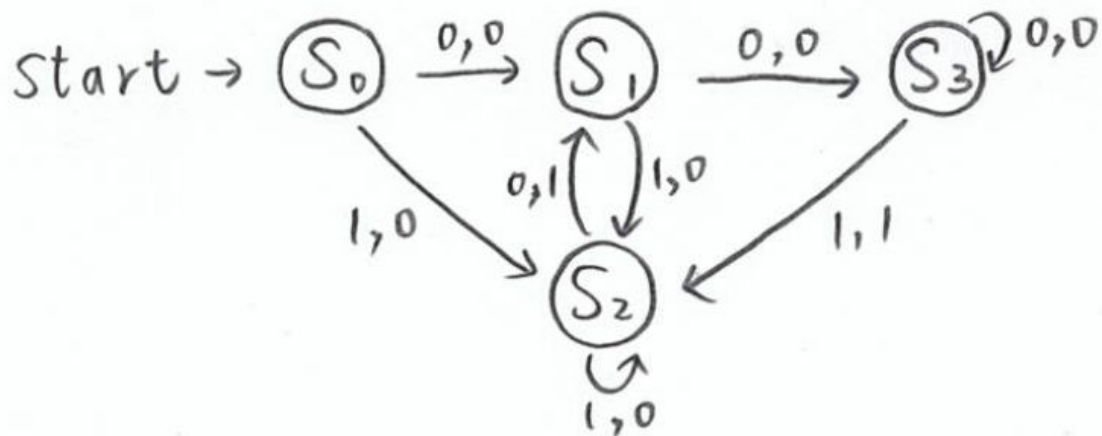


1. (20 pts)

- 圖結構正確 : 3分
- 輸入{001}得到1 : 6分
- 輸入{10}得到1 : 6分
- 輸入其它值 (e.g. {01}) 得到0 : 5分



2. (20 pts) 10pts per question

- (a) 少一個pattern 扣2分
- (b) 少一個pattern 扣5分

(a) x 屬於 A , 如果 x 屬於 A , 則:

- a. $1x$
- b. $x1$
- c. $00x$
- d. $x00$
- e. $0x0$

皆屬於 A

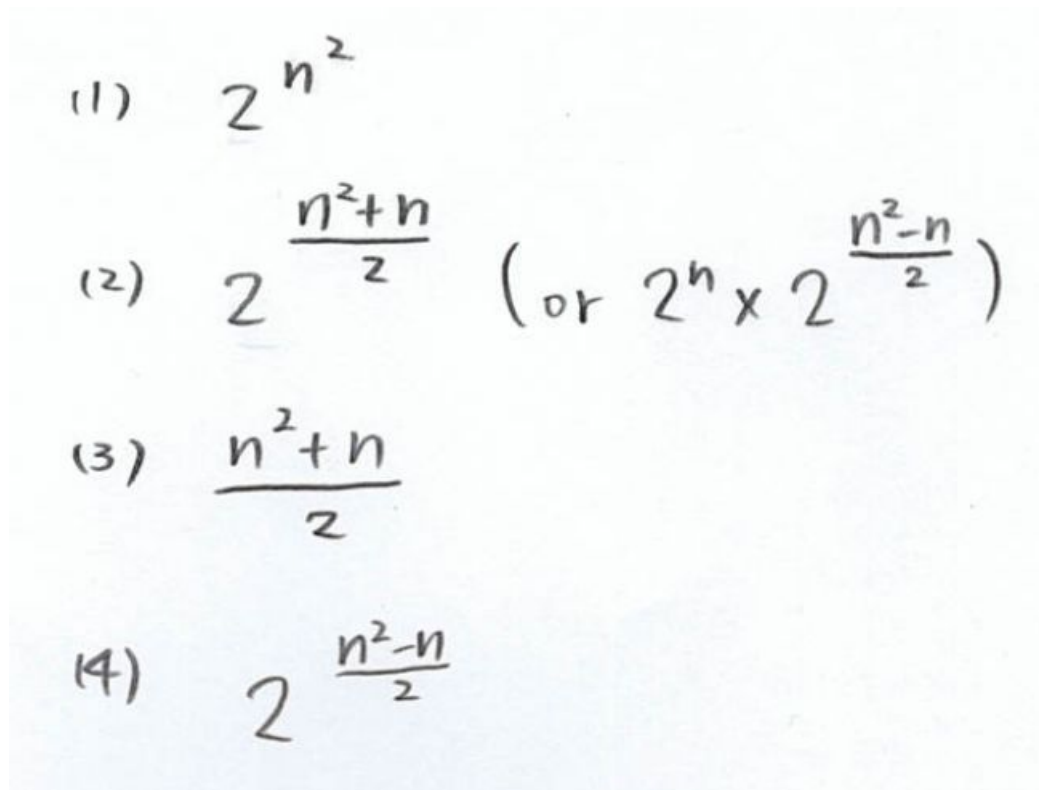
(b) x 屬於 A , 如果 x 屬於 A , 則:

- f. $1x$
- g. $x0$

皆屬於 A

3. (15 pts)

- (1) 3pts
- (2) 4pts
- (3) 4pts
- (4) 4pts



Handwritten solutions for problem 3:

- (1) 2^{n^2}
- (2) $2^{\frac{n^2+n}{2}}$ (or $2^n \times 2^{\frac{n^2-n}{2}}$)
- (3) $\frac{n^2+n}{2}$
- (4) $2^{\frac{n^2-n}{2}}$

4. (15 pts)

- 答案 : 5 pts
- 解釋: 10 pts
 - 過程不詳細者, 扣5分

Answer : 15

Explain : 枚舉 + 鴿籠原理

Subdivide the set S into the 14 subsets: $\{3\}, \{7, 103\}, \{11, 99\}, \{15, 95\}, \dots, \{43, 67\}, \{47, 63\}, \{51, 59\}, \{55\}$. By the Pigeonhole Principle if we select at least 15 elements of S then we must have the elements in one of the two-element subsets and these sum to 110.

5. (15 pts) 5pts per question

(a) $30030 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13$

$$S(6,3) = 90$$

(b) $60060 = 2 \times 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13$

分三種情況：

- 第一種情況：先把3, 5, 7, 11, 13分成3堆, 再把兩個2投進去, 有6種情況

$$S(5,3) \cdot 6 = 25 \cdot 6 = 150$$

- 第二種情況：把3,5,7,11,13分成2堆, 另一堆由2組成, 有3種情況

$$S(5,2) \cdot 3 = 15 \cdot 3 = 45$$

- 第三種情況：把3, 5, 7, 11, 13分成1堆, 另兩堆分別由1個2組成, 有1種情況

- 將三種情形加總得出 $150+45+1 = 196$

(c) $3! \cdot S(6,3) = 540$

6. (15 pts) 5pts per question

- 有畫圖但沒有解釋, 扣1分
- 沒有計算過程, 扣1分
- 答案錯, 扣5分

a. $5^{25-1} = 5^{24}$

b. $5^{25-4-6} = 5^{15}$

c. $(5-1) \cdot 5^{23} = 4 \cdot 5^{23}$

7. [Bonus] (10 pts)

- 1~4分：僅提出想法, 未有更進一步敘述者
- 5~7分：具有創意性之想法, 並有詳細敘述者
- 8分以上：具有創意及新穎性之想法, 提出具有建設性或效益性敘述者