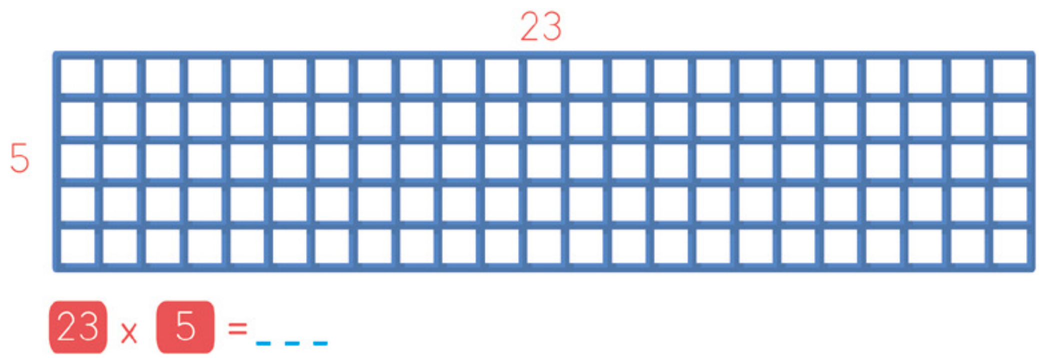
El modelo rectangular de la multiplicación

En la Cápsula 10, hemos explicado que entendemos la multiplicación como una suma iterada de grupos de la misma cantidad de elementos. Cuando estos elementos están dispuestos en filas y columnas, aparece el modelo rectangular. Este modelo es básico para entender la multiplicación y sus propiedades, especialmente la conmutativa y la distributiva. Concretamente, la propiedad distributiva es la que nos permite extender esta operación más allá de las tablas.

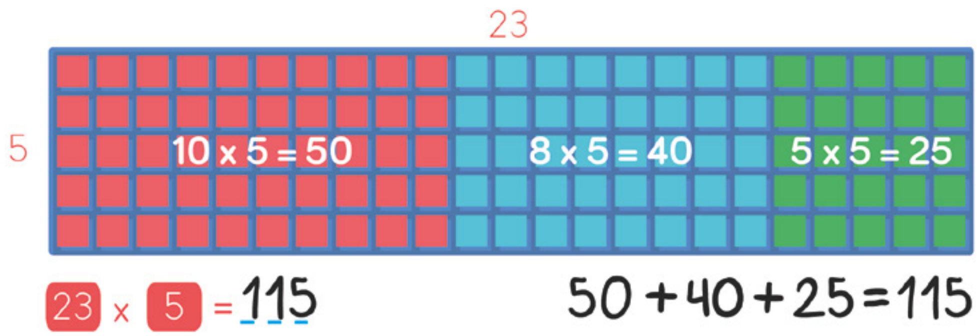
Introducción

Entendemos por modelo rectangular de la multiplicación la relación que establecemos entre una multiplicación, como, por ejemplo, 23 x 5, con el contaje de elementos dispuestos de forma ordenada (en este caso, 23 columnas y 5 filas).



Ya hemos explicado que este modelo, más allá de establecer una primera conexión entre la multiplicación y la medida del área de los rectángulos, es fundamental para evidenciar ante el alumnado la propiedad conmutativa de la multiplicación: la cantidad de cuadraditos es la misma tanto si ponemos el rectángulo en horizontal (23 x 5) como en vertical (5 x 23).

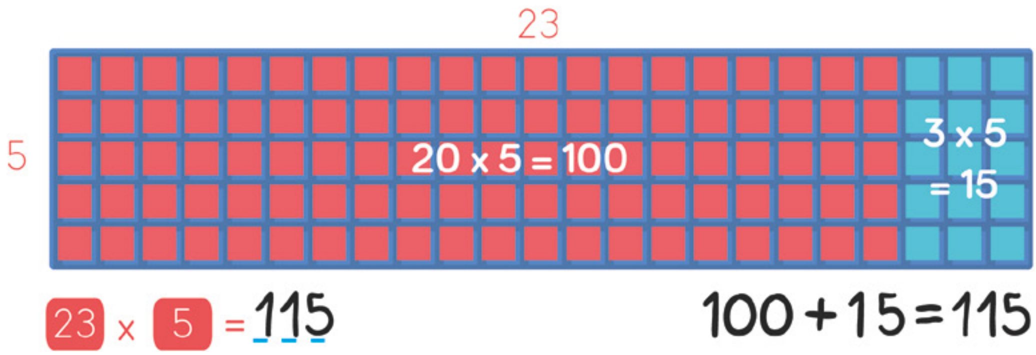
En esta cápsula, pero, nos centramos en otra propiedad. El modelo rectangular permite evidenciar la propiedad distributiva de la multiplicación, sobre la que se basa el cálculo de multiplicaciones más allá de las tablas. Si tomamos como ejemplo la imagen anterior, para contar el número de cuadraditos que hay en la cuadrícula, podemos descomponer el rectángulo en rectángulos más pequeños, calcular el total de cuadraditos en cada uno por separado y, finalmente, sumar los resultados parciales para obtener el resultado total:



La regla del 0

Las habilidades básicas sobre las que se fundamenta el modelo rectangular son:
- La descomposición de los factores más grandes que 10.
- Los cálculos de las multiplicaciones resultantes de esta descomposición.

Ante una multiplicación como 23 x 5, en la que una de los factores es más grande que 20 y el otro es más pequeño que 10, una descomposición que el alumnado identifica rápidamente como eficiente es aquella en la que se usa el 10 o números múltiples de 10. Por ejemplo, en el caso del número 23, una descomposición eficiente sería 10 + 10 + 3, y otra sería 20 + 3. Hay que tener en cuenta que descomponer los factores de esta manera son las opciones más óptimas (y las que permiten aplicar la regla del 0), pero no las únicas.



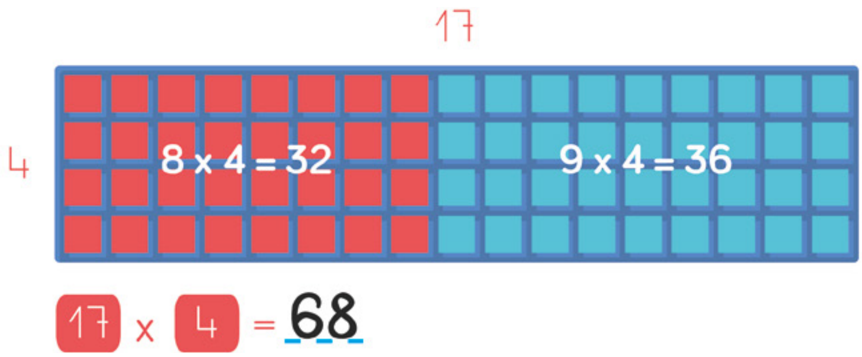
En el aula, es importante dedicar tiempo a trabajar estos procesos para que el alumnado se acostumbre a deducir rápidamente, a partir de los resultados que ya conoce de las tablas de multiplicar, los cálculos parciales que resultan de descomponer los factores. Una posible dinámica de aula para trabajar la regla del 0 en el aula es la siguiente:

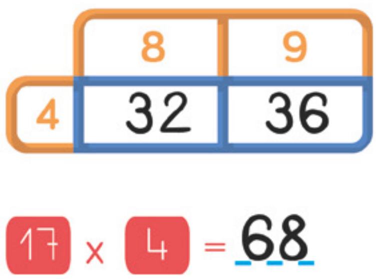
> Tomamos 4 bandejas y ponemos 2 barras de los bloques base 10 en cada una. Preguntamos al alumnado cuántas barras hay entre todas las bandejas y representamos su respuesta con la multiplicación "4 veces 2 es 8". A continuación, preguntamos cuántas unidades hay en cada bandeja y cuántas hay entre todas 4, y representamos la nueva respuesta debajo de la anterior: "4 veces 20 es 80".
> Podemos repetir las preguntas usando, por ejemplo, 6 bandejas con 3 billetes de 10 € en cada una, preguntando, primero, cuántos billetes hay en total (6 x 3 = 18) y, después, cuánto dinero hay (6 x 30 = 180).
> Finalmente, escribimos al lado de las parejas de multiplicaciones anteriores una nueva pareja, como 7 x 4 = ___ y 7 x 40 = ___, y pedimos al alumnado que las resuelva y explique cómo ha llegado al resultado. Pretendemos que verbalice lo que se conoce como "la regla del 0": si 7 x 4 = 28, entonces 7 x 40 = 280.

En el futuro haremos lo mismo usando placas de los bloques base 10 o billetes de 100 €, para ir más allá en el descubrimiento de la "regla del 0": si 7 x 4 = 28, 7 x 400 = 2 800. Y, en un futuro todavía más lejano, incluso, trabajaremos la regla del 0 con números todavía más grandes:
si 14 x 35 = 490, 140 x 350 = 49 000.

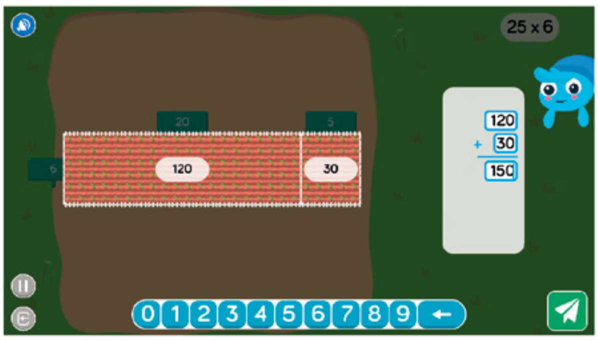
El esquema multiplicativo

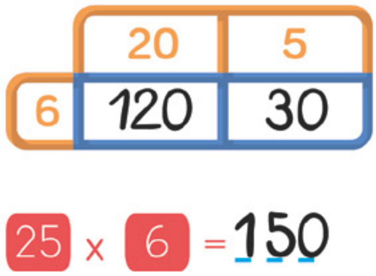
Cuando practicamos las tablas, operamos con multiplicaciones en las que ambos factores son números menores que 10. Más adelante, presentamos situaciones donde 1 de los 2 factores aumenta al rango 10-20. Ya llegados a este punto, mediante la conversación matemática, fomentamos que el alumnado se dé cuenta por sí mismo de los beneficios de descomponer el rectángulo en rectángulos más pequeños, que faciliten el cálculo de la cantidad total. En cualquier caso, el modelo rectangular debe acabar transformándose en un esquema multiplicativo más sencillo de usar, un esquema que represente la misma descomposición del rectángulo pero con un grado de abstracción más elevado, donde ya no será posible contar los cuadraditos de 1 en 1.



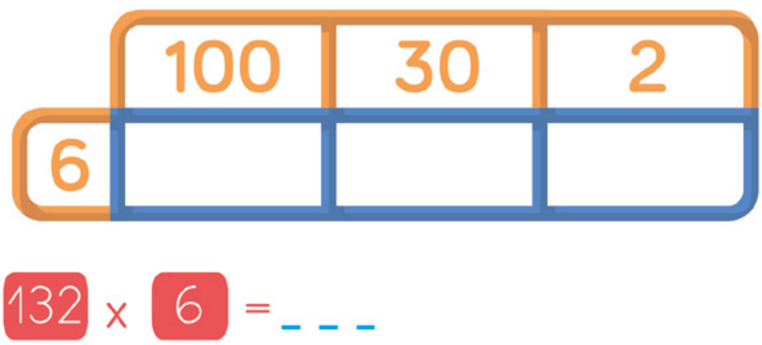


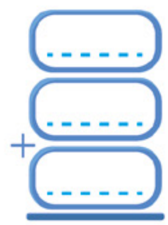
El siguiente paso en el proceso de aprendizaje de las multiplicaciones consiste en aumentar el rango de los factores: resolvemos multiplicaciones en las que 1 de los factores es 1 número entre 20 y 100 y la otra es 1 número más pequeño que 10.



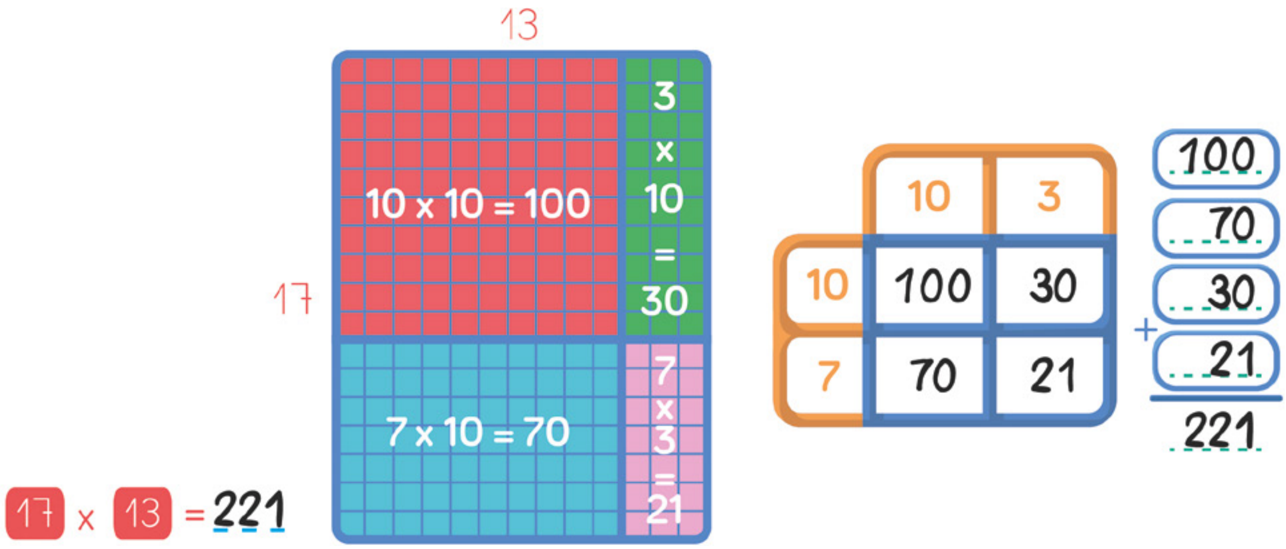


Este aumento de rango debe ser progresivo y continuar más allá: las siguientes multiplicaciones que pediremos al alumnado tendrán un factor en el rango 20-200 y el otro más pequeño que 10. A consecuencia de este aumento de rango, hay que extender el esquema de la multiplicación:





La última etapa de este recorrido consiste en trabajar multiplicaciones en las que ambos factores son números más grandes que 10, es decir, multiplicaciones en las que hay que descomponer ambos factores. En este caso, lo representamos de la siguiente manera:

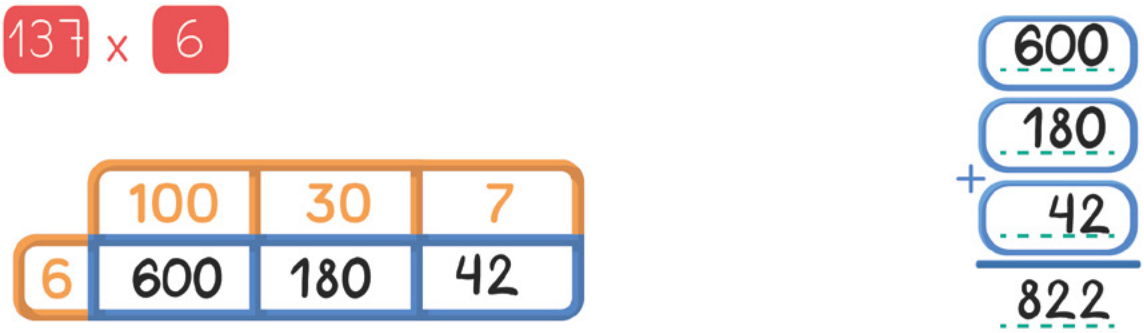


El algoritmo estándar de la multiplicación

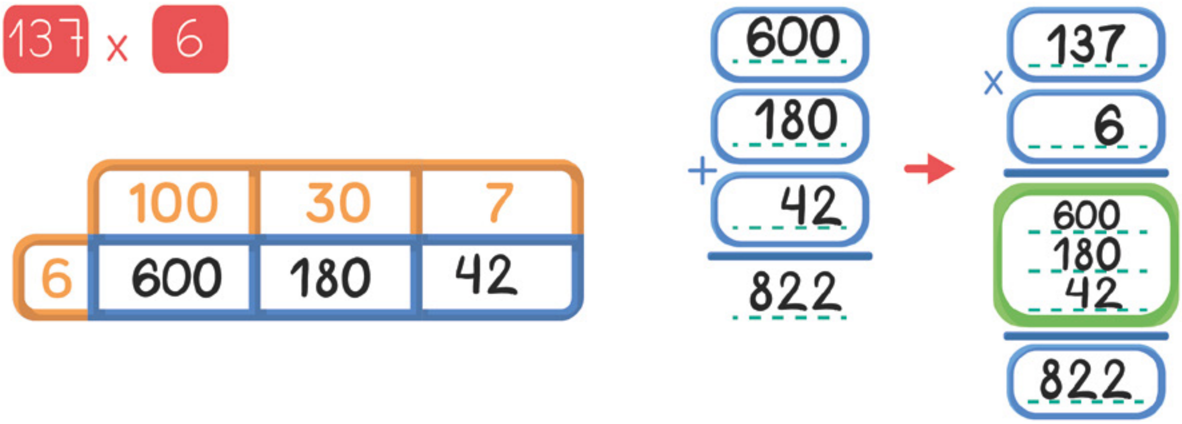
Si obviamos la flexibilidad de descomponer los factores al gusto de la persona que realiza el cálculo, no hay duda de que el esquema multiplicativo es un algoritmo de la multiplicación. De hecho, aunque no es el tradicional, el esquema multiplicativo no está tan lejos de éste y, además, nos permite llegar al estándar de forma transparente.

A continuación, veremos cómo podemos pasar, de forma **transparente**, del esquema multiplicativo al algoritmo en caso de que 1 de los factores es menor que 10.

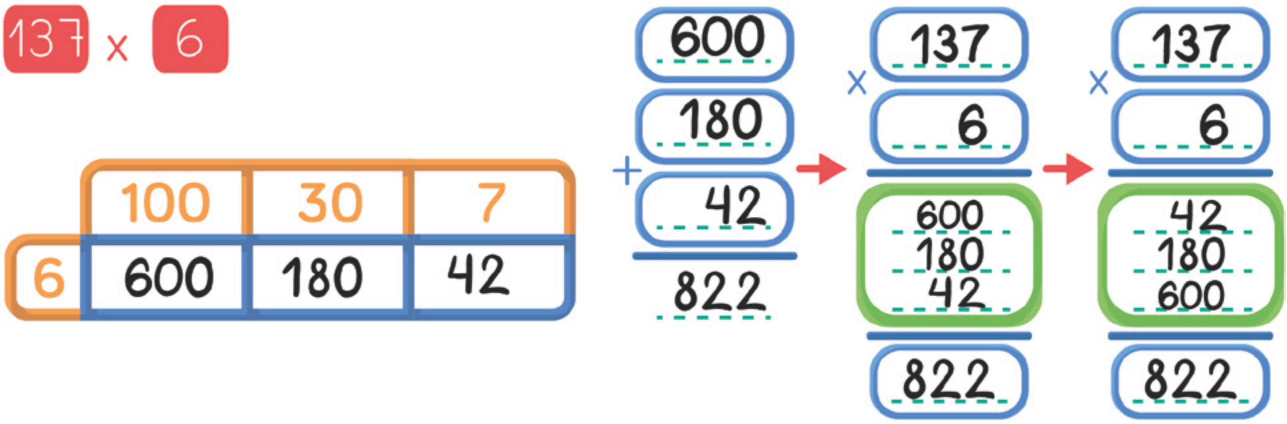
Comenzamos haciendo la multiplicación mediante el esquema multiplicativo, como siempre, poniendo mucho cuidado en el uso del lenguaje con el que acompañamos el procedimiento. Por ejemplo, si proponemos la multiplicación 137 x 6, verbalizamos que descomponemos el 137 como 100 + 30 + 7 y, seguidamente, hacemos las multiplicaciones parciales pertinentes: 100 x 6 = 600, 30 x 6 = 180 y 7 x 6 = 42, y sumamos estos resultados para obtener el resultado final: 137 x 6 = 822.



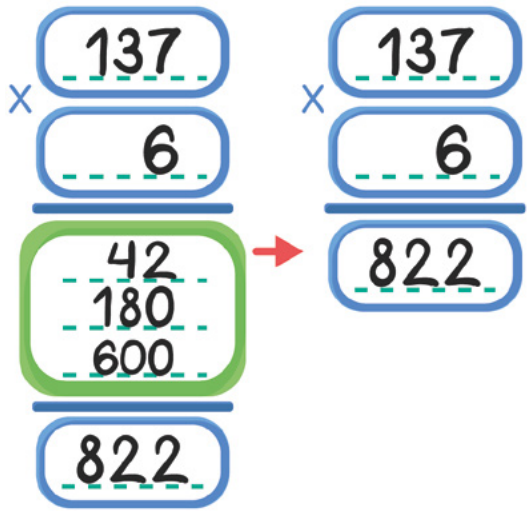
Entonces, explicamos al alumnado que hay una forma de compactar los cálculos hechos en el esquema anterior: ponemos el 137 y el 6 uno debajo del otro, sin registrar la descomposición del 137, y registramos en una cajita verde los resultados parciales de multiplicar el número 137 descompuesto: 600 (100 x 6), 180 (30 x 6) y 42 (7 x 6).



El orden en el que hacemos las multiplicaciones parciales es indiferente pero, con el objetivo de acercarnos al algoritmo estándar, podemos sugerir que, aunque no sea la opción más intuitiva, empiecen por las unidades, continúen por las decenas y acaben por las centenas.



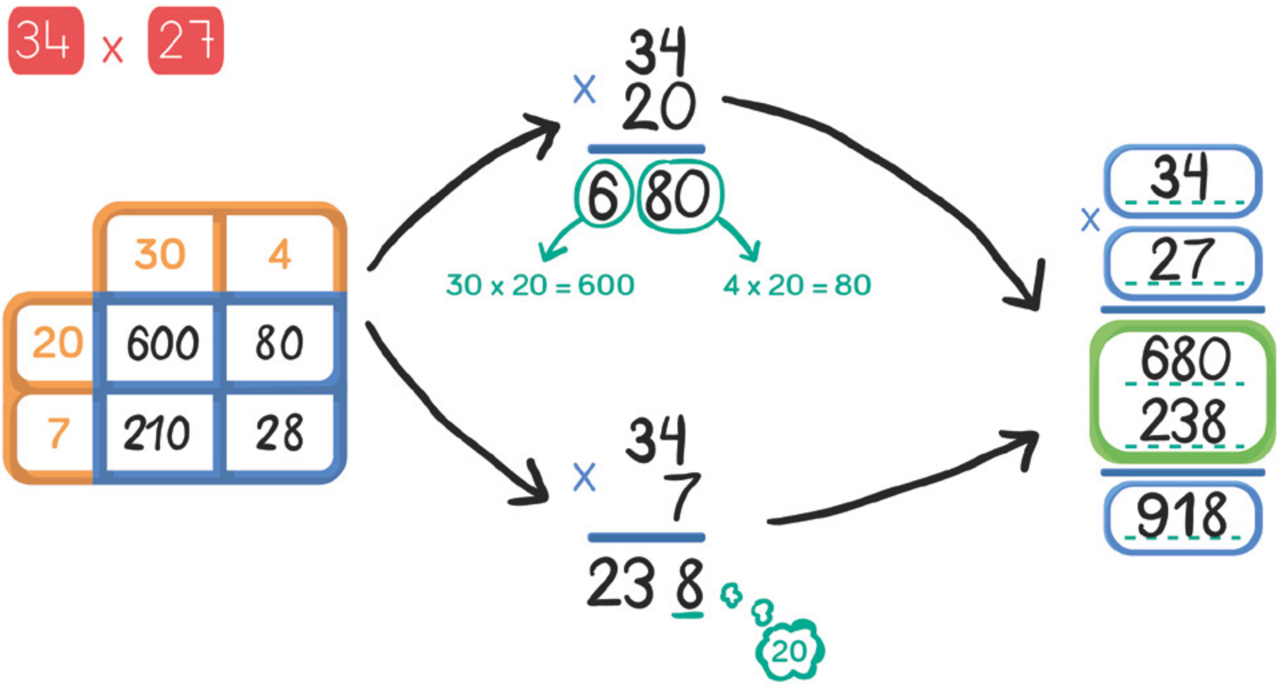
Por último, después de mucha práctica con multiplicaciones como esta, el alumnado empezará a entender que puede compactar el registro e, incluso, ahorrarse anotar los productos parciales en la cajita verde:



El discurso oral que acompaña a este último registro debe mantenerse fiel a lo que hacíamos hasta el paso anterior:

- 7 x 6 = 42: apunto el 42 y tengo presente que me quedan 40 para apuntar (puedo dejar el 40 registrado cerca para no olvidar este asunto pendiente).
- 30 x 6 = 180, pero, como tenía pendiente apuntar 40, debería añadir 220 al 2 que ya tenía apuntado. De este 222, dejo apuntado poniendo un 2 delante del 2 que ya tenía escrito y tengo presente que me quedan 200 por apuntar (puedo dejar el 200 registrado cerca para no olvidar este asunto pendiente).
- 100 x 6 = 600, pero, como tenía pendiente apuntar 200, debería añadir 800 al 22 que ya tenía apuntado dejando un total de 822.

En caso de afrontar multiplicaciones en las que ambos factores tienen más de 1 cifra, hay que adaptar este procedimiento de simplificación:



Obviamente, el orden entre los números 680 y 238, que aparecen en la parte derecha de la imagen, es intercambiable (de hecho, en el algoritmo tradicional suele ser al revés). Lo que sí creemos fundamental, pero, es no dejar de escribir nunca el 0 que aparece destacado en la imagen, es decir, no escribir un 68 dejando un espacio en blanco en el lugar del 0, tal como muchos de nosotros aprendimos cuando íbamos a la escuela.

Avinguda de la Generalitat, 216
08174 Sant Cugat del Vallès, Barcelona