

VORKURS MATHEMATIK

FÜR STUDIERENDE DER MATHEMATIK UND INFORMATIK

Übungsblatt 2

Aufgabe 2.1

Beweisen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen

- a) Die Zahl $n^2 + n + 41$ ist für alle $n \in \mathbb{N}$ eine Primzahl.
- b) $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \setminus C$
- c) $A \setminus (B \setminus C) = (A \setminus B) \cup C$

Aufgabe 2.2

- a) Sei $B = \{0, 2, 4\}$ und $C = \{0, 2\}$. Bestimmen Sie $E = (B \times C) \cap (C \times B)$ und die Potenzmenge $\mathcal{P}(C)$ von C .
- b) Sei $M = \{0, 1\}$. Verdeutlichen Sie sich $M \times M \times M$ als die Eckpunkte eines Würfels.
- c) Skizzieren Sie die Menge $M = \mathbb{R}^2 \setminus \{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 : x_1 < x_2\}$.

Aufgabe 2.3

Beweisen Sie die folgenden Aussagen mit vollständiger Induktion:

- a) Stellen Sie zunächst eine Formel für die Summe der ersten n ungeraden Zahlen

$$\sum_{k=1}^n (2k-1)$$

auf und beweisen Sie diese dann mit vollständiger Induktion.

- b) Für jede natürliche Zahl $n \in \mathbb{N}_0$ gilt: $n^3 - n$ ist durch 6 teilbar.
- c) Für jede natürliche Zahl $n \geq 10$ gilt: $n^3 \leq 2^n$.

*If people do not believe that mathematics is simple,
it is only because they do not realize how complicated life is.*

John Louis von Neumann

Aufgabe 2.4. (Zusatzaufgabe)

Das Ergebnis einer Umfrage unter 99 Studierenden, die am Mathe-Vorkurs teilnehmen, kommt zu folgendem Ergebnis:

Anzahl der Studierenden, die ein Musikinstrument spielen: 75

Anzahl der Studierenden, die regelmäßig Sport treiben: 68

Anzahl der Studierenden, die sowohl ein Musikinstrument spielen als auch regelmäßig Sport treiben: 42

Ein Teilnehmer des Vorkurses behauptet, dass das Ergebnis falsch sein muss. Wie beurteilen Sie das Ergebnis?