активами: оптимизация и формальные модели. Труды 61-й Всероссийской научной конференции МФТИ. Прикладная математика и информатика. Москва: изд-во МФТИ; 2019; с79-80. ISBN 978-5-7417-0726-5. https://mipt.ru/science/5top100/%D0%A4%D0%9F%D0%9C%D0%982.pdf
- 3. Мареичев П.А. Исследования и разработка алгоритмов для решения задач оптимального развития сети с ограничениями. *Магистерская диссертация*. Москва. Изд-во МФТИ, 2018. 27 p. http://cs.mipt.ru/wp/?page_id=7491

EXPERIMENTAL ALGORITHMS FOR SOLVING NP-HARD FINANCIAL MANAGEMENT PROBLEMS

Kadoshchuk I. T.

Heidelberg University Technology Park, Heidelberg, Germany
Moscow Institute of Physics and Technology (State University), Moscow, Russian Federation
kadoshchuk.it@mipt.ru

Keywords: NP-hard problems, hybrid algorithms, artificial intelligence methods, capital assets, financial planning.

The paper is the result of a research on the quality of experimental (empirical) algorithms in solving NP-complete problems and their use in financial planning and fixed assets management.

Over the last 30 years, quite a lot of empirical algorithms have been built and are being constructed to solve a variety of NP-complete problems, in particular those modelling real economic processes. Moreover, the rapidly developing fields of computer science are introducing ever more diverse tools and methods to produce ever more interesting algorithms. The challenge for today is to apply them in practical situations and, in particular, to compare their quality effectively. Each of the existing algorithms was developed on its own input data, on basically incidental software and hardware platforms, and was the result of creative formalisation of practical problems under unique constraints and assumptions. This leads in practice to the situation that the use of apparently already developed and known algorithms in practice always leads to unpredictable results and each time involves its individual scientific research related to a particular practical problem.

The objective of this research was to construct standard conditions and criteria for comparing the quality of existing, and/or ever to be constructed, algorithms for solving NP-complete problems related to financial planning processes, namely the "knapsack", " traveller" and "Steiner's minimum tree" problems.[1]

The results of the work on tasks formalisation, unification of input and output data, standardisation of requirements for interfaces of algorithms and conditions of their functioning were implemented in the software and hardware platform, which allows both an objective experimental comparison of quality of used algorithms on unified model and real data and adding an unlimited number of algorithms independently created in a variety of software environments. [2]

Furthermore, we investigated popular algorithms and made our own modifications and constructed a class of original hybrid algorithms [3], significantly extending (by many orders of magnitude) our ability to accurately solve both practical and related NP-complete problems. Finally, it allowed us to develop a fundamentally new approach to decision making in multivariate multifactor financial planning problems.

REFERENCES

- 1. Kadoshchuk I.T. The vertices we choose. *Proceedings of the 61st All-Russian Scientific Conference of MIPT. Applied mathematics and computer science.* Moscow: Publisher MIPT; 2018; p.87-89. ISBN 978-5-7417-0689-3. https://mipt.ru/science/5top100/education/!%D0%A4%D0%9F%D0%9C%D0%98.pdf
- 2. Kadoshchuk I.T. Asset management: Optimisation and formal models. *Proceedings of the 62nd All-Russian Scientific Conference of MIPT. Applied mathematics and computer science*. Moscow: Publisher MIPT; 2019; p.79-80. ISBN 978-5-7417-0726-5. https://mipt.ru/science/5top100/%D0%A4%D0%9F%D0%9C%D0%982.pdf
- 3. Mareichev P.A. Research and development of algorithms for optimal network development problems with constraints. *Master's thesis*. Moscow: MIPT, 2018. 27 p. http://cs.mipt.ru/wp/?page_id=7491

НЕСТАЦИОНАРНЫЕ УРАВНЕНИЯ СОБОЛЕВСКОГО ТИПА В МАГНИТОГИДРОДИНАМИКЕ

Кондюков А. О. 1,a , Сукачева Т. Г. 1,2,6

¹ Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого, г. Великий Новгород, Российская Федерация

² Научно-исследовательская лаборатория «Неклассические уравнения математической физики», Южно-Уральский государственный университет (национальный исследовательский университет), Челябинск, Российская Федерация

^a k.a.o_leksey999@mail.ru, ⁶tamara.sukacheva@novsu.ru

Ключевые слова: уравнения соболевского типа, квазистационарные полутраектории, расширенное фазовое пространство, магнитогидродинамика.

Система

$$(1 - \kappa \nabla^{2}) v_{t} = \nu \nabla^{2} v - (v \cdot \nabla) v + \sum_{m=1}^{M} \sum_{s=1}^{n_{m}-1} A_{m,s} \nabla^{2} w_{m,s} - \frac{1}{\rho} \nabla p - 2\Omega \times v + \frac{1}{\rho \mu} (\nabla \times b) \times b + f^{1},$$

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0, \nabla \cdot \mathbf{b} = 0, \ b_{t} = \delta \nabla^{2} b + \nabla \times (v \times b) + f^{1},$$

$$\frac{\partial w_{m,0}}{\partial t} = v + \alpha_{m} w_{m,0}, \ \alpha_{m} \in \mathbb{R}_{-}, \ m = \overline{1,M},$$

$$\frac{\partial w_{m,s}}{\partial t} = s w_{m,s-1} + \alpha_{m} w_{m,s}, \ s = \overline{1,n_{m}-1},$$

$$(1)$$

моделирует поток несжимаемой вязкоупругой жидкости Кельвина-Фойгта [1] в магнитном поле Земли высшего порядка $K(K=n_1+\cdots+n_m)$. Здесь вектор-функции $v=(v_1(x,t),v_2(x,t)\ldots v_n(x,t))$ и $b=(b_1(x,t),b_2(x,t)\ldots b_n(x,t))$ характеризуют скорость и магнитную индукцию соответственно, p=p(x,t)- давление, κ - коэффициент упругости, ν - коэффициент вязкости, Ω - угловая скорость, δ - магнитная вязкость, μ - магнитная проницаемость, ρ - плотность. $A_{m,s}$ - параметры, которые определяют время ретардации (запаздывания) давления. Свободные члены $f^1=(f_1^1\ldots f_n^1)$, $f_i^1=f_i^1(x,t)$, $f^2=f^2(x,t)$ отвечают внешнему воздействию на жидкость.

Рассмотрим первую начально-краевую задачу для системы (1)

$$v\left(x,0\right)=v_{0}\left(x\right),\ b\left(x,0\right)=b_{0}\left(x\right),\ w_{m,s}\left(x,0\right)=w_{m,s}^{0}\left(x\right),\ \forall\ x\in D;$$

$$v\left(x,t\right)=0,\ b\left(x,t\right)=0,\ w_{m,s}\left(x,t\right)=0,\ \forall\left(x,t\right)\in\partial D\times\mathbb{R}_{+},\ m=\overline{1,M},\ s=\overline{1,n_{m}-1},\qquad(2)$$
 где $D\subset\mathbb{R}^{n},\ n=2,3,4$ – ограниченная область с границей ∂D класса $C^{\infty}.$

Разрешимость задачи (1), (2) исследовалась ранее в [2] в рамках теории полулинейных неавтономных уравнений соболевского типа. Поэтому в первой части работы изложена абстрактная задача Коши для полулинейного нестационарного уравнения соболевского типа. Во второй части задача (1), (2) рассматривается как конкретная интерпретация абстрактной задачи. В третьей части установлено существование квазистационарных полутраекторий указанной задачи и описано ее расширенное фазовое пространство.

ЛИТЕРАТУРА

1. Осколков А.П. Начально-краевые задачи для уравнений движения жидкостей Кельвина-Фойгта и Олдройта // Тр. МИ АН СССР, 1988, Т.179, С.126-164.

2. A.O. Kondyukov, T.G. Sukacheva. Non-stationary model of incompressible viscoelastic KelvinVoigt fluid of higher order in the Earth's magnetic field // 2nd ISPCMMPAM 2020. Journal of Physics: Conference Series 1658 (2020) 012028 IOP Publishing doi:10.1088/1742-6596/1658/1/012028. 9 p. https://iopscience.iop.org/issue/1742-6596/1658/1

NON-STATIONARY SOBOLEV-TYPE EQUATIONS IN MAGNETOHYDRODYNAMICS

Kondyukov A. O.^{1,a}, Sukacheva T. G. ^{1,2,b}

Yaroslav-the-Wise Novgorod State University, Veliky Novgorod, Russian Federation
 Research Laboratory «Non-classical Equations of Mathematical Physics», South Ural State University (National Research University), Chelyabinsk, Russian Federation
 * k.a.o_leksey999@mail.ru, btamara.sukacheva@novsu.ru

Keywords: Sobolev type equations, quasi-stationary semi-trajectories, extended phase space, magnetohydrodynamics.

The system

$$(1 - \kappa \nabla^{2}) v_{t} = \nu \nabla^{2} v - (v \cdot \nabla) v + \sum_{m=1}^{M} \sum_{s=1}^{n_{m}-1} A_{m,s} \nabla^{2} w_{m,s} - \frac{1}{\rho} \nabla p - 2\Omega \times v + \frac{1}{\rho \mu} (\nabla \times b) \times b + f^{1},$$

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0, \nabla \cdot \mathbf{b} = 0, \ b_{t} = \delta \nabla^{2} b + \nabla \times (v \times b) + f^{1},$$

$$\frac{\partial w_{m,0}}{\partial t} = v + \alpha_{m} w_{m,0}, \ \alpha_{m} \in \mathbb{R}_{-}, \ m = \overline{1,M},$$

$$\frac{\partial w_{m,s}}{\partial t} = s w_{m,s-1} + \alpha_{m} w_{m,s}, \ s = \overline{1,n_{m}-1},$$

$$(1)$$

simulates the flow of an incompressible viscoelastic Kelvin-Voigt fluid [1] in the Earth's magnetic field of the highest order $K(K=n_1+\cdots+n_m)$. Here the vector functions $v=(v_1(x,t),v_2(x,t)\ldots v_n(x,t))$ and $b=(b_1(x,t),b_2(x,t)\ldots b_n(x,t))$ characterize the velocity and magnetic induction, respectively; p=p(x,t) is the presure, κ is the coefficient of elasticity, ν is the viscosity coefficient, Ω is the angular velocity, δ is the magnetic viscosity, μ is the magnetic permeability, ρ is the density. $A_{m,s}$ are parameters that determine the time of pressure retardation (delay). The free members $f^1=(f_1^1\ldots f_n^1), f_i^1=f_i^1(x,t), f^2=f^2(x,t)$ respond to the external influence on the liquid.

Consider the first initial-boundary value problem for the system (1)

$$v(x,0) = v_0(x), b(x,0) = b_0(x), w_{m,s}(x,0) = w_{m,s}^0(x), \forall x \in D;$$

$$v(x,t) = 0, b(x,t) = 0, w_{m,s}(x,t) = 0, \forall (x,t) \in \partial D \times \mathbb{R}_+, m = \overline{1,M}, s = \overline{1,n_m-1}, \quad (2)$$

$$where \ D \subset \mathbb{R}^n, \ n = 2,3,4 \text{ is a bounded domain with a boundary} \partial D \text{ of class } C^{\infty}.$$

The solvability of the problem (1), (2) was studied earlier in [2] in the framework of the theory of semi-linear non-autonomous Sobolev type equations. Therefore, in the first part of the paper, we present an abstract Cauchy problem for a semi-linear non-stationary Sobolev type equation. In the second part, the problem (1), (2) is considered as a concrete interpretation of an abstract problem. In the third part, the existence of quasi-stationary semi-trajectories of this problem is established and its extended phase space is described.

REFERENCES

- 1. Oskolkov A.P. Initial-boundary value problems for the Kelvin-Voigt and Oldroit equations of fluid motion // Tr. MI AN SSSR, 1988, T.179, P.126-164.
- 2. A.O. Kondyukov, T.G. Sukacheva. Non-stationary model of incompressible viscoelastic KelvinVoigt fluid of higher order in the Earth's magnetic field // 2nd ISPCMMPAM 2020. Journal of Physics: Conference Series 1658 (2020) 012028 IOP Publishing doi:10.1088/1742-6596/1658/1/012028. 9 p. https://iopscience.iop.org/issue/1742-6596/1658/1

КУСОЧНО-ГЛАДКИЕ РЕШЕНИЯ ОДНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ СПЕЦИАЛЬНОГО ВИДА

Костерин Д. С.

ЯрГУ им. П. Г. Демидова, г. Ярославль, Российская Федерация kosterin.dim@mail.ru

Ключевые слова: устойчивость, краевая задача, динамика, кусочно-постоянные решения.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 18-29-10055).

Рассматривается пространственно-распределенное уравнение

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} = \xi - \beta(\xi^2 - M(\xi^2)) - (1 - \beta)(\xi^3 - M(\xi^3)),\tag{1}$$

где $\beta \in [0;1], \ \xi = \xi(t,x)$ при каждом $t \geq 0$ представляет собой кусочно-гладкую по пространственной переменной x функцию, $M(\xi) = \int\limits_0^1 \xi(t,x) dx.$

Уравнение (1) рассматривается с периодическим краевым условием

$$\xi(t, x+1) = \xi(t, x) \tag{2}$$

и дополнительным условием нулевого по пространственной переменной среднего

$$M(\xi) = 0. (3)$$

Краевые задачи подобного типа возникают при исследовании ряда сингулярновозмущенных задач параболического типа [1-2] и систем уравнений с большим коэффициентом запаздывания [3].

Краевая задача (1)-(3) при каждом β имеет семейство кусочно-постоянных по пространственной переменной x решений вида

$$\xi(t,x) = \begin{cases} a(\alpha), & 0 < x < \alpha, \\ b(\alpha), & \alpha < x < 1. \end{cases}$$
(4)

Определены явные формулы для выражений $a(\alpha)$, $b(\alpha)$ при разных β . Доказано, что в случае $\beta=1$ все решения такого вида неустойчивы. В остальных случаях показано, что существует интервал значений параметра α , для которых такие решения устойчивы.

Также доказано, что в случае $\beta = 0$ существуют кусочно-постоянные решения со значениями равными 1 и -1. Доказана их устойчивость.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Глызин С. Д., Кащенко С. А., Толбей А. О. *Взаимодействие двух волн в модели Ферми*–Паста– Улама // Моделирование и анализ информационных систем. 2016. Т. 23. № 5. С. 548–558.
- 2. Глызин С. Д., Кащенко С. А., Толбей А. О. *Уравнения с нелинейностями дислокаций и Ферми-Пасты-Улама*. Известия вузов. ПНД, 2019, том 27, № 4, с. 52–70.
- 3. Григорьева Е. В., Кащенко С. А. *Медленные и быстрые колебания в модели оптико-* электронного осциллятора с запаздыванием. Доклады Академии наук. 2019. т. 484, № 1, с. 21-25.

PIECEWISE SMOOTH SOLUTIONS OF A SPECIFIC BOUNDARY VALUE PROBLEM

Kosterin D. S.

Yaroslavl State University, Yaroslavl, Russian Federation kosterin.dim@mail.ru

Keywords: stability, boundary value problem, dynamics, step solutions.

This research was supported by the Russian Foundation for Basic Research (grant No. 18-29-10055).

Consider the spatially distributed equation

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} = \xi - \beta(\xi^2 - M(\xi^2)) - (1 - \beta)(\xi^3 - M(\xi^3)),\tag{1}$$

where $\beta \in [0,1]$, $\xi = \xi(t,x)$ is a picecewise smooth function in the variable x for each $t \geq 0$, $M(\xi) = \int_{0}^{1} \xi(t,x) dx$.

Equation (1) is considered with periodic boundary condition

$$\xi(t,x+1) = \xi(t,x) \tag{2}$$

and condition

$$M(\xi) = 0. (3)$$

Similar boundary value problems arise in the study of some singularly perturbed problems of parabolic type [1-2] and systems of equations with a large delay coefficient [3].

The boundary value problem (1)-(3) for each β has a family of piecewise constant solutions in the variable x

$$\xi(t,x) = \begin{cases} a(\alpha), & 0 < x < \alpha, \\ b(\alpha), & \alpha < x < 1. \end{cases}$$
 (4)

For any β we defined the explicit formulas of $a(\alpha)$, $b(\alpha)$. We proved that in the case of $\beta = 1$ these solutions are unstable. In the other cases we showed that there exist an interval of α in which these solutions are stable.

Also we proved that in the case of $\beta = 0$ there exists piecewise constant solutions with values equal to 1 and -1. These solutions are stable.

REFERENCES

- 1. Glyzin S. D., Kashchenko S. A., Tolbei A. O. *Interaction of two waves in the Fermi-Pasta-Ulam model*. Model. Anal. Inf. Sist. 2016, vol. 23, no. 5, pp. 548–558.
- 2. Glyzin S. D., Kashchenko S. A., Tolbei A. O. *Equations with the Fermi-Pasta-Ulam and dislocations nonlinearity*. Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics, 2019, vol. 27, no. 4, pp. 52–70.
- 3. Grigorieva E. V., Kashenko S. A. Slow and rapid oscillations in an optoelectronic oscillator model with delay. Doklady Mathematics. 2019, vol. 484, no. 1, pp. 21–25.

PROFESSIONAL ORIENTATION OF TEACHING HIGHER MATHEMATICS TO STUDENTS OF NATURAL SCIENCE SPECIALTIES

Kostrova Yu. S.

Ryazan State Radio Engineering University named after V.F. Utkin Ryazan, Russian Federation julia-alpha@rambler.ru

Keywords: mathematics, higher education, professional orientation.

In the process of teaching higher mathematics to students of natural science specialties, the orientation of the educational process to the future professional activity of students becomes important. Mathematics, due to its abstractness, is rarely associated with students of non-mathematical specialties with a discipline that can be useful in the future. This negatively affects the motivation of students to study higher mathematics, and, as a result, leads to a low level of their mathematical training [1–3].

The analysis of the current situation allowed us to formulate the principles of building the educational process in higher mathematics, ensuring the professional orientation of teaching students of natural science specialties:

- 1. Natural-scientific interpretation of the studied mathematical concepts [4].
- 2. Use of mathematical tasks of professional content [5,6].
- 3. Implementation of educational projects that demonstrate the capabilities of mathematics in the professional field.
- 4. Continuity in the study of special disciplines, focusing on the applicability of the studied mathematical formulas, concepts, and methods.

Experimental research work on the implementation of these principles in the educational process has demonstrated their effectiveness.

- 1. Loch B., Lamborn J. How to make mathematics relevant to first-year engineering students: Perceptions of students on resources produced by students. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*. 2016; 47(1): 29–44.
- 2. Bortnik L. I., Kaygorodov E. V., Raenko E. A. Some Problems of Teaching Mathematics in Higher School. *TSPU Bulletin*. 2013. 4(132):19–24. (In Russ.)
- 3. Noskov M. V., Shershneva V. A. Quality of mathematical education of engineer: traditions and innovations. *Pedagogy*. 2006; 6: 35–42. (In Russ.)
- 4. Kostrova Yu.S. Peculiarities of Teaching Higher Mathematics to Students-Biologists. *Professional Education in Russia and Abroad*. 2017;4(28):106–114. (In Russ.)
- 5. Stewart J., Day T. Biocalculus: Calculus for Life Sciences. New York: Brooks Cole; 2014. 897 p.

6. Ledder G. Mathematics for the Life Sciences: Calculus, Modeling, Probability, and Dynamical Systems. New York: Springer; 2013. 443 p. DOI: 10.1007/978-1-4614-7276-6

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ ТЕРМОВ ДВУХАТОМНЫХ МОЛЕКУЛ В ПЕРВОМ ПОРЯДКЕ ТЕОРИИ ВОЗМУЩЕНИЙ

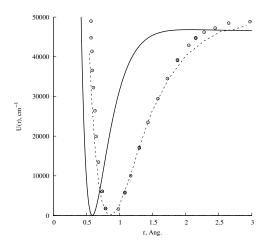
Кощеев В. Π .¹, Штанов Ю. Н.²

 1 НИУ МАИ, филиал "Стрела", г. Жуковский, koshcheev1@yandex.ru 2 Тюменский индустриальный университет, филиал ТИУ в г. Сургуте, г. Сургут

Ключевые слова: потенциальная энергия, барьер, молекула НF.

Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований в рамках научного проекта № 20-07-00236 а.

В [1] был предложен новый подход к вычислению потенциальной энергии взаимодействия двух атомов с учетом принципа Паули. В [2] было показано, что этот подход эквивалентен вычислению электронных термов двухатомной молекулы в первом порядке теории возмущений. Известно [3], что кривая потенциальной энергии двухатомной молекулы имеет глубокий и неглубокий минимумы на близких и далеких расстояниях, соответственно. Эта картина дополнена в нашей модели потенциальным барьером, который разделяет эти минимумы. Атомные форм - факторы, с помощью которых строится выражение для потенциальной энергии взаимодействия двух атомов с учетом принципа Паули, были вычислены как в приближении Мольер, так и в приближении водородоподобных волновых функций, которые аппроксимируют решение уравнения Хартри-Фока для изолированного атома [4]. На рисунке представлена потенциальная энергия взаимодействия $U(\mathbf{r})$, которая вычислена в работе [2] (сплошная линия), в сравнении с результатом эксперимента, который представлен в [5] (кружки), и потенциалом Морзе [5] (пунктирная линия) для молекулы HF.



ЛИТЕРАТУРА

- 1. Кощеев В.П., Штанов Ю.Н. // Письма в ЖТФ. 2018. Т. 44. В. 13. С. 28. DOI: 10.21883/PJTF.2018.13.46324.17133
- 2. Koshcheev V., Shtanov Y. Simulation electronic thermes of two atoms molecules // arXiv preprint arXiv:2102.03825. 2021.
- 3. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Квантовая механика, 1974.

- 4. Clementi E., Roetti C. // Atomic Data and Nuclear Data Tables. 1974. V. 14. P. 177-478
- 5. Fan Q. et al. // The European Physical Journal D. 2014. V. 68. No. 1. P. 5. DOI: 10.1140/epjd/e2013-40437-2

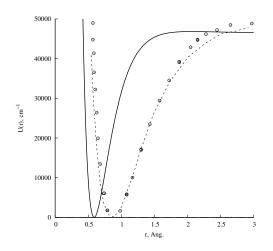
NUMERICAL SIMULATION OF ELECTRONIC THERMES OF TWO-ATOMIC MOLECULES IN THE FIRST ORDER OF PERTURBATION THEORY

Koshcheev V. P.^{1,a}, Shtanov Yu. N.²

 Moscow Aviation Institute (National Research University), Strela Branch, Zhukovskii, Russia
 Industrial University of Tyumen, Surgut Branch, Surgut, Russia
 koshcheev1@yandex.ru

Keywords: potential energy, potential barrier, HF molecule. The research was funded by RFBR according to the project No 20-07-00236 A.

In [1], a new approach to calculating the potential energy of interaction of two atoms was proposed, taking into account the Pauli principle. It was shown in [2] that this approach is equivalent to calculating the electronic terms of a diatomic molecule in the first order of perturbation theory. It is known [3] that the potential energy curve of a diatomic molecule has deep and shallow minima at short and long distances, respectively. This picture is complemented in our model by a potential barrier that separates these minima. Atomic forms - factors that are used to construct an expression for the potential energy of interaction of two atoms, taking into account the Pauli principle, were calculated both in the Molière approximation and in the approximation of hydrogen-like wave functions, which approximate the solution of the Hartree-Fock equation for an isolated atom [4]. The figure shows the potential interaction energy U(r), which was calculated in [2] (solid line), in comparison with the result of the experiment, which is presented in [5] (circles), and the Morse potential [5] (dashed line) for HF molecules.



- 1. Koshcheev V.P., Shtanov Yu.N. A new approach to calculating the potential energy of interaction between two atoms // Tech. Phys. Lett., 2018, Vol. 44, No. 7, pp. 566–569. DOI: 10.1134/S1063785018070088
- 2. Koshcheev V.P., Shtanov Yu. N. Simulation electronic thermes of two atoms molecules //arXiv preprint arXiv:2102.03825. 2021.

- 3. Landau L.D., Lifshits E.M. Quantum Mechanics, 1974. (In Russ.)
- 4. Clementi E., Roetti C. Roothaan-hartree-fock atomic wavefunctions: Basis functions and their coefficients for ground and certain excited states of neutral and ionized atoms, $Z \leq 54$ // Atomic Data and Nuclear Data Tables. 1974. V. 14. P. 177-478
- 5. Fan Q. et al. Analytical potential curves of some hydride molecules using algebraic and energy-consistent method // The European Physical Journal D. 2014. V. 68. No. 1. P. 5. DOI: 10.1140/epjd/e2013-40437-2

ЭФФЕКТИВНОЕ ВЫЧИСЛЕНИЕ СТАТИСТИЧЕСКОЙ СУММЫ МЕТОДОМ N-ОКРЕСТНОСТЕЙ

Крыжановский Б. В. 1,a , Литинский Л. Б. 1,6

¹ Научно-исследовательский институт системных исследований Российской академии наук, г.Москва, Российская Федерация
^a kryzhanov@mail.ru, ⁶ litin@mail.ru

Ключевые слова: статистическая сумма, метод n-окрестностей. Работа выполнялась в рамках госзадания НИИСИ РАН, проект № 0065-2019-0003.

В статистической физике имеются инструменты для изучения большой системы взаимосвязанных элементарных «агентов» как целого. По традиции, под агентами будем подразумевать бинарные спины: $s_i=\pm 1,\ i=1,...,N,$ где N>>1. Состояние системы как целого описывается конфигурационными векторами $s=(s_1,s_2,...,s_N).$ Полное число состояний системы экспоненциально велико. С помощью $(N\times N)$ -матрицы $T=(T_{ij}),$ образованной межсвязями между спинами, каждому состоянию s ставится в соответствие энергия E(s)=-(Ts,s). Ключевой характеристикой здесь является статистическая сумма $Z_N(\beta)=\sum_s \exp\left[\beta\cdot E(s)\right],$ где сумма берется по всем состояниям s, а $\beta=1/T$ - обратная температура (ею удобнее пользоваться, чем температурой T).

С помощью $Z_N(\beta)$ описывается зависимость от температуры многих макро-характеристик системы: внутренней энергии, теплоемкости, намагниченности и др. Значения β_c , в которых у статистической суммы $Z_N(\beta)$ (или ее производных) имеются особенности, называются *критическими температурами*. Они отделяют друг от друга различные фазовые состояния системы, характеризующиеся кардинально разным поведением ее макро-характеристик.

Разработанный нами метод п-окрестностей [1-3] позволяет вычислить статистическую сумму при произвольной матрице связи T. Метод основан на разбиении конфигурационного пространства на Nобластей, в которых истинное распределение энергий E(s) аппроксимируется гауссовым распределением с известными средним значением и дисперсией. При тестировании метода на многомерной модели Изинга получены простые аналитические формулы, выражающие критическую температуру через элементы матрицы связи. Сопоставление теоретических значений с результатами компьютерного моделирования для 5 различных решеток продемонстрировало хорошее согласие аналитики с экспериментом.

Метод n-окрестностей можно использовать для анализа больших систем взаимодействующих элементарных «агентов» произвольной природы (не только физической). В качестве внешнего управляющего параметра может выступать не только температура.

ЛИТЕРАТУРА

1. Крыжановский Б.В., Литинский Л.Б. Обобщенное уравнение Брэгга-Вильямса для систем с произвольным дальнодействием. $\mathcal{A}AH$. 2014;459(6):1–5.

- 2. Kryzhanovsky B., Litinskii L. Applicability of n-vicinity method for calculation of free energy of Ising model. *Physica A*. 2017; 468:493–507.
- 3. Крыжановский Б.В., Литинский Л.Б. Метод n-окрестностей вычисления статистической суммы в модели Изинга: границы применимости. *Труды НИИСИ РАН*. 2017; 7(1):4-17.

EFFECTIVE CALCULATION OF PARTITION FUNCTION BY N-VICINITY METHOD

Kryzhanovsky B. V. ^{1,a}, Litinskii L. B. ^{1,b}

¹ Scientific Research Institute for System Analysis Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia ^a kryzhanov@mail.ru, ^b litin@mail.ru

Keywords: partition function, n-vicinity method.

The work was supported by State Program of SRISA RAS, project no. 0065-2019-0003.

In statistical physics there are methods allowing us to investigate large systems of connected "agents" as a whole. According to tradition by agents we mean binary $spins \ s_i = \pm 1, \ i = 1,...,N$, where N >> 1. The states of the whole system we describe by configuration vectors $s = (s_1, s_2, ..., s_N)$. The number of states is exponentially large. We associate an energy E(s) = -(Ts,s) to each state s, where $T = (T_{ij})$ is a $(N \times N)$ -matrix formed by the connections between spins. The most important characteristic of the system is its partition function $Z_N(\beta) = \sum_s \exp [\beta \cdot E(s)]$, where we sum over all the states s, and s = 1/T is the inverse temperature.

The function $Z_N(\beta)$ allow us to describe temperature dependences of many macrocharacteristics of the system such as the internal energy, the heat capacity, the magnetization, and so on. By *critical inverse temperature*, we call the values β_c at which the partition function $Z_N(\beta)$ or its derivatives have singularities. These values separate the phase states of the system with quite different behavior of its macro-characteristics.

We developed an n-vicinity method [1-3] applicable when calculating the partition function of the system with an arbitrary connection matrix T. Our method is based on dividing the configuration space into N regions; in these regions, we replace a true energy distribution by the Gaussian distribution with the known mean value and the variance. When applying this method to the multidimensional Ising model we obtained simple analytical formulas that expressed the critical temperature in terms of the elements of the connection matrix. When comparing our theoretical results with computer simulations for 5 different lattices we demonstrated a good agreement of the analytical and experimental results.

One can use the n-vicinity method when analyzing not only large systems of interacting spins but also in the case of arbitrary "agents" and not only dependences on the temperature may be the subject for study.

- 1. Kryzhanovsky B.V., Litinskii L.B. Generalized Bragg-Williams Equation for Systems with Arbitrary Long-Range Interaction. *Doklady Mathematics*. 2014;90(3):784–787.
- 2. Kryzhanovsky B., Litinskii L. Applicability of n-vicinity method for calculation of free energy of Ising model. *Physica A*. 2017; 468:493–507.
- 3. Kryzhanovsky B.V., Litinskii L.B. n-vicinity method for calculation of partition function of Ising model. *Trudy NIISI RAS.* 2017; 7(1):4–17 (in Russian).

РАЗРАБОТКА ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ ГИДРОИНФОРМАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ НА ОСНОВЕ ФРЕЙМВОРКА QT

Леонтьев А. Л. 1,a , Чумак М. И. 2,6

1 Южгый федеральный университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация
 2 Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация

 $^{\mathrm{a}}$ leontyev_anton@mail.ru, $^{\mathrm{6}}$ chumaaak1908@gmail.com

Ключевые слова: информационные системы, C++, Qt, проектирование, разработка.

Готовое программное обеспечение (ПО), используемое для вычислительной гидродинамики, ориентированно на решение простых задач и базируется на классических моделях наблюдений, что не является целесообразным при проведении исследований. В связи с этим перед исследователями возникает потребность развития навыков разработки ПО.

Первоочередным этапом разработки является формулировка требований. При проведении исследований ПО должно обладать широким набором возможностей. В зависимости от потребностей пользователя функционал ПО может быть расширен, за счет добавления новых модулей, а сужение функционала достигается сокрытием части возможностей на уровне UI. Таким образом в зависимости от функционала ПО может меняться и его дизайн. Так как разработка дизайна и создание UI является трудоемким процессом, то целесообразным является упростить этот процесс [1].

Интегрированная среда разработки (IDE) Qt Creator позволяет создавать программы на языке высокого уровня C++, упрощая разработку по средствам одноименнного фреймворка Qt, преимуществом которого является метаобъектная система, поддерживающая коммуникацию между объектами в режиме реального времени и динамических свойств системы.

Разработка функционала масштабного приложения может стать невыполнимой задачей, если изначально не определиться со структурой ПО. Заранее необходимо продумывать название переменных, типы данных и доступа к ним и создавать функции и методы так, чтобы для дальнейшей модификация ПО достаточно было модифицировать отдельные модули, а не всю программу целиком [2]. Здесь проявляется максимальная польза разработки приложений на Qt, так как система «сигналов и слотов» позволяет модифицировать отдельные блоки, при этом не нарушая структуру остальной программы.

Отладка работы каждого из таких блоков занимает значительно меньше времени чем отладка всей программы. При этом желательно разбивать функционал этих блоков на несколько программных файлов, каждый из которых отвечает за отдельную функциональную часть. Такой подход может привести к возникновению достаточно сложно иерархической структуры ПО, однако он облегчает и ускоряет модификацию.

Разработка подобной структуры ПО может занять большое количество времени. Для того чтобы ускорить процесс целесообразно предварительно спроектировать UML-схему, на которой будут отображены основные программные модули и пути их взаимодействия. Такой подход поможет увидеть потенциальные ошибки, на стадии проектирования программы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Белоусова С.А., Рогозов Ю.И. Анализ подходов к созданию пользовательского интерфейса Известия Южного федерального университета. Технические науки. 2014;6(155):142-148.

2. Торшенко Ю.А., Шубин Ю.М., Осовецкий Л.Г. Обнаружение уязвимостей на начальных этапах проектирования программного продукта *Научно-технический вестник информационных технологий*, механики и оптики. 2008;55:111–113.

DEVELOPMENT OF A RESEARCH HYDROINFORMATION SYSTEM BASED ON THE QT FRAMEWORK

Leontyev A. L. 1,a , Chumak M. I. 2,b

South Federal University, Rostov-on-Don, Russian Federation
 Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation
 a leontyev_anton@mail.ru, b chumaaak1908@gmail.com

Keywords: information systems, C++, Qt, design, development.

The ready-made software used for computational fluid dynamics is focused on solving simple problems and is based on classical observation models, which is not appropriate for conducting research. In this regard, researchers need to develop software development skills.

The first stage of development is the formulation of requirements. When conducting research, the software should have a wide range of features. Depending on the user's needs, the software functionality can be expanded by adding new modules, and the narrowing of the functionality is achieved by hiding some of the features at the UI level. Thus, depending on the functionality of the software, its design may also change. Since the development of the design and creation of the UI is a time-consuming process, it is advisable to simplify this process [1].

The Qt Creator Integrated Development Environment (IDE) allows you to create programs in the high-level C++ language, simplifying development using the Qt framework of the same name, the advantage of which is a meta-object system that supports communication between objects in real-time and dynamic system properties.

Developing the functionality of a large-scale application can become an impossible task if you do not initially decide on the software structure. In advance, you need to think through the names of variables, data types, and access to them, and create functions and methods so that for further software modification, it is enough to modify individual modules and not the entire program as a whole [2]. This shows the maximum benefit of developing applications on Qt since the system of "signals and slots" allows you to modify individual blocks, while not breaking the structure of the rest of the program.

Debugging the operation of each of these blocks takes much less time than debugging the entire program. At the same time, it is desirable to divide the functionality of these blocks into several program files, each of which is responsible for a separate functional part. This approach can lead to a rather complex hierarchical structure of the software, but it facilitates and accelerates modification.

The development of such a software structure can take a long time. In order to speed up the process, it is advisable to pre-design a UML diagram that will display the main program modules and the ways they interact. This approach will help you see potential errors at the program design stage.

REFERENCES

1. Belousova S. A., Rogozov Yu. I. Analysis of approaches to creating a user interface Izvestiya Yuzhnogo federalnogo universiteta. Technical sciences. 2014;6(155):142–148.

2. Torshenko Yu. A., Shubin Yu. M., Osovetsky L. G. Detection of vulnerabilities at the initial stages of software product design Scientific and Technical Bulletin of Information Technologies, Mechanics and Optics. 2008;55:111–113.

ПРИМЕНЕНИЕ ПОПЕРЕМЕННО-ТРЕУГОЛЬНОГО ИТЕРАЦИОННОГО МЕТОДА ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ГИДРОДИНАМИКИ МЕЛКОВОДНОГО ВОДОЕМА НА ГРАФИЧЕСКОМ УСКОРИТЕЛЕ

Литвинов В. Н. 1,2,a , Грачева Н. Н. 2,6 , Шабаев Е. А. $^{2,{\mbox{\tiny B}}}$

- 1 Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Φ едерация
 - ² Азово-Черноморский инженерный институт филиал федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Донской государственный аграрный университет» в г. Зернограде, г. Зерноград, Российская Федерация
 - а litvinovvn@rambler.ru, б 79286051374@yandex.ru, в sea007@rambler.ru

Ключевые слова: математическое моделирование, гидродинамические процессы, графический ускоритель.

Работа поддержана грантом РНФ № 21-71-20050.

Прогнозирование экологических катастроф как техногенного, так и природного характера, в настоящее время базируется на достижениях в области математического моделирования. Высокая стоимость вычислительных кластеров актуализирует исследования в области гетерогенных вычислений, целью которых является максимальное использование всех доступных аппаратных ресурсов, в число которых наряду с центральным процессором входят и видеоадаптеры (GPU) [1].

Целью исследования является разработка алгоритма и программного модуля для решения системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) модифицированным попеременно-треугольным итерационным методом (МПТМ) для задачи гидродинамики [2] с использованием технологии NVIDIA CUDA и определение оптимальной двумерной конфигурации потоков в вычислительном блоке, исполняемом на одном потоковом мультипроцессоре.

Был проведен эксперимент, в котором распределялись потоки по осям ОХ и ОZ расчетной сетки при фиксированном значении узлов сетки по оси ОУ, с целью уменьшения времени вычисления на GPU одного шага МПТМ. В обработки экспериментальных данных, проводимой в программе Statistica, получено регрессионное уравнение (1).

$$T_{\text{GPU}} = 450,56 - 0.048X + 4,6Z + 0,0003X^2 - 0,0718Z^2.$$
 (1)

В результате проведенных исследований разработаны алгоритм и программный модуль для решения СЛАУ МПТМ для задачи гидродинамики с использованием технологии NVIDIA CUDA. Определена оптимальная двумерная конфигурация потоков в вычислительном блоке, исполняемом на одном потоковом мультипроцессоре, при которой время вычисления на GPU одного шага МПТМ является минимальным при $X=16,\,Z=64$ и составляет 430 мс.

ЛИТЕРАТУРА

1. Oyarzun G., Borrell R., Gorobets A., Oliva A. MPI-CUDA sparse matrix-vector multiplication for the conjugate gradient method with an approximate inverse preconditioner. *Computers and Fluids*. 2014;92:244–252.

2. Сухинов А.И., Атаян А.М., Белова Ю.В., Литвинов В.Н., Никитина А.В., Чистяков А.Е. Обработка данных натурных измерений экспедиционных исследований для математического моделирования гидродинамических процессов Азовского моря. Вычислительная механика сплошных сред. 2020;13(2):161–174. DOI: 10.7242/1999-6691/2020.13.2.13.

APPLICATION OF THE ALTERNATIVE-TRIANGULAR ITERATIVE METHOD FOR SOLVING THE SHALLOW WATER HYDRODYNAMICS PROBLEMS ON A GRAPHIC ACCELERATOR

Litvinov V. N. 1,2,a , Gracheva N. N. 2,b , Shabaev E. A. 2,c

 Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation
 Azov-Black Sea Engineering Institute of Don State Agrarian University, Zernograd, Russian Federation

 a litvinovvn@rambler.ru, b 79286051374@yandex.ru, c sea007@rambler.ru

Keywords: mathematical modeling, hydrodynamic processes, graphics accelerator. This study is supported by RSF grant 21-71-20050.

Prediction of environmental disasters, both man-made and natural, is currently based on advances in mathematical modeling. The high cost of computing clusters actualizes research in the field of heterogeneous computing, the purpose of which is to maximize the use of all available hardware resources, which, along with the central processor, include video adapters (GPU) [1].

The aim of the study is to develop an algorithm and a software module for solving a system of linear algebraic equations (SLAE) by a modified alternating triangular iterative method (MATM) for the hydrodynamics problem [2] using NVIDIA CUDA technology and to determine the optimal two-dimensional configuration of flows in a computing unit executed on one streaming multiprocessor.

An experiment was carried out in which the flows were distributed along the OX and OZ axes of the computational grid with a fixed value of the grid nodes along the OY axis, in order to reduce the computation time on the GPU of one MATM step. In the processing of experimental data, carried out in the Statistica program, a regression equation was obtained (1).

$$T_{\text{GPU}} = 450,56 - 0.048X + 4,6Z + 0,0003X^2 - 0,0718Z^2.$$
 (1)

As a result of the research carried out, an algorithm and a software module were developed to solve the SLAE MATM for the problem of hydrodynamics using NVIDIA CUDA technology. The optimal two-dimensional configuration of threads in a computing unit executed on a single streaming multiprocessor is determined, at which the computation time on the GPU of one step of the MATM is minimal at X=16, Z=64 and is 430 ms.

- 1. Oyarzun G., Borrell R., Gorobets A., Oliva A. MPI-CUDA sparse matrix—vector multiplication for the conjugate gradient method with an approximate inverse preconditioner. *Computers and Fluids.* 2014;92:244–252.
- 2. Sukhinov AI, Atayan AM, Belova YV, Litvinov VN, Nikitina AV, Chistyakov AE. Data processing of field measurements of expedition research for mathematical modeling of hydrodynamic processes in the Azov Sea. *Computational Continuum Mechanics*. 2020;13(2):161–174. (In Russ.) DOI: 10.7242/1999-6691/2020.13.2.13.

ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДОВ ВИЗУАЛИЗАЦИИ ЗНАНИЙ ПРИ ДИСТАНЦИОННОМ ОБУЧЕНИИ В НЕФТЕГАЗОВОЙ ОТРАСЛИ

Майоров В. В. 1,a , Бушмелева К. И. 1,6 , Шайторова И. А. 1,B

Бюджетное учереждение высшего образования Ханты – Мансийского автономного округа – Югры «Сургутский государственный университет»,
 г. Сургут, Российская Федерация
 a maiorov64@list.ru, ⁶ bkiya@yandex.ru, ^B sh irina@mail.ru

Ключевые слова: визуализация знаний, методы визуализации.

Тема визуализации знаний на сегодняшний момент очень популярна, так как диаграммы, таблицы, графики, рисунки экономят время и психические усилия при изучении больших объёмов информации

Визуализация — это язык для представления знаний в визуальной форме, то есть использование любых графических средств для создания и передачи идей.

При помощи визуализации знаний можно решить ряд таких задач как: лучшее понимание данных, эффективная переда знаний, высокая вовлеченность обучаемых, скорость принятия решения.

Навык визуализации знаний актуален для специалиста в любой предметной области.

При дистанционном обучении специалистов нефтегазовой отрасли стоит обратить внимание на такие вопросы как «Зачем нужна визуализация знаний?» «Какую задачу упрощает визуализация знаний?» «Какие графические средства используются при визуализании?»

Методы визуализации знаний – это различные способы представления информации [1].

- 1. Визуализация данных (Data Visualization) представление количественных данных в форме схем (линейные графики, линейные и круговые диаграммы, спектрограммы). Используются для сравнения, группировки и представления данных.
- 2. Визуализация информации (Information Visualization) перевод текста в графический формат (семантическая сеть, tree maps (древовидные карты иерархическая структура), диаграмма «сущность-связь). Используется для интерактивных визуальных представлений данных для усиления восприятия.
- 3. Визуализация концепций (Concept Visualization) это группа методов для анализа планов, проблем, концепций, идей (диаграмма Ганта, концептуальные карты, интеллект карты, дерево решений, графы с минимальным путем).
- 4. Визуализация метафор (Metaphor Visualization) визуализация сложных идей (диаграмма «iceberg», диаграмма «metro map»). Используется для эффективных и простых шаблонов, которые помогут рассмотреть и понять сложные идеи
- 5. Визуализация стратегий (Strategy Visualization) визуализация связей при анализе сложных данных (технология дорожной карты, Canvas-стратегия). Используется для повышения качества анализа, для разработки и реализации плана в организациях, для организации взаимосвязи компонентов и субъектов
- 6. Комплексная визуализация (Compound Visualization) объединяет разных (несколько) приемов визуализации информации (обучающие карты знаний, содержащие схематические или метафорические данные; концептуальные мультфильмы содержащие количественную графику или интерактивные плакаты).

ЛИТЕРАТУРА

1. Eppler Martin, Burkhard Remo *Knowledge Visualization*. http://www.knowledgemedia.org/modules/pub/view.php/knowledgemedia-67 (accessed May 2, 2020).

RESEARCH OF KNOWLEDGE VISUALIZATION METHODS IN DISTANCE LEARNING IN THE OIL AND GAS INDUSTRY

Mayorov V. V. ^{1,a}, Bushmeleva K. I. ^{1,b}, Shaitorova I. A. ^{1,c}

¹ Budgetary institution of higher education of the Khanty - Mansiysk Autonomous Okrug - Ugra "Surgut State University", Surgut, Russian Federation

^a maiorov64@list.ru,

^b bkiya@yandex.ru,

^c sh_irina@mail.ru

Keywords: knowledge visualization, visualization methods.

The topic of knowledge visualization is very popular today, since diagrams, tables, graphs, pictures save time and mental effort when studying large amounts of information

Visualization is a language for representing knowledge in a visual form, that is, the use of any graphical means to create and communicate ideas.

With the help of knowledge visualization, it is possible to solve a number of problems such as: better understanding of data, effective transfer of knowledge, high involvement of students, speed of decision making.

The knowledge visualization skill is relevant for a specialist in any subject area.

When distance learning for oil and gas industry specialists, it is worth paying attention to such questions as "Why is knowledge visualization needed?" "What task does knowledge visualization make easier?" "What graphics are used for rendering?"

Knowledge visualization methods are different ways of presenting information [1].

- 1. Data Visualization presentation of quantitative data in the form of diagrams (line graphs, line and pie charts, spectrograms). Used for comparing, grouping and presenting data.
- 2. Information Visualization translation of text into a picture format (semantic network, tree maps (tree maps hierarchical structure), entity-relationship diagram). Used for interactive visual representations of data to enhance perception.
- 3. Concept Visualization is a group of methods for analyzing plans, problems, concepts, ideas (Gantt chart, concept maps, intelligence maps, decision tree, graphs with a minimum path).
- 4. Metaphor Visualization visualization of complex ideas (diagram "iceberg", diagram "metro map"). Use effective and simple templates to help you see and understand complex ideas
- 5. Strategy Visualization visualization of relationships in the analysis of complex data (roadmap technology, Canvas strategy). Used to improve the quality of analysis, to develop and implement a plan in organizations, to organize the relationship of components and subjects
- 6. Compound Visualization combines different (several) techniques for visualizing information (educational knowledge maps that contain schematic or metaphorical data; conceptual cartoons containing quantitative graphics or interactive posters).

REFERENCES

1. Eppler Martin, Burkhard Remo *Knowledge Visualization*. http://www.knowledgemedia.org/modules/pub/view.php/knowledgemedia-67 (accessed May 2, 2020).

БИФУРКАЦИЯ НЕЙМАРКА-САКЕРА В СИСТЕМЕ ТРЕХ СВЯЗАННЫХ RCLG-ГЕНЕРАТОРОВ

Марушкина Е. А. 1,a

 1 Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова, г.Ярославль, Poccuйckas Федерация a marushkina-ea@yandex.ru

Kлючевые слова: бифуркация, связанные автогенераторы, система разностных уравнений.

Работа поддержана грантом РФФИ № 18-29-10043.

Для системы трех связанных RCLG—генераторов рассмотрим математическую модель вида (см., например, [1]):

$$\frac{\partial^2 u_j}{\partial t^2} + 2\mu \frac{\partial u_j}{\partial t} + \mu^2 u_j = \frac{\partial^2 u_j}{\partial x^2}, \quad j = 1, 2, 3,$$
 (1)

$$\frac{\partial u_j}{\partial x}\Big|_{x=1} = 0, \ u_j\Big|_{x=0} + \varphi\left(K\left(u_j\Big|_{x=1} + \alpha u_{j-1}\Big|_{x=0}\right)\right) = 0, \ u_0 = u_3.$$
 (2)

Здесь $u_j(t,x)$ — нормированные напряжения в линиях соответствующих генераторов, 2μ — потери в линии, K>0 — коэффициент усиления, а $|\alpha|\ll 1$ — параметр, характеризующий связь между генераторами. Функция $\varphi(z)$ получается из нелинейной характеристики усилителя в результате сдвига рабочей точки в начало координат. Простейший пример такой функции задается формулой $\varphi(z)=z(1+z^2)^{-1/2}$, которая в окрестности точки ноль допускает следующее разложение: $\varphi(z)=z-z^3/2+(3/8)z^5+\ldots$ При некоторых дополнительных ограничениях замена $u_j=e^{-\mu t}\left(h_j\left(t+(x-1)\right)+h_j\left(t-(x-1)\right)\right)$ приводит краевую задачу (1)—(2) к системе разностных уравнений

$$\begin{cases}
 v_j(t+1) = w_j(t) \\
 w_j(t+1) = -(1-\varepsilon)v_j(t) - \varphi(Kw_j(t)) + \nu \varphi'(Kw_j(t))\varphi(Kw_{j-1}(t)),
\end{cases}$$
(3)

где $w_j(t) = h_j(t) \exp(1-\mu t), v_j(t) = w_j(t-1), j=1,2,3, v_0=v_3, w_0=w_3, \varepsilon=1-\exp(-2\mu),$ $\nu=\alpha K$, а величина $2K\exp(-\mu)$ снова обозначена K.

Для системы разностных уравнений (3) изучен вопрос о характере потери устойчивости нулевым состоянием равновесия. Матрица линейной части системы (3) имеет при 0 < K < 2 и $\varepsilon = 0$ пару собственных чисел $\lambda_{1,2} = \exp(\pm i\omega_0)$, где $\omega_0 = \arccos{(-K/2)}$, кратности три, которая лежит на единичной окружности комплексной плоскости. Для бифуркации Неймарка—Сакера [2] необходимо, чтобы было выполнено условие $e^{i\omega_n j} \neq 1$ для j = 0, 1, 2, 3, 4. В работе найдены такие значения параметра K, при которых реализуются резонансы.

Автор выражает благодарность Глызину С. Д. за помощь в постановке задачи.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Глызин С. Д. Поведение решений нормальной формы системы трех связанных разностных автогенераторов. *Моделирование и анализ информационных систем*. 2006;13(1):49–57.
- 2. Sacker R. J. A new approach to perturbation theory of invariant surfaces. Comm. Pure Appl. Math.1965;18:717-732. DOI: 10.1002/cpa.3160180409.

3. Глызин С. Д., Кащенко С. А. Семейство конечномерных отображений, индуцированных логистическим уравнением с запаздыванием. *Матем. моделирование*. 2020;32(3):19–46. DOI: 10.20948/mm-2020-03-02.

NEIMARK–SACKER BIFURCATION IN A SYSTEM OF THREE COUPLED RCLG–GENERATORS

Marushkina E. A.^{1,a}

¹ P. G. Demidov Yaroslavl State University, Yaroslavl, Russian Federation
^a marushkina-ea@yandex.ru

Keywords: bifurcation, coupled autogenerators, system of difference equations. This study is supported by Russian Foundation for Basic Research grant 18-29-10043.

Consider a mathematical model for a system of three coupled RCLG–generators (see, for example, [1]):

$$\frac{\partial^2 u_j}{\partial t^2} + 2\mu \frac{\partial u_j}{\partial t} + \mu^2 u_j = \frac{\partial^2 u_j}{\partial x^2}, \quad j = 1, 2, 3,$$
(1)

$$\frac{\partial u_j}{\partial x}\Big|_{x=1} = 0, \ u_j\Big|_{x=0} + \varphi\left(K\left(u_j\Big|_{x=1} + \alpha u_{j-1}\Big|_{x=0}\right)\right) = 0, \ u_0 = u_3.$$
 (2)

Here $u_j(t,x)$ are the normalized voltages in the lines of the corresponding generators, 2μ – line losses, K>0 is the coefficient of amplification, and parameter $|\alpha|\ll 1$ characterizes connection between the generators. The function $\varphi(z)$ is obtained from the nonlinear characteristic of the amplifier as a result of shifting the working point to the origin. The simplest example of such function is given by the formula $\varphi(z)=z(1+z^2)^{-1/2}$, which in the neighborhood of the point zero admits the following decomposition: $\varphi(z)=z-z^3/2+(3/8)z^5+\ldots$ With some additional conditions, replacement $u_j=e^{-\mu t}\left(h_j\left(t+(x-1)\right)+h_j\left(t-(x-1)\right)\right)$ leads the boundary value problem (1)–(2) to a system of difference equations

$$\begin{cases}
 v_j(t+1) = w_j(t) \\
 w_j(t+1) = -(1-\varepsilon)v_j(t) - \varphi(Kw_j(t)) + \nu\varphi'(Kw_j(t))\varphi(Kw_{j-1}(t)),
\end{cases}$$
(3)

where $w_j(t) = h_j(t) \exp(1 - \mu t), v_j(t) = w_j(t - 1), j = 1, 2, 3, v_0 = v_3, w_0 = w_3, \varepsilon = 1 - \exp(-2\mu), v_j(t) = \alpha K$, and the value $2K \exp(-\mu)$ is again indicated as K.

For the system of difference equations (3), the question of the stability loss way by the zero equilibrium state is studied. If $\varepsilon = 0$ and 0 < K < 2 the matrix of the linear part of system (3) has a pair of eigenvalues $\lambda_{1,2} = \exp(\pm i\omega_0)$, where $\omega_0 = \arccos(-K/2)$, of multiplicity three, which lies on the unit circle of the complex plane. For the Neimark–Sacker bifurcation [2], condition $e^{i\omega_n j} \neq 1$ must be satisfied for j = 0, 1, 2, 3, 4. In this work, we find such values of the parameter K when resonances are realized.

The author is grateful to S. D. Glyzin for problem statement.

- 1. Glyzin S. D. Behavior of normal form solutions for a system of three coupled difference autogenerators. *Modelirovanie i analiz informacionnyh sistem*. 2006;13(1):49–57. (In Russ.)
- 2. Sacker R. J. A new approach to perturbation theory of invariant surfaces. *Comm. Pure Appl. Math.* 1965;18:717–732. DOI: 10.1002/cpa.3160180409.
- 3. Glyzin S. D., Kashchenko S. A. Family of finite-dimensional maps induced by a logistic equation with a delay. *Matem. modelirovanie*. 2020;32(3):19–46. (In Russ.) DOI: 10.20948/mm-2020-03-02.

ОБРАТНЫЕ ЗАДАЧИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТА ВОЛАТИЛЬНОСТИ В МОДЕЛИ БЛЭКА-ШОУЛЗА

Орлова Д. С.

Югорский государственный университет, г. Ханты-Мансийск, Российская Федерация longplaying96@gmail.com

Ключевые слова: уравнение Блэка-Шоулза, обратная задача, коэффициент волатильности.

Для любой цены акций $s \in (0,\infty)$ и времени $t \in (0,T)$, цена опциона, истекающего в момент времени T, удовлетворяет дифференциальному уравнению Блэка-Шоулза [1-2]

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{t}} + \frac{1}{2}\mathbf{s}^2 \sigma(\mathbf{s})^2 \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial \mathbf{s}^2} + \mathbf{s}\mu \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{s}} - \mathbf{r}\mathbf{u} = 0 \quad (\mathbf{s} > 0) , \tag{1}$$

где σ — коэффициент волатильности, μ и r — нейтральный к риску дрифт и безрисковая процентная ставка, соответственно. Обратная задача об определении решения и и коэффициента $\sigma(s)$ по некоторой дополнительной информации сводится после некоторых замен к задаче

$$Lu = \frac{\partial u}{\partial t} - a(x,t) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + (a(x,t) + \mu) \frac{\partial u}{\partial x} + \overline{\mu}u = 0, \overline{\mu} = r - \mu, \quad a(x,t) = \frac{\sigma^2 (s^* e^x, T - t)}{2}, \quad x \in \mathbb{R},$$
 (2)

$$u|_{t=0} = u_0(x), u(T,x) = u_T(x), \quad x \in G_0 = (c,d).$$
 (3)

В качестве функции и в [2] взята функция

$$u_0=s^*(1-e^x)^+=\max(1-e^x,0)$$
.

После некоторых замен можно переформулировать задачу в виде: найти функцию $a(x)|_{G_0}$ и решение уравнения (2), удовлетворяющее уравнению (3), и условию переопределения

$$A_1(a(x) l_0 u_T - l_1 u_T) = A_1(a(x) l_0 u(x,T) - l_1 u(x,T)), x \in G_0,$$

где $A_1v = a_0(x) v_{xx} + a_1v_x + a_2v$ ($a_i \in C^{2-i}([c,d]), i = 0,1,2$), причем задача Дирихле $A_1v = f \in L_2(G_0), \ v|_{\partial G_0} = 0$ имеет единственное решение.

Была доказана теорема, показывающая, что решение $a(x)|_{G_0}$ может быть найдено методом построения последовательных приближений. Для определения функции $a(x)|_{G_0}$ используется уравнение (4)

$$a(x) = R_0(x) + S_0(a) = S(a)$$
 (4)

$$R_{0}\left(x\right) = \frac{R\left(a\left(x\right)l\left(u_{T}\right) - \mu u_{T_{x}} - \overline{\mu}u_{T}\right) + \mu u_{T_{x}} + \overline{\mu}u_{T}}{l\left(u_{T}\right)}, \ S_{0}\left(a\right) = \frac{u_{t}\left(x,T\right) - R\left(u_{t}\left(x,T\right)\right)}{l\left(u_{T}\right)},$$

где и есть решение задачи (2), (3) и $x \in (c,d)$. Соответствующее k-е приближение находится по правилу

$$a^{k}\left(x\right) = R_{0}\left(x\right) + S_{0}\left(a^{k-1}\left(x\right)\right)$$

Для численного моделирования решения обратной задачи описанным методом была создана программа с помощью математического пакета MatLab. Были проведены различные эксперименты, показывающие работу алгоритма при различных вводных данных.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Black F. and Scholes M. The pricing of options and corporate liabilities // J. Political v. 81. 1973. p. 637-679.
- 2. Isakov V. *The inverse problem of option pricing*. Recent Developments in Theory and Numerics. International Conference on Inverse problems. City University of Hong Kong, 2002, pp. 47-55.

THE INVERSE PROBLEMS OF RECOVERING THE VOLATILITY COEFFICIENT IN THE BLACK-SCHOLES MODEL

Orlova D. S.

Ugra State University, Khanty-Mansiysk, Russian Federation longplaying96@gmail.com

Keywords: Black-Scholes equation, inverse problem, volatility coefficient.

For any stock price $s \in (0,\infty)$ and time $t \in (0,T)$, an option price expiring at time T, satisfies the Black-Scholes equation [1-2]

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{t}} + \frac{1}{2}\mathbf{s}^2 \sigma(\mathbf{s})^2 \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial \mathbf{s}^2} + \mathbf{s}\mu \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{s}} - \mathbf{r}\mathbf{u} = 0 \quad (\mathbf{s} > 0) \,, \tag{1}$$

where σ is the volatility coefficient, μ and r are the risk-neutral drift and the risk free interest rate, respectively. The inverse problem of determining of solution u and coefficient $\sigma(s)$ is reduced to an inverse problem for dual Black-Scholes equation with some additional information, and after some substitutions to the problem

$$Lu = \frac{\partial u}{\partial t} - a(x,t) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + (a(x,t) + \mu) \frac{\partial u}{\partial x} + \overline{\mu}u = 0, \overline{\mu} = r - \mu, \quad a(x,t) = \frac{\sigma^2 (s^* e^x, T - t)}{2}, \quad x \in \mathbb{R},$$
(2)

$$u|_{t=0} = u_0(x), u(T,x) = u_T(x), \quad x \in G_0 = (c,d).$$
 (3)

The function u_0 in [2] is equal to

$$u_0 = s^* (1 - e^x)^+ = \max(1 - e^x, 0)$$
 (4)

We reformulate the problem after some substitutions in the form: to find a function $a(x)|_{G_0}$ and a solution of a equation (2) satisfying to the equation (3) and to overdetermination condition $A_1(a(x) l_0 u_T - l_1 u_T) = A_1(a(x) l_0 u(x,T) - l_1 u(x,T))$, $x \in G_0$,

where $A_1v = a_0$ (x) $v_{xx} + a_1v_x + a_2v$ ($a_i \in C^{2-i}$ ([c,d]) i = 0,1,2), where the Dirichet problem $A_1v = f \in L_2$ (G₀), $v|_{\partial G_0} = 0$ have only one solution.

We prove the theorem which shows that the solution $a(x)|_{G_0}$ could be found using a method of successive approximations. For recovering of function $a(x)|_{G_0}$ we use (5)

$$a(x) = R_0(x) + S_0(a) = S(a)$$
 (5)

$$R_{0}\left(x\right)\!=\!\!\frac{R\left(a\left(x\right)l\left(u_{T}\right)\!-\!\mu u_{T_{x}}\!-\!\overline{\mu}u_{T}\right)\!+\!\mu u_{T_{x}}\!+\!\overline{\mu}u_{T}}{l\left(u_{T}\right)},\,S_{0}\left(a\right)\!=\!\!\frac{u_{t}\left(x,T\right)\!-\!R\!\left(u_{t}\left(x,T\right)\right)}{l\left(u_{T}\right)},$$

where u is a solution of the problem (2), (3) and $x \in (c,d)$. The k-th approximation is found by the rule

$$a^{k}\left(x\right) = R_{0}\left(x\right) + S_{0}\left(a^{k-1}\left(x\right)\right)$$

We create a program using software pack MatLab, which models a numerical solution of this inverse problem and is based on presented method. The particular experiments were made to present the algorithm work with various input data.

REFERENCES

- 1. Black F. and Scholes M. The pricing of options and corporate liabilities // J. Political v. 81. 1973. p. 637-679.
- 2. Isakov V. The inverse problem of option pricing. Recent Developments in Theory and Numerics. International Conference on Inverse problems. City University of Hong Kong, 2002, pp. 47-55.

KORTEWEG-DE VRIES-TYPE HIERARHY

Pelinovsky E.^{1-3,a}, Talipova T.^{1,2,b}

¹Institute of Applied Physics, Nizhny Novgorod, Russia ²Nizhny Novgorod State Technical University n.a. R. Alekseev, Russia ³National Research University – Higher School of Economics, Nizhny Novgorod, Russia ^a pelinovsky@appl.sci-nnov.ru, ^b tqtalipova@mail.ru

Keywords: weakly nonlinear and weakly dispersive waves, Korteweg-de Vries equation hierarchy.

Some parts of this study are partially supported by the State Task (0035-2019-0007), Laboratory of Dynamical Systems and Applications NRU HSE, of the Ministry of Science and Higher Education of the RF grant ag. No 075-15-2019-1931; RNF grant (19-12-00253), RFBR grant (19-05-00161), and the grant of the RF President for state support of scientific research of leading scientific schools of the RF NSh-2485.2020.5.

The Korteweg-de Vries (KdV) hierarchy is studied in various applications in nonlinear mathematical physics, fluid and solid mechanics, plasma physics etc. The generalized form of the KdV-type equation in L^2 is

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \alpha_n \frac{\partial}{\partial x} \left(u|u|^{n-1} \right) \beta_m \frac{\partial}{\partial x} D_m \{ u \} = 0, \tag{1}$$

where the operator $D\{u\}$ in the Fourier-presentation is

$$D_m\{u\} = -|k|^m U(k). \tag{2}$$

Here U(k) is a spatial Fourier spectrum

$$U(k,t) = \int_{-\infty}^{+\infty} u(x,t) \exp(ikx) dx,$$
 (3)

n is positive and m is positive or negative values (not integers only), α_n and β_m are arbitrary constants. Equation (1) is solved on the infinity interval: $-\infty < x < +\infty$ with vanishing tails on the infinity. Such equations appeared in many applications. If m=2, equation (1) is reduced to the famous KdV equation (n=2) or to the modified KdV equation (n=3). If m=1 and n=2 it is reduced to the Benjamin-Ono equation. Equation (1) at m=4 and n=2 is the Kawahara equation. Modular nonlinearity (n=5/2 and m=2) appears in plasma physics. Values m=-2, 1/2, 3/2 with n=2 and 3 appear in hydrodynamics of rotated fluid with a free boundary.

We consider a wide problem spectrum associated with the KdV-type equations:

- Exact solution methods of the integrable versions of the KdV-type equations,
- Solitons, breathers, compactions and rogue waves described by Eq. (1),

- Modular solitons in the elasticity theory,
- Self-similar solutions of linearized KdV-type equations,
- Modulation instability criteria of high-order KdV equations,
- Applications to the surface and internal waves in the stratified fluid.

АСИМПТОТИКА ВОЛН НА ПОВЕРХНОСТИ ЖИДКОСТИ, ПОРОЖДЕННЫХ ИСТОЧНИКОМ, ДВИЖУЩИМСЯ ПО ДНУ БАССЕЙНА

Петров П. Н. 1,a

¹ Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет), г. Долгопрудный, Московская область, Российская Федерация ^a petr.petrov@phystech.edu

Рассматривается задача Коши для двумерного уравнения волн на воде с переменными коэффициентами с локализованным движущимся источником в правой части, предполагается, что время движения источника конечное. Такая математическая модель описывает возмущение поверхности жидкости, вызванное подводным оползнем [1, 2].

Одномерная задача была решена в работе [3], где было показано, что на поверхности жидкости будет возбуждаться длинная волна, если источник движется неравномерно, или объем источника меняется в течение движения. Мы строим решение типа длинной волны для двумерной задачи. Мы преобразовываем неоднородное уравнение к уравнению с "эквивалентными" начальными условиями. Асимптотика решения задач такого типа для волнового уравнения на основе модифицированного канонического оператора Маслова изучалась во многих работах, например, [4].

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Tinti S., Bortolucci E., Chiavettieri C. Tsunami excitation by submarine slides in shallow-water approximation // Pure and Applied Geophysics. 2001. V. 158. No. 4. P. 759–797.
- 2. Didenkulova I. et al. Tsunami waves generated by submarine landslides of variable volume: analytical solutions for a basin of variable depth // Natural Hazards and Earth System Sciences. 2010. V. 10. No. 11. P. 2407–2419.
- 3. Dobrokhotov S. Yu., Petrov P. N. Asymptotics of Linear Surface Waves Generated by a Localized Source Moving Along the Bottom of the Basin. I. One-Dimensional Case // Russian Journal of Mathematical Physics. 2019. V. 26. No. 1. P. 32–39.
- 4. Dobrokhotov, S. Y., Nazaikinskii, V. E., & Tirozzi, B. (2010). Asymptotic solutions of 2D wave equations with variable velocity and localized right-hand side. Russian Journal of Mathematical Physics, 17(1), 66–76.

ASYMPTOTICS OF LINEAR SURFACE WAVES GENERATED BY A LOCALIZED SOURCE MOVING ALONG THE BOTTOM OF THE BASIN

Petrov P. N. ^{1,a}

¹ Moscow Institute of Physics and Technology (National Research University), Dolgoprudny,
Moscow Region, Russian Federation

^a petr.petrov@phystech.edu

We consider the Cauchy problem for a two-dimensional equation of water waves with variable coefficients with a localized moving source on the right-hand side, it is assumed that the time of motion of the source is finite. Such a mathematical model describes the perturbation of the liquid surface caused by an underwater landslide [1, 2].

The one-dimensional problem was solved in [3], where it was shown that a long wave will be excited on the surface of the liquid if the source moves irregularly, or the volume of the source changes during the motion. We construct a long wavelength solution for a 2D problem. We transform the inhomogeneous equation to an equation with "equivalent" initial conditions. The asymptotics of the solution of problems of this type for the wave equation based on the modified Maslov canonical operator was studied in many works, for example, [4].

REFERENCES

- 1. Tinti S., Bortolucci E., Chiavettieri C. Tsunami excitation by submarine slides in shallow-water approximation // Pure and Applied Geophysics. 2001. V. 158. No. 4. P. 759–797.
- 2. Didenkulova I. et al. Tsunami waves generated by submarine landslides of variable volume: analytical solutions for a basin of variable depth // Natural Hazards and Earth System Sciences. 2010. V. 10. No. 11. P. 2407–2419.
- 3. Dobrokhotov S. Yu., Petrov P. N. Asymptotics of Linear Surface Waves Generated by a Localized Source Moving Along the Bottom of the Basin. I. One-Dimensional Case // Russian Journal of Mathematical Physics. 2019. V. 26. No. 1. P. 32–39.
- 4. Dobrokhotov, S. Y., Nazaikinskii, V. E., & Tirozzi, B. (2010). Asymptotic solutions of 2D wave equations with variable velocity and localized right-hand side. Russian Journal of Mathematical Physics, 17(1), 66–76.

NUMERICAL SOLUTION OF 3D NON-STATIONARY SCATTERING PROBLEMS WITH SUBLINEAR COMPLEXITY

Petropavlovsky S. V.^{1,a}, Tsynkov S. V.², Turkel E.³

¹ HSE University, Moscow 101000, Russia

² Department of Mathematics, North Carolina State University, USA

³ School of Mathematical Sciences, Tel Aviv University, Israel

^a spetropavlovskij@hse.ru

Keywords: boundary equations, method of difference potentials, Huygens' principle. Work supported by the US ARO under grant # W911NF-16-1-0115, and by the US-Israel Binational Science Foundation (BSF) under grant # 2014048.

The main advantage of boundary methods for steady-state and time-harmonic problems is that they reduce the dimension by one [1]. Generalization to unsteady settings is not straightforward because the spatio-temporal boundary and hence, the number of unknowns/equations, grow linearly with time making computations infeasible already for short simulation times. In the current presentation, we resolve this issue for a certain class of equations obeying the Huygens' principle, i.e., having traveling solution sharp trailing fronts.

Specifically, we consider scattering of an arbitrary non-stationary scalar field about some obstacle Ω . It is governed by the 3D wave equation with appropriate boundary conditions. The wave equation is equivalent to Calderon's boundary equation with projection (BEP) $\mathbf{P}_{\Gamma_t}\vec{\xi}_{\Gamma_t} = \vec{\xi}_{\Gamma_t}$ where the unknown density $\vec{\xi}_{\Gamma_t} = (f, \frac{\partial f}{\partial n})|_{\Gamma_t}$ is the trace of the solution and its (surface) normal derivative on the boundary $\Gamma_t \equiv \partial \Omega \times (0,t]$, see [2]. Due to the Huygens' principle, the

backward time dependence of the solution cannot exceed $T_0 = \frac{1}{c} \operatorname{diam} \Omega$ which allows one to solve the BEP recurrently over time (recBEP) $\mathbf{P}_{\Gamma_k} \vec{\xi}_{\Gamma_k} + \mathbf{R}_{\Gamma_k} \vec{\xi}_{\Gamma_{k-1}} = \vec{\xi}_{\Gamma_k}$, $\bigcup_{k=1}^K \Gamma_k = \Gamma_t$, on a finite interval of duration $2T_0$.

The recBEP itself is an operator equation that may be difficult to discretize and solve numerically. Therefore, the left-hand side of the BEP (Calderon's projection) is computed through a solution of an auxiliary problem set in a simple domain Ω' (e.g., cube) containing the scatterer Ω [2]. This solution is sought for by means of a finite difference scheme on a rectangular grid covering Ω' . The unknown density $\vec{\xi}_{\Gamma_k}$, as well as the boundary data on Ω , are expanded with respect to an appropriate basis leading to a number of independent subproblems. The 3D time-marching for each subproblem is performed only within a short period of $2T_0 \ll t$ followed by the least squares solution of the recBEP for coefficients [3].

Overall, the algorithm: (i) offers sublinear complexity as the standard 3D time-marching is replaced by a 2D update of the spectral coefficients of $\vec{\xi}_{\Gamma_k}$ for the bulk of computational time; (ii) allows one to handle scatterers with shapes non-conforming to rectangular grids with no deterioration of accuracy; (iii) automatically guarantees the reflectionless propagation of outgoing waves; (iv) requires only minor additional costs to recalculate the problem if the boundary conditions are changed; (v) can be efficiently parallelized.

REFERENCES

- 1. R. E. Kleinman, G. F. Roach. Boundary integral equations for the three-dimensional Helmholtz equation. SIAM Rev. 16, 214-236 (1974)
- 2. V. S. Ryaben'kii. Method of Difference Potentials and Its Applications. Springer-Verlag, Berlin. 2002.
- 3. S. Petropavlovsky, S. Tsynkov, E. Turkel Numerical solution of 3D exterior unsteady wave propagation problems using boundary operators. SIAM Journal on Scientific Computing, 42, No. 5, A3462-A3488, (2020)

ОБ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧАХ ДЛЯ ПАРАБОЛИЧЕСКИХ СИСТЕМ С ТОЧЕЧНЫМ ПЕРЕОПРЕДЕЛЕНИЕМ

Пятков С. Γ . 1,a

¹ Югорский государственный университет, г. Ханты-Мансийск, Российская Федерация ^a s pyatkov@ugrasu.ru

Ключевые слова: модели тепломассопереноса, параболическая система, обратная задача, функция источника, конвекция-диффузия.

Мы рассматриваем обратные задачи с точечным переопределением для параболической системы вида

$$Lu = u_t + A(t, x, D)u = f(x, t), \quad (t, x) \in Q = (0, T) \times G, G \subset \mathbb{R}^n, \tag{1}$$

где

$$A(t,x,D)u = -\sum_{i,j=1}^{n} a_{ij}(t,x)u_{x_jx_j} + \sum_{i=1}^{n} a_i(t,x)u_{x_i} + a_0(t,x)u,$$

область G — ограниченная область c границей $\Gamma \in C^2$, a_{ij}, a_i матрицы размера $h \times h$ и u — вектор длины h. Система (1) дополняется начальными и граничными условиями

$$u|_{t=0} = u_0, \ Bu|_S = g, \ S = (0,T) \times \Gamma,$$
 (2)

где $Bu = \sum_{i=1}^{n} \gamma_i(t,x) u_{x_i} + \gamma_0(t,x) u$ или Bu = u. Условия переопределения записываются в виде:

$$u(x_i,t) = \psi_i(t), \quad i = 1,2,\dots,r.$$
 (3)

Правая часть имеет вид $f = \sum_{i=1}^m f_i(x,t)q_i(t) + f_0(x,t)$. Задача состоит в определении неизвестных функций $q_i(t)$, входящих как в правую часть системы (1), так и в оператор A в качестве коэффициентов, и решения u системы (1), удовлетворяющего условиям (2), (3).

Проблемы подобного вида возникают при описании процессов тепломассопереноса, диффузионных процессов, процессов фильтрации и во многих других областях (см. [1, 2]). Очень часто рассматривается случай $f_i(x,t) = \delta(x-y_i)$, где δ – дельта-функция Дирака и $y_j \in G$ (т.е. рассматриваются точечные источники). Мы представим результаты о существовании и едниственности решений задач вида (1)-(3) при различных условиях на данные. Основные рассмотрения проходят в пространствах Соболева. Приведены условия на данные, гарантирующие корректность соответствующих задач.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Marchuk G. I. *Mathematical Models in Environmental Problems* / Studies in Mathematics and its Applications. V. 16. Amsterdam: Elsevier Science Publishers, 1986.
- 2. Prilepko A. I., Orlovsky D. G., Vasin I. A. Methods for solving inverse problems in Mathematical Physics. New-York: Marcel Dekker, Inc., 1999.

ON INVERSE PROBLEMS FOR PARABOLIC SYSTEMS WITH POINTWISE OVERDETERMINATION

Pyatkov S. G.^{1,a}

¹ Yugra State University, Khanty-Mansiisk, Russian Federation
^a s_pyatkov@uqrasu.ru

Keywords: heat and mass transfer models, parabolic system, inverse problem, source function, convection-diffusion.

We examine inverse problems with pointwise overdetermination for parabolic systems of the form

$$Lu = u_t + A(t, x, D)u = f(x, t), \quad (t, x) \in Q = (0, T) \times G, \quad G \subset \mathbb{R}^n,$$
(1)

where

$$A(t,x,D)u = -\sum_{i,j=1}^{n} a_{ij}(t,x)u_{x_jx_j} + \sum_{i=1}^{n} a_i(t,x)u_{x_i} + a_0(t,x)u,$$

G is a bounded domain with boundary $\Gamma \in C^2$, a_{ij}, a_i are matrices of dimension $h \times h$, and u is a vector-function of length h. The system (1) is furnished with the following initial and boundary conditions:

$$u|_{t=0} = u_0, \ Bu|_S = g, \ S = (0,T) \times \Gamma,$$
 (2)

where $Bu = \sum_{i=1}^{n} \gamma_i(t,x)u_{x_i} + \gamma_0(t,x)u$ or Bu = u. The overdetermination conditions are written as follows:

$$u(x_i,t) = \psi_i(t), \quad i = 1,2,\dots,r.$$
 (3)

The right-hand side is of the form $f = \sum_{i=1}^{m} f_i(x,t)q_i(t) + f_0(x,t)$. The problem is to find the unknown functions $q_i(t)$ occurring into the right-hand side of the system (1) and into the operator A as coefficients and a solution u to the system (1) satisfying (2), (3).

The problems of this kind arise when describing heat and mass transfer processes, diffusion, filtration, and in many other fields (see [1, 2]). It is often the case when $f_i(x,t) = \delta(x-y_i)$, with δ the Dirac delta function and $y_j \in G$ (i.e., we consider point sources). We present the results on existence and uniqueness of solutions to the problems (1)-(3) under different conditions on the data. All considerations employ the Soboles spaces. We expose the conditions on the data ensuring well-posedness of the corresponding problems.

REFERENCES

- 1. Marchuk G. I. Mathematical Models in Environmental Problems / Studies in Mathematics and its Applications. V. 16. Amsterdam: Elsevier Science Publishers, 1986.
- 2. Prilepko A. I., Orlovsky D. G., Vasin I. A. Methods for solving inverse problems in Mathematical Physics. New-York: Marcel Dekker, Inc., 1999.

ОБРАТНЫЕ ПАРАБОЛИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ ТОЧЕЧНЫХ ИСТОЧНИКОВ

Пятков С. Г. 1,a , Неустроева Л. В. 1,6

 1 Югорский государственный университет, г. Ханты-Мансийск, Российская Федерация $^{\rm a}$ s_pyatkov@ugrasu.ru, $^{\rm 6}$ starkovalv@mail.ru

Ключевые слова: параболическое уравнение второго порядка, обратная задача, корректность, существование, единственность.

В работе рассматривается вопрос о разрешимости, единственности и некоторых качественных свойствах решений обратных задач об определении точечных источников (правой части специального вида) в параболическом уравнении. В качестве данных переопределения взяты значения решения в некотором наборе точек. Приведены примеры показывающие, что без дополнительных условий на взаимное расположение источников и точек измерений единственность может отсутствовать [1].

Рассматривается следующая параболическая задача

$$u_t - L_0 u = N(t) \delta(x - x_0) + f(x,t), \quad (x,t) \in (a,b) \times (0,T),$$
 (1)

где $-\infty \le a < b \le \infty$, $L_0u = a(x)u_{xx} - b(x)u_x - c(x)u$ и δ – дельта-функция Дирака. Здесь неизвестными являются функция u(x,t) – концентрация загрязняющего вещества в водоеме или воздухе, функция N(t) – мощность источника загрязнения, точка $x_0 \in (a,b)$ – точечный источник. Чтобы определить неизветсные источники, уравнение (1) дополняется краевыми и начальными условиями

$$B_{j}u = \varphi_{j}(t), j = 1,2, u(x,0) = u_{0}(x),$$
 (2)

где соответственно $B_1u=u(a)$ или $B_1u=u'(a)+\sigma_1u(a)$, $B_2u=u(b)$ или $B_2u=u'(b)+\sigma_2u(b)$, и условиями переопределения вида

$$u(y_j,t) = \psi_j(t), \quad j = 1,2.$$
 (3)

Взяв в качестве Ф решение задачи (1), (2), где N(t)=0, и делая замену $u=v+\Phi$, мы сведем задачу к задаче вида (1)-(4), где $f=0,u_0=0,\varphi_1=\varphi_2=0$, и условия переопредления имеют вид

 $v(y_1) = \widetilde{\psi_1}, \ v(y_2) = \widetilde{\psi_2}, \tag{4}$

Положим
$$\Phi_{i}\left(\lambda\right)=\int\limits_{0}^{\infty}\exp(-\lambda t)\widetilde{\psi}_{i}dt,\,r\left(\xi\right)=\frac{1}{\sqrt{a(\xi)}},\!r_{1}\left(\xi\right)=\frac{-1}{2}\left(ar'r-br^{2}\right)\left(\xi\right).$$

Для определения x_0 используем асимптотическую формулу

$$\int_{a}^{x_{0}} r\left(\xi\right) d\xi = \frac{1}{2} \left(\int_{a}^{y_{1}} r\left(\xi\right) d\xi + \int_{a}^{y_{2}} r\left(\xi\right) d\xi \right) - \frac{1}{2\sqrt{\lambda}} \ln \frac{\Phi_{1}\left(\lambda\right)}{\Phi_{2}\left(\lambda\right)} - \frac{1}{2\sqrt{\lambda}} \int_{y_{1}}^{y_{2}} r_{1}\left(\xi\right) d\xi + O\left(\frac{1}{\lambda}\right).$$

Функция N(t) определяется с использованием преобразования Лапласса.

В многомерном случае имеется аналогичный алгоритм определения точечных источников.

ЛИТЕРАТУРА

1. Пятков С.Г., Неустроева Л.В. О некоторых классах обратных задач об определении функции источников // Математические заметки СВФУ. 2020, Т.27, №1.

INVERSE PARABOLIC PROBLEMS ON DETERMINING POINT SOURCES

Pyatkov S. G. ^{1,a}, Neustroeva L. V. ^{1,b}

 $^1\ Yugra\ State\ University,\ Khanty-Mansiisk,\ Russian\ Federation\\ ^a\ s_pyatkov@ugrasu.ru,\ ^b\ starkovalv@mail.ru$

Keywords: second order parabolic equation, inverse problem, correctness, existence, uniqueness.

We consider the questions of solvability, uniqueness and some qualitative properties of solutions of inverse problems on the determination of point sources (right-hand side of a special form) in a parabolic equation. The values of a solution at a certain collection of points are taken as the overdetermination data. Examples are given that show that without additional conditions on the locations of sources and measurement points, uniqueness can be absent [1].

The following parabolic problem is considered

$$u_t - L_0 u = N(t) \delta(x - x_0) + f(x,t), \quad (x,t) \in (a,b) \times (0,T),$$
 (1)

where $-\infty \le a < b \le \infty$, $L_0 u = a(x) u_{xx} - b(x) u_x - c(x) u$ and δ – is the Dirac delta function. Here the unknowns are the function u(x,t) which is the concentration of a pollutant in water or air, the function N(t) which agrees with the intensity of a polluting source, and the point $x_0 \in (a,b)$ standing for the location of a point source. To determine unknown sources, equation (1) is supplemented with the boundary and initial conditions

$$B_{j}u = \varphi_{j}(t), j = 1,2, u(x,0) = u_{0}(x),$$
 (2)

where $B_1u = u(a)$ or $B_1u = u'(a) + \sigma_1u(a)$, $B_2u = u(b)$ or $B_2u = u'(b) + \sigma_2u(b)$, and overdetermination conditions

$$u(y_j,t) = \psi_j(t), \quad j = 1,2.$$
 (3)

Taking as Φ the solution to the problem (1), (2), where N(t) = 0, and making the change $u = v + \Phi$, we reduce the problem to a problem of the form (1) - (4), where $f = 0, u_0 = 0, \varphi_1 = \varphi_2 = 0$, and

$$v(y_1) = \widetilde{\psi_1}, \ v(y_2) = \widetilde{\psi_2}, \tag{4}$$

Let
$$\Phi_i(\lambda) = \int_{0}^{\infty} \exp(-\lambda t) \widetilde{\psi}_i dt$$
, $r(\xi) = \frac{1}{\sqrt{a(\xi)}} r_1(\xi) = \frac{-1}{2} (ar'r - br^2)(\xi)$.

To determine x_0 , we use the asymptotic formula $\int_a^{x_0} r(\xi) \, d\xi = \frac{1}{2} \left(\int_a^{y_1} r(\xi) \, d\xi + \int_a^{y_2} r(\xi) \, d\xi \right) - \frac{1}{2\sqrt{\lambda}} \ln \frac{\Phi_1(\lambda)}{\Phi_2(\lambda)} - \frac{1}{2\sqrt{\lambda}} \int_{y_1}^{y_2} r_1(\xi) \, d\xi + O\left(\frac{1}{\lambda}\right)$. Function N(t) is defined using the Laplace transform. Similar algorithm for determining

point sources can be constructed in the multidimensional case as well.

REFERENCES

1. Pyatkov S.G., Neustroeva L.V. On some classes of inverse problems on the determination of the source function // «Matematicheskie Zametki/Mathematical Notes». 2020, V.27, No 1.

ПОЛУГРУППОВОЙ АНАЛИЗ УРАВНЕНИЯ ПЕРЕНОСА И АВТОПРЕДСТАВЛЕНИЕ ОГРАНИЧЕННЫХ ФУНКЦИЙ

Рассадин А. Э.

Нижегородский филиал Национального исследовательского университета «Высшая школа экономики», г. Нижний Новгород, Российская Федерация brat ras@list.ru

Ключевые слова: норма Чебышёва, функция Чернова, преобразование Фурье.

Пусть $UC_b(\mathbb{R})$ — пространство всех равномерно непрерывных и ограниченных функций $f:\mathbb{R} o \mathbb{R}$ с чебышёвской нормой: $||f|| = \sup_{x \in \mathbb{R}} |f(x)|$, тогда справедлива следующая **Теорема.** Если $\xi_0 > 0$ — произвольное число и $f \in UC_b(\mathbb{R})$, то:

$$\lim_{n \to \infty} \sup_{\xi \in [-\xi_0, \xi_0]} || f - S_n(\xi) f || = 0,$$

где

$$(S_n(\xi)f)(x) = \frac{1}{2^n} \sum_{k=0}^n C_n^k f\left(x + \frac{2k-n}{n}\xi\right),$$

а C_n^k — биномиальные коэффициенты.

Доказательство теоремы основано на применении результатов работы [1] к задаче Коши для линейного уравнения переноса с постоянным коэффициентом $v \in \mathbb{R}$:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + v \frac{\partial u}{\partial x} = 0, \qquad u(x,0) = f(x), \qquad x \in \mathbb{R}.$$

Эта теорема означает, что любая функция $f \in UC_b(\mathbb{R})$ с заданной точностью может быть представлена как линейная комбинация достаточно большого числа некоторых сдвигов её же самой.

У теоремы имеется

Следствие. Пусть $f \in UC_b(\mathbb{R})$, тогда:

$$\lim_{n\to\infty} ||f - \sigma_n f|| = 0,$$

где

$$(\sigma_n f)(x) = \frac{1}{2^n} \sum_{k=0}^n C_n^k f\left(\frac{2kx}{n}\right).$$

Также для функций $f \in UC_b(\mathbb{R}) \cap L_1(\mathbb{R})$ в докладе обсуждены результаты применения к полученным соотношениям преобразования Фурье.

ЛИТЕРАТУРА

1. Remizov I. D. Approximations to the solution of Cauchy problem for a linear evolution equation via the space shift operator (second-order equation example). *Applied Mathematics and Computation*. 2018;328(1):243–246. DOI: 10.1016/j.amc.2018.01.057.

SEMIGROUP ANALYSIS OF THE TRANSFER EQUATION AND AUTOREPRESENTATION OF BOUNDED FUNCTIONS

Rassadin A. E.

Nizhnii Novgorod Office, National Research University Higher School of Economics, Nizhnii Novgorod, Russian Federation brat_ras@list.ru

Keywords: the Chebyshev norm, the Chernoff function, the Fourier transform.

Let $UC_b(\mathbb{R})$ is the space of all uniformly continuous bounded functions $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ with the Chebyshev norm $||f|| = \sup_{x \in \mathbb{R}} |f(x)|$ then the following statement is valid:

Theorem. If $\xi_0 > 0$ is arbitrary number and $f \in UC_b(\mathbb{R})$ then:

$$\lim_{n \to \infty} \sup_{\xi \in [-\xi_0, \, \xi_0]} || f - S_n(\xi) f || = 0,$$

where

$$(S_n(\xi)f)(x) = \frac{1}{2^n} \sum_{k=0}^n C_n^k f\left(x + \frac{2k-n}{n}\xi\right),$$

and C_n^k are the binomial coefficients.

Proof of the theorem is based on application of results of article [1] to the Cauchy problem for the linear transfer equation with constant coefficient $v \in \mathbb{R}$:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + v \frac{\partial u}{\partial x} = 0, \qquad u(x,0) = f(x), \qquad x \in \mathbb{R}.$$

This theorem means that any function $f \in UC_b(\mathbb{R})$ can be represented as linear combination of quite large number of some shifts of itself with preassigned accuracy.

The theorem possesses by the next

Corollary. Let $f \in UC_b(\mathbb{R})$ then:

$$\lim_{n\to\infty} ||f - \sigma_n f|| = 0,$$

where

$$(\sigma_n f)(x) = \frac{1}{2^n} \sum_{k=0}^n C_n^k f\left(\frac{2kx}{n}\right).$$

Also in the report for functions $f \in UC_b(\mathbb{R}) \cap L_1(\mathbb{R})$ results of application of the Fourier transform to relations obtained above are discussed.

REFERENCES

1. Remizov I. D. Approximations to the solution of Cauchy problem for a linear evolution equation via the space shift operator (second-order equation example). *Applied Mathematics and Computation*. 2018;328(1):243–246. DOI: 10.1016/j.amc.2018.01.057.

КОНСЕРВАТИВНЫЕ ИНТЕРПОЛЯЦИОННО-ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИЕ СХЕМЫ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА И ИХ ДИССИПАТИВНЫЕ И ДИСПЕРСИОННЫЕ СВОЙСТВА

Рогов Б. В. ¹, Брагин М. Д. ^{1,а}

¹Институт прикладной математики им. М. В. Келдыша Российской академии наук, г. Москва, Российская Федерация
^amichael@bragin.cc

Kлючевые слова: уравнение переноса, интерполяционно-характеристические схемы, схема активного потока, диссипативные и дисперсионные свойства.

Вычислительная гидродинамика имеет множество приложений: от разработки машин и технических устройств до астрофизики и моделирования экстремальных состояний вещества. Хотя применяемые в этой науке численные схемы весьма разнообразны, от любой из них, как правило, ожидается обладание свойствами консервативности и монотонности [1].

Актуальными подходами к построению схем вычислительной гидродинамики являются метод конечного объема (МКО) и разрывный метод Галеркина (РМГ) [2]. Они гарантируют консервативность схемы. Однако, при увеличении порядка аппроксимации выше второго МКО испытывает сложности из-за потери компактности схемного шаблона, а РМГ – из-за проблем с монотонностью. Кроме того, для обоих методов обязательна процедура нахождения потоков на гранях ячеек через решение одномерных задач Римана вдоль нормалей, входящая в некоторое противоречие с многомерностью решаемых уравнений [2].

В последнее время активно развивается новый подход [1-3], объединяющий основные идеи МКО и сеточно-характеристического метода [4]: эволюция консервативной переменной (интегрального среднего либо значения решения в центре ячейки) описывается формулой МКО, но потоки на гранях ячеек вычисляются без решения задачи Римана, непосредственно на узловых значениях решения. Последние выступают как самостоятельные степени свободы, эволюция которых осуществляется многомерным методом [4]. Такой подход позволяет сочетать простоту МКО второго порядка и компактность РМГ без свойственных ему проблем.

В докладе предлагается модификация консервативно-характеристической схемы [1], имеющая повышенный, третий, порядок аппроксимации по пространству. Обсуждаются связи между этой новой схемой, схемой [1] и схемой активного потока [2, 3]. Доказывается консервативность характеристической схемы [5] третьего порядка аппроксимации по всем переменным. Анализируются и сравниваются диссипативные и дисперсионные свойства новой предлагаемой схемы, схемы [1] и схемы [5]. Показывается, что свойства схемы [1] могут быть заметно улучшены без существенного усложнения вычислительного алгоритма.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Головизнин В. М., Четверушкин Б. Н. Алгоритмы нового поколения в вычислительной гидродинамике // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 2018. Т. 58. № 8. С. 20-29.
- 2. Eymann T. A., Roe P. L. Multidimensional active flux schemes. In: 21st AIAA Computational Fluid Dynamics Conference, 2013.
- 3. Barsukow W. The active flux scheme for nonlinear problems // J. Sci. Comput. 2020. V. 86. \mathbb{N}_{2} 3. P. 1-34.
- 4. Магомедов К. Н., Холодов А. С. Сеточно-характеристические численные методы. М.: Наука, 1988.

5. Рогов Б. В. Бикомпактная интерполяционно-характеристическая схема третьего порядка аппроксимации для линейного уравнения переноса // Препринты ИПМ им. М. В. Келдыша. 2020. № 106. 20 с.

CONSERVATIVE INTERPOLATION-CHARACTERISTIC THIRD ORDER SCHEMES AND THEIR DISSIPATIVE AND DISPERSIVE PROPERTIES

Rogov B. V. ¹, Bragin M. D. ^{1,a}

¹Keldysh Institute of Applied Mathematics, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russian Federation

amichael@bragin.cc

Keywords: advection equation, interpolation-characteristic schemes, active flux scheme, dissipative and dispersive properties.

Computational fluid dynamics has many applications, from design of vehicles and technical devices to astrophysics and modeling of extremal stances of matter. Although numerical schemes employed in this science are quite diverse, any of them is expected, as a rule, to be conservative and monotone [1].

Finite volume (FV) and discontinuous Galerkin (DG) approaches are wide-spread contemporary tools to construct schemes for computational fluid dynamics [2]. If a scheme is obtained with one of these approaches, it is guaranteed to be conservative. However, if the order of approximation exceeds two, the FV approach is troubled with non-compact stencils, while the DG approach has difficulties with monotonicity. Besides, both approaches necessitate that numerical fluxes at cell interfaces are determined by solving one-dimensional Riemann problems along face normals, which in some sense contradicts the multidimensional nature of governing equations [2].

Currently, a new approach is actively developed [1-3], which is based on main ideas of FV and grid-characteristic [4] approaches. Conserved variables (either integral averages or point values at cell centers) are evolved by a FV formula, while fluxes at cell interfaces are computed without solving Riemann problems, straight on given point values of the solution. The latter ones are considered as independent degrees of freedom and are evolved by the multidimensional method [4]. This approach allows to combine simplicity of the second-order FV and compactness of the DG minus its intrinsic problems.

In this work, a modification of the conservative-characteristic scheme [1] is proposed. It has increased third order of approximation in space. Connections between this new scheme, scheme [1], and the active flux scheme [2, 3] are discussed. The conservative-characteristic scheme [5] of third order of approximation in both space and time is proved to be conservative. Dissipative and dispersive properties of the new proposed scheme and schemes [1, 5] are analyzed and compared. It is shown, that properties of scheme [1] can be noticeably improved without substantial increases in complexity of the computational algorithm.

- 1. Goloviznin V. M., Chetverushkin B. N. New generation algorithms for computational fluid dynamics // Comput. Math. Math. Phys. 2018. V. 58. No. 8. P. 1217-1225.
- 2. Eymann T. A., Roe P. L. Multidimensional active flux schemes. In: 21st AIAA Computational Fluid Dynamics Conference, 2013.
- 3. Barsukow W. The active flux scheme for nonlinear problems // J. Sci. Comput. 2020. V. 86. No. 3. P. 1-34.

- 4. Magomedov K. N., Kholodov A. S. Grid-characteristic numerical methods. Nauka, Moscow, 1988. [In Russian]
- 5. Rogov B. V. Bicompact interpolation-characteristic scheme of the third order of approximation for the linear transport equation // Keldysh Institute Preprints. 2020. No. 106. 20 p. [In Russian]

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ МЕТОДОВ ЛЕЧЕНИЯ СЕРДЕЧНО-СОСУДИСТЫХ ПАТОЛОГИЙ

Симаков С. С. 1,2,3,а

- ¹ Московский физико-технический институт (Государственный университет), г. Долгопрудный, Российская Федерация
 - ² Институт вычислительной математики Российской академии наук, г. Москва, Российская Федерация
 - 3 Сеченовский университет, г. Москва, Российская Федерация a simakov.ss@phystech.edu

Ключевые слова: гемодинамика, стеноз, сентирование, сердечный насос. Работа поддержана грантами РНФ № 21-41-00029, № 21-71-30023.

Сердечно-сосудистые заболевания по прежнему остаются основной причиной смертности и инвалидности в Росси и в мире. Современные методы лечения особо тяжёлых и важных для выживания пациента патологий включают стентирование коронарных артерий путём малоинвазивного чрезкожного коронарного вмешательства, установка сердечных насосов пациентам с дилатационной кардиомиопатией левого желудочка, ожидающим пересадку сердца (или вместо такой пересадки), имплантацию кардиостимуляторов пациентам с нарушениями ритма сердца и др. Эффективность таких методов может быть повышена за счёт анализа результатов математического моделирования кровотока с учётом индивидуальных особенностей пациентов.

В докладе будет представлено развитие математической модели гемодинамики, основанной на одномерном (1D) и нульмерном осреднении (0D) уравнений Навье-Стокса для течения вязкой несжимаемой жидкости по сети эластичных трубок [1,2]. Также планируется обсудить новые результаты использования этой модели для расчёта фракционированного резерва кровотока [3], для анализа сердечного выброса при различных режимах работы кардионасосов [4], а также для оценки влияния аритмий и нарушений синхронной электрокардиостимуляции на коронарный кровоток и кровоснабжение миокарда [5].

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Vassilevski Yu., Olshanskii M., Simakov S., Kolobov A., Danilov A. Personalized computational hemodynamics: models, methods, and applications for vascular surgery and antitumor therapy; Academic Press, 2020.
- 2. Simakov S.S. Spatially averaged haemodynamic models for different parts of cardiovascular system. Russian journal of numerical analysis and mathematical modelling. 2020; 35(5):285–294.
- 3. Gognieva D., Mitina Y., Gamilov T., Pryamonosov R., Vasilevskii Y., Simakov S., et al.. Noninvasive assessment of the fractional flow reserve with the CT FFRc 1D method: final results of a pilot study. *Global heart*. 2021;16(1):1.

- 4. Simakov S., Timofeev A., Gamilov T., Kopylov P., Telyshev D., Vassilevski, Y. Analysis of operating modes for left ventricle assist devices via integrated models of blood circulation. *Mathematics*. 2020;8(8):1331.
- 5. Gamilov T., Kopylov P., Serova M., Syunyaev R., et.al. Computational analysis of coronary blood flow: The role of asynchronous pacing and arrhythmias. *Mathematics*. 2020;8(8):1205.

MATHEMATICAL MODELLING OF THE TREATMENT OF CARDIOVASCULAR DISEASES

Simakov S. S. 1,2,3,a

Moscow Institute of Physics and Technology, Dolgoprudny, Russian Federation
Institute of Numerical Mathematics of the Russian Academy of Sciences,
Moscow, Russian Federation
Sechenov University, Moscow, Russian Federation
a simakov.ss@phystech.edu

Keywords: haemodynamics, stenosis, stenting, cardiac pump. This study is supported by RSCF grants 21-41-00029, No 21-71-30023.

Cardiovascular diseases are still the leading cause of death and disability in Russian FEderation and in the World. Modern methods of treating pathologies that are especially severe and important for the patient's survival include stenting of the coronary arteries by minimally invasive percutaneous coronary intervention, the installation of heart pumps in patients with dilated left ventricular cardiomyopathy who are awaiting a heart transplant (or instead of such a transplant), implantation of pacemakers in patients with cardiac arrhythmias, etc. The effectiveness of such methods can be increased by analyzing the results of mathematical modeling of blood flow, taking into account the individual characteristics of patients.

The report will present the current success in development of a mathematical model of hemodynamics based on one-dimensional (1D) and zero-dimensional averaging (0D) Navier-Stokes equations for a viscous incompressible fluid flow through a network of elastic tubes [1,2]. It is also planned to discuss new results of using this model for calculating fractional flow reserve [3], for analyzing cardiac output in different modes of operation of cardiac pumps [4], as well as for assessing the effect of arrhythmias and violations of synchronous pacing on coronary blood flow and myocardial blood supply [5].

- 1. Vassilevski Yu., Olshanskii M., Simakov S., Kolobov A., Danilov A. Personalized computational hemodynamics: models, methods, and applications for vascular surgery and antitumor therapy; Academic Press, 2020.
- 2. Simakov S.S. Spatially averaged haemodynamic models for different parts of cardiovascular system. Russian journal of numerical analysis and mathematical modelling. 2020; 35(5):285–294.
- 3. Gognieva D., Mitina Y., Gamilov T., Pryamonosov R., Vasilevskii Y., Simakov S., et al.. Noninvasive assessment of the fractional flow reserve with the CT FFRc 1D method: final results of a pilot study. *Global heart*. 2021;16(1):1.
- 4. Simakov S., Timofeev A., Gamilov T., Kopylov P., Telyshev D., Vassilevski, Y. Analysis of operating modes for left ventricle assist devices via integrated models of blood circulation. *Mathematics*. 2020;8(8):1331.

5. Gamilov T., Kopylov P., Serova M., Syunyaev R., et.al. Computational analysis of coronary blood flow: The role of asynchronous pacing and arrhythmias. *Mathematics*. 2020;8(8):1205.

THE NUMERICAL STUDY OF INFLUENCE OF GAS LAYERS ON THE MODELLING RESULTS

Stognii P. V. 1,a

¹ Moscow Institute of Physics and Technology (National research university), Dolgoprudnyi, Russian Federation ^a stoqnii@phystech.edu

Keywords: gas layers, numerical modelling, grid-characteristic method.

The reported study was funded by RFBR according to the research project 19-07-00366.

Gas layers are geological structures which are widely spread in the Arctic region. These layers are of great danger for the surrounding objects, including the onshore buildings (located on the surface of the Arctic shelf), in case of their explosion into the atmosphere. In the previous work, we studied the process of gas spread with time [1]. In this work we carry out the analysis of influence of the number of gas layers on the seismogramms and wave fields using the numerical modelling.

The system of equations for linear-elastic media [2] was used for describing the dynamic behavior of the seismic waves spread through the heterogeneous geological media:

$$\rho \frac{\partial v}{\partial t} = (\nabla \cdot \sigma)^T, \tag{1}$$

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} = \lambda(\nabla \cdot v) I + \mu((\nabla \times v) + (\nabla \times v)^T), \tag{2}$$

where σ is the Caushy stress tensor, v is the velocity, t is the time, λ and μ are the Lame parameters, ρ is the density of the medium.

The equations were solved using the grid-characteristic method of the third order of accuracy on structured grids [3].

The seismogramms and wave fields of the normal component of the velocity allowed to differ the models with different numbers of gas layers in the models. The modelling results prove the correct application of the grid-characteristic method to solving the problem of gas layers identification and can further help to make the process of the real geological survey easier.

- 1. Stognii P.V., Khokhlov N.I., Petrov I.B. The numerical modeling of the elastic waves propagation in the geological media with gas cavities using the grid-characteristic method; Sib. Zh. Vychisl. Mat. 2020, 23(3), 325-338. Available at: 10.15372/SJNM20200307.
- 2. LeVeque R.J. Finite volume methods for hyperbolic problems. Cambridge University Press. 2002.
- 3. Muratov M., Petrov I., Leviant V. Grid-Characteristic Method as Optimal Tool of Fracture Formations Research. Saint Petersburg 2018: Innovations in Geosciences, 2018. Available at: 10.3997/2214-4609.201800290.

ЛОКАЛЬНО-ДВУМЕРНЫЕ СХЕМЫ РАСЩЕПЛЕНИЯ ДЛЯ РЕШЕНИЯ 3D ЗАДАЧИ ТРАНСПОРТА ВЗВЕШЕННОГО ВЕЩЕСТВА В ПРИБРЕЖНЫХ СИСТЕМАХ

Сухинов А. И. 1,a , Сидорякина В. В. 2,b

- ¹ Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону, Российская Федерация
- 2 Таганрогский институт имени А.П. Чехова (филиал Ростовского государственного экономического университета), Таганрог, Российская Федерация a sukhinov@gmail.com, b cvv9@mail.ru

Kлючевые слова: прибрежная зона, транспорт взвешенного вещества, численные методы, локально-двумерные схемы расщепления.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 19-01-00701).

В работе рассматривается 3D модель диффузии-конвекции-осаждения взвеси в водной среде с учетом особенностей прибрежной системы. Уравнение, описывающее поведение частиц, будет выглядеть следующим образом [1, 2]:

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \frac{\partial (uc)}{\partial x} + \frac{\partial (vc)}{\partial y} + \frac{\partial ((w + w_g)c)}{\partial z} = \mu \left(\frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\nu \frac{\partial c}{\partial z} \right) + F. \tag{1}$$

Здесь $c\left(x,y,z,t\right)$ — концентрация частицы взвеси в точке (x,y,z,t) и некоторый момент времени $t;\ u,v,w$ — компоненты вектора U скорости движения жидкости; w_g — гидравлическая крупность или скорость осаждения частиц; μ,ν — коэффициенты горизонтальной и вертикальной диффузии частиц; $F\left(x,y,z,t\right)$ — функция, описывающая интенсивность распределения источников взвешенного вещества.

Уравнение (1) дополняем начальными условиями: $c(x,y,z,0) = c_0(x,y,z)$ и граничными условиями третьего рода.

Дискретная модель базируется на аддитивной локально-двумерной — локально-одномерной схеме расщепления по геометрическим направлениям [3], что является целесообразным при построении параллельных алгоритмов решения данной задачи и позволяет существенно сократить временные затраты на обмены информацией между процессорами. Двумерная задача диффузии-конвекции по горизонтальным направлениям численно решается параллельным алгоритмом адаптивного попеременно-треугольного метода на основе декомпозиции двумерных сеточных областей по двум пространственным направлениям. Численная реализация одномерной задачи диффузии-конвекции по вертикальному направлению осуществляется последовательным методом прогонки для серии независимых на данном слое одномерных трехточечных задач по вертикальному направлению.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Sukhinov A. I., Sidoryakina V. V. Additive two-dimensional splitting schemes for solving 3D suspension transport problems on optimal boundary-adaptive grids with uniform spacing's in the vertical direction. E3S Web of Conferences 224, 02017 (2020). DOI: https://doi.org/10.1051/e3sconf/202022402017.
- 2. Sukhinov A. I., Sukhinov A. A., Sidoryakina V. V. Uniqueness of solving the problem of transport and sedimentation of multicomponent suspensions in coastal systems. IOP Conf. Series: Journal of Physics: Conf. Series 1479 (2020) 012081. DOI: 10.1088/1742-6596/1479/1/012081.
- 3. Сухинов А. И. *Двумерные схемы расщепления и некоторые их приложения.* М .: Макс ПРЕСС: Изд-во МГУ; 2005. 408 с.

LOCAL-TWO-DIMENSIONAL SPLITTING SCHEMES FOR SOLVING 3D SUSPENDED MATTER TRANSPORT PROBLEM IN COASTAL SYSTEMS

Sukhinov A. I. 1,a , Sidoryakina V. V. 2,b

Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation
 Taganrog Institute named after A.P. Chekhov (branch of Rostov State University of Economics), Taganrog, Russian Federation

 a sukhinov@qmail.com, b cvv9@mail.ru

 $\it Keywords$: coastal zone, suspended matter transport, numerical methods, local 2D splitting schemes.

This study is supported by RFBR grant 19-01-00701.

The paper considers 3D suspended matter diffusion-convection-sedimentation model in the aquatic environment, taking into account the coastal system features. The equation describing the particles' behavior of the look like this [1, 2]:

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \frac{\partial (uc)}{\partial x} + \frac{\partial (vc)}{\partial y} + \frac{\partial ((w + w_g)c)}{\partial z} = \mu \left(\frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\nu \frac{\partial c}{\partial z} \right) + F. \tag{1}$$

Here $c\left(x,y,z,t\right)$ is suspension particle concentration at the point (x,y,z,t) and some point in time t; u,v,w are the components of the fluid velocity vector $\boldsymbol{U}; w_g$ is the particle deposition rate hydraulic size; μ, ν are the coefficients of horizontal and vertical particle diffusion; $F\left(x,y,z,t\right)$ is the function describing the intensity of the suspended matter sources distribution.

Equation (1) is supplemented with the initial conditions: $c(x,y,z,0) = c_0(x,y,z)$ and boundary conditions of the third kind.

The discrete model is based on an additive local two-dimensional – local one-dimensional splitting scheme in geometric directions [3], which is expedient when constructing parallel algorithms for solving this problem and can significantly reduce the time on exchanging information between processors. The 2D diffusion-convection problem in horizontal directions is numerically solved by parallel algorithm of the adaptive alternating triangular method based on the decomposition of 2D grid regions in two spatial directions. The numerical implementation of one-dimensional diffusion-convection problem in the vertical direction is carried out by a sequential sweep method for a series of one-dimensional three-point problems in the vertical direction that are independent on a given layer.

- 1. Sukhinov A. I., Sidoryakina V. V. Additive two-dimensional splitting schemes for solving 3D suspension transport problems on optimal boundary-adaptive grids with uniform spacing's in the vertical direction. E3S Web of Conferences 224, 02017 (2020). DOI: https://doi.org/10.1051/e3sconf/202022402017.
- 2. Sukhinov A. I., Sukhinov A. A., Sidoryakina V. V. Uniqueness of solving the problem of transport and sedimentation of multicomponent suspensions in coastal systems. IOP Conf. Series: Journal of Physics: Conf. Series 1479 (2020) 012081. DOI: 10.1088/1742-6596/1479/1/012081.
- 3. Sukhinov A. I. Two-dimensional splitting schemes and some of their applications. M.: Max PRESS: Moscow State University Publishing House; 2005. 408 p. (In Russ.).

ГУМАНИТАРНАЯ СОСТАВЛЯЮЩАЯ ИЗУЧЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛОГИКИ В ВУЗЕ

Трунтаева Т. И.

Калужский государственный университет им. К.Э. Циолковского, г. Калуга, Российская Федерация tatyana.kovtunova.19@mail.ru

Kлючевые слова: математическое образование, обучение математической логике в вузе, практико-ориентированные задачи по математической логике.

Исследование гуманитарной составляющей обучения математике нацелено на разработку содержания обучения математике, учитывающего принцип гуманизма в образовании, одним из направлений реализации которого в математическом образовании является его гуманитаризация.

В работе подготовлен учебный материал по математической логике, который можно использовать в обучении математике студентов вузов, в первую очередь, психолого-педагогических и гуманитарных направлений подготовки. В качестве приоритетных целей в разработке учебных материалов определены следующие:

- показ связей схоластической логики и математической логики;
- опора на представления о логике, приобретенные в школе;
- показ методической адаптации аппарата математической логики для школьников;
- особое внимание к понятиям логики, используемым в повседневной жизни, имеющим общенаучное значение;
- выделение типовых задач, всевозможных обобщенных способов их решения, определение области применения того или иного способа;
- внимание к методу математического моделирования, аксиоматическому методу.

Приведем пример задачи: противоречивы ли предложения «Не все физики не являются математиками. Есть математики, которые не являются физиками»?

Решение с помощью дедуктивного рассуждения с демонстрацией применяемых законов логики: $\overline{(\Phi \to \overline{\mathrm{M}})} \sim \Phi \overline{\mathrm{M}}$, то есть первое предложение эквивалентно утверждению, что есть физики, которые не являются математиками, что может выполняться вместе со вторым предложением, поэтому предложения не противоречивы. Решение с помощью алгебры логики состоит в проверке выполнимости формулы $\overline{(\Phi \to \overline{\mathrm{M}})}$ ($\overline{\mathrm{M}\Phi}$), однако эта формула является тождественно ложной, то есть решение данной задачи с помощью алгебры логики без введения предикатов приводит к неверному результату. Решение с помощью аппарата логики предикатов состоит в проверке выполнимости формулы $\overline{\forall x \left(\Phi(x) \to \overline{\mathrm{M}(x)}\right)} \exists x \left(\mathrm{M}(x) \overline{\Phi(x)}\right)$, где x принадлежит множеству людей.

Разработанные задачи применялись и корректировались в практике работы со студентами КГУ им. К.Э. Циолковского. Материалы по результатам исследования опубликованы в статьях [1, 2, 3].

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Трунтаева Т.И. Обучение математической логике студентов вузов гуманитарных направлений подготовки [Текст] // Continuum. Математика. Информатика. Образование: Изд-во Елецкого гос. ун-та им. И.А. Бунина. 2020. №1(17). С.44—50.
- 2. Трунтаева Т.И. Особенности содержания курса математической логики в вузе: гуманитарный аспект [Текст] // Вестник Калужского университета. Калуга: Изд-во КГУ им. К.Э. Циолковского. 2020. №4. С. 101–106.

3. Трунтаева Т.И., Никаноркина Н.В. Практико-ориентированные задачи в курсе математической логики [Электронный ресурс] // Проблемы современного педагогического образования. Сер.: Педагогика и психология. — Сборник научных трудов: Ялта: РИО ГПА, 2020. — Вып.69. — Ч.3 — С.232–236. — электрон. дан. — URL: https://www.elibrary.ru/item.asp?id=44680476 (Дата последнего обращения 09.03.2021).

HUMANITARIAN COMPONENT OF THE STUDY OF MATHEMATICAL LOGIC AT THE UNIVERSITY

Truntaeva T. I.

Kaluga state university named by K.E. Tsiolkovsky, Kaluga, Russian Federation tatyana.kovtunova.19@mail.ru

Keywords: mathematical education, teaching mathematical logic at the university, practice-oriented tasks in mathematical logic.

The study of the humanitarian component of teaching mathematics is aimed at developing the content of teaching mathematics, taking into account the principle of humanism in education, one of the directions of implementation of which in mathematics education is its humanitarization.

In this work, educational material on mathematical logic has been prepared, which can be used in teaching mathematics to university students, first of all, in the psychological, pedagogical and humanitarian areas of training. The following are identified as priority goals in the constructing of training materials:

- showing the connections between scholastic logic and mathematical logic;
- reliance on ideas about logic acquired at school;
- demonstration of the teaching adaptation of the apparatus of mathematical logic for schoolchildren;
- special attention to the concepts of logic used in everyday life, haved general scientific significance;
- highlighting typical tasks, all sorts of generalized ways to solve them, determining the scope of a particular method;
- attention to the method of mathematical modeling, the axiomatic method.

Let's give an example of a problem: are the sentences contradictory "Not all physicists are not mathematicians. There are mathematicians who are not physicists"?

The solution using deductive reasoning with a demonstration of the applied laws of logic: $\overline{\left(\Phi \to \overline{\mathrm{M}}\right)} \sim \Phi \overline{\mathrm{M}}$, that is, the first sentence is equivalent to the statement that there are physicists who are not mathematicians, which can be performed together with the second sentence, therefore the sentences are not contradictory. The solution using the algebra of logic consists in checking the satisfiability of the formula $\overline{\left(\Phi \to \overline{\mathrm{M}}\right)} \left(\mathrm{M} \overline{\Phi}\right)$, but this formula is identically false, that is, solving this problem using the algebra of logic without introducing predicates leads to an incorrect the result. The solution using the apparatus of predicate logic consists in checking the satisfiability of the formula $\overline{\forall x} \left(\Phi\left(x\right) \to \overline{\mathrm{M}\left(x\right)}\right) \exists x \left(\mathrm{M}\left(x\right) \overline{\Phi\left(x\right)}\right)$, where x is owned to set of people.

The constructed tasks were applied and corrected in the practice of working with students of KSU named after K.E. Tsiolkovsky. Materials based on the research results are published in papers [1, 2, 3].

REFERENCES

- 1. Truntaeva T.I. Teaching mathematical logic to university students of humanitarian area of training [Text] // Continuum. Maths. Informatics. Education: Publishing house of the Yelets state un-ty named by I.A. Bunin. 2020. No. 1 (17). P. 44–50.
- 2. Truntaeva T.I. Features of the content of the course of mathematical logic at the university: the humanitarian aspect [Text] // Bulletin of Kaluga University. Kaluga: Publishing house of KSU named by. K.E. Tsiolkovsky. 2020. No. 4. P. 101–106.
- 3. Truntaeva T.I., Nikanorkina N.V. Practice-oriented problems in the course of mathematical logic [Electronic resource] // Problems of modern pedagogical education. Ser.: Pedagogy and Psychology. Collection of scientific papers: Yalta: RIO GPA, 2020. Issue 69. Part 3 P.232–236. electron. Dan. URL: https://www.elibrary.ru/item.asp?id=44680476 (Date of last access 03/09/2021).

ОЦЕНКА ВЕКТОРНОГО ПОЛЕЗНОГО СИГНАЛА ПРИ НАЛИЧИИ МУЛЬТИПЛИКАТИВНОЙ ПОМЕХИ

Ципоркова К. А. 1,a , Ципорков Н. И. $^{1,\delta}$

¹ Рязанский государственный радиотехнический университет им. В. Ф. Уткина a ktsiporkova@list.ru, 6 nikki97@list.ru

Ключевые слова: полезный сигнал, мультипликативная помеха, ортогональное разложение.

Измерения компонент векторного (многомерного) полезного сигнала содержат мультипликативную помеху. Оценка формируется в виде линейной комбинации разложений сигналов измерительных каналов по ортонормированной на интервале наблюдения системе функций. Решена задача оптимизации.

Многомерный полезный сигнал $\bar{\xi}(t) = col(\xi_i(t))_{i=1}^n$ с нулевым математическим ожиданием и ковариационной матрицей $R = [R_{ij}(t_1,t_2)]_{i,j=1}^n$ подлежит восстановлению по измерениям его компонент, содержащим мультипликативную помеху $\chi_j(t)$: $\eta_j(t) = \chi_j(t) \cdot \xi_j(t)$, $j = \overline{1,n}$. Вектор помехи $\bar{\chi}(t) = col(\chi_j(t))_{j=1}^n$ имеет математическое ожидание $\bar{m} = col(m_j)_{j=1}^n = col(M[\chi_j(t)])$ и ковариационную матрицу $K = [K_{ij}(t_1,t_2)]_{i,j=1}^n$. $\bar{\xi}(t)$ и $\bar{\chi}(t)$ - независимы. Оценка вектора $\bar{\xi}(t)$ строится в виде линейной комбинации $\hat{\xi}(t) = \sum_k A_k \Gamma_k \varphi_k(t)$, где $\{\varphi_k(t)\}$ - система ортонормированных на интервале наблюде-

 $\xi(t) = \sum_k A_k \Gamma_k \varphi_k(t)$, где $\{\varphi_k(t)\}$ - система оргонормированных на интервале наолюдения [0,T] функций; $\Gamma_k = col\left(\gamma_{kj}\right)_{j=1}^n$, $\gamma_{kj} = \int\limits_0^T \eta_j\left(t\right) \varphi_k\left(t\right) dt$ - коэффициенты разложения $\eta_j\left(t\right)$ по ортонормированной системе $\{\varphi_k\left(t\right)\}$; $A_k = \left[a_{ij}^k\right]_{i,j=1}^n$ - матрица весовых коэффициентов, подлежащая определению из условия минимума квадратичного функционала качества [1] $J = \int\limits_0^T M\left[\left(\hat{\xi}\left(t\right) - \bar{\xi}\left(t\right)\right)^T B\left(\hat{\xi}\left(t\right) - \bar{\xi}\left(t\right)\right)^2\right] dt \longrightarrow \min_{a_{ij}}$, где B - симметрическая положительно определенная матрица, вид которой отражает особенности задачи оценивания. Выполнив преобразования, приведем выражение для критерия к виду [2] $J = \int\limits_0^T M\left[\bar{\xi}^T\left(t\right)B\bar{\xi}\left(t\right)\right] dt = \sum\limits_k H_k$. Таким образом, задача сводится к максимизации всех H_k за счет выбора элементов матрицы A_k . Выполнение условия оптимальности требует решения системы n^2 линейных уравнений. В качестве конкретного примера рассмотрена задача оценивания полезного сигнала по его измерениям совместно с измерением его производной.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Дубовиков А.В. Распространение метода ортогональных разложений на оценивание линейного функционала от случайного процесса // Математические методы в научных исследованиях. Сб. научн. трудов. Рязань: РГРТА, 2006. С. 7-11.
- 2. Дубовиков А.В., Ципоркова К.А. Задача сглаживания многомерного случайного сигнала методом ортогональных разложений.// Математические методы в научных исследованиях. Сб. научн. трудов. Рязань: РГРТУ, 2012. С. 13-21.

ESTIMATION OF THE VECTOR USEFUL SIGNAL IN THE PRESENCE OF MULTIPLICATIVE INTERFERENCE

Tsiporkova K. A. ^{1,a}, Tsiporkov N. I. ^{1,b}

¹ Ryazan State Radio Engineering University named after V. F. Utkin ^a ktsiporkova@list.ru, ^b nikki97@list.ru

Keywords: useful signal, multiplicative interference, orthogonal decomposition.

Measurements of the components of a vector (multidimensional) useful signal contain multiplicative interference. The estimate is formed in the form of a linear combination of decompositions of the signals of the measuring channels according to an orthonormal system of functions on the observation interval. The optimization problem is solved.

A multidimensional useful signal $\bar{\xi}(t) = col(\xi_i(t))_{i=1}^n$ with a zero expected value and a covariance matrix $R = [R_{ij}(t_1,t_2)]_{i,j=1}^n$ is to be reconstructed from the measurements of its components, containing a multiplicative interference $\chi_j(t)$: $\eta_j(t) = \chi_j(t) \cdot \xi_j(t)$, $j = \overline{1,n}$. The interference vector $\bar{\chi}(t) = col(\chi_j(t))_{j=1}^n$ has a mathematical expectation $\bar{m} = col(m_j)_{j=1}^n = col(m_j)_{j=1}^n$ $col(M[\chi_j(t)])$ and a covariance matrix $K = [K_{ij}(t_1,t_2)]_{i,j=1}^n$. $\bar{\xi}(t)$ and $\bar{\chi}(t)$ are independent dent. The vector estimation $\bar{\xi}(t)$ is constructed as a linear combination $\hat{\xi}(t) = \sum_{k} A_k \Gamma_k \varphi_k(t)$, where $\{\varphi_k(t)\}\$ - is a system of orthonormal functions on the observation interval $[0,T];\ \Gamma_k=$ $col(\gamma_{kj})_{j=1}^{n}$, $\gamma_{kj} = \int_{0}^{T} \eta_{j}(t) \varphi_{k}(t) dt$ - coefficients expansion $\eta_{j}(t)$ of the orthonormal system $\{\varphi_{k}\left(t\right)\};\,A_{k}=\left[a_{ij}^{k}\right]_{i,j=1}^{n}$ - the matrix of weight coefficients to be determined from the minimum condition of the quadratic quality functional [1] $J = \int_{0}^{T} M \left[\left(\hat{\xi}(t) - \bar{\xi}(t) \right)^{T} B \left(\hat{\xi}(t) - \bar{\xi}(t) \right)^{2} \right] dt$ \longrightarrow min , where B - symmetric positive definite matrix, form of which reflects the features of the estimation problem. After performing the transformations, we reduce the expression for the criterion to the form [2] $J = \int_{0}^{T} M\left[\bar{\xi}^{T}(t) B\bar{\xi}(t)\right] dt = \sum_{k} H_{k}$. Thus, the task is reduced to maximizing all H_k by selecting the elements of the matrix A_k . Fulfilling the optimality condition requires solving a system of n^2 linear equations. As a concrete example, we consider the problem of estimating a useful signal from its measurements together with the measurement of its derivative.

REFERENCES

1. A. Dubovikov, "Extension of the orthogonal decomposition method to the estimation of a linear functional from a random process" // Mathematical methods in scientific research. Collection of treatises. — Ryazan: RGRTA, 2006. — P. 7-11.

2. A. Dubovikov., K. Tsiporkova, "The problem of smoothing a multidimensional random signal by the method of orthogonal expansions"// Mathematical methods in scientific research. Collection of treatises. – Ryazan: RGRTU, 2012. – P. 13-21.

Стендовые доклады в Обнинске

РАСЧЕТ ОПТИЧЕСКИХ СВОЙСТВ МАТЕРИАЛОВ С ТЕРМИЧЕСКИ АКТИВИРОВАННОЙ ЗАМЕДЛЕННОЙ ФЛУОРЕСЦЕНЦИЕЙ НА ОСНОВЕ НЕСТАЦИОНАРНОЙ ТЕОРИИ ФУНКЦИОНАЛА ПЛОТНОСТИ

Акино Н., Зэмпо Я.

Факультет вычислительной техники и информатики, Университет Хосей 3-7-2 Kajino, Koganei, Tokyo, 184-8584, Япония akino@hosei.ac.jp

Ключевые слова: нестационарная теория функционала плотности, метод вещественного пространства и реального времени, спектральный анализ, органический светодиод.

Уже несколько десятилетий органические светодиоды (OLED) представляют большой интерес в плане их применения в дисплеях и осветительных приборах. Они все шире используются в смартфонах и плоских экранах благодаря таким преимуществам, как самоиндуцированное излучение, высокая контрастность, широкий угол обзора и пр. После создания флуоресцирующих веществ появились фосфоресцентные материалы, которые достигли высокой степени совершенства. Однако такие материалы являются весьма дорогостоящими, так как в них применяются дорогие тяжелые металлы — например, Іг и Рt. В последнее время в качестве нового класса светоизлучающих устройств разработаны материалы с термически активированной замедленной флуоресценцией (TADF). В них триплетные экситоны преобразуются в синглетные в отсутствие тяжелых металлов [1]. Теоретический внутренний квантовый выход (IQE) в подобных фосфоресцирующих материалах составляет 100%.

Для изучения оптических свойств материалов мы применили нестационарную теорию функционала плотности (TDDFT). Это один из наиболее известных и широко используемых методов расчета возбужденных состояний различных молекул и общепризнанный мощный инструмент изучения электронных переходов. В наших расчетах методы реального времени и вещественного пространства (RSRT) используются для решения уравнения Кона-Шэма во временной области методом конечных разностей [2] без использования явно заданных базисов, таких как плоские волны или гауссов базисный набор. В рамках этого подхода мы можем находить решения волновых функций на сетке в фиксированной области, охватывающей рассматриваемую физическую систему. Кроме того, для оптического анализа данных временных рядов в реальном времени по теории TDDFT мы применили метод максимальной энтропии (МЕМ). Показано, что метод МЕМ обеспечивает более высокое разрешение при меньшем числе вычислительных операций по сравнению с традиционным преобразованием Фурье.

В данном исследовании мы рассматривали ряд материалов с термически активированной замедленной флуоресценцией, включая материалы на основе молекулы DABNA [3]. В последнее время этот материал активно изучается из-за его узкой полной ширины на половине максимума (FWHM) в спектре, т.е. высокой чистоты цвета. Основное внимание в работе уделяется разработке новых материалов с малой энергией обмена, что требуется в материалах с термически активированной замедленной флуоресценцией, и хорошей чистотой цвета. Для начала потребуется изучить уже созданные молекулы [4]. Показана корреляция между результатами математического моделирования и экспериментальными данными не только по пиковой длине волны, но и по форме спектра.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. K. Goushi, K. Yoshida, K. Sato, C. Adachi Organic light-emitting diodes employing efficient reverse intersystem crossing for triplet-to-singlet state conversion (Органические светодиоды с эффективной обратной интеркомбинационной конверсией при переходе от триплета к синглету) // Nat. Photonics, 6, 253–258(2012)
- 2. N. Akino and Y.Zempo Optical Properties of Polymers by TDDFT (Исследование оптических свойств полимеров на основе нестационарной теории функционала плотности) // MRS Advances, 1, 1773(2016)
- 3. T. Hatakeyama, K. Shiren, K. Nakajima, S. Nomura, S.Nakatsuka, K. Kinoshita, J. Ni, Y. Ono, T. Ikuta Ultrapure Blue Thermally Activated Delayed Fluorescence Molecules: Efficient HOMO-LUMO Separation by the Multiple Resonance Effect (Молекулы с термически активированной замедленной флуоресценцией сверхчистого синего цвета: эффективное разделение самой высокой занятой и самой низкой незанятой молекулярных орбит при помощи эффекта многократного резонанса) // Adv. Mater., 28, 2777–2781(2016)
- 4. N. Akino and Y. Zempo, **EN12.03.02** Optical Properties of TADF Materials by TDDFT (Расчет оптических свойств материалов с термически активированной замедленной флуоресценцией на основе нестационарной теории функционала плотности) // MRS Fall Meeting 2019

OPTICAL PROPERTIES OF TADF MATERIALS BY TDDFT

Akino N., Zempo Y.

Faculty of Computer and Information Sciences, Hosei University 3-7-2 Kajino, Koganei, Tokyo, 184-8584, JAPAN akino@hosei.ac.jp

Keywords: Time dependent density functional theory, Real-space and real-time technique, Spectral analysis, Organic light emitting diode.

Organic light emitting diodes (OLEDs) have been of great interest for display and lighting applications during decades and have been increasing to be utilized in smartphone and flat-panel display due to many advantages such as self-emission, high contrast, wide viewing angle, and so on. After the development of fluorescent materials, the phosphorescent materials have been introduced and have achieved high efficiency. However, phosphorescent materials require expensive heavy metal such as Ir and Pt. Recently, thermally activated delayed fluorescence (TADF) materials have been developed as a new class of light emitting material where triplet excitons are converted into singlet excitons without heavy metals in phosphorescent materials.[1] Theoretically, an internal quantum efficiency (IQE) of 100%, the same as for phosphorescent materials, can be expected.

In order to study the optical properties of materials, we have employed the time dependent density functional theory (TDDFT), which is one of the most prominent and widely used methods for calculating excited states of various molecules, and it is recognized as a powerful tool for studying their electronic transition. In our calculations, the real-time and real-space (RSRT) techniques are employed in solving time dependent Kohn-Sham equation by the finite difference approach [2] without using explicit bases such as plane waves and Gaussian basis. Within the frame work of this approach, we can solve for the wave functions on the grid with a fixed domain, which encompasses the physical system of interests. Furthermore, we have applied the maximum entropy method (MEM) to the optical analysis of the time-series data from the real-time TDDFT. We have confirmed that the MEM technique provides higher resolution in fewer computational steps, compared to the conventional Fourier transform technique.

In this study, we have focused on the spectrum of TADF materials including materials based on DABNA[3], which has recently been studying intensively because of its narrow FWHM (full-width at half maximum) in its spectrum, that is, of its high color purity. Main focus would be to design new materials with small exchange energy required for TADF character and with good color purity, starting from the understanding of existing molecules [4]. The correlation between simulation and experiment not olny in peak wavelength, but also in the spectrum shape will be presented.

REFERENCES

- 1. K. Goushi, K. Yoshida, K. Sato, C. Adachi, Nat. Photonics, 6, 253–258(2012)
- 2. N. Akino and Y.Zempo, MRS Advances, 1, 1773(2016)
- 3. T. Hatakeyama, K. Shiren, K. Nakajima, S. Nomura, S.Nakatsuka, K. Kinoshita, J. Ni, Y. Ono, T. Ikuta, Adv. Mater., 28, 2777–2781(2016)
- 4. N. Akino and Y. Zempo, EN12.03.02, MRS Fall Meeting 2019

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОЛЯРИЗОВАННОЙ СВЕТОВОЙ ВОЛНЫ И РАСЧЕТ ПАРАМЕТРОВ СТОКСА

Бодрова И. В., Чуйко А. А.

Рязанский государственный радиоуниверситет

В работе ставилась задача разработки алгоритма расчета параметров Стокса рассеянного светового потока с его дальнейшей численной реализацией.

Для расчетов параметров Стокса используется схема, включающая фотоприемник, анализатор, компенсатор и поляризатор [1, 2].

Предлагаемый метод расчета параметров Стокса рассеянного излучения основан на последовательном изменении параметров анализатора и компенсатора (ϕ – угол поворота плоскости поляризации, τ – фазовый сдвиг).

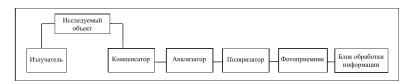


Рис. 1. Функциональная схема для расчета вектора Стокса

Предлагается функциональная схема (рис. 1), адаптированная для наблюдения за объектами космического мусора в околоземном пространстве для случая, когда поляризационные элементы расположены между фотоприемником и самим рассеивающим объектом.

Данная схема предназначена для измерения интенсивности излучения, расчета параметров Стокса и коэффициента поляризации рассеянного светового потока [2, 3].

Схема представляет следующее последовательное соединение фотометрических приборов: компенсатор, осуществляющий фазовый сдвиг между гармониками световой волны; анализатор, вращающий плоскость поляризации на угол ϕ ; поляризатор, выделяющий линейно поляризованную волну в плоскости, составляющей с плоскостью поляризации прямой угол против часовой стрелки; фотоприемник.

Полная интенсивность регистрируемого светового потока вычисляется как

$$I = \frac{1}{2} \left(J + Q \cos 2\phi + U \sin 2\phi \cos \tau + V \sin 2\phi \sin \tau \right).$$

В соответствие с представленной функциональной схемой производились измерения интенсивности излучения, рассеянного модельным алюминиевым объектом «Мир». Исследования проводились на базе Рязанской астрономической обсерватории. Измерения интенсивности рассеянного излучения проводились по сетке 18°×18°.

Параметры Стокса $S(\theta_2, \varphi_2)$ численно рассчитаны с помощью четырех измерений интенсивности излучения путем изменения угла наклона ϕ и сдвига фаз τ между гармониками E_x, E_y и линейной поляризации для каждого измерения.

Компоненты вектора Стокса отраженного излучения находились из решения системы линейных уравнений:

$$(\theta_2, \varphi_2) = \frac{1}{2} (J + Q \cos 2\phi_k + U \sin 2\phi_k \cos \tau_k + V \sin 2\phi_k \sin \tau_k), \qquad k = 1, 2, 3, 4.$$

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Муртазов А.К. Мониторинг загрязнения околоземного пространства оптическими средствами. Рязань. 2010. 248 с.
- 2. Бодрова И.В., Бодров О.А., Солдатов В.В. Влияние параметров Стокса на коэффициент поляризации при исследованиях фотометрических характеристик космического мусора // Вестник РГРТУ. 2014. С. 17...21.
- 3. Li L., Li Z., Li K., Blarel L., Wendisch M. A method to calculate Stokes parameters and angle of polarization of skylight from polarized CIMEL sun/sky radiometers // Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer. placeCityBeijing. 2014. Vol. 149. P. 334...346.

SIMULATION OF A POLARIZED LIGHT WAVE AND CALCULATION OF STOKES PARAMETERS

Bodrova I. V., Chuiko A. A.

Ryazan State Radio Engineering University

In this paper, the task was to develop an algorithm for calculating the Stokes parameters of the scattered light flux with its further numerical implementation.

To calculate the Stokes parameters, a scheme is used that includes a photodetector, an analyzer, a compensator, and a polarizer [1, 2].

The proposed method for calculating the Stokes parameters of scattered radiation is based on a sequential change in the parameters of the analyzer and compensator (ϕ – the angle of rotation of the polarization plane, τ – the phase shift).

Fig. 1. Functional diagram for calculating the Stokes vector

A functional scheme is proposed (Fig. 1), adapted for observing space debris objects in near-Earth space for the case when the polarizing elements are located between the photodetector and the scattering object itself. This scheme is intended for measuring the radiation intensity, calculating the Stokes parameters and the polarization coefficient of the scattered light flux [2, 3].

The scheme represents the following serial connection of photometric devices: a compensator that performs a phase shift between the harmonics of a light wave; an analyzer that rotates the plane of polarization by an angle ϕ ; a polarizer that isolates a linearly polarized wave in a plane that is a right angle counterclockwise with the plane of polarization; a photodetector.

The total intensity of the recorded light flux is calculated as

$$I = \frac{1}{2} \left(J + Q \cos 2\phi + U \sin 2\phi \cos \tau + V \sin 2\phi \sin \tau \right).$$

In accordance with the presented functional scheme, the intensity of the radiation scattered by the model aluminum object "Mir" was measured. The research was conducted on the basis of the Ryazan Astronomical Observatory. The scattered radiation intensity was measured using the $18^{\circ} \times 18^{\circ}$ grid.

The Stokes parameters $S(\theta_2, \varphi_2)$ are numerically calculated using four measurements of the radiation intensity by changing the angle of inclination ϕ and the phase shift τ between the harmonics E_x , E_y and the linear polarization for each measurement.

The components of the Stokes vector of reflected radiation were found from the solution of a system of linear equations:

$$(\theta_2, \varphi_2) = \frac{1}{2} (J + Q \cos 2\phi_k + U \sin 2\phi_k \cos \tau_k + V \sin 2\phi_k \sin \tau_k), \qquad k = 1, 2, 3, 4.$$

REFERENCES

- 1. Murtazov A.K. Monitoring of pollution of the near-earth space by optical means. Ryazan. 2010. 248 p.
- 2. Bodrova I.V., Bodrov O.A., Soldatov V.V. Influence of Stokes parameters on the polarization coefficient in studies of photometric characteristics of space debris // Vestnik RGRTU. 2014. P. 17–21.
- 3. Li L., Li Z., Li K., Blarel L., Wendisch M. A method to calculate Stokes parameters and angle of polarization of skylight from polarized CIMEL sun/sky radiometers // Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer. placeCityBeijing. 2014. Vol. 149. P. 334–346.

БИОЛОГИЧЕСКИЕ НЕЙРОННЫЕ СЕТИ И ИСКУСТВЕНЫЙ ИНТЕЛЛЕКТ

Бурыкин Ю. Г.

Сургутский филиал Федерального научного центра «Научно-исследовательский институт системных исследований Российской академии наук», г. Сургут, Российская Федерация, bionbf@yandex.ru

Ключевые слова: интеллект, кодирование информации, классификация, синапсы.

Построение моделей нервной системы основано на использовании нейрофизиологических данных. Предполагается, что в основе работы искуственных нейронных сетей лежат сходные механизмы, обеспечивающие функцию детектирования и классификации сигналов [1]. Однако, упрощенные модельные представления функционирования реальных биологических нейронных сетей, а также построение системы связей между нейроподобными элементами без учёта полной картины данных гистологического изучения структуры межнейронных связей реальных биологических объектов, создают лишь имитацию работы мозга. Как таковым сильным интеллектом, предполагающим наличие умственного начала, мыслительных способностей, как у человека искусственые нейронные сети не обладают. Более того, использование слабого интеллекта в системах технического зрения приводит к увеличению количества ошибок при распознавании образов в случае зашумления сигнала, в то время как биологические нейронные сети отличаются помехоустойчивостью. Успешность классификации объектов искусственными нейронными сетями, как правило, зависит от обучающего набора. Распознавая образы, классификатор сопоставляет дескрипторам номера классов. При обучении искусственной нейронной сети с учителем номера классов сопоставляются вручную, с опорой на человеческий опыт. При обучении без учителя дескрипторы предварительно не классифицированы, и в этом случае к заданному множеству дескрипторов применяются какие-либо алгоритмы кластеризации [2].

Биологические нейронные сети, по сравнению с искусственными, имеют значительно более сложное строение как по составу, включая множество неоднородных элеметов, так и по структуре связей. Так, один нейрон может иметь от 2 до 10 тысяч синаптических контактов. Образование синаптических сетей в биологических системах является основой нервной организации. Аномалии в формировании синаптических контактов приводят к возникновению отклонения поведенческих реакций у человека и животных. Формирование связей между нейронами в процессе развития и их регенерация обеспечиваются химическим сродством между аксонами и их нейронами-мишенями. На окончательное распределение связей влияют как генетические, так и эпигенетические факторы, например, влияние индивидуального опыта [3]. Биологические нейронные сети существенно отличаются от искусственных по составу и количеству элементов, структуре и динамике образования синаптических связей, уровню сложности организации, а также наличию различных способов кодирования информации, что требует чёткого разграничения понятий искусственного и биологического интеллекта, возникающего как эмерджентное свойство систем.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Дейч С. Модели нервной системы. Пер. с англ. С. Д. Бурцевой, В. И. Кринского и Ю. И. Шмуклер. М.: Мир; 1970. 326 с.
- 2. Рейнхард Клетте. *Компьютерное зрение. Теория и алгоритмы. Пер. с англ. А. А. Слинкин.* М.: ДМК Пресс; 2019. 506 с.
- 3. Шеперд Г. Нейробиология: В 2-х Т. Т.1. Пер. с англ. М.: Мир; 1987. 454 с.

BIOLOGICAL NEURAL NETWORKS AND ARTIFICIAL INTELLIGENCE

Burykin Y. G.

Surgut Branch of the Federal Scientific Center "Research Institute for System Research of the Russian Academy of Sciences", Surgut, Russian Federation bionbf@yandex.ru

Keywords: intelligence, information coding, classification, synapses.

The construction of nervous system models is based on the use of neurophysiological data. It is assumed that artificial neural networks are based on similar mechanisms that provide the function of signal detection and classification [1]. However, simplified model representations of the functioning of real biological neural networks, as well as the construction of a system of connections between neuron-like elements without taking into account the full picture of data of the histological study of the structure of inter-neuron connections of real biological objects, only create an imitation of the brain. Artificial neural networks as such do not possess strong intellect, which presupposes the presence of mental origin and thinking abilities, as the case with a human being. Moreover, the use of weak intelligence in vision systems leads to an increase in the number of errors in pattern recognition in the case of noisy signals, while biological neural networks are characterized by noise immunity. The success of object classification by artificial neural networks usually depends on the training set. By recognizing images, the classifier maps class numbers to descriptors. In training an artificial neural network with a teacher, class numbers are matched manually, relying on the human experience. In teacherless learning, the descriptors are not pre-classified, in which case any clustering algorithms are applied to a given set of descriptors [2].

Biological neural networks, as compared to artificial neural networks, have a much more complex structure both in terms of their composition, including many heterogeneous elements and in the structure of connections. Thus, one neuron can have from 2 to 10 thousand synaptic contacts. The formation of synaptic networks in biological systems is the basis of neural organization. Abnormalities in the formation of synaptic contacts lead to deviations in behavioral reactions in humans and animals. The formation of connections between neurons during development and their regeneration is provided by chemical affinities between axons and their target neurons. The final distribution of connections is influenced by both genetic and epigenetic factors, such as the influence of individual experience [3]. Biological neural networks differ significantly from artificial ones in the composition and number of elements, the structure and dynamics of synaptic link formation, the level of organizational complexity, and the presence of different ways of coding information, which requires a clear distinction between the concepts of artificial and biological intelligence, emerging as an emergent property of systems.

REFERENCES

- 1. Deitsch S. Models of the nervous system. Translated from English by S. D. Burtseva, V. I. Krinsky and Y. I. Shmukler. Moscow: Mir; 1970. 326 p.
- 2. Reinhard Klette. Computer vision. Theory and algorithms. Translated from English by A. A. Slinkin. Moscow: DMK Press; 2019. 506 p.
- 3. Shepherd G. Neurobiology: In 2 Vols. Volume 1. Translated from English. m.: Mir; 1987. 454 p.

ТЕЧЕНИЕ ЖИДКОСТИ В ПАРАМЕТРИЧЕСКИ ЗАДАННОМ ПОРОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ МЕТОДОМ РЕШЕТЧАТЫХ УРАВНЕНИЙ БОЛЬЦМАНА

Егоров A. A. ^{1,2,a}

¹Сургутский филиал Федерального научного центра Научно-исследовательский институт системных исследований Российской академии наук, Москва, Россия ²БУ ВО Сургутский государственный университет ХМАО — Югры ^a eaafit@qmail.com

Ключевые слова: математическое моделирование, виртуальная реальность, гидродинамика, пористая среда, метод решетчатых уравнений Больцмана.

Работа выполнена в рамках госзадания ФГУ ФНЦ НИИСИ РАН, тема № 0065-2019-0019.

Работа посвящена математическому моделированию течения жидкости со свободной поверхностью. В работе описан реализованный алгоритм решетчатых уравнений методом Больцмана состоит этапов: шаг потока, шаг столкновения, шаг изменения фазы жидкости. Течение жидкости происходит между узлами сетки. Движение частиц ограничивается числом направлений. В данной работе используется трехмерная модель с 19 скоростями, обозначаемая D3Q19[1]. Алгоритм визуализации течения жидкости со свободной поверхностью методом решетчатых уравнений Больцмана состоит из 5 последовательно выполняемых шагов [2]:

1. Перенос значений функций распределения вдоль характеристик, уравнение:

$$f_i(x,t+\Delta t) = (1-\omega) f_i^*(x,t+\Delta t) + \omega f_i^{eq} + \rho \omega_i \cdot G$$
(1)

2. Вычисление новых значений плотности и вектора скоростей, уравнение:

$$\rho = \sum_{i=0}^{n} f_i^*, \quad \rho u = \sum_{i=1}^{n} e_i f_i^*, \tag{2}$$

3. Вычисление полной силы взаимодействия, действующей на узел включая ячейки с границей раздела, уравнения:

$$f_i^{eq} = \omega_i \left[\rho + 3e_i \cdot u - \frac{3}{2}u^2 + \frac{9}{2}(e_i \cdot u)^2 \right],$$
 (3)

4. Вычисление значений скорости в узле до и после действия сил:

$$\Delta m(x,t + \Delta t) = f_{i} (x + \Delta t e_i,t) - f_i(x,t)$$
(4)

Вычисление соответствующих равновесных функций распределения (3).

5. Изменение функций распределения в узлах $f_i(x,t) = f_i(x - \Delta t e_i, t - \Delta t) + \Omega_i + \Delta f_i$ за счет действия оператора столкновений: $\Omega_{BGK}(f) = \frac{f^{eq} - f}{\tau}$.

Алгоритм генерирующий основу для пористой среды более подробно описан в работе авторов [3]. Алгоритмы позволяют сформировать неоднородное по структуре поровое пространство, с заданными параметрами пористости и проницаемости. Для определения сложности топологии поверхности в пористой среде может быть использована оценка фрактальной размерности.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Thuerey, N.: A Lattice Boltzmann method for single-phase free surface flows in 3D. Masters thesis, Dept. of Computer Science 10 System-Simulation, University of Erlangen-Nuremberg (2003).
- 2. Куперштох А.Л. Реализация метода решеточных уравнений больцмана на многопроцессорных графических ускорителях для 3d моделирования двухфазных систем типа жидкость—пар. // Сборник научных статей современная наука. 2011. № 2 (7). С. 112–118.
- 3. Егоров А.А., Гавриленко Т.В., Григоренко В.В., Шайторова И.А., Назина Н.Б. On an algorithm for generating inhomogeneous porous media // В сборнике: IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. Krasnoyarsk Science and Technology City Hall of the Russian Union of Scientific and Engineering Associations. Krasnoyarsk, Russia, 2020. C. 52053.

FLOW OF A LIQUID IN A PARAMETRICALLY GIVEN POROUS SPACE BY THE METHOD OF LATTICE BOLTZMANN EQUATIONS

Egorov A. A. 1,2,a

¹Surgut Branch of the Federal Scientific Center Scientific Research Institute for System Research of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia ²BU VO Surgut State University, KhMAO-Yugra ^a eaafit@gmail.com

Keywords: mathematical modeling, virtual reality, hydrodynamics, porous medium, method of lattice Boltzmann equations.

The work was carried out within the framework of the state assignment of the Federal State Institution FSC NIISI RAS, topic No. 0065-2019-0019.

The work is devoted to mathematical modeling of the flow of a liquid with a free surface. The paper describes the implemented algorithm of lattice equations by the Boltzmann method consists of the following stages: flow step, collision step, step of fluid phase change. The fluid flows between the nodes of the grid. Particle movement is limited by the number of directions. In this paper, a three-dimensional model with 19 speeds is used, denoted D3Q19 [1]. The visualization algorithm for a fluid flow with a free surface by the method of lattice Boltzmann equations consists of 5 successively performed steps [2]:

1. Transfer of values of distribution functions along characteristics, equation:

$$f_i(x,t+\Delta t) = (1-\omega) f_i^*(x,t+\Delta t) + \omega f_i^{eq} + \rho \omega_i \cdot G$$
(1)

2. Calculation of new values of density and velocity vector, equation:

$$\rho = \sum_{i=0}^{n} f_i^*, \quad \rho u = \sum_{i=1}^{n} e_i f_i^*, \tag{2}$$

3. Calculation of the total interaction force acting on a node including cells with an interface, equations:

$$f_i^{eq} = \omega_i \left[\rho + 3e_i \cdot u - \frac{3}{2}u^2 + \frac{9}{2}(e_i \cdot u)^2 \right],$$
 (3)

4. Calculation of the values of the speed in the node before and after the action of the forces:

$$\Delta m(x,t + \Delta t) = f_{i} (x + \Delta t e_i,t) - f_i(x,t)$$
(4)

Calculation of the corresponding equilibrium distribution functions (3).

5. Changes in the distribution functions at the nodes $f_i(x,t) = f_i(x - \Delta t e_i, t - \Delta t) + \Omega_i + \Delta f_i$ due to the action of the collision operator: $\Omega_{BGK}(f) = \frac{f^{eq} - f}{\tau}$.

The algorithm generating the basis for a porous medium is described in more detail in the work of the authors [3]. The algorithms make it possible to form a pore space heterogeneous in structure, with the given parameters of porosity and permeability. To determine the complexity of the surface topology in a porous medium, an estimate of the fractal dimension can be used.

REFERENCES

- 1. Thuerey, N .: A Lattice Boltzmann method for single-phase free surface flows in 3D. Masters thesis, Dept. of Computer Science 10 System-Simulation, University of Erlangen-Nuremberg (2003).
- 2. A. L. Kupershtokh Implementation of the method of lattice boltzmann equations on multi-processor graphics accelerators for 3d modeling of two-phase liquid-vapor systems. // Collection of scientific articles modern science. 2011. No. 2 (7). P. 112–118.
- 3. Egorov A.A., Gavrilenko T.V., Grigorenko V.V., Shaitorova I.A., Nazina N.B. On an algorithm for generating inhomogeneous porous media // In: IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. Krasnoyarsk Science and Technology City Hall of the Russian Union of Scientific and Engineering Associations. Krasnoyarsk, Russia, 2020. P. 52053.

МАТРИЧНЫЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ В МНОГОСЛОЙНОЙ СРЕДЕ ПРИ НЕИДЕАЛЬНОМ ТЕПЛОВОМ КОНТАКТЕ СЛОЕВ

Картанов А. А. 1,a , Калманович В. В. $^{1,\delta}$

 1 Калужский государственный университет им. К.Э. Циолковского, г. Калуга, Россия a kartanovartem@gmail.com, 6 v572264@yandex.ru

Ключевые слова: уравнение теплопроводности, многослойная среда, матричный метод. Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 19-03-00271).

Ранее нами был предложен метод решения одномерной задачи теплопроводности в многослойной среде с непрерывными условиями согласования между слоями [1–3]. Этот метод состоял в совместном использовании матричного метода, аппарата обобщенных степеней Берса [4] и метода Фурье. Такой подход позволил в единой аналитической форме получить решение задачи для процесса теплопроводности как в многослойной среде с плоскими слоями, так и в среде, обладающей осевой или центральной симметрией.

В настоящей работе показаны возможности такого подхода для моделирования процессов теплопроводности в многослойной среде при неидеальном тепловом контакте слоев, когда между слоями поставлены условия согласования третьего типа.

ЛИТЕРАТУРА

1. Gladyshev Y. A., Kalmanovich V. V., Loshkareva E. A.. On the use of complex functions in solving non-stationary problems of heat conductivity in a multilayered medium by the Fourier method. *Journal of Physics: Conference Series*. 2020. Vol. 1479. 012006. DOI: 10.1088/1742-6596/1479/1/012006

- 2. Stepovich M. A., Kalmanovich V. V., Seregina E. V. Possibility of Applying the Matrix Method to Modeling the Cathodoluminscescence Caused by a Wide Electron Beam in a Planar Multilayer Semiconductor Structure. *Bulletin of the Russian Academy of Sciences: Physics.* 2020. Vol. 84. P. 576–579. DOI: 10.3103/S1062873820050342
- 3. Гладышев Ю. А., Калманович В. В. Об использовании матричного метода решения задач теплопроводности в многослойной среде при наличии фазовых переходов. *Итоги науки и техники*. Современная математика и ее приложения. Тематические обзоры. 2019. Том 172. С. 30–37. DOI: 10.36535/0233-6723-2019-172-30-37
- 4. Bers L., Gelbart A., On a class of functions defined by partial differential equations. Transactions of the American Mathematical Society. 1944. Vol. 56. P. 67–93. DOI: 10.1090/S0002-9947-1944-0010910-5

MATRIX SOLUTION METHOD HEAT CONDUCTIVITY PROBLEMS IN A MULTILAYER MEDIUM WITH NONPERFECT THERMAL CONTACT OF THE LAYERS

Kartanov A. A. ^{1,a}, Kalmanovich V. V. ^{1,b}

- $^{1}\ Tsiolkovsky\ Kaluga\ State\ University,\ Kaluga,\ Russia$
- ^a kartanovartem@gmail.com, ^b v572264@yandex.ru

Keywords: heat equation, multilayer medium, matrix method.

This work was supported by the Russian Foundation for Basic Research, project no. 19-03-00271.

Previously, we proposed a method for solving a one-dimensional problem of heat conduction in a multilayer medium with continuous matching conditions between layers [1–3]. This method consisted in the combined use of the matrix method, the apparatus of generalized powers of Bers [4] and the Fourier method. This approach made it possible to obtain in a unified analytical form a solution to the problem for the heat conduction process both in a multilayer medium with planar layers and in a medium with axial and central symmetry.

This paper shows the possibilities of this approach for modeling heat conduction processes in a multilayer medium with nonperfect thermal contact of layers, when matching conditions of the third type are set between the layers.

REFERENCES

- 1. Gladyshev Y. A., Kalmanovich V. V., Loshkareva E. A.. On the use of complex functions in solving non-stationary problems of heat conductivity in a multilayered medium by the Fourier method. *Journal of Physics: Conference Series*. 2020. Vol. 1479. 012006. DOI: 10.1088/1742-6596/1479/1/012006
- 2. Stepovich M. A., Kalmanovich V. V., Seregina E. V. Possibility of Applying the Matrix Method to Modeling the Cathodoluminscescence Caused by a Wide Electron Beam in a Planar Multilayer Semiconductor Structure. *Bulletin of the Russian Academy of Sciences: Physics.* 2020. Vol. 84. P. 576–579. DOI: 10.3103/S1062873820050342
- 3. Gladyshev Yu. A., Kalmanovich V. V. On the Matrix Method for Solving Heat Conduction Problems in a Multilayer Medium in the Presence of Phase Transitions. *Results of Science and Technology. Contemporary mathematics and its applications. Thematic reviews.* 2019. Vol. 172. P 30-37. (In Rus.) DOI: 10.36535/0233-6723-2019-172-30-37
- 4. Bers L., Gelbart A., On a class of functions defined by partial differential equations. *Transactions of the American Mathematical Society*. 1944. Vol. 56. P. 67–93. DOI: 10.1090/S0002-9947-1944-0010910-5

ЗАДАЧИ С ИСТОРИКО-НАУЧНЫМ СОДЕРЖАНИЕМ НА ОСНОВЕ РАБОТ П.Л. ЧЕБЫШЕВА В КУРСЕ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ ДЛЯ БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ

Кирюхина Н. В. 1

¹ Калужский государственный университет им. К.Э. Циолковского, г. Калуга, Российская Федерация natakir21@gmail.com

Ключевые слова: задачи с историко-научным содержанием, подготовка учителя физики, теоретическая физика.

Курс теоретической физики в педагогическом вузе обеспечивает системность и фундаметальность профильной предметной подготовки будущего учителя. Он дает понимание основных принципов и идей современной физики, основ применения математического аппарата в приложении к физической теории. Обращение к истории науки в этом курсе позволяет продемонстрировать логику становления физических теорий, дает примеры использования историзма как дидактического принципа и методического приема в преподавании предмета.

Одним из способов использования исторического материала в обучении физике является решение задач с историко-научным содержанием, составленных на основе первичных источников — аутентичных работ выдающихся ученых. Они используются в системе заданий для организации внеаудиторной самостоятельной работы студентов. В разделе «Классическая механика» присутсвуют задачи, составленные на основе работ П. Л. Чебышева по теории механизмов: «Центробежный уравнитель», «Приближенные прямила», «Параллелограмм» и др.

Работа с историко-научным материалом в таком задании подразумевает несколько этапов: изучение текста работы или ее отдельных фрагментов, ответы на вопросы (работа в рамках семиотической модели учебной деятельности, анализ историко-научной информации как знаковой системы); решение базовых задач, составленных преподавателем (работа в рамках имитационной модели с позиции обучающегося); составление вопросов и задач, которые могут быть использованы при обучении физике в школе, в том числе для проведения физических олимпиад (работа в рамках имитационой модели с профессиональной позиции). Базовые задачи, которые ставятся перед студентами в таком задании: определение кинематических характеристик отдельных точек и звеньев механизма (решение задачи о сложном движении, сложение движений, скоростей и ускорений); определение числа степеней свободы механизма как материальной системы; применение вариационных принципов к механизму (составить уравнение равновесия на основе принципа возможных перемещений, составить общее уравнение динамики, уравнения Лагранжа второго рода и т.д.).

Пример 1. «Цетробежный уравнитель». Фрагмент работы [1, с. 37–53]. Примеры вопросов к фрагменту: «В чем отличие центробежного уравнителя Чебышева от центробежного регулятора Уатта. Найдите в тексте работы и запишите в обозначениях Чебышева уравнение, соответсвующее принципу возможных перемещений».

Пример 2. «Приближенное прямило». Фрагмент работы [1, с. 167–211]. Примеры базовх задач: «Найти число степеней свободы механизма Чебышева», «Для заданной конфигурации и параметров найти угловую скорость (угловое ускорение) одного из звеньев».

ЛИТЕРАТУРА

1. Полное собрание сочинений П.Л. Чебышева.Том IV. Теория механизмов. — М.-Л.: Изд-во АН СССР.1948. — 255 с. Режим доступа: http://books.e-heritage.ru/book/10079541

TASKS WITH HISTORICAL AND SCIENTIFIC CONTENT BASED ON THE WORKS OF P. L. CHEBYSHEV IN THE COURSE OF THEORETICAL PHYSICS FOR FUTURE TEACHERS

Kiryukhina N. V. ¹

¹ Kaluga Tsiolkovsky State University, Kaluga, Russian Federation natakir21@qmail.com

Keywords: tasks with historical and scientific content, physics teacher training, theoretical physics.

The course of theoretical physics in a pedagogical university ensures the systematic and fundamental nature of the subject training of the future teacher. It provides an understanding of the basic principles and ideas of modern physics, the basics of applying mathematical apparatus in the application to physical theory. The reference to the history of science in this course allows us to demonstrate the logic of the formation of physical theories, gives examples of the use of historicism as a didactic principle and methodological technique in teaching the subject.

One of the ways to use historical material in teaching physics is to solve problems with historical and scientific content, compiled on the basis of primary sources-authentic works of outstanding scientists. They are used in the system of tasks for the organization of extracurricular independent work of students. In the chapter "Classical Mechanics" there are problems based on the works of P. L. Chebyshev on the theory of mechanisms: "Centrifugal equalizer", "Approximate straight liners", "Parallelogram", etc.

Working with historical and scientific content in the task involves several stages: studying the text of the work or its individual fragments, answering questions (working within the semiotic model of educational activity, analyzing historical and scientific information as a sign system); solving basic tasks compiled by the teacher (working within the simulation model from the student's position); drawing up questions and tasks that can be used in teaching physics at school, including for conducting physical Olympiads (working within the simulation model from a professional position). The basic tasks that are set for students in such a task are: determining the kinematic characteristics of individual points and links of the mechanism (solving the problem of complex motion, adding movements, velocities and accelerations); determining the number of degrees of freedom of the mechanism as a material system; applying variational principles to the mechanism (making an equilibrium equation based on the principle of possible movements, making a general equation of dynamics, Lagrange equations of the second kind, etc.).

Example 1. "Centrifugal equalizer". Fragment of the work [1, p. 37-53]. Examples of questions to the fragment: "What is the difference between the Chebyshev centrifugal equalizer and the Watt centrifugal regulator? Find in the text of the work and write down in the Chebyshev notation the equation corresponding to the principle of possible displacements."

Example 2. "Approximate straight liner". Fragment of the work [1, pp. 167-211]. Examples of basic problems: "Find the number of degrees of freedom of the Chebyshev mechanism", "For a given configuration and parameters, find the angular velocity (angular acceleration) of one of the links".

REFERENCES

1. The complete works of P. L. Chebyshev. Volume IV. Theory of mechanisms. - M.-L.: Publishing House of the USSR Academy of Sciences. 1948 - 255 p. Available at: http://books.e-heritage.ru/book/10079541

АСИМПТОТИКА СОБСТВЕННЫХ ФУНКЦИЙ ТИПА ПРЫГАЮЩЕГО МЯЧИКА ОПЕРАТОРА $\nabla D(X)\nabla$ В ОБЛАСТИ, ОГРАНИЧЕННОЙ ПОЛУЖЁСТКИМИ СТЕНКАМИ

Клевин А. И. 1,a

 1 Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского Российской академии наук, г. Москва, Российская Φ едерация a klyovin@mail.ru

Kлючевые слова: квазиклассическое приближение, вырождение, локализованные асимптотики.

Рассматривается квазиклассическая спектральная задача с малым параметром h

$$\left(-h^2\frac{\partial}{\partial x_1}D_1(x_1,x_2)\frac{\partial}{\partial x_1}-h^2\frac{\partial}{\partial x_2}D_2(x_1,x_2)\frac{\partial}{\partial x_2}\right)\Psi(x_1,x_2,h)=E\Psi(x_1,x_2,h).$$

Коэффициенты D_1 , D_2 положительны при $b_1 < x_1 < b_2$ и имеют вырождение при $x_1 = b_s$, s = 1, 2, следующего вида: $D_i(b_s, x_2) = 0$, $(\partial D_i/\partial x_1)(b_s, x_2) \neq 0$, i = 1, 2, s = 1, 2. Говорят, что множество (полоса $(x_1, x_2) \in [b_1, b_2] \times \mathbb{R}$) ограничено «полужёсткими стенками».

Задаче соответствует гамильтонова система с гамильтонианом $H(x,p) = D_1(x_1,x_2)p_1^2 + D_2(x_1,x_2)p_2^2$, поток которой не обладает свойством полноты: траектории уходят на бесконечность по импульсной переменной p при приближении к точкам границы $x_1 = b_s$, s = 1, 2.

Известно, что такого типа вырождение разрешается путем перехода в некоторое более сложное пространство (см. [1]). При этом траектории гамильтоновой системы склеиваются над точками границы. Таким образом, мы говорим об отражении траектории от границы.

Предполагается, что гамильтонова система определяет движение на отрезке $x_2=0$, $b_1 \leq x_1 \leq b_2$ с отражением от его границ. Рассматриваются асимптотические собственные функции, локализованные в окрестности этого отрезка, которые называются функциями «прыгающего мячика». Название появилось при рассмотрении спектральной задачи оператора Лапласа $-\Delta u = k^2 u, \ k \to +\infty$, в области с граничными условиями Дирихле (так были названы асимптотические собственные функции, локализованные в окрестности биллиардной траектории, включающей отражение от границ области).

Асимптотические собственные функции были построены (см. [2]) с помощью теории комплексного ростка Маслова (см. [3]), в которой рассматривается анзац (работающий вдали от точек границы) в виде функции $a(x_1,x_2,h)\exp((i/h)S(x_1,x_2))$ с комплексной функцией S с $\operatorname{Im} S=0$ при $x_2=0$ и $\operatorname{Im} S>0$ при $x_2\neq 0$. Для построения асимптотики вблизи границы применяется метод из работы [1].

ЛИТЕРАТУРА

1. Доброхотов С. Ю., Назайкинский В. Е. Униформизация уравнений с граничным вырождением бесселева типа и квазиклассические асимптотики. *Матем. заметки*. 2020;107(5):780-786. DOI: 10.4213/mzm12627.

- 2. Клевин А. И. Асимптотика собственных функций типа прыгающего мячика оператора $\nabla D(x)\nabla$ в области, ограниченной полужёсткими стенками. Дифференц. уравнения. 2021;57(2):235–254. DOI: 10.31857/S0374064121020114.
- 3. Maslov V. P. The Complex WKB Method for Nonlinear Equations I: Linear Theory. Birkhäuser: Basel; 1994. 304 c. DOI: 10.1007/978-3-0348-8536-2.

ASYMPTOTICS OF EIGENFUNCTIONS OF THE BOUNCING BALL TYPE OF THE OPERATOR $\nabla D(X)\nabla$ IN A DOMAIN BOUNDED BY SEMIRIGID WALLS

Klevin A. I. 1,a

¹ Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russian Federation ^a klyovin@mail.ru

Keywords: semiclassical approximation, degeneration, localized asymptotics.

We consider a semiclassical spectral problem with a small parameter h

$$\left(-h^2\frac{\partial}{\partial x_1}D_1(x_1,x_2)\frac{\partial}{\partial x_1}-h^2\frac{\partial}{\partial x_2}D_2(x_1,x_2)\frac{\partial}{\partial x_2}\right)\Psi(x_1,x_2,h)=E\Psi(x_1,x_2,h).$$

The coefficients D_1 , D_2 are positive for $b_1 < x_1 < b_2$ and have degeneration for $x_1 = b_s$, s = 1, 2, of the following form: $D_i(b_s, x_2) = 0$, $(\partial D_i/\partial x_1)(b_s, x_2) \neq 0$, i = 1, 2, s = 1, 2. It is said that the set (the strip $(x_1, x_2) \in [b_1, b_2] \times \mathbb{R}$) is bounded by "semirigid walls".

The problem corresponds to a Hamiltonian system with the Hamiltonian function $H(x,p) = D_1(x_1, x_2)p_1^2 + D_2(x_1, x_2)p_2^2$, the flow of which does not possess the completeness property: the trajectories go to infinity in the momentum variable p when approaching the border points $x_1 = b_s$, s = 1, 2.

It is known that this type of degeneration is resolved by passing to some more complex space (see [1]). In this case, the trajectories of the Hamiltonian system are glued over the points of the boundary. Thus, we are talking about the reflection of the trajectory from the boundary.

It is assumed that the Hamiltonian system determines the motion on the segment $x_2 = 0$, $b_1 \leq x_1 \leq b_2$ with reflection from its boundaries. We consider asymptotic eigenfunctions localized in a neighborhood of this segment, which are called "bouncing ball" functions. The name appeared when considering the spectral problem of the Laplace operator $-\Delta u = k^2 u$, $k \to +\infty$, in a domain with Dirichlet boundary conditions (this was the name given to asymptotic eigenfunctions localized in the vicinity of a billiard trajectory that includes reflection from the boundaries of the domain).

Asymptotic eigenfunctions were constructed (see [2]) using Maslov's theory of the complex germ (see [3]), in which the ansatz (working away from the boundary points) is considered in the form of the function $a(x_1, x_2, h) \exp((i/h)S(x_1, x_2))$ with complex function S with Im S = 0 for $x_2 = 0$ and Im S > 0 for $x_2 \neq 0$. To construct the asymptotics near the boundary, the method from [1] is used.

REFERENCES

1. Dobrokhotov S. Yu., Nazaikinskii V. E. Uniformization of Equations with Bessel-Type Boundary Degeneration and Semiclassical Asymptotics. *Math. Notes.* 2020;107(5):847–853. DOI: 10.1134/S0001434620050132.

- 2. Klevin A. I. Asymptotics of Eigenfunctions of the Bouncing Ball Type of the Operator $\nabla D(x)\nabla$ in a Domain Bounded by Semirigid Walls. *Differ. Equ.* 2021;57(2):235–254. (In Russ.) DOI: 10.31857/S0374064121020114.
- 3. Maslov V. P. The Complex WKB Method for Nonlinear Equations I: Linear Theory. Birkhäuser: Basel; 1994. 304 p. DOI: 10.1007/978-3-0348-8536-2.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ОХЛАЖДЕНИЯ КРИСТАЛЛИЗАТОРА МАШИН НЕПРЕРЫВНОГО ЛИТЬЯ ЗАГОТОВОК ВОДЯНЫМ И ЖИДКОМЕТАЛЛИЧЕСКИМ ТЕПЛОНОСИТЕЛЯМИ

Коновалов М. А. ^а, Ульянов В. В., Кошелев М. М., Харчук С. Е.

AO «Государственный научный центр Российской Федерации — Физико-энергетический институт имени A. И. Лейпунского», г. Обнинск, Российская Федерация ${}^amkonovalov@ippe.ru$

Ключевые слова: машины непрерывного литья заготовок, затвердевание стали, кристаллизатор, теплообмен, жидкометаллический теплоноситель.

Исследования проводятся при поддержке Правительства Калужской области и Российского Фонда Фундаментальных исследований (грант № 19-48-400003).

На сегодняшний день тепло отводимое от машин непрерывного литья заготовок сбрасывается в окружающую среду и практически не используется. Одним из способов сокращения энергетических затрат при производстве стали является замена воды на жидкометаллический теплоноситель в контуре охлаждения кристаллизатора и повышение температуры до уровня, достаточного для осуществления паросилового цикла с последующей генерацией электроэнергии [1,2].

Авторами установлено, что наиболее приемлемым жидкометаллическим теплоносителем при охлаждении кристаллизуемой стали в машинах непрерывного литья заготовок является свинцововисмутовая эвтектика. На основе сравнительного анализа охлаждения различными теплоносителями затвердевающей стали в кристаллизаторе круглого сечения с использованием кода OpenFOAM показано, что эффективность охлаждения практически идентична при охлаждении водой и охлаждении свинцововисмутовой эвтектикой. При этом наибольший поток тепла, снимаемый с кристаллизатора, достигается при величине подогрева теплоносителя от 180 °C на входе в кристаллизатор до 400 °C на выходе.

Для оценки целесообразности предлагаемого решения выполнен тепловой расчет парогенерирующего контура. Показано, что КПД паросилового цикла составит $\sim 32~\%$. При условии работы на одном предприятии шести кристаллизаторов на протяжении года (250 рабочих дней) количество выработанной электроэнергии составит примерно 6,2 млн. к $\mathrm{Bt}\times\mathrm{v}$.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Кошелев М.М., Ульянов В.В., Гулевский В.А. и др. *О возможности применения свинецсодержащих расплавов для нефтеперерабатывающей и сталелитейной отраслей промышленности*. ВАНТ. Серия: Ядерно-реакторные константы. 2018. №5. С.155-159.
- 2. Ульянов В.В., Кошелев М.М., Коновалов М.А., Харчук С.Е. *Моделирование тепло*передачи в каналах круглой формы машин непрерывного литья заготовок с перспективным свинцово-висмутовым кристаллизатором. ВАНТ. Серия: Ядерно-реакторные константы. 2020. выпуск 2. С. 131-140.

SIMULATION OF HEAT TRANSFER PROCESS INTO THE CONTINUOUS CASTING MACHINE MOLD WITH WATER AND LIQUID-METAL COOLANT

Konovalov M. A. a, Ulyanov V. V., Koshelev M. M., Kharchuk S. E.

State Scientific Centre of the Russian Federation – Leypunsky Institute for Physics and Power Engineering, Joint-Stock Company, Obninsk, Russian Federation

**amkonovalov@ippe.ru*

Keywords: continuous casting machine, steel cristallization, mold, heat transfer, liquid-metal coolant.

This study is supported by the Kaluga Region Government and the Russian Foundation for Basic Research grants YY No 19-48-400003.

To date, heat to be dissipated in continuous casting machine mold are discharged in the environment and used little. One way of requalification energy in steel production is replacing cooling system of mold by water with liquid-metal coolant, increasing work temperature to greater level and producing steam for a steam power cycle [1,2].

The paper contains the results from selecting acceptable liquid-metal coolant for the continuous casting machine mold. Based on the numerical simulation of the heat transfer process during solidification of steel with various cooling in the OpenFOAM is shown practically identical the cooling efficiency with water and lead-bismuth eutectic. It should be noted that heat flux dissipated in mold has the maximum value at inlet coolant temperature 180 $^{\circ}$ C and outlet coolant temperature 400 $^{\circ}$ C.

To identify whether feasibility possibility this way is made termal efficiency calculations. It is shown that the efficiency of the steam power cycle will be ~ 32 %. It can be production 6.2 million kWh in six mold of one plant throughout the year.

REFERENCES

- 1. Koshelev M.M., Ulyanov V.V., Gulevsky V.A. and others. On the possibility of using lead-containing melts for the oil refining and steel industries. VANT. Series: Nuclear-reactor constants. 2018. Issue 5. P. 155–159.
- 2. Ulyanov V.V., Koshelev M.M., Konovalov M.A., Kharchuk S.E. Modeling of heat transfer in round channels of continuous casting machines with promising lead-bismuth crystallizer. VANT. Series: Nuclear-reactor constants. 2020. Issue 2.P. 131–140.

АСИМПТОТИКА МНОГОЧЛЕНОВ ЧЕБЫШЕВА

Кристиансен Я. С. 1,a , Саймон Б. 2,b , Юдицкий П. 3,c , Зинченко М. 4,d 1 Лундский университет, Швеция 2 Калифорнийский технологический институт, Пасадена, США 3 Университет Иоганна Кеплера, Лини, Австрия 4 Университет Нью-Мексико, Альбукерк, США a stordal@maths.lth.se, b bsimon@caltech.edu, c petro.yudytskiy@jku.at, d maxim@math.unm.edu

Ключевые слова: многочлены Чебышева, теория потенциала, асимптотический анализ. Данное исследование поддержано проектным грантом DFF-4181-00502 Датского совета по независимым исследованиям, грантом Шведского совета по научным исследованиям (VR) № 2018-03500, грантами NSF DMS-1265592 и DMS-1665526, грантами фонда BSF (Израиль) № 2010348 и 2014337, проектом австрийского научного фонда FWF P29363-N32, а также грантами Фонда Симонса CGM-281971 и CGM-581256.

Классическая задача, изучаемая со времен Чебышева и его исследований механизмов, состоит в нахождении наилучшей равномерной аппроксимации непрерывной функции $f:[a,b]\to\mathbb{R}$ алгебраическими многочленами порядка $\leq n$ Хорошо известно, что приведенный многочлен порядка n с наименьшим отклонением от нуля на интервале [-1,1] представляется в виде $T_n(x)=2^{-n+1}\cos(n\theta)$, где $x=\cos\theta$ Переменная x в таком многочлене колеблется от -1 до 1. Данный многочлен растет быстрее, чем любой другой приведенный многочлен того же порядка за пределами интервала [-1,1]. Каким образом можно описать приведенные многочлены с минимальным отклонением от нуля на множестве $\mathsf{E} \subset \mathbb{R}$, где E — объединение, например, k интервалов или множество Кантора?

В выступлении будет рассматриваться теория таких многочленов, которые также носят имя Чебышева. Поскольку явные представления используются редко, мы остановимся на асимптотическом поведении и асимптотике ошибки аппроксимации. Возникает вопрос о зависимости параметров от размеров и геометрии Е. Как будет показано, здесь возможно применить теорию потенциалов, а часть проводимого анализа предусматривает исследование нулевых значений в промежутках в Е. В конце обсуждается недостаточная изученность ситуаций, когда Е представляет собой замкнутую область на комплексной плоскости, а также ряд пока нерешенных задач.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. J. S. Christiansen, B. Simon, and M. Zinchenko. Asymptotics of Chebyshev Polynomials, I. Subsets of ℝ.(Асимптотика многочленов Чебышева. Подмножества ℝ) *Invent. Math.* **208** (2017) 217–245. https://doi.org/10.1007/s00222-016-0689-xdoi.org/10.1007/s00222-016-0689-x
- 2. J. S. Christiansen, B. Simon, P. Yuditskii, and M. Zinchenko. Asymptotics of Chebyshev Polynomials, II. DCT subsets of \mathbb{R} .(Асимптотика многочленов Чебышева. Подмножества \mathbb{R} в прямой теореме Коши) Duke Math. J. **168** (2019) 325–349. https://doi.org/10.1215/00127094-2018-0045doi.org/10.1215/00127094-2018-0045
- 3. J. S. Christiansen, B. Simon, and M. Zinchenko. Asymptotics of Chebyshev polynomials, III. Sets saturating Szegö, Schiefermayr, and Totik-Widom bounds (Асимптотика чебышевских полиномов, II. Множества, насыщающие границы Сзего, Шифермайра и Тотика-Уидома). Oper. Theory Adv. Appl. 276 (2020) 231–246. https://doi.org/10.1007/978-3-030-31531-3_15doi.org/10.1007/978-3-030-31531-3_15

4. J. S. Christiansen, B. Simon, and M. Zinchenko. Asymptotics of Chebyshev polynomials, IV. Comments on the complex case (Асимптотика чебышевских полиномов. Комментарии к сложным случаям). JAMA 41 (2020) 207–223. https://doi.org/10.1007/s11854-020-0120-9doi.org/10.1007/s11854-020-0120-9

ASYMPTOTICS OF CHEBYSHEV POLYNOMIALS

Christiansen J. S.^{1,a}, Simon B.^{2,b}, Yuditskii P.^{3,c}, Zinchenko M.^{4,d}

¹ Lund University, Sweden ² California Institute of Technology, Pasadena, USA

³ Johannes Kepler University, Linz, Austria ⁴ University of New Mexico, Albuquerque, USA

^a stordal@maths.lth.se, ^b bsimon@caltech.edu,

^c petro.yudytskiy@jku.at, ^d maxim@math.unm.edu

Keywords: Chebyshev Polynomials, Potential Theory, Asymptotic Analysis.

This study is supported by project grant DFF-4181-00502 from the Danish Council for Independent Research, by the Swedish Research Council (VR) Grant No. 2018-03500, by NSF Grants DMS-1265592 and DMS-1665526, by Israeli BSF Grants No. 2010348 and 2014337, by the Austrian Science Fund FWF project P29363-N32, and by Simons Foundation Grants CGM-281971 and CGM-581256.

Abstract

A classical problem that goes back to Chebyshev and his study of mechanisms is to find the best uniform approximation of a continuous function $f:[a,b]\to\mathbb{R}$ by algebraic polynomials of degree $\leq n$. It is well known that the monic degree n polynomial that deviates the least from zero on [-1,1] is given by $T_n(x)=2^{-n+1}\cos(n\theta)$ with $x=\cos\theta$. This polynomial oscillates for x between -1 and 1 and grows faster than any other monic polynomial of the same degree outside [-1,1]. But how can we describe the monic polynomials of least deviation from zero on $\mathsf{E}\subset\mathbb{R}$ when E is the union of, say, k intervals or a Cantor-type set?

In the talk, I shall discuss the theory for these polynomials that also bear the name of Chebyshev. Since explicit representations are rare, I'll focus on their asymptotic behavior and the asymptotics of the approximation error. One may ask how this depends on the size and geometry of E. As we shall see, potential theory enters the field and part of the analysis relies on studying the zeros in gaps of E. Towards the end, I shall also explain how relatively little is known when E is a closed region in the complex plane and discuss some open problems in the field.

REFERENCES

- 1. J. S. Christiansen, B. Simon, and M. Zinchenko. Asymptotics of Chebyshev Polynomials, I. Subsets of R. Invent. Math. **208** (2017) 217–245. doi.org/10.1007/s00222-016-0689-x
- 2. J. S. Christiansen, B. Simon, P. Yuditskii, and M. Zinchenko. Asymptotics of Chebyshev polynomials, II. DCT subsets of \mathbb{R} . <u>Duke Math. J.</u> **168** (2019) 325–349. doi.org/10.1215/0012 7094-2018-0045
- 3. J. S. Christiansen, B. Simon, and M. Zinchenko. Asymptotics of Chebyshev polynomials, III. Sets saturating Szegő, Schiefermayr, and Totik-Widom bounds. Oper. Theory Adv. Appl. **276** (2020) 231–246. doi.org/10.1007/978-3-030-31531-3_15
- 4. J. S. Christiansen, B. Simon, and M. Zinchenko. Asymptotics of Chebyshev polynomials, IV. Comments on the complex case. <u>JAMA</u> 41 (2020) 207–223. doi.org/10.1007/s11854-020-0120-9

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ КИНЕТИКИ ПРОЦЕССА ГИДРОКРЕКИНГА ПАРАФИНОВ

Лысенкова С. А. 1,a , Еловой С. Г. $^{1,\delta}$

 1 БУ ВО Сургутский государственный университет ХМАО — Югры a $lsa1108@mail.ru, ^b$ sergeyelovoy@gmail.com

Ключевые слова: гидрокрекинг, нефть, кинетика, дифференциальная эволюция.

Гидрокрекинг – процесс превращения нефти в бензин и реактивное топливо под воздействием постоянного высокого давления и температуры, а также при наличии катализатора (на основе вольфрама, платины или никеля). Первый промышленный процесс гидрокрекинга, был разработан в 1927 году немецкой компанией І. G. FarbenIndustrie, и предназначался для переработки бурого угля в бензин [1]. Кинетика реакции, представляет систему дифференциальных уравнений, записанных относительно скорости изменения концентрации индивидуальных компонентов.

Для решения обыкновенных дифференциальных уравнений выбран явный многошаговый метод Адамса-Башфорта. Данный метод k-го порядка требует предварительного вычисления в k начальных точках. Для вычисления начальных значений используется одношаговый численный метод Рунге-Кутта. Чаще всего в литературе встречается то, что в качестве эталонного топлива применяется смесь, состоящая из гептана (C_7H_{16}) и изооктана (iC_8H_{18}). В дальнейшем будем рассматривается процедура с помощью метода дифференциальной эволюции (был придуман Рэйнером Сторном и Кеннетом Прайсоми в 1995 году впервые опубликован ими [2]).

Метод дифференциальной эволюции — прямой метод оптимизации, в ходе его работы требуется только вычисление значения целевой функций (критерия оптимизации), не её производных. На каждой эпохе эволюционного процесса алгоритм генерирует новое поколение векторов, случайным образом комбинируя между собой векторы предыдущего поколения. Процесс заканчивается, когда количество сгенерированных поколений векторов оказывается равным заданному максимальному числу поколений.

Над мутантным вектором выполняется операция кроссовера (скрещивания). В ходе неё некоторые координаты мутантного вектора замещаются соответствующими координатами из базового вектора. Каждая координата замещается с некоторой вероятностью (ρ) , которая также является параметром настройки метода дифференциальной эволюции.

Полученный после скрещивания вектор называется пробным вектором. Если он оказывается лучше базового вектора (значение целевой функции увеличилось), то в новом поколении базовый вектор заменяется на пробный, в противном случае базовый вектор сохраняется в новом поколении. Разработан программный код, позволяющий проводить данную последовательность действий, и для вещества $C_{11}H_{24}($ Ундекан) получить вектор дающий значения констант скорости реакций, для которых целевая функция оптимизации достигает максимального значения.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Энциклопедия техники // Гидрокрекинг и гидроочистка / Интернет-ресурс: http://enciklopediya-tehniki.ru/tehnologiya-dobychi-gaza-i-nefti/gidrokreking-i-gidroochistka.html
- 2. Storn R., Price K. Differential Evolution a Simple and Efficient Heuristic for Global Optimization over Continuous Spaces, Journal of Global Optimization, Kluwer Academic Publishers, 1997, Vol. 11, 341–359.

NUMERICAL SOLUTION OF THE KINETICS OF THE PARAFFIN HYDROCRACKING PROCESS

Lysenkova S. A. ^{1,a}, Elovoy S. G. ^{1,b}

¹ Surgut State University of KHMAO-YUGRA

^a lsa1108@mail.ru, ^b sergeyelovoy@gmail.com

Keywords: hydrocracking, oil, kinetics, differential evolution.

Hydrocracking is the process of converting oil into gasoline and jet fuel under the influence of constant high pressure and temperature, as well as in the presence of a catalyst (based on tungsten, platinum or nickel). The first industrial hydrocracking process was developed in 1927 by the German company I. G. FarbenIndustrie, and was intended for the processing of brown coal into gasoline [1]. Reaction kinetics is a system of differential equations written with respect to the rate of change in the concentration of individual components.

The explicit multistep Adams-Bashfort method is chosen for solving ordinary differential equations. This k-th order method requires a preliminary calculation at k starting points. The Runge-Kutta one-step numerical method is used to calculate the initial values. Most often in the literature it is found that a mixture consisting of heptane (C_7H_{16}) and isooctane (iC_8H_{18}). Is used as a reference fuel. In the following, we will consider the procedure using the method of differential evolution (it was coined by Rainer Storn and Kenneth Pricomi in 1995, first published by them [2]).

The method of differential evolution is a direct optimization method, in the course of its work, it only requires calculating the value of the objective function (optimization criterion), not its derivatives. At each epoch of the evolutionary process, the algorithm generates a new generation of vectors, randomly combining the vectors of the previous generation. The process ends when the number of generated vector generations is equal to the specified maximum number of generations.

A crossover operation is performed on the mutant vector. During it, some coordinates of the mutant vector are replaced by the corresponding coordinates from the base vector. Each coordinate is replaced with a certain probability (ρ) , which is also a setting parameter of the differential evolution method.

The vector obtained after crossing is called the trial vector. If it turns out to be better than the base vector (the value of the objective function has increased), then in the new generation the base vector is replaced with the trial vector, otherwise the base vector is saved in the new generation. A program code has been developed that allows us to perform this sequence of actions, and for the substance $C_{11}H_{24}$ (Undecane) to obtain a vector that gives the values of the reaction rate constants for which the optimization objective function reaches the maximum value.

REFERENCES

- Encyclopedia of engineering // Hydrocracking and hydrotreating/ Online resource: http://enciklopediya-tehniki.ru/tehnologiya-dobychi-gaza-i-nefti/gidrokreking-i-gidroochistka.html
- 2. Storn R., Price K. Differential Evolution a Simple and Efficient Heuristic for Global Optimization over Continuous Spaces, Journal of Global Optimization, Kluwer Academic Publishers, 1997, Vol. 11, 341–359.

МЕТОД ВИРТУАЛЬНОЙ ПЕРСПЕКТИВЫ И ТЕХНОЛОГИИ ВЫЧИСЛЕНИЙ

Мышев А. В.

Национальный исследовательский ядерный университет МИФИ — Обнинский институт атомной энергетики, г. Обнинск, Российская Федерация mishev@iate.obninsk.ru

Ключевые слова: метод виртуальной перспективы, среда вычислений.

Рассматривается метод виртуальной перспективы, который определяет остов методологии технологий вычислений в условиях замкнутости, ограничений среды вычислений, обмена и информационной неопределенности. Базис метода составляют: во-первых, модели сетевых процессоров синтеза изображений образов результатов выполнения процедур и операций технологий вычислений в нечеткой среде; во-вторых, принципы реализации механизма перспективы для процессов виртуализации в алгоритмах и процедурах технологий вычислений и модели активной памяти; в-третьих, теория процессов с локальным информационным взаимодействием объектов среды вычислений. Логические схемы построения результатов выполнения алгоритмов и процедур технологий вычислений реализуются в среде вычислений платформ Hardware и Software. Информационная среда технологий вычислений обозначенных платформ является источником алгоритмически неконтролируемых и неуправляемых ошибок. В таких вычислительных системах отсутствует адекватный формализм и вычисляемые объекты среды вычислений не имеют систем координат информационной привязки. Здесь следует иметь в виду также особенности различия между приближениями в смысле метрики и топологии. В первом случае метрика является характеристикой того, насколько одно вычисленное "квантовое" значение искомого результата вычислений в выделенный квант времени близко к специфическому другому, а в другом – топология имеет дело с близостью хорошего вычисленного "квантового" значения искомого результата в выделенный квант времени к сочетанию всех неприемлемых его значений. Это не обязательно то же самое, что расстояние до ближайшего плохого вычисленного "квантового" значения. Информационными объектами процессов технологий вычислений в виртуальной среде вычислительных систем являются взаимодействующие цепочки символов, а любой математический объект технологий вычислений в памяти информационной среды вычислительной системы определяется и описывается в виде логической структуры таких цепочек. Среда взаимодействия объектов таких процессов включает следующие основные атрибуты-посредники: виртуальная алгоритмическая переменная, операторы взаимодействия, логическая структура в адресном пространстве ограниченной памяти вычислительной системы и другие, которые являются компонентами среды вычислений. С интуитивной точки зрения среда вычислений вмещает в себя все или почти все, что относится к получению результата: в ней имеются переменные и их фактические значения, а сами они разнесены не только позиционно, но и контекстно. Основными объектами (элементами) компьютерных процессов при выполнении технологий вычислений являются символические цепочки (слова). Тогда формальное представление слова a $=x_1\dots x_n$ задаёт этот объект как конечную последовательность символов x_i из некоторого алфавита $S = \{1, 2, \ldots, r\}$ [1]. В динамике компьютерных процессов они играют двоякую роль: с одной стороны, они выступают в качестве базовых элементов символических моделей вычислительных технологий, а с другой – они являются источником разнообразных ошибок. Механизмом такой динамики в информационной среде технологий вычислений является виртуальная перспектива.

ЛИТЕРАТУРА

1. Мышев А.В. Метод виртуальной перспективы в моделировании «размытых» задач. Информационные технологии и вычислительные системы. 2011;3: 66–78.

VIRTUAL PERSPECTIVE METHOD AND CALCULATION TECHNOLOGIES

Myshev A. V.

National Research Nuclear University MEPhI - Obninsk Institute of Atomic Energy, Obninsk, Russian Federation mishev@iate.obninsk.ru

Keywords: virtual perspective method, computing environment.

The method of virtual perspective is considered, which defines the framework of the methodology of computing technologies in conditions of closedness, limitations of the computing environment, exchange and information uncertainty. The method is based on: first, models of network processors for synthesizing images of images of the results of performing procedures and operations of computation technologies in a fuzzy environment; secondly, the principles of the implementation of the perspective mechanism for virtualization processes in algorithms and procedures of computing technologies and the active memory model; third, the theory of processes with local information interaction of objects of the computing environment. Logical schemes for constructing the results of the execution of algorithms and procedures of computing technologies are implemented in the computing environment of the Hardware and Software platforms. The information environment of computing technologies of the designated platforms is a source of algorithmically uncontrollable and unmanageable errors. In such computing systems, there is no adequate formalism and computational objects of the computing environment do not have informational binding coordinate systems. Here, one should also bear in mind the peculiarities of the difference between approximations in the sense of metrics and topology. In the first case, the metric is a characteristic of how much one computed "quantum" value of the desired computation result in the allocated time slice is close to a specific other, and in the other, the topology deals with the proximity of a good computed "quantum" value of the desired result in the allocated time slice to a combination all its unacceptable values. This is not necessarily the same as the distance to the nearest bad computed "quantum" value. The information objects of the processes of computing technologies in the virtual environment of computing systems are interacting character chains, and any mathematical object of computing technologies in the memory of the information environment of the computing system is defined and described in the form of the logical structure of such chains. The environment of interaction of objects of such processes includes the following basic attributes-mediators: a virtual algorithmic variable, interaction operators, a logical structure in the address space of the limited memory of a computing system, and others, which are components of the computing environment. From an intuitive point of view, the computing environment contains everything or almost everything related to obtaining a result: it contains variables and their actual values, and they themselves are spaced not only positionally, but also contextually. The main objects (elements) of computer processes in the implementation of computing technologies are symbolic chains (words). Then the formal representation of the word $a = x_1 \dots x_n$ defines this object as a finite sequence of symbols xi from some alphabet $S = \{1, 2, \ldots, r\}$ [1]. They play a double role in the dynamics of computer processes: on the one hand, they act as basic elements of symbolic models of computational technologies, and on the other, they are a source of various errors. The mechanism of such dynamics in the information environment of computing technologies is the virtual perspective.

REFERENCES

1. Myshev A.V. The method of virtual perspective in modeling "blurry" problems. *Information technology and computing systems*. 2011; 3: 66–78.

НАУЧНЫЕ ДОСТИЖЕНИЯ П. Л. ЧЕБЫШЁВА В ЗАДАЧАХ КОСМИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Панфёров С. В.

Московский Государственный Университет имени М. В. Ломоносова, факультет «Космических исследований» кафедра фундаментальной и прикладной математики, г. Москва, Российская Федерация svp74@bk.ru

Ключевые слова: небесная механика, изучение движения тел Солнечной системы, эфемеридные теории, полиномы Чебышёва.

Грант Департамента образования г. Москвы № 187 «Путешествие в мир космических исследований»

Изучение движения тел Солнечной системы, положений небесных объектов и космических аппаратов в определенной системе координат в заданный момент времени является одной из основных задач космических исследований. Необходимость создания и усовершенствования высокоточных численных эфемерид естественных и искусственных тел Солнечной системы с учетом современных наблюдательных средств также является важнейшей задачей современной астрономии. Построение таких эфемерид представляет собой сложную комплексную задачу. Для того чтобы точно рассчитывать положения небесных тел, нужно учитывать как можно больше возмущающих факторов. Уравнения, моделирующие движение тел решают численно, но даже с учётом относительно новых методов численного интегрирования (таких, как метод Эверхарта) процедура эта очень затратна сточки зрения вычислительных ресурсов, и если достаточно точное решение на небольшой промежуток времени под силу среднестатистическому ПК, то интегрирование на глобальных временных диапазонах — сложная и трудоёмкая задача. Поэтому поставленную задачу решают при помощи интегрирования и последующей аппроксимации с помощью функции, определяемой коэффициентами разложения. Особое место в решении перечисленных задач занимают разложения функции по многочленам Чебышева, которые обладают замечательным свойством — наименее уклоняться от нуля отрезке [-1,1], и обеспечивают более быструю сходимость разложений функций в ряд по сравнению со всеми другими разложениями. Именно полином Чебышёва один из самых подходящих для создания эфемеридной теории. Принцип работы с такими полиномами описан в книге О. Монтебрука — «Астрономия на персональном компьютере»

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Батурин А. П. // Изв. вузов. Физика. 2011. Т. 54. № 6/2. С. 93–102.
- 2. Folkner W. M., Williams J. G., and Boggs D. H. The Planetary and Lunar Ephemeris DE421, JPL Interoffice Memorandum. Pasadena, 2008. V. 343R-08-003. 31 p.
- 3. Folkner W. M. et al. The Planetary and Lunar Ephemeris DE430 and DE431, IPN Progress Report 2-196. February 15, 2014. 81 p.
- 4. Питьева Е . В . // Астрономический вестник. 2005. Т. 39. № 3. С. 202–213.

SCIENTIFIC ACHIEVEMENTS OF P. L. CHEBYSHEV IN THE PROBLEMS OF SPACE RESEARCH

Panferov S. V.

Lomonosov Moscow State University, Faculty of "Space Research" Department of Fundamental and Applied Mathematics, Moscow, Russian Federation svp74@bk.ru

Keywords: Celestial Mechanics, Study of the motion of the bodies of the Solar system, Ephemeris theories, Chebyshev polynomials.

Grant of the Moscow Department of Education No. 187 "Journey to the world of space Research"

The study of the motion of the bodies of the Solar System, the positions of celestial objects and spacecraft in a certain coordinate system at a given time is one of the main tasks of space research. The need to create and improve high-precision numerical ephemerides of natural and artificial bodies of the Solar System, taking into account modern observational means, is also the most important task of modern astronomy. The construction of such ephemeris is a complex complex task. In order to accurately calculate the positions of celestial bodies, it is necessary to take into account as many disturbing factors as possible. Equations that simulate the motion of bodies are solved numerically, but even taking into account relatively new methods of numerical integration (such as the Everhart method), this procedure is very expensive in terms of computational resources, and if the average PC can solve a fairly accurate solution for a short period of time, then integration on global time ranges is a complex and time – consuming task. Therefore, the problem is solved by integrating and then approximating using a function defined by the expansion coefficients. A special place in the solution of these problems is occupied by the expansions of the function over the Chebyshev polynomials, which have the remarkable property of least deviating from zero in the segment [-1,1], and provide faster convergence of the expansions of functions in a series compared to all other expansions. It is the Chebyshev polynomial that is one of the most suitable for creating an ephemeris theory. The principle of working with such polynomials is described in the book by Fr. Montebrouck - "Astronomy on a personal computer"

REFERENCES

- 1. Baturin A. P. // Izv. vuzov. Physics. 2011. Vol. 54. No. 6/2. pp. 93-102.
- 2. Faulkner W. M., Williams J. G., and Boggs D. H. The Planetary and Lunar Ephemeris DE421, JPL Interoffice Memorial. Pasadena, 2008. V. 343R-08-003. 31 p.
- 3. Faulkner W. M. et al. The Planetary and Lunar Ephemeris DE430 and DE431, IN Progress Report 2-196 February 15, 2014. 81 p.
- 4. P. E. In. // Astronomical Bulletin. 2005. Vol. 39. No. 3. pp. 202-213.

МОДЕЛЬ ДВИЖЕНИЯ ТРАНСПОРТНОГО ПОТОКА

Погребняк М. А.

Ярославский государственный университет им. П. Г. Демидова, математический факультет, Ярославль, Российская Федерация pogrebnyakmaksim@mail.ru

Ключевые слова: математическая модель, динамика движения транспортного потока.

В работе строится новая математическая модель движения транспортного потока, которая описывает движение $N \in \mathbb{N}$ автомобилей. За x обозначено положение транспортного средства, а \dot{x} и \ddot{x} скорость и ускорение соответственно. Все автомобили считаются материальными точками, поэтому их внутренняя структура и внешние габариты не учитываются.

В ходе работы была построена математическая модель движения транспортного потока, которая имеет вид системы дифференциальных уравнений с запаздыванием:

$$\begin{cases}
\ddot{x}_{n}(t) = R(\Delta x_{n}(t,\tau)) \left[a(\dot{x}_{n-1}(t-\tau) - \dot{x}_{n}(t)) \right] + \\
+ (1 - R(\Delta x_{n}(t,\tau))) \left[q \left(\frac{\dot{x}_{n}^{2}(t) \left[\dot{x}_{n-1}(t-\tau) - \dot{x}_{n}(t) \right]}{(x_{n-1}(t-\tau) - x_{n}(t) - l)^{2} + k} \right) \right], \\
x_{n}(t) = \lambda_{0} - (n-1)\lambda, \quad \dot{x}_{n}(t) = v_{n}, \quad \text{при } t \in [-\tau, 0] \text{ и } n \geq 2.
\end{cases}$$
(1)

где τ — время реакции водителя, $\Delta x_n(t,\tau) = x_{n-1}(t-\tau) - x_n(t)$ — расстояние между соседними автомобилями, a>0 — коэффициент ускорения, q>0 — коэффициент торможения, l>0 — безопасное расстояние между автомобилями, k>0 — корректирующий коэффициент, λ_0 — положение первого автомобиля в начальный момент времени, λ — начальное расстояние между соседними автомобилями, v_n — начальная скорость автомобилей, а $R(\Delta x_n(t,\tau))$ — релейная функция вида:

$$R(\Delta x_n(t,\tau)) = \begin{cases} 1, & \text{ если } \Delta x_n(t,\tau) > \frac{\dot{x}_n^2(t)}{2\mu g} + l, \\ 0, & \text{ если } \Delta x_n(t,\tau) \le \frac{\dot{x}_n^2(t)}{2\mu g} + l. \end{cases}$$

где μ — коэффициент трения, а g — ускорение свободного падения. Функция $R(\Delta x_n(t,\tau))$ описывает переключение «разгон-торможение».

Полученная модель (1) описывает все автомобили потока. Для описания первого автомобиля (n=1) модель дополнена значениями $x_0(t)$ и $\dot{x}_0(t)$. В качестве $x_0(t)$ используется расстояние, которое должен проехать первый автомобиль $x_0=L$. В качестве $\dot{x}_0(t)$ в первом слагаемом используется максимальная желаемая скорость $\dot{x}_0=v_{max}$, а во втором — минимальная желаемая скорость, то есть скорость до которой нужно сбросить свою текущую скорость $\dot{x}_0=v_{min}$.

В ходе работы были исследованы основные динамические свойства модели (1), а также были определены значения и единицы измерения для параметров.

TRAFFIC FLOW MODEL

Pogrebnyak M. A.

P.G. Demidov Yaroslavl State University, Mathematics Faculty, Yaroslavl, Russian Federation pogrebnyakmaksim@mail.ru

Keywords: mathematical model, traffic flow dynamics.

This paper presents a construction of the new traffic flow mathematical model, which describes the movement of $N \in \mathbb{N}$ vehicles. The position of the vehicle is denoted by x, and \dot{x} and \ddot{x} denote speed and acceleration, respectively. All vehicles are considered as material points, thus their internal structure and external dimensions are not taken into account.

The main result is construction of traffic flow mathematical model, which is represented by system of delay-differential equations:

$$\begin{cases}
\ddot{x}_n(t) = R(\Delta x_n(t,\tau)) \left[a(\dot{x}_{n-1}(t-\tau) - \dot{x}_n(t)) \right] + \\
+ (1 - R(\Delta x_n(t,\tau))) \left[q \left(\frac{\dot{x}_n^2(t) \left[\dot{x}_{n-1}(t-\tau) - \dot{x}_n(t) \right]}{(x_{n-1}(t-\tau) - x_n(t) - l)^2 + k} \right) \right], \\
x_n(t) = \lambda_0 - (n-1)\lambda, \quad \dot{x}_n(t) = v_n, \quad \text{for } t \in [-\tau, 0] \text{ and } n \ge 2.
\end{cases}$$
(1)

where τ — driver's response time, $\Delta x_n(t,\tau) = x_{n-1}(t-\tau) - x_n(t)$ — distance between adjacent vehicles, a>0 — acceleration factor, q>0 — deceleration factor, l>0 — safely distance between vehicles, k>0 — correction factor, λ_0 — first vehicle's position at the initial time, λ — distance between adjacent vehicles at the initial time, v_n — vehicles speed at the initial time and $R(\Delta x_n(t,\tau))$ — and relay function as follows:

$$R(\Delta x_n(t,\tau)) = \begin{cases} 1, & \text{if } \Delta x_n(t,\tau) > \frac{\dot{x}_n^2(t)}{2\mu g} + l, \\ 0, & \text{if } \Delta x_n(t,\tau) \le \frac{\dot{x}_n^2(t)}{2\mu g} + l. \end{cases}$$

where μ — coefficient of friction, and g — acceleration of gravity. Function $R(\Delta x_n(t,\tau))$ describes the "acceleration-deceleration" switch.

The resulting model (1) describes all the vehicles in the flow. To describe the first vehicle (n = 1) the model is extended with the values of $x_0(t)$ and $\dot{x}_0(t)$. Value of $x_0(t)$ is the distance that the first vehicle have to drive and it is denoted by $x_0 = L$.

Value of $\dot{x}_0(t)$ in the first term is the maximum desired speed $\dot{x}_0 = v_{max}$, and value of $\dot{x}_0(t)$ in the second term is the minimum desired speed, namely the speed to which the current speed should be reduced $\dot{x}_0 = v_{min}$.

It may also be noted, that in this paper the main dynamic properties of the (1) model were investigated, and the values and units of measurement for the parameters were determined.

РАВНОМЕРНЫЕ ФОРМУЛЫ ДЛЯ АСИМПТОТИЧЕСКОГО РЕШЕНИЯ ЛИНЕЙНОГО ПСЕВДОДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ДЛЯ ВОЛН НА ВОДЕ, ПОРОЖДЕННЫХ ЛОКАЛИЗОВАННЫМ ИСТОЧНИКОМ

Толченников А. А.

Институт проблем механики им. А. Ю. Ишлинского РАН, г. Москва, Российская Федерация

Ключевые слова: локализованные волны, канонический оператор Маслова, асимптотические методы.

Работа поддержана грантом РНФ № 16-11-10282.

Рассмотрим жидкость, находящуюся в равномерном поле силы тяжести и заполняющую безграничный по горизонтали бассейн конечной переменной глубины. Предположим, что жидкость совершает потенциальное движение, а ее состояние в начальный момент времени характеризуется заданным убывающим на бесконечности возвышением и нулевыми вертикальными скоростями свободной поверхности (что, например, соответствует т. н. поршневой модели генерации цунами). Задача состоит в определении возвышения свободной поверхности в последующие моменты времени.

Общий подход к задачам с локализованными начальными данными и различным влиянием дисперсионных эффектов, основанный на новых формулах для канонического оператора Маслова был описан в [1] и было получено асимптотическое решение рассматриваемой задачи для случая переменного дна. Также в этой статье было приведено выражение для асимптотики решения через специальные функции, но в малой окрестности фронта. В докладе будут приведены формулы для решения в большой окрестности фронта, размеры которой не зависят от малых параметров задачи (см. [2]).

Работа выполнена совместно с С.Ю. Доброхотовым и В.Е. Назайкинским.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Dobrokhotov S.Yu., Nazaikinskii V.E. Punctured Lagrangian Manifolds and Asymptotic Solutions of the Linear Water Wave Equations with Localized Initial Conditions. *Mathematical Notes*, 2017, Vol. 101, No. 6, pp. 1053–1060.
- 2. Dobrokhotov S.Yu., Nazaikinskii V.E., Tolchennikov A.A. Uniform Formulas for the Asymptotic Solution of a Linear Pseudodifferential Equation Describing Water Waves Generated by a Localized Source. *Russian Journal of Mathematical Physics*, Vol. 27, No. 2, 2020, pp. 185–191.

UNIFORM FORMULAS FOR THE ASYMPTOTIC SOLUTION OF A LINEAR PSEUDODIFFERENTIAL EQUATION DESCRIBING WATER WAVES GENERATED BY A LOCALIZED SOURCE

Tolchennikov A. A.

Istitute for problems in mechanics of the RAS, Moscow, Russian Federation

Keywords: localized waves, Maslov canonical operator, asymptotic methods. This study is supported by RSF grants 16-11-10282.

Consider a liquid in a uniform field of gravity filling a horizontally infinite basin of variable finite depth. Assume that the motion of the liquid is potential and that the state of the liquid at the initial time is characterized by a given free surface elevation decaying at infinity, the initial vertical free surface velocity being zero. (For example, this corresponds to the so-called piston model of tsunami generation) The problem is to find how the free surface elevation evolves in time.

A general approach based on new formulas for the Maslov canonical operator to problems with localized initial data and various dispersion effects was described in [1], where the asymptotic solution for the problem in question was constructed in a small neighborhood of the wave front.

We present formulas for the solution in a wide neighborhood (with the size that do not depend on small parameters) of the front (see [2]).

This is joint work with S.Yu. Dobrokhotov and V.E. Nazaikinskii.

REFERENCES

1. Dobrokhotov S.Yu., Nazaikinskii V.E. Punctured Lagrangian Manifolds and Asymptotic Solutions of the Linear Water Wave Equations with Localized Initial Conditions. *Mathematical Notes*, 2017, Vol. 101, No. 6, pp. 1053–1060.

2. Dobrokhotov S.Yu., Nazaikinskii V.E., Tolchennikov A.A. Uniform Formulas for the Asymptotic Solution of a Linear Pseudodifferential Equation Describing Water Waves Generated by a Localized Source. *Russian Journal of Mathematical Physics*, Vol. 27, No. 2, 2020, pp. 185–191.

Авторский указатель | Author index

Afanaskin I. V., 143, 145, 149, 155 Akino N., 362 Akramova D. I., 291 Aksenov A. V., 170 Aksenov V. V., 59 Aleshin S. V., 293 Allilueva A. I., 141 Almazova T. A., 171 Anashkin O. V., 103 Ankudinov-Misharov A. V., 173 Antonov A. V., 175, 183, 191 Aristova E. N., 61 Artemyev A. V., 281 Atayan A. M., 63 Avetisyan M. G., 288 Azizov A. N., 290 Bakhmutsky M. L., 147 Barabash N. V., 105 Baranchuk V. A., 295 Beklemysheva K. A., 59, 65 Belova Y. V., 93 Belykh I. V., 105 Belykh V. N., 105 Betelin V. B., 38 Birjukov V. A., 76 Biryukov V. A., 82 Bodrova I. V., 364 Boldyreva O. Yu., 216 Bolshakova A. V., 194 Borisenko V. V., 241 Borisova A. V., 68 Bragin M. D., 350 Bukharov S. V., 283 Bukhenskyy K. V., 204 Burtsev A. A., 297 Burykin Y. G., 367 Bushmeleva K. I., 335, 337 Butuzov V. F., 40

Bychin I. V., 208

Afanasenkova Yu. V., 202

Bykovskikh D. A., 206 Bytsyura S. V., 135 Chepovskiy A. M., 241 Chepurko V. A., 175, 191 Chikitkin A. V., 96 Chilin V. I., 290 Chistyakov A. E., 98 Christiansen J. S., 379 Chubarikov V. N., 54 Chuiko A. A., 364 Chumak M. I., 78, 331 Davydova M. A., 129, 305 Deev G. E., 249 Demin A. M., 299 Denisenko V. V., 149 Devitsyn I. N., 245

Deev G. E., 249
Demin A. M., 299
Denisenko V. V., 149
Devitsyn I. N., 245
Dieva N. N., 153
Dobrohotov S. Yu., 181
Dobrokhotov S. Yu., 180, 193
Donenko I. L., 185, 307
Druzhkov K. P., 170

Druzhkov K. P., 170Dubois A. B., 204Dubovik A. O., 210, 212, 220

Dudko D. N., 216 Dushin V. R., 151 Egorov A. A., 369 Egorov I. V., 72 Elovoy S. G., 381

Emelianova A. V., 183 Epifanov A. A., 250 Ermelrov A. S. 66

Ermakov A. S., 66 Ermakov S. V., 249 Eskov V. M., 254 Eskov V. V., 252

Fakhretdinova R. R., 165 Faminskii A. V., 124 Filatov M. A., 270 Filimonov M. Yu., 238 Fortova S. V., 149

Galkin V. A., 41, 206, 210, 212, 245, 268

Ganina S. M., 213 Gasparyan A. S., 177 Gavrilenko T. V., 243, 245 Gimranov R. D., 247 Ginkin V. P., 213 Gladyshev Yu. A., 202, 215, 301 Glazunov N. M., 178 Glushakov A. A., 149

Glazunov N. M., 178
Glushakov A. A., 149
Glyzin S. D., 107, 303
Godunov S. K., 149
Golubenets V. O., 108
Golubev V. I., 68, 70
Gonchenko S. V., 110
Gordeev A. S., 315
Gorelikov A. V., 208
Gorynin G. L., 273, 275
Goryunov V. E., 111
Gracheva N. N., 333

Gubaidullin A. A., 216 Gulyaev D. Y., 218 Ikromov I. A., 317 Ivanov A. V., 273 Ivanov F. F., 313, 315 Ivanovskii L. I., 113 Kabanikhin S. I., 100 Kadoshchuk I. T., 319

Kalmanovich V. V., 215, 371 Kalyabin G. A., 188 Kano S. S., 43 Karaev N. A., 84

Kalinichenko V. A., 188

Karaev N. A., 84 Karandashev I. M., 157 Karavaeva N. I., 61 Kartanov A. A., 215, 371 Kaschenko S. A., 293 Kashchenko A. A., 114 Kashchenko I. S., 115, 133 Kashchenko S. A., 45

Kharchuk S. E., 222, 224, 225, 377

Khitren D. V., 315

Khokhlov N. I., 80, 91, 95 Khvostov D. Yu., 270 Kiryukhina N. V., 373 Klevin A. I., 375

Klimenko M. V., 193

Kolenkina(Skryleva) E. I., 151, 164, 165

Kolesov A. Yu., 107, 108, 115, 303

Kolesov S. V., 194, 196 Kolosova A. I., 270 Kondyukov A. O., 322 Konov D. S., 76

Konovalov M. A., 222, 377 Konyukhov A. N., 204 Konyushenkov A. V., 281

Kornev E. K., 96 Korolev A. V., 149 Koshcheev V. P., 327

Koshelev M. M., 222, 224, 225, 377

Kosterin D. S., 324 Kostrova Yu. S., 325

Kozhemyachenko A. A., 88

Kozlov V. V., 45 Kravchenko M. N., 153 Kremlyova V. S., 224, 225 Kryganov P. V., 155 Kryzhanovsky B. V., 329 Kucheryavyy S. I., 204 Kumukova O. A., 311

Kushnirenko A. G., 167 Kushnirenko A. G., 167 Kushnirenko A. G., 167 Kushnirenko A. G., 98 Lapin A.V., 228 Lavrentiev M. M., 47 Lazareva G. G., 227 Lebedev A. K., 283 Leontyev A. L., 78, 331

Levashova N. T., 135, 139

Lerman L. M., 116

Litinskii L. B., 329 Litvinov V. N., 333 Loshkareva E. A., 301 Lukyanenko D. V., 129 Lysenkova S. A., 261, 381 Makeeva M. N., 151 Makeeva S. V., 270 Malsagov M. Yu., 157

Manahova A. N., 151 Marchuk An. G., 47, 190 Marushkina E. A., 337 Mashnina S. N., 204 Maslenikov I. N., 133 Matveev S. A., 230, 277 Mayorov V. V., 335

Mikhalchenko E. V., 157, 159, 160, 167

Mikheev P. V., 281, 283 Mikheyev V. V., 279 Minenkov D. S., 188 Mitskovets I. A., 80 Morgun D. A., 38, 259 Mostovoy G. E., 281 Muratov M. V., 76, 82, 84 Myshev A. V., 383 Nazaikinskii V. E., 181 Nefedov N. N., 127, 136 Nesterov A. V., 131 Neustroeva L. V., 346 Nikitin A. D., 86 Nikitin I. S., 86

Nikitin V. F., 151, 157, 159, 160, 164, 165

Nikitina A. V., 93 Nikolaev D. A., 191 Nikulin E. I., 136, 137 Nosikov I. A., 193 Nosov M. A., 194, 196 Novikov N. S., 100, 103 Nurislamova G. N., 196 Oparina E. I., 149

Orlov A. O., 137 Orlova D. S., 339 Ostrejkovskij V. A., 261

Panferov S. V., 385 Panov E. Yu., 232 Papadopoulos A., 48 Pelinovsky E., 340 Pesnya E. A., 88

Petropavlovsky S. V., 342

Petrov D. I., 82 Petrov I. B., 49 Petrov M. N., 74 Petrov P. N., 341 Petrukhin V. Yu., 70 Plyshevskaya S. P., 118 Pogrebnyak M. A., 386

Popov O. V., 54

Preobrazhenskaia M. M., 120

Pushkareva M. M., 263

Pyatkov S. G., 295, 344, 346

Rassadin A. E., 348
Revkova L. S., 204
Rogov B. V., 350
Rublev G. D., 305
Ryakhovskiy A. V., 208
Ryazanov V. V., 82
Rybakin B. P., 162
Rzhaksinsky A. V., 265
Safarov A. R., 317

Safarov A. R., 317 Safoshkin A. S., 204 Saveliev S. V., 279

Sementsov K. A., 194, 196

Sergeev S. A., 198 Shabaev E. A., 333 Shafarevich A. I., 168 Shagaliev R. M., 56 Shaidurov V.V., 228 Shaitorova I. A., 335 Shaposhnikova I. V., 288 Shishlenin M. A., 100 Shtanov Yu. N., 327 Sidoryakina V. V., 355 Simakov S. S., 352 Simon B., 379 Smirnov A. P., 230

Smirnov N. N., 50, 164, 165

Smirnova M. N., 167

Smorodinov A. D., 243, 245

Snigireva V. A., 275 Sokolov S. B., 285 Solopov D. V., 145 Stamov L. I., 167 Stankevich A. S., 89 Starkov S. O., 51, 266 Stepovich M. A., 234 Stetsyuk V. O., 91 Stognii P. V., 84, 353 Stratula B. A., 86

Sukacheva T. G., 322–324 Sukhinov A. I., 93, 355 Sushkevich T. A., 236 Talipova T., 340

Teplyakova A. R., 266 Tishchenko B. V., 139 Tishkin V. F., 52 Tolbey A. O., 122

Tolchennikov A. A., 193, 388

Truntaeva T. I., 357 Tsiporkov N. I., 204, 359 Tsiporkova K. A., 204, 359 Tsvetkova A. V., 199 Tsynkov S. V., 342 Turkel E., 342

Tyrtyshnikov E.E., 230 Tyurenkova V. V., 167

Ulyanov V. V., 222, 224, 225, 377

Urmantseva N. R., 268 Vaganova N. A., 238

Vasyukov A. V., 59, 65, 66, 89

Vlasova L. A., 299 Volkov V. T., 127 Volpin S. G., 143, 155 Weisman Yu. G., 164 Yakobovskiy M. V., 57

Yalov P. V., 145, 149 Бушмелева К. И., 334 Yuditskii P., 379 Быковских Д. А., 205 Zaborskiy A. V., 131 Быцюра С. В., 134 Zakharova S. A., 129 Бычин И. В., 207 Zapevalov A. S., 257 \mathbf{B} Zempo Y., 43, 362 Ваганова Н. А., 237 Zhidkov O. A., 185, 307 Вайсман Ю. Г., 163 Zhukova A. M., 187 Васюков А. В., 64, 65 Zimin M. I., 309, 311 Власова Л. А., 298 Zimin M. M., 311 Волков В. Т., 126 Zimina S. A., 309 Вольпин С. Г., 142, 154 Zimina S. V., 74 Zinchenko M., 379 Γ Гавриленко Т. В., 242, 244 \mathbf{A} Галкин В. А., 40, 205, 209, 211, 244, 267 Аветисян М. Г., 287 Ганина С. М., 213 Азизов А. Н., 289 Гаспарян А. С., 176 Акино Н., 361 Гимранов Р. Д., 246 Аксенов А. В., 169 Гинкин В. П., 213 Алешин С. В., 292 Гладышев Ю. А., 201, 214, 300 Алмазова Т. А., 170 Глазунов Н. М., 177 Анашкин О. В., 102 Глушаков А. А., 148 Анкудинов-Мишаров А. В., 172 Глызин С. Д., 106, 302 Антонов А. В., 174, 182, 190 Голубев В. И., 67, 69 Аристова Е. Н., 60 Гонченко С. В., 109 Артемьев А. В., 280 Гордеев А. С., 314 Атаян А. М., 62 Гореликов А. В., 207 Афанасенкова Ю. В., 201 Горынин Г. Л., 272, 274 Афанаскин И. В., 142, 144, 148, 154 Горюнов В. Е., 110 Грачева Н. Н., 332 Б Губайдуллин А. А., 216 Барабаш Н. В., 104 Гуляев Д. Ю., 217 Баранчук В. А., 294 Бахмутский М. Л., 146 Беклемышева К. А., 64 Давыдова М. А., 128, 304 Белова Ю. В., 92 Девицын И. Н., 244 Белых В. Н., 104 Деев Г. Е., 248 Белых И. В., 104 Демин А. М., 298 Бетелин В. Б., 37 Диева Н. Н., 152 Бирюков В. А., 75, 81 Доброхотов С. Ю., 179, 180, 192 Бодрова И. В., 363 Доненко И. Л., 184, 306 Болдырева О. Ю., 216 Дружков К. П., 169 Большакова А. В., 193 Дубовик А. О., 209, 211, 219 Борисенко В. В., 240 Дудко Д. Н., 216 Борисова А. В., 67 Душин В. Р., 151 Брагин М. Д., 349 Дюбуа А. Б., 204 Бурцев А. А., 296 Бурыкин Ю. Г., 365

Егоров А. А., 368

Егоров И. В., 71 Еловой С. Г., 380

Бутузов В. Ф., 39

Бухаров С. В., 282

Бухенский К. В., 204

Кондюков А. О., 321

Емельянова А. В., 182 Конов Д. С., 75 Епифанов А. А., 250 Коновалов М. А., 221, 376 Ермаков А. С., 65 Конюхов А. Н., 204 Ермаков С. В., 248 Конюшенков А. В., 280 Еськов В. В., 251 Корнев Е. К., 96 Еськов В. М., 253 Королев А. В., 148 Костерин Д. С., 323 Ж Кошелев М. М., 221, 223, 225, 376 Жидков О. А., 184, 306 Кощеев В. П., 326 Жукова А. М., 186 Кравченко М. Н., 152 Кремлева В. С., 223 3 Кремлёва В. С., 225 Заборский А. В., 130 Кристиансен Я. С., 378 Запевалов А. С., 255 Крыганов П. В., 154 Захарова С. А., 128 Крыжановский Б. В., 328 Земпо Я., 42 Кузнецова И. Ю., 97 Зимин М. М., 310 Кумукова О. А., 310 Зимин М. И., 308, 310 Кучерявый С. И., 204 Зимина С. А., 308 Кушниренко А. Г., 166 Зимина С. В., 73 Зинченко М., 378 Л Зэмпо Я., 361 Лаврентьев М. М., 46 Лазарева Г. Г., 226 И Лебедев А. К., 282 Иванов А. В., 272 Левашова Н. Т., 134, 138 Иванов Ф. Ф., 311, 314 Леонтьев А. Л., 77, 330 Ивановский Л. И., 112 Литвинов В. Н., 332 Икромов И. А., 316 Литинский Л. Б., 328 \mathbf{K} Лошкарева Е. А., 300 Кабанихин С. И., 99 Лукьяненко Д. В., 128 Кадощук И. Т., 318 Лысенкова С. А., 260, 380 Калманович В. В., 214, 370 \mathbf{M} Кано С. С., 42 Караваева Н. И., 60 **Майоров В. В., 334** Макеева М. Н., 151 Караев Н. А., 83 Макеева С. В., 269 Карандашев Я. М., 156, 262 Картанов А. А., 214, 370 Мальсагов М. Ю., 156 Кащенко И. С., 115, 132 Манахова А. Н., 151 Кащенко С. А., 292 Марушкина Е. А., 336 Марчук Ан. Г., 46, 189 Кащенко С. А., 44 Маслеников И. Н., 132 Кирюхина Н. В., 372 Клевин А. И., 374 Матвеев С. А., 229, 276 Машнина С. Н., 204 Клименко М. В., 192 Кожемяченко А. А., 87 Митьковец И. А., 79 Козлов В. В., 45 Михальченко Е. В., 156, 158, 160, 166 Коленкина (Скрылева) Е. И., 151, 163, Михеев В. В., 278 Михеев П. В., 280, 282 165 Колесов А. Ю., 106, 302 Моргун Д. А., 37, 258 Колесов С. В., 193, 195 Мостовой Γ. Е., 280 Колосова А. И., 269 Муратов М. В., 75, 81, 83

Мышев А. В., 382

Η Сафаров А. Р., 316 Назайкинский В. Е., 180 Сафошкин А. С., 204 Нестеров А. В., 130 Семенцов К. А., 193, 195 Неустроева Л. В., 345 Сергеев С. А., 197 Нефедов Н. Н., 126 Симаков С. С., 351 Смирнов А. П., 229 Никитин А. Д., 85 Никитин В. Ф., 151, 156, 158, 160, 163, Смирнов Н. Н., 50, 163, 165 165 Смирнова М. Н., 166 Никитин И. С., 85 Смородинов А. Д., 242, 244 Снигирева В. А., 274 Никитина А. В., 92 Николаев Д. А., 190 Соколов С. Б., 284 Никулин Е. И., 136 Солопов Д. В., 144 Новиков Н. С., 99 Стамов Л. И., 166 Носиков И. А., 192 Старков С. О., 51, 265 Носов М. А., 193, 195 Степович М. А., 233 Нурисламова Г. Н., 195 Стецюк В. О., 90 Стогний П. В., 83 O Стратула Б. А., 85 Орлов А. О., 136 Сукачева Т. Г., 321 Орлова Д. С., 338 Сухинов А. И., 92, 354 Острейковский В. А., 260 Сушкевич Т. А., 235 П \mathbf{T} Панов Е. Ю., 231 Теплякова А. Р., 265 Панфёров С. В., 384 Тишкин В. Ф., 51 Пападопулос А., 48 Тищенко Б. В., 138 Песня Е. А., 87 Толбей А. О., 121 Петров Д. И., 81 Толченников А. А., 192, 387 Петров И. Б., 48 Трунтаева Т. И., 356 Петров М. Н., 73 Тыртышников Е. Е., 229 Петров П. Н., 341 Тюренкова В. В., 166 Петрухин В. Ю., 69 Плышевская С. П., 117 Погребняк М. А., 385 Ульянов В. В., 221, 223, 225, 376 Попов О. В., 53 Урманцева Н. Р., 267 Преображенская М. М., 119 Φ Пушкарева М. М., 262 Фаминский А.В., 123 Пятков С. Г., 343, 345 Фахретдинова Р. Р., 165 P Филатов М. А., 269 Рассадин А. Э., 347 Филимонов М. Ю., 237 Ревкова Л. С., 204 Ржаксинский А. В., 264 Харчук С. Е., 221, 223, 225, 376 Рогов Б. В., 349 Хвостов Д. Ю., 269 Рублев Г. Д., 304 Хитрень Д. В., 314 Рыбакин Б. П., 161 Рязанов В. В., 81 Хохлов Н. И., 79, 90, 94 Ряховский А. В., 207 Ц \mathbf{C} Цветкова А. В., 199

Ципорков Н. И., 204, 358

Ципоркова К. А., 204, 358

Савельев С. В., 278

Саймон Б., 378

Ч

Чеповский А. М., 240 Чепурко В. А., 174, 190 Чикиткин А. В., 96 Чилин В. И., 289 Чистяков А. Е., 97 Чубариков В. Н., 53 Чуйко А. А., 363 Чумак М. И., 77, 330

Ш

Шабаев Е. А., 332

Шагалиев Р. М., 55 Шайторова И. А., 334 Шапошникова И. В., 287 Шишленин М. А., 99 Штанов Ю. Н., 326

Ю

Юдицкий П., 378

Я

Якобовский М. В., 56 Ялов П. В., 144, 148

Международная конференция «Математические идеи П. Л. Чебышёва и их приложения к современным проблемам естествознания», приуроченная к 200-летию со дня рождения великого русского математика, академика П. Л. Чебышёва

Материалы конференции

Тексты статей печатаются в авторской редакции

Оригинал-макет подготовил Д. А. Моргун

Подписано в печать 16.04.2021. Заказ № 167 Бумага офсетная. Печать цифровая. Формат 60×84 1/8. Усл. печ. л. 46,0. Уч.-изд. л. 26,2. Тираж 350 экз.

Издательство
ИП Якунин Алексей Викторович
Отпечатано в РИА «Калужский печатный двор»
248021, г. Калуга, ул. Московская, д. 247, корпус 65
Тел.: 8-910-5-999-888.