

1 Polarisation von Photonen

Licht besteht aus elektromagnetischen Wellen. Das elektrische Feld schwingt immer senkrecht zur Ausbreitungsrichtung. Die Richtung dieser Schwingung nennt man **Polarisation**.

Im einfachsten Fall betrachten wir **lineare Polarisation**. Dabei kann das elektrische Feld z.B. horizontal (H, 0°), vertikal (V, 90°), diagonal (D, 45°) oder antidiagonal (A, 135°) ausgerichtet sein. In der Quantenmechanik beschreibt man diese Zustände mit sogenannten **Jones-Vektoren**:

$$|H\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad |V\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad |D\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad |A\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Diese Zustände kann man als "Qubits" nutzen. In der Quantenkommunikation bilden H und V die **Z-Basis**, während D und A die **X-Basis** bilden.

1.1 Malus' Gesetz

Wenn ein Photon auf einen Polarisator trifft, hängt die Wahrscheinlichkeit, dass es durchgelassen wird, vom Winkel zwischen seiner Polarisation ϕ und der Ausrichtung des Polarisators θ ab:

$$P(\text{Durchgang}) = \cos^2(\phi - \theta)$$

- **Klassisch:** Dieses Gesetz beschreibt die *Intensität* des Lichtstrahls nach einem Polarisator.
- **Quantenmechanisch:** Es ist die *Wahrscheinlichkeit*, dass ein einzelnes Photon durchkommt.

1.2 Beispiele

1. **Photon horizontal (0°)** trifft auf Polarisator bei 45° :

$$P = \cos^2(45^\circ) = 0.5$$

Jedes Photon hat also eine 50 % Chance, durchzukommen.

2. **Laserlicht** mit $I_0 = 10 \text{ mW}$, polarisiert bei 30° , trifft auf Polarisator bei 0° :

$$I = I_0 \cdot \cos^2(30^\circ) = 7.5 \text{ mW}$$

3. **Drei-Polarisatoren-Experiment:**

- Zwei gekreuzte Polarisatoren (0° und 90°) $\Rightarrow I = 0$
- Fügt man einen dritten Polarisator bei 45° dazwischen:

$$I = I_0 \cdot \cos^2(45^\circ) \cdot \cos^2(45^\circ) = \frac{1}{4} I_0$$

$\Rightarrow 25\%$ des Lichts passiert den Aufbau.

1.3 Bedeutung in der Quantenkommunikation

- Polarisationszustände sind **Träger von Information** (Qubits).
- Eine Messung verändert den Zustand und kann nicht rückgängig gemacht werden.
- Unbekannte Zustände lassen sich nicht perfekt kopieren (**No-Cloning-Theorem**).
- Grundlage für sichere Quantenkryptographie (z. B. im BB84-Protokoll).

2 Quanten-Teleportation: Aufbau und Ablauf

Aufbau:

- **Qubit Q :** Das zu teleportierende Photon befindet sich beim Sender (Alice).
- **Verschränktes Photon-Paar A und B :** A ist bei Alice, B beim Empfänger (Bob). Diese beiden Photonen sind miteinander verschränkt.
- **Strahlteiler / halbdurchlässiger Spiegel:** Teilt die Photonenpfade auf, sodass jeder Pfad in einer Superposition weiterläuft.
- **Zwei Fotodetektoren bei Alice:**
 - Sie prüfen, ob beide Photonen gleichzeitig ankommen. Das Signal zeigt nur, dass eine Teleportation stattfinden kann.
 - Die Detektoren messen **nicht die Polarisation oder den genauen Zustand** von Q .
 - Es entstehen keine klassischen Bits aus diesen Messungen; sie dienen nur als Trigger.
- **Klassischer Informationskanal:** Übermittelt optional das Signal, dass die Teleportation stattgefunden hat.

Ablauf der Teleportation:

1. Alice schickt Q und A auf den Strahlteiler. Dort werden ihre Pfade in eine **Superposition** aufgeteilt – jeder Ausgangspfad enthält eine Mischung der Eigenschaften von Q und A .
2. Es entstehen zwei neue Photonenpfade, die die Merkmale von Q und A tragen, eventuell mit einer Phasenverschiebung von 180° . Die Polarisation von Q bleibt jedoch im Wesentlichen erhalten.
3. Die Fotodetektoren prüfen die Gleichzeitigkeit:
 - Nur wenn beide gleichzeitig klicken, wird die Teleportation als gültig gezählt.
 - Die Superposition der Photonenpfade bleibt bis zur Messung bei Bob erhalten.
4. Sobald das Signal eintrifft, dass beide Detektoren geklickt haben, kann Bob Photon B messen.
5. Aufgrund der Verschränkung mit A spiegelt B den Zustand von Q wider – Bob erhält den ursprünglichen Informationsgehalt von Q .
6. Die mögliche Phasenverschiebung von 180° spielt für Messungen auf der Polarisationsebene keine Rolle; horizontale/vertikale Messungen liefern dasselbe Resultat wie beim ursprünglichen Photon.

Wichtige Punkte:

- Die Fotodetektoren liefern nur ein **Signal für die Gleichzeitigkeit** der Photonenpfade und keine Information über Q .
- Das ursprüngliche Qubit Q wird durch die Interaktion am Strahlteiler zerstört – ein Klonen ist nicht möglich.
- Nach der Teleportation trägt Photon B die Eigenschaften von Q ; die Teleportation ist gültig, sobald die Gleichzeitigkeit festgestellt wurde.
- Phasenverschiebungen beeinflussen die Polarisations-Messungen nicht; H/V-Messungen liefern unverändert die ursprüngliche Information von Q .
- Wichtig: Ohne zusätzliche klassische Korrektur ist das Ergebnis bei B stochastisch, da die Superposition von Q und A in den Pfaden enthalten bleibt.

3 Quantennetzwerke

Grundidee: Quantennetzwerke sind das Pendant zu klassischen Kommunikationsnetzen, jedoch basieren sie auf der Übertragung von *Quanteninformation* anstelle klassischer Bits. Sie bestehen aus Knoten (z. B. Sendern, Empfängern oder Zwischenstationen) und Quantenkanälen (z. B. Glasfaserleitungen oder Satellitenverbindungen), über die verschränkte Photonen oder Qubits verteilt werden.

Wie funktioniert das? Die Grundlage eines Quantennetzwerks ist die **Verschränkung**:

1. Zunächst werden verschränkte Photonenpaare erzeugt.
2. Ein Photon bleibt bei einem Knoten (z. B. Alice), das andere wird über den Quantenkanal zu einem anderen Knoten (z. B. Bob) geschickt.
3. Misst Alice ihr Photon, ist das Ergebnis sofort mit dem Zustand von Bobs Photon verknüpft – egal wie weit die beiden voneinander entfernt sind.
4. Für größere Entfernungen werden **Quanten-Repeater** eingesetzt. Diese Stationen erzeugen neue verschränkte Paare und verknüpfen sie durch sogenannte *Verschränkungs-Swaps*, sodass am Ende auch weit entfernte Knoten miteinander verschränkt sind.
5. Ein **klassischer Kommunikationskanal** ist nötig, um zusätzliche Informationen wie Korrekturbits oder Bestätigungssignale auszutauschen.

Eigenschaften von Quantennetzwerken:

- **Quantenkanäle:** Übertragen einzelne Photonen, die den Quantenzustand (z. B. Polarisation) tragen.
- **No-Cloning-Theorem:** Quanteninformationen können nicht einfach kopiert werden, deshalb müssen Netzwerke anders als klassische Repeater-Netze entworfen werden.
- **Quanten-Repeater:** Verlängern die Reichweite durch kontrollierte Verschmelzung von verschränkten Zuständen.

Anwendungen:

- **Quantenkryptographie:** Aufbau absolut sicherer Schlüssel durch Protokolle wie BB84 oder E91.
- **Quanten-Teleportation:** Übertragung unbekannter Quantenzustände zwischen weit entfernten Knoten.
- **Verteilte Quantencomputer:** Mehrere Quantenrechner könnten über ein Quanteninternet zu einem größeren System zusammengeschaltet werden.

- **Fundamentale Physik-Tests:** Überprüfung der Quantenmechanik über große Entfernungen.

Ausblick: Das langfristige Ziel ist das sogenannte *Quanteninternet*, in dem verschränkte Zustände weltweit verteilt werden können. Erste Demonstrationen mit Glasfaserleitungen und Satelliten (z. B. das chinesische Micius“-Projekt) zeigen, dass Quantennetzwerke technisch realisierbar sind und in Zukunft klassische Kommunikationsnetze ergänzen oder absichern könnten.