

Figura 1.7: Marcos de referencias en contexto de dinámica satelital.

1.2.3. Torques de perturbación

Para modelar el comportamiento dinámico de una nave espacial y en específico de un satélite, se deben considerar los pares que actúan sobre el satélite. En el contexto del control satelital se hace una distinción entre pares internos y externos [Capó-Lugo and Bainum, 2011].

- Los pares internos son aquellos que son generados por los actuadores del ADCS, siendo estos los encargados de controlar la orientación del satélite (Ellery [2000]).
- Los pares externos son generados por la interacción del entorno espacial con el satélite. La magnitud correspondiente de los pares perturbadores está relacionada principalmente con la órbita y la actitud del satélite y las propiedades físicas de la nave espacial (Markley and Crassidis [2014]).

En la Figura 1.8 se presentan los tipos de perturbación que el satélite sufre usualmente. Nótese que las perturbaciones no deseadas son torques externos generados por el entorno espacial.

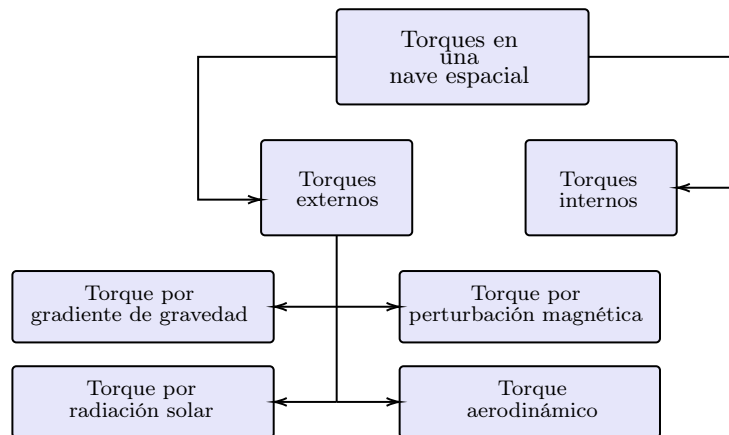


Figura 1.8: Torques de perturbación en la orientación de una nave espacial en órbita terrestre.

1.2.3.1. Torque por gradiente de gravedad

Considerando un satélite orbitando la Tierra es común identificar de primera instancia que existe un torque de perturbación por la gravedad, al que en la literatura se le conoce usualmente como torque por gradiente

de gravedad. El torque debido al gradiente gravitacional surge de la presencia de un campo gravitacional y aparece cuando un cuerpo no es simétrico. Este torque suele ser la perturbación más significativa en naves espaciales que orbitan cerca de grandes objetos celestes. Como este fenómeno afecta a cualquier objeto con masa y dimensiones finitas, también influye en planetas, lunas y otros cuerpos celestes. Este es, de hecho, el mecanismo que mantiene a algunas lunas en una rotación sincrónica con su planeta [Rivolta et al., 2023]. Esta perturbación se expresa mediante la siguiente ecuación

$$\tau_g = \frac{3G_m}{r_s} \left[\vec{r}_s \times (\vec{I}_s \vec{r}_s) \right] \quad (1.2)$$

Donde:

- r_s es la distancia del sistema de referencia geocéntrico fijo en la Tierra al marco de referencia del satélite,
- \vec{r}_s vector de posición del sistema de referencia geocéntrico fijo en la Tierra al marco de referencia del satélite,
- G_m es la constante de gravitación universal,
- I_s es el tensor de inercia del satélite,
- τ_g es el torque por gradiente de gravedad.

Aunque la Ecuación (1.2) describe de una manera precisa el comportamiento de la perturbación generada por la gravedad de la Tierra, se recomienda al lector interesado consultar el trabajo de Aman et al. [2019], donde se aplica este modelo para determinar las perturbaciones presentes en un satélite tipo CubeSat de 2U así como el trabajo de tesis de Tolstoj [2017] donde se analiza a profundidad no solo la perturbación sino también la perturbación por radiación solar así como la perturbación por campo magnético.

1.2.3.2. Torque por radiación solar

Los fotones emitidos por el Sol y que impactan en el satélite generan un torque externo no deseado en el sistema que se representa a través de la siguiente expresión

$$\tau_s = (\vec{r}_A - \vec{r}_S) \times \vec{F}_s \quad (1.3)$$

Donde:

- \vec{r}_A es el punto de ataque de la fuerza en el centro,
- \vec{F}_s es la fuerza resultante de la presión de radiación solar,
- τ_s es el torque por radiación solar.

La fuerza resultante de la presión de radiación solar se representa a través de la siguiente ecuación

$$\vec{F}_s = \frac{S}{c} (1 + r) A(-\vec{e}_s) \quad (1.4)$$

Donde:

- S es una constante solar (1371 W/m^2),
- c velocidad de la luz en el vacío,
- A_s es la proyección de la superficie del satélite en dirección al sol,
- r es el coeficiente de reflexión,
- \vec{e}_s es el vector unitario en dirección al sol.

La caracterización de los torques generados por la radiación solar es un proceso altamente complejo. No obstante, en este documento se presenta una aproximación descrita por Ley et al. [2009].

Como se describe en el trabajo de Cabette et al. [2015], la radiación solar puede dividirse en tres fases durante el periodo orbital del satélite (véase Figura 1.9):

1. Transición a través de la región oscura (umbra).
2. Transición a través de la región parcialmente iluminada (penumbra).
3. Transición a través de la región completamente iluminada.

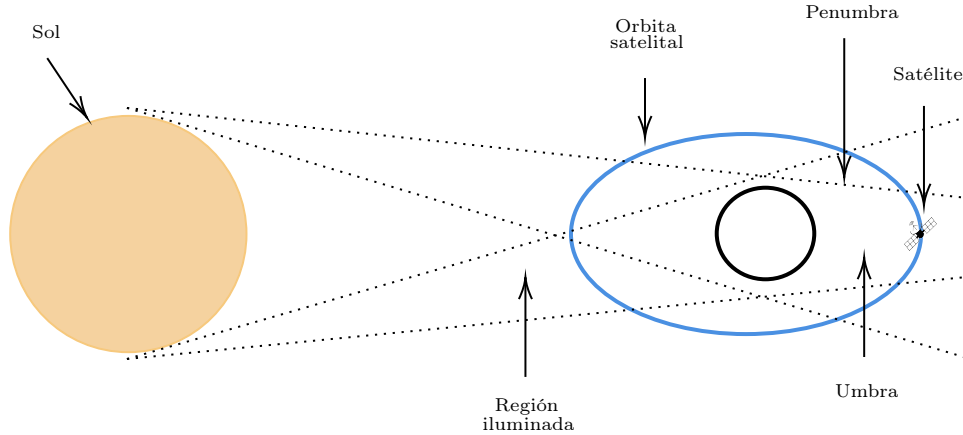


Figura 1.9: Fases orbitales de un satélite orbitando la Tierra.

Como consecuencia de estos períodos, el torque debido a la radiación solar varía significativamente a lo largo de la trayectoria orbital del satélite. La transición a través de la región completamente iluminada es la que genera las perturbaciones más severas sobre el satélite.

1.2.3.3. Torque aerodinámico

Una gran cantidad de satélites tipo CubeSat operan en órbita terrestre baja (LEO). En 2003, se lanzaron menos de 10 CubeSats, pero en los años posteriores, este número creció de manera exponencial, alcanzando su punto máximo en 2017 y 2018, con más de 300 misiones anuales [Bryce, 2019; Kulu, 2019]. Actualmente, se estima que alrededor de 660 CubeSats están en órbita LEO (Orbita Terrestre Baja), lo que representa menos del 30 % de todos los objetos operativos alrededor de la Tierra [Swartwout, 2019].

Debido a la creciente tendencia de lanzar satélites a LEO, la interacción de la superficie del satélite con la atmósfera residual se vuelve un factor importante, ya que genera un torque aerodinámico. Este torque aerodinámico se expresa de manera similar al torque producido por la radiación solar:

$$\tau_s = (\vec{r}_A - \vec{r}_S) \times \vec{F}_a \quad (1.5)$$

Donde la fuerza aerodinámica \vec{F}_a esta dada por

$$\vec{F}_a = -\frac{1}{2}\rho(\vec{r}, t)C_d A \vec{r}^2 \cdot \frac{\dot{\vec{r}}}{\dot{r}} \quad (1.6)$$

Siendo:

- ρ función de densidad atmosférica la cual depende de la posición y el tiempo,
- C_d coeficiente aerodinámico,

- A_p es la proyección de la superficie del satélite en dirección al sol,
- \dot{r} es el coeficiente de reflexión.

El lector interesado podría profundizar en el estudio de los efectos del arrastre aerodinámico reportados por Jiang et al. [2023], donde se analiza el comportamiento del torque por arrastre aerodinámico en cuerpos simples, así como la determinación de los coeficientes aerodinámicos C_d mencionados anteriormente. Un aspecto destacado del trabajo de Jiang et al. [2023] es la caracterización del coeficiente aerodinámico para un cubo y su variación en función de la altitud del satélite. En particular, en las altitudes más bajas, donde el satélite se considera en una órbita extremadamente baja, se observa un coeficiente aerodinámico de aproximadamente 51.86mN, un valor que puede extrapolarse con facilidad a satélites tipo CubeSat.

1.2.3.4. Torque por perturbación magnética

Este torque de perturbación resulta de la interacción del campo magnético residual (momento dipolar) de la nave espacial con el campo magnético de la Tierra [Ley et al., 2009; Rivolta et al., 2023]. Durante la fase de diseño del satélite, este campo magnético residual se minimiza mediante un blindaje apropiado y teniéndolo en cuenta al establecer el diseño del cableado del satélite.

$$\tau_m = m_s \times \vec{B} \quad (1.7)$$

Donde:

- m_s es el momento dipolar,
- \vec{B} es el vector de campo magnético de la Tierra.

El campo magnético actúa como una perturbación a través de la interacción con partículas cargadas en el objeto en órbita. El campo magnético \vec{B} se puede expresar como el gradiente de una función potencial U_{mag} :

$$\vec{B} = \nabla U_{\text{mag}} \quad (1.8)$$

El potencial magnético se puede expresar en términos de una expansión en armónicos esféricos, que se asemeja a la formulación del potencial gravitatorio, y se lee:

$$U_{\text{mag}} = R_0 \sum_{i=1}^n \left(\frac{R_0}{r} \right)^{i+1} \sum_{j=0}^i [\bar{g}_{ij} \cos(j\lambda) + \bar{h}_{ij} \sin(j\lambda)] \bar{P}_{ij}(\cos(\theta)) \quad (1.9)$$

Aquí, \bar{g}_{ij} y \bar{h}_{ij} son los coeficientes de Schmidt, que son datos tabulados según el modelo de Referencia Geomagnética Internacional (IGRF) [Thébault et al., 2015]. La barra sobre los coeficientes de Schmidt indica una normalización, la cual, sin embargo, es diferente a la realizada en el caso gravitatorio, y resulta en:

$$\bar{g}_{ij} = \Pi_{ij} g_{ij} \quad (1.10)$$

$$\bar{h}_{ij} = \Pi_{ij} h_{ij} \quad (1.11)$$

donde

$$\Pi_{ij} = \sqrt{\frac{(2 - \delta_{0j})(i-j)!}{(i+j)!} \frac{(2i-1)!}{(i-j)!}} \quad (1.12)$$

El IGRF caracteriza la estructura a gran escala del campo magnético principal de la Tierra y su variación secular. Debido a que abarca un periodo de tiempo significativo, resulta útil tanto para la interpretación de datos históricos como para la realización de predicciones dentro de su intervalo de validez. Este modelo se actualiza cada cinco años, incorporando las mediciones y predicciones más precisas disponibles en el momento de su publicación. Desde 1965, el IGRF ha sido desarrollado y actualizado bajo la supervisión de la Asociación Internacional de Geomagnetismo y Aeronomía (IAGA). Cabe destacar que el método para determinar

los parámetros y estimar el torque generado por el campo electromagnético terrestre puede verse afectado considerablemente por la posición y la época del año en que se realice el análisis. Este aspecto es tratado detalladamente en el estudio de [Mukundan \[1990\]](#), donde se propone un modelo de estimación numérica basado en el periodo orbital de la Tierra.

Asimismo, es crucial señalar que el sistema puede experimentar otros torques de perturbación, como los ocasionados por partículas altamente cargadas procedentes de la radiación del espacio profundo. [Paluszek \[2023\]](#) identifica alrededor de 12 tipos de perturbaciones externas que pueden influir en la dinámica de los satélites, y cuya revisión es recomendada para obtener detalles adicionales. En el caso específico de los CubeSats, las perturbaciones externas que experimentan están asociadas tanto a su órbita como a sus dimensiones. La Tabla 1.5 presenta los torques de perturbación que puede experimentar un CubeSat en condiciones cercanas a la órbita terrestre baja. Además, es importante señalar que estas perturbaciones no solo afectan la orientación del satélite o nave espacial, sino también su posición, lo que a su vez puede modificar su órbita.

Tabla 1.5: Valores reportados de perturbaciones en satélites tipo CubeSat de 1U en órbita baja terrestre.

Autor	Altitud de operación	Torque de perturbación	Valor máximo
Örs [2024]	500 km	Torque por gradiente de gravedad	$6.46 \times 10^{-9} \text{Nm}$
		Torque aerodinámico	$5.67 \times 10^{-6} \text{Nm}$
		Torque por radiación solar	$7.95011 \times 10^{-9} \text{Nm}$
		Torque por perturbación magnética	$1.0661 \times 10^{-8} \text{Nm}$
Sorolla Bayod [2019]	600 km	Torque total	$6.85 \times 10^{-7} \text{Nm}$
Hassan and ElBadawy [2019]	600 km	Torque aerodinámico	$3.5 \times 10^{-6} \text{Nm}$
Kemal Ure et al. [2011]	740 km	Torque por gradiente de gravedad	$1.23 \times 10^{-7} \text{Nm}$
		Torque aerodinámico	$3.624 \times 10^{-8} \text{Nm}$
		Torque por radiación solar	$4.9212 \times 10^{-9} \text{Nm}$
		Torque por perturbación magnética	$1.28 \times 10^{-7} \text{Nm}$

1.2.3.5. Perturbaciones orbitales

Los torques de perturbación mencionados anteriormente afectan significativamente la orientación del satélite; sin embargo, estas perturbaciones no solo influyen en la actitud de una nave espacial, sino que, en menor medida, también alteran su órbita. Una de las primeras definiciones e interpretaciones de las perturbaciones orbitales la proporciona [Baker \[1967\]](#), quien define las fuerzas perturbativas como “fuerzas que actúan sobre un objeto, aparte de aquellas que lo hacen moverse a lo largo de una órbita de referencia”. Derivado de esto, se entiende entonces que las perturbaciones orbitales son aquellas que, externo a lo generado por el mismo satélite, las perturbaciones orbitales son aquellas que modifican la órbita del satélite. Las perturbaciones orbitales son causadas por factores como la atracción de otros cuerpos, la presión atmosférica, la irregularidad en la forma del cuerpo central, la radiación solar, los campos magnéticos y los efectos relativistas [[Kaplan, 2020](#); [Rivolta et al., 2023](#)]. De manera general, las perturbaciones orbitales se clasifican en los siguientes dos grupos:

- Perturbaciones especiales: Las perturbaciones especiales se refieren a técnicas que se ocupan de la integración numérica directa de las ecuaciones de movimiento, incluyendo todas las aceleraciones perturbadoras necesarias.
- Perturbaciones generales: Las técnicas de perturbaciones generales implican la integración analítica de expansiones en series de las aceleraciones perturbadoras. Estos métodos son más difíciles y extensos por razones evidentes. Sin embargo, permiten una mejor interpretación física de los efectos. Por lo tanto, se incluyen generalizaciones siempre que sea apropiado.

Se destaca, dentro de la categorización de perturbaciones especiales, el desarrollo de las técnicas de Cowell y Encke, así como el método de variación de parámetros. Aunque estos métodos no se abordan en profundidad en este trabajo, se recomienda al lector interesado consultar la obra de Kaplan [2020], la cual describe de manera detallada el proceso de cálculo de perturbaciones empleando estos tres métodos ampliamente utilizados.

1.2.4. Sensores

El rendimiento de un sistema de control de una nave espacial está limitado por el desempeño de sus sensores y actuadores como se muestra en Bano and Sajid [2021]; Erlank and Steyn [2014]; Hakima and Emami [2019]; Nurgizat et al. [2023]; Sanfedino et al. [2015]. Muchos de estos sensores se emplean para determinar la actitud o las tasas de cambio de actitud de la nave mientras que otros se utilizan para determinar la orientación relativa o la posición de los componentes dentro de la nave espacial. De manera típica, la determinación de la orientación se basa en obtener la dirección de dos vectores linealmente independientes de un marco de referencia correspondiente [Cappelletti et al., 2021; Markley and Crassidis, 2014; Paluszek, 2023]. Los siguientes vectores se pueden medir a bordo:

- Vector del campo magnético terrestre.
- Vector de dirección al Sol.
- Vectores de dirección a estrellas.
- Vector de dirección a la Tierra (o el ángulo con respecto al horizonte terrestre).
- Vectores de dirección a los satélites de un sistema global de navegación por satélite (GNSS) como el GPS.

En función de los vectores que se pueden determinar, se han construido una gran cantidad de sensores capaces de determinar alguno de los vectores antes mencionados. La precisión de la determinación de la actitud de tres ejes depende en gran medida de la precisión de las mediciones individuales y la orientación relativa de los vectores (óptimo es 90°). Además de la determinación directa de la actitud absoluta, también se pueden determinar diferencias angulares y velocidades de rotación de forma inercial. La ventaja de las mediciones inerciales se basa en el hecho de que los valores de medición están disponibles de forma continua e independiente de fuentes externas [Ley et al., 2009]. La determinación de la actitud con sensores inerciales requiere una alineación periódica con mediciones de actitud absoluta [Paluszek, 2023]. En la Tabla 1.6 se encuentran los sensores más utilizados en la práctica así como su método de identificación del vector de orientación.

Tabla 1.6: Métodos de determinación de vectores de actitud.

Método	Ejemplo	Características	Vector a determinar
Directo	Sensor de estrellas	Tres ejes, alta precisión	Vector de dirección a estrellas
Indirecto	Magnetómetro	Método simple	Vector del campo magnético terrestre
	Sensor de Tierra	Alta confiabilidad	Vector de dirección a la Tierra
	Sensor solar	Necesidad de transformación de las mediciones	Vector de dirección al Sol
Inercial	Giroscopios	Alineación de actitud Alta precisión en períodos cortos	No aplica
	Acelerómetro	Resolución angular muy alta Medición independiente de fuentes externas	

Cabe mencionar que, el que un satélite tenga alguno de estos sensores dependerá de gran medida de la carga

útil del satélite y derivará en determinar que tipo de algoritmo de determinación de orientación será utilizado, mismos que se describen en el Capítulo 1.2.5.

1.2.5. Algoritmos de determinación de orientación

Durante el proceso de control de orientación, el subsistema ADCS se divide en dos actividades principales: la determinación de la orientación (Attitude Determination System, ADS) y el control de la orientación (Attitude Control System, ACS). La determinación de la orientación se basa en los valores obtenidos de los sensores y en sus respectivos vectores de referencia, los cuales se derivan de las mediciones realizadas por cada sensor. Sin embargo, no todas las mediciones de los sensores son completamente confiables, ya que pueden presentar variaciones dependiendo de la fiabilidad de cada uno. Debido a los problemas que surgen de estas diferencias, se han desarrollado múltiples algoritmos de determinación, siendo los siguientes los más utilizados:

- Triaxial Attitude Determination (TRIAD),
- Algoritmo de Wahba,
- Método q de Davenport,
- Quaternion Estimator (QUEST),
- Estimator of the Optimal Quaternion (ESOQ),
- Maximum Likelihood Estimation (MLE) y
- Filtro de Kalman Extendido (EKF).

Para los propósitos de este trabajo, solo se abordarán en extenso TRIAD y QUEST debido a que son los más utilizados en la actualidad [Mohammed et al., 2017].

1.2.5.1. TRIAD

El algoritmo de determinación de orientación triaxial o también conocido por su acrónimo en inglés de TRIAD (Triaxial Attitude Determination) es uno de los principales algoritmos de determinación utilizados debido a su fácil implementación en sistemas espaciales. Este fue introducido en el año 1964 por Black [1964], donde se hace uso del algoritmo para la determinación de la orientación de una nave espacial mediante observaciones. El TRIAD se construye a partir de dos vectores que típicamente son el vector unitario hacia el Sol y el vector del campo magnético terrestre para una determinación de actitud solar-magnética, o vectores unitarios hacia dos estrellas rastreadas por dos sensores estelares para una determinación de actitud fina. La matriz de actitud que se debe determinar en todos los algoritmos de determinación es la matriz que rota los vectores desde el marco de referencia al marco del cuerpo de la nave espacial, por lo que se desea encontrar una matriz de rotación tal que

$$A\vec{r}_i = \vec{b}_i \quad \text{para } i = 1, 2 \quad (1.13)$$

Donde el vector \vec{b}_i es un vector en el marco del cuerpo, el vector \vec{r}_i es un vector en el marco inercial, y la matriz A es la matriz de actitud. Sin embargo, esto no es posible en general, ya que la Ecuación (1.13) implica que

$$\vec{b}_1 \times \vec{b}_2 = A(\vec{r}_1) \times A(\vec{r}_2) = \vec{r}_1^T A^T A \vec{r}_2 = \vec{r}_1 \times \vec{r}_2 \quad (1.14)$$

Esta igualdad es cierta para mediciones sin errores, pero no es generalmente válida en presencia de errores de medición. Por lo tanto, es imposible satisfacer ambas ecuaciones de la Ecuación (1.13) simultáneamente si no se cumple la Ecuación (1.14). El algoritmo TRIAD clásico se basa en el supuesto de que uno de los vectores unitarios, que convencionalmente se denota por \vec{b}_1 , se determina con mucha más precisión que el otro, por lo que la estimación satisface exactamente $A\vec{r}_1 = \vec{b}_1$, pero $A\vec{r}_2 = \vec{b}_2$ solo aproximadamente.

Si se tiene un trío ortonormal y dextrógiro de vectores $\{\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3\}$ en el marco de referencia, y un trío ortonormal y dextrógiro correspondiente $\{\vec{w}_1, \vec{w}_2, \vec{w}_3\}$ en el marco del cuerpo de la nave espacial, entonces la matriz de