Universidad de Santiago de Chile Facultad de Ciencia Departamento de Matemática y C.C. Coordinación Matemática FAE Curso Matemáticas II Carrera Ingeniería Comercial

Profesor: Julio Videla

Guía 2: Ejercicios de Continuidad

Problema 1. Sea f la función definida en \mathbb{R} por

$$f(x) = \begin{cases} 8x & \text{si} & x < 0 \\ x^3 & \text{si} & 0 < x \le 1 \\ -2x + 4 & \text{si} & 1 < x \le 3 \\ x^2 - 11 & \text{si} & x > 3 \end{cases}$$

Estudie la continuidad de la función f.

Problema 2. Sea f la función definida en $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ por $f(x) = \left[\sin x\right]$ ($\left[-\right]$ representa la parte entera). Estudie la continuidad de f en su dominio.

Problema 3. Sea
$$f$$
 la función definida en \mathbb{R} por $f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \sin^2(\frac{x}{2})}{(\pi - x)^2} & \text{si} \quad x \neq \pi \\ b & \text{si} \quad x = \pi \end{cases}$

Determine b (si existe) para que la función f sea continua en todo \mathbb{R} .

Problema 4. Sea
$$f$$
 la función definida en $]-\pi,\infty[$ por $f(x)=\left\{\begin{array}{ccc} [\cos x] & \text{si} & -\pi < x \leq 2 \\ x-2 & \text{si} & x>2 \end{array}\right.$

Estudie la continuidad de f en su dominio.

Problema 5. Sea
$$f$$
 la función definida en \mathbb{R} por $f(x)=\left\{\begin{array}{ll} \dfrac{1-\cos(3x^2)}{x^4} & \text{si} & x<0\\ \dfrac{x^2+8x-9}{x^2+x-2} & \text{si} & 0\leq x<1\\ \dfrac{\sin 2x}{x} & \text{si} & x\geq 1 \end{array}\right.$

¿Es f continua en $\{0,1\}$?

Problema 6. Sea
$$f$$
 la función definida en \mathbb{R} por $f(x) = \begin{cases} 1 - \sin^2\left(\frac{x}{2}\right) & \text{si} \quad x \neq \pi \\ b & \text{si} \quad x = \pi \end{cases}$

Determine b (si existe) para que la función f sea continua en todo \mathbb{R}

Problema 7. Sea
$$f$$
 la función definida en \mathbb{R} por $f(x) = \begin{cases} ax + b & \text{si} & x < \frac{\pi}{4} \\ \text{sen } x & \text{si} & x \ge \frac{\pi}{4} \end{cases}$

- (a) Para todo $x \in \mathbb{R}$, determine la función $g(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) f(x)}{h}$
- (b) Encuentre a y b (si existen) para que las funciones f y g sean continuas en todo \mathbb{R} .

Determine b (si existe) para que la función f sea continua en todo \mathbb{R}

Problema 8. Sea
$$f$$
 la función definida en \mathbb{R} por $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(\pi x)}{\pi} + 5 & \text{si} \quad x \leq 0 \\ b(x^2 + x + 3) + a & \text{si} \quad x > 0 \end{cases}$

- (a) Para todo $x \in \mathbb{R}$, determine la función $g(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) f(x)}{h}$
- (b) Encuentre a y b (si existen) para que las funciones f y g sean continuas en todo \mathbb{R} .

Determine b (si existe) para que la función f sea continua en todo \mathbb{R} .