

Guía 2: Ejercicios de Continuidad

Problema 1. Sea f la función definida en \mathbb{R} por

$$f(x) = \begin{cases} 8x & \text{si } x < 0 \\ x^3 & \text{si } 0 < x \leq 1 \\ -2x + 4 & \text{si } 1 < x \leq 3 \\ x^2 - 11 & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

Estudie la continuidad de la función f .

Problema 2. Sea f la función definida en $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ por $f(x) = [\sin x]$ ($[\]$ representa la parte entera). Estudie la continuidad de f en su dominio.

Problema 3. Sea f la función definida en \mathbb{R} por $f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \sin^2(\frac{x}{2})}{(\pi - x)^2} & \text{si } x \neq \pi \\ b & \text{si } x = \pi \end{cases}$

Determine b (si existe) para que la función f sea continua en todo \mathbb{R} .

Problema 4. Sea f la función definida en $] -\pi, \infty[$ por $f(x) = \begin{cases} [\cos x] & \text{si } -\pi < x \leq 2 \\ x - 2 & \text{si } x > 2 \end{cases}$

Estudie la continuidad de f en su dominio.

Problema 5. Sea f la función definida en \mathbb{R} por $f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \cos(3x^2)}{x^4} & \text{si } x < 0 \\ \frac{x^2 + 8x - 9}{x^2 + x - 2} & \text{si } 0 \leq x < 1 \\ \frac{\text{sen } 2x}{x} & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$

¿Es f continua en $\{0, 1\}$?

Problema 6. Sea f la función definida en \mathbb{R} por $f(x) = \begin{cases} 1 - \text{sen}^2\left(\frac{x}{2}\right) & \text{si } x \neq \pi \\ b & \text{si } x = \pi \end{cases}$

Determine b (si existe) para que la función f sea continua en todo \mathbb{R}

Problema 7. Sea f la función definida en \mathbb{R} por $f(x) = \begin{cases} ax + b & \text{si } x < \frac{\pi}{4} \\ \text{sen } x & \text{si } x \geq \frac{\pi}{4} \end{cases}$

(a) Para todo $x \in \mathbb{R}$, determine la función $g(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

(b) Encuentre a y b (si existen) para que las funciones f y g sean continuas en todo \mathbb{R} .

Determine b (si existe) para que la función f sea continua en todo \mathbb{R}

Problema 8. Sea f la función definida en \mathbb{R} por $f(x) = \begin{cases} \frac{\text{sen}(\pi x)}{\pi} + 5 & \text{si } x \leq 0 \\ b(x^2 + x + 3) + a & \text{si } x > 0 \end{cases}$

(a) Para todo $x \in \mathbb{R}$, determine la función $g(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

(b) Encuentre a y b (si existen) para que las funciones f y g sean continuas en todo \mathbb{R} .

Determine b (si existe) para que la función f sea continua en todo \mathbb{R} .