

VORKURS MATHEMATIK

FÜR STUDIERENDE DER MATHEMATIK UND INFORMATIK

Übungsblatt 3

Aufgabe 3.1

Geben Sie die Polarform der folgenden komplexen Zahlen an, wobei für das Argument φ jeweils $-\pi \leq \varphi < \pi$ gelten soll. Skizzieren Sie die Zahlen.

a) $z = 1 + i$

b) $z = -1 - i$

c) $z = -\frac{1}{2}\sqrt{2} + i\frac{1}{2}\sqrt{2}$

Aufgabe 3.2

Skizzieren Sie die folgenden komplexen Zahlen und schreiben Sie sie in der Form $z = x + iy$.

a) $z = \cos \pi + i \sin \pi$

b) $z = 2(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3})$

c) $z = 5(\cos \frac{3}{2}\pi + i \sin \frac{3}{2}\pi)$

Aufgabe 3.3

a) Sei $z \in \mathbb{C}$. Zeigen Sie, dass gilt: $\operatorname{Re} z = \frac{1}{2}(z + \bar{z})$ und $\operatorname{Im} z = \frac{1}{2i}(z - \bar{z})$

b) Seien $z, w \in \mathbb{C}$. Beweisen Sie, dass gilt:

$$|z + w|^2 + |z - w|^2 = 2(|z|^2 + |w|^2).$$

Verdeutlichen Sie diese sogenannte Parallelogramm-Identität anhand einer Zeichnung.

c) Skizzieren Sie die Menge $M = \{z : \operatorname{Re} \left(\frac{1}{z-i} \right) = 2\}$ in der komplexen Ebene.

Phantasie ist wichtiger als Wissen, denn Wissen ist begrenzt.

Albert Einstein