Санкт-Петербургский политехнический университет
Петра Великого

Физико-механический институт

Высшая школа прикладной математики и вычислительной
физики

Отчёт
по лабораторным работам №1-4
по дисциплине
«Математическая статистика»

Выполнил студент:
Тасаков Антон Павлович
группа:
5030102/10201
Проверил:
доцент
Баженов Александр Николаевич

Санкт-Петербург
2024

Содержание

Список иллюстраций

Список таблиц

1 Постановка задачи

1.1 Часть 1

Для 5 распределений:

- Нормальное распределение $N(x, 0, 1)$
- распределение Коши $C(x, 0, 1)$
- Распределение Стьюдента $t(x, 0, 3)$ с тремя степенями свободы
- Распределение Пуассона $P(k, 10)$
- Равномерное распределение $U(x, -\sqrt{3}, \sqrt{3})$

Сгенерировать выборки размером 10, 50, 1000 элементов.
Построить на одном рисунке гистограмму и график плотности распределения.

1.2 Часть 2

Сгенерировать выборки размером 10, 100, 1000 элементов.
Для каждой выборки вычислить следующие статистические характеристики положения данных: $\overline{x}$, $med\,x$, z_Q, z_R, z_{tr}. Повторить такие вычисления 1000 раз для каждой выборки и найти среднее характеристик положения и их квадратов: $E(z) = \bar{z}$. Вычислить оценку дисперсии по формуле $D(z) = \overline{z^2} - \overline{z}^2$.

1.3 Часть 3

Для данных распределений сгенерировать выборки размером 20 и 100 элементов. Построить для них боксплот Тьюки.

1.4 Часть 4

Для данных распределений сгенерировать выборки размером 20 и 100 элементов. Вычислить параметры положения и рассеяния. Представить результаты графически.

2 Теория

2.1 Функции распределения

- Нормальное распределение

$$N(x,0,1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-x^2}{2}} \tag{1}$$

- Распределение Коши

$$C(x,0,1) = \frac{1}{\pi} \frac{1}{x^2+1} \tag{2}$$

- Распределение Стьюдента $t(x,0,3)$ с тремя степенями свободы

$$t(x,0,3) = \frac{6\sqrt{3}}{\pi(3+t^2)^2} \tag{3}$$

- Распределение Пуассона

$$P(k,10) = \frac{10^k}{k!} e^{-10} \tag{4}$$

- Равномерное распределение

$$U(x,-\sqrt{3},\sqrt{3}) = \begin{cases} \frac{1}{2\sqrt{3}} & \text{при } |x| \leq \sqrt{3} \\ 0 & \text{при } |x| > \sqrt{3} \end{cases} \tag{5}$$

2.2 Характеристики положения

- Выборочное среднее

$$\overline{x} = \tfrac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i \tag{6}$$

- Выборочная медиана

$$med\ x = \begin{cases} x_{(l+1)} & \text{при} \quad n = 2l+1 \\ \dfrac{x_{(l)} + x_{(l+1)}}{2} & \text{при} \quad n = 2l \end{cases} \tag{7}$$

- Полусумма экстремальных выборочных элементов

$$z_R = \frac{x_{(1)} + x_{(n)}}{2} \tag{8}$$

- Полусумма квартилей
  Выборочная квартиль z_p порядка p определяется формулой

$$z_p = \begin{cases} x_{([np]+1)} & \text{при} \quad np \text{ дробном} \\ x_{(np)} & \text{при} \quad np \text{ целом} \end{cases} \tag{9}$$

  Полусумма квартилей

$$z_Q = \frac{z_{1/4} + z_{3/4}}{2} \tag{10}$$

- Усечённое среднее

$$z_{tr} = \frac{1}{n-2r} \sum_{i=r+1}^{n-r} x_{(i)}, \ r \approx \frac{n}{4} \tag{11}$$

- Оценка дисперсии

$$D(z) = \overline{z^2} - \overline{z}^2 \tag{12}$$

2.3 Бокс-плот Тьюки

Боксплот (англ. box plot) — график, использующийся в описательной статистике, компактно изображающий одномерное распределение вероятностей. Такой вид диаграммы в удобной форме показывает медиану, нижний и верхний квартили и выбросы. Границами ящика служат первый и третий квартили, линия в середине ящика — медиана. Концы усов — края статистически значимой выборки (без выбросов). Длину «усов» определяют разность первого квартиля и полутора межквартильных расстояний и сумма третьего квартиля и полутора межквартильных расстояний. Формула имеет вид

$$X_1 = Q_1 - \frac{3}{2}(Q_3 - Q_1), \quad X_2 = Q_3 + \frac{3}{2}(Q_3 - Q_1) \tag{13}$$

где X_1 — нижняя граница уса, X_2 — верхняя граница уса, Q_1 — первый квартиль, Q_3 — третий квартиль. Данные, выходящие за границы усов (выбросы), отображаются на графике в виде маленьких кружков.
Выбросами считаются величины x, такие что

$$\left[\begin{array}{l} x < X_1^T \\ x > X_2^T \end{array} \right. \tag{14}$$

2.4 Доверительные интервалы для параметров нормального распределения

2.4.1 Доверительный интервал для среднего значения m нормального распределения

Дана выборка $(x_1, x_2, ...x_n)$ объёма n из нормальной генеральной совокупности. На её основе строим выборочное среднее $\overline{x}$ и выборочное среднее квадратическоеп отклонение s. Параметры m и σ нормального распределения неизвестны.
Доказано, что случайная величина:

$$T = \sqrt{n-1} \cdot \frac{\overline{x} - m}{s} \tag{15}$$

называемая статистикой Стьюдента, распределена по закону Стьюдента с $n-1$ степенями свободы. Пусть $f_T(x)$ - плотность вероятности этого распределения. Тогда

$$P(-x < \sqrt{n-1} \cdot \frac{\overline{x} - m}{s} < x) = P(-x < \sqrt{n-1} \cdot \frac{m - \overline{x}}{s} < x) = \\ = \int\limits_{-x}^{x} f_T(t)dt = 2\int\limits_{0}^{x} f_T(t)dt = 2\left(\int\limits_{-\infty}^{x} f_T(t)dt - \frac{1}{2}\right) = 2F_T(x) - 1$$

Здесь $F_T(x)$ - функция распределения Стьюдента с $n-1$ степенями свободы. Полагаем $2F_T(x) - 1 = 1 - \alpha$, где α - выбранный уровень значимости. Тогда $F_T(x) = 1 - {}^{\alpha}\!/_{2}$. Пусть $t_{1-{}^{\alpha}\!/_{2}}(n-1)$ - квантиль распределения Стьюдента с $n-1$ степенями свободы и порядка $1-{}^{\alpha}\!/_{2}$. Из предыдущих равенств получаем

$$P(\overline{x} - \frac{sx}{\sqrt{n-1}} < m < \overline{x} + \frac{sx}{\sqrt{n-1}}) = 2F_T(x) - 1 = 1 - \alpha, \\ P(\overline{x} - \frac{st_{1-{}^{\alpha}\!/_{2}}(n-1)}{\sqrt{n-1}} < m < \overline{x} + \frac{st_{1-{}^{\alpha}\!/_{2}}(n-1)}{\sqrt{n-1}}) = 1 - \alpha \tag{16}$$

что и даёт доверительный интервал для m с доверительной верятностью $\gamma = 1 - \alpha$.

2.4.2 Доверительный интервал для среднего квалратического отклонения нормального распределения

Дана выборка $(x_1, x_2, ...x_n)$ объёма n из нормальной генеральной совокупности. На её основе строим выборочную дисперсию s^2.Параметры m и σ нормального распределения неизвестны.

Доказано, что случайная величина ${}^{ns^2}\!/\!_{\sigma^2}$ распределена по закону χ^2 с $n-1$ степенями свободы.
Задаёмся уровнем значимости α и по таблице находим квантили $\chi^2_{\alpha/2}(n-1)$ и $\chi^2_{1-\alpha/2}(n-1)$. Это значит, что

$$P(\chi^2(n-1) < \chi^2_{\alpha/2}(n-1)) = {}^{\alpha}\!/\!_{2} \quad P(\chi^2(n-1) < \chi^2_{1-\alpha/2}(n-1)) = 1 - {}^{\alpha}\!/\!_{2}$$

Откуда можно получить, что

$$P\left(\frac{s\sqrt{n}}{\sqrt{\chi^2_{1-\alpha/2}(n-1)}} < \sigma < \frac{s\sqrt{n}}{\sqrt{\chi^2_{\alpha/2}(n-1)}}\right) = 1 - \alpha \tag{17}$$

что и даёт доверительный интервал для σ с с доверительной верятностью $\gamma = 1 - \alpha$.

2.4.3 Доверительный интервал для среднего значения m произвольной генеральной совокупности при большом объёме выборки

Пусть

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int\limits_{-\infty}^{x} e^{-t^2/2} dt$$

- функция Лапласа. тогда

$$P\left(-x < \sqrt{n} \cdot \frac{\overline{x} - m}{\sigma} < x\right) \approx 2\Phi(x) - 1$$

Откуда

$$P\left(\overline{x} - \frac{\sigma x}{\sqrt{n}} < m < \overline{x} + \frac{\sigma x}{\sqrt{n}}\right) \approx 2\Phi(x) - 1$$

Положим $2\Phi(x) - 1 = \gamma = 1 - \alpha$. Пусть $u_{1-\alpha/2}$ - квантиль нормального распределения $N(0,1)$ порядка $1 - {}^{\alpha}\!/\!_{2}$. Получим

$$P\left(\overline{x} - \frac{s u_{1-\alpha/2}}{\sqrt{n}} < m < \overline{x} + \frac{s u_{1-\alpha/2}}{\sqrt{n}}\right) \approx \gamma \tag{18}$$

что и даёт доверительный интервал для m с с доверительной верятностью $\gamma = 1 - \alpha$.

2.4.4 Доверительный интервал для среднего квадратического отклонения произвольной генеральной совокупности при большом объёме выборки

Пусть

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int\limits_{-\infty}^{x} e^{-t^2/2} dt$$

- функция Лапласа. Тогда

$$P\left(-x < \frac{s^2 - Ms^2}{\sqrt{Ds^2}} < x \right) \approx 2\Phi(x) - 1$$

Положим $2\Phi(x) - 1 = \gamma = 1 - \alpha$. Пусть $u_{1-\alpha/2}$ - квантиль нормального распределения $N(0,1)$ порядка $1 - \alpha/2$. Получим

$$\sqrt{Ds^2} \approx \frac{\sigma^2}{\sqrt{n}} \sqrt{e+2}$$

$$s(1 + u_{1-\alpha/2}\sqrt{(e+2)/n})^{-1/2} < \sigma < s(1 - u_{1-\alpha/2}\sqrt{(e+2)/n})^{-1/2} \tag{19}$$

что и даёт доверительный интервал для σ с с доверительной верятностью $\gamma = 1 - \alpha$.

3 Описание работы

Лабораторная работа выполнена на языке программирования R. С помощью встроенных средств языка были сгенерированы выборки значений для 5 распределений (1 - 5), построены требуемые графики (рис. 1 - 15) и рассчитаны характеристики положения (таблицы 1 - 10). Исходный код лабораторной работы: `https://github.com/Darknessich/Statistics/tree/master/Lab1/`

4 Результаты

4.1 Гистограммы и графики плотности распределения

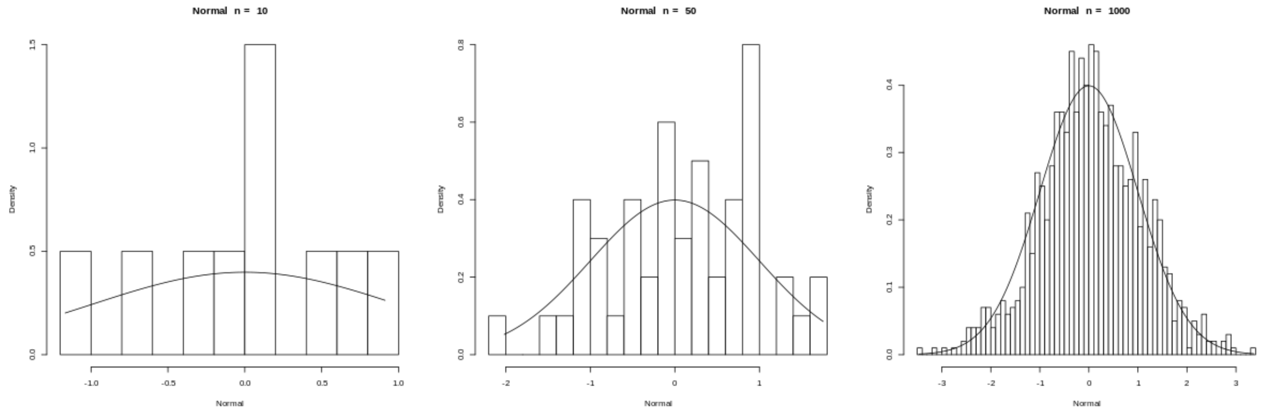

Рис. 1: Нормальное распределение (1)

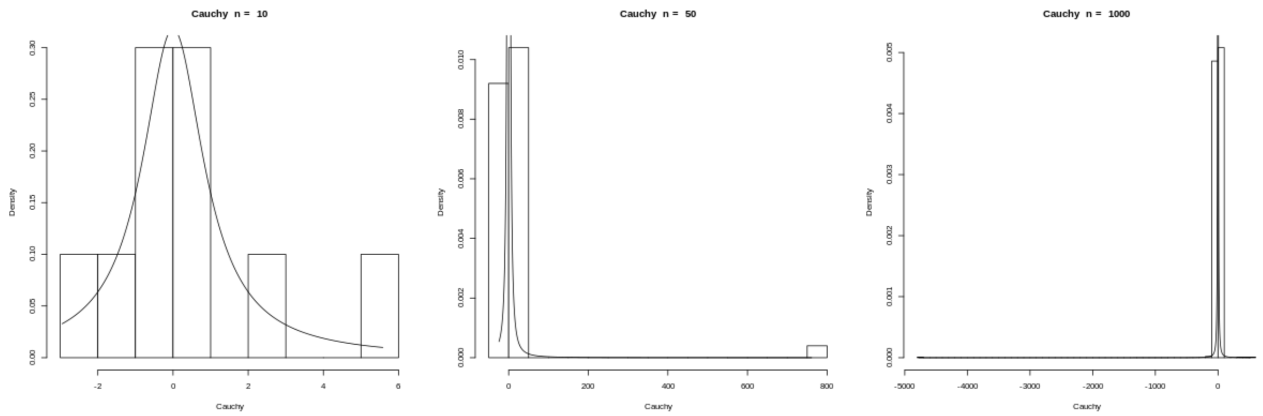

Рис. 2: Распределение Коши (2)

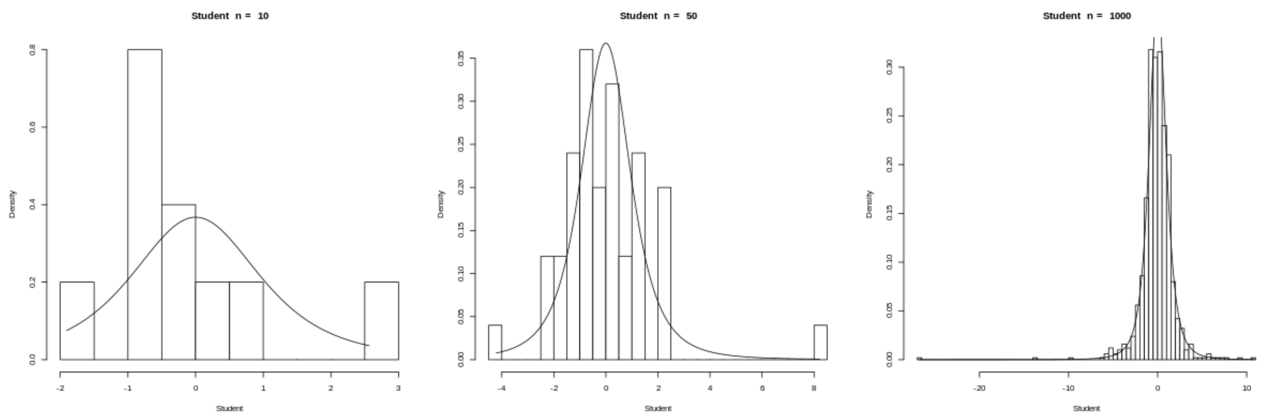

Рис. 3: Распределение Стьюдента (3)

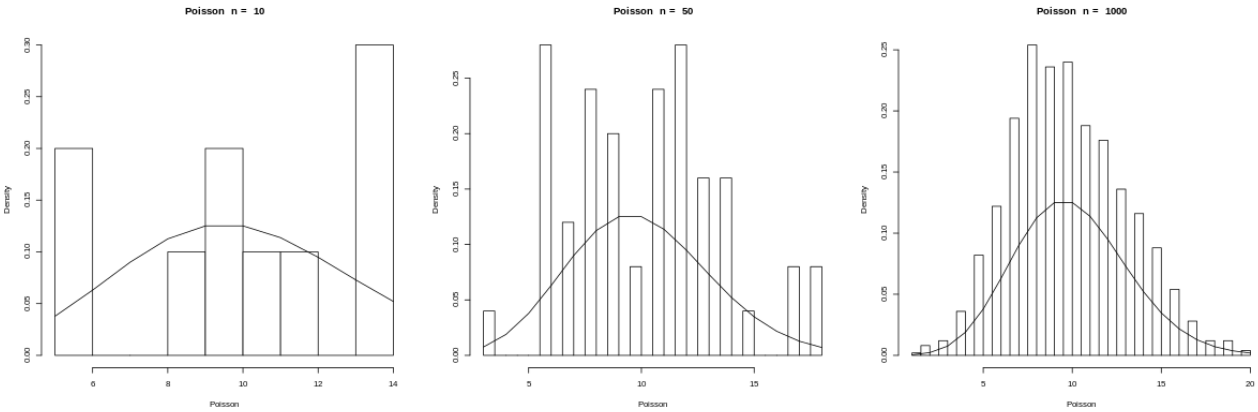

Рис. 4: Распределение Пуассона (4)

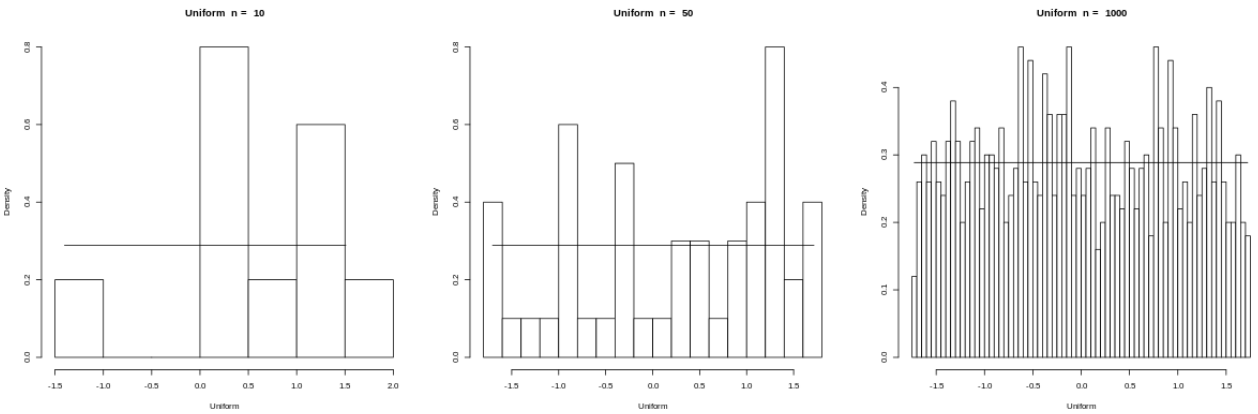

Рис. 5: Равномерное распределение (5)

4.2 Характеристики положения

normal n = 10					
	$\overline{x}$ (6)	$med\ x$ (7)	z_R (8)	z_Q (10)	z_{tr} (11)
$E(z)$	$5,4 \cdot 10^{-3}$	$-4,4 \cdot 10^{-3}$	$-1,2 \cdot 10^{-2}$	$7,3 \cdot 10^{-3}$	$2,4 \cdot 10^{-2}$
$D(z)$ (12)	$3,2 \cdot 10^{-1}$	$3,7 \cdot 10^{-1}$	$4,4 \cdot 10^{-1}$	$3,5 \cdot 10^{-1}$	$4,1 \cdot 10^{-1}$
normal n = 100					
	$\overline{x}$	$med\ x$	z_R	z_Q	z_{tr}
$E(z)$	$-1,7 \cdot 10^{-3}$	$-2,0 \cdot 10^{-3}$	$-1,1 \cdot 10^{-2}$	$-1,3 \cdot 10^{-3}$	$-2,6 \cdot 10^{-3}$
$D(z)$	$9,5 \cdot 10^{-2}$	$1,2 \cdot 10^{-1}$	$2,9 \cdot 10^{-1}$	$1,1 \cdot 10^{-1}$	$1,4 \cdot 10^{-1}$
normal n = 1000					
	$\overline{x}$	$med\ x$	z_R	z_Q	z_{tr}
$E(z)$	$-7,0 \cdot 10^{-4}$	$-1,1 \cdot 10^{-3}$	$-8,9 \cdot 10^{-3}$	$0,0$	$5,0 \cdot 10^{-4}$
$D(z)$	$3,1 \cdot 10^{-2}$	$4,0 \cdot 10^{-2}$	$2,4 \cdot 10^{-1}$	$3,4 \cdot 10^{-2}$	$4,4 \cdot 10^{-2}$

Таблица 1: Нормальное распределение

cauchy n = 10					
	$\overline{x}$ (6)	$med\ x$ (7)	z_R (8)	z_Q (10)	z_{tr} (11)
$E(z)$	$3,1 \cdot 10^{-1}$	$-6,7 \cdot 10^{-3}$	$1,7$	$-4,4 \cdot 10^{-2}$	$-9,7 \cdot 10^{-1}$
$D(z)$ (12)	$3,7 \cdot 10^{1}$	$5,7 \cdot 10^{-1}$	$1,8 \cdot 10^{2}$	$9,5 \cdot 10^{-1}$	$1,6 \cdot 10^{1}$
cauchy n = 100					
	$\overline{x}$	$med\ x$	z_R	z_Q	z_{tr}
$E(z)$	$1,3$	$5,3 \cdot 10^{-3}$	$6,6 \cdot 10^{1}$	$3,1 \cdot 10^{-3}$	$3,6$
$D(z)$	$5,2 \cdot 10^{1}$	$1,6 \cdot 10^{-1}$	$2,6 \cdot 10^{3}$	$2,4 \cdot 10^{-1}$	$8,9 \cdot 10^{1}$
cauchy n = 1000					
	$\overline{x}$	$med\ x$	z_R	z_Q	z_{tr}
$E(z)$	$-6,4$	$3,7 \cdot 10^{-3}$	$-3,2 \cdot 10^{3}$	$6,6 \cdot 10^{-3}$	$-1,6$
$D(z)$	$1,8 \cdot 10^{2}$	$5,0 \cdot 10^{-2}$	$9,2 \cdot 10^{4}$	$7,0 \cdot 10^{-2}$	$2,9 \cdot 10^{1}$

Таблица 2: Распределение Коши

student n = 10					
	$\overline{x}$ (6)	$med\ x$ (7)	z_R (8)	z_Q (10)	z_{tr} (11)
$E(z)$	$-5,3 \cdot 10^{-3}$	$-4,5 \cdot 10^{-3}$	$-2,6 \cdot 10^{-2}$	$-3,0 \cdot 10^{-3}$	$-6,5 \cdot 10^{-3}$
$D(z)$ (12)	$5,3 \cdot 10^{-1}$	$4,4 \cdot 10^{-1}$	$1,4$	$4,3 \cdot 10^{-1}$	$6,6 \cdot 10^{-1}$
student n = 100					
	$\overline{x}$	$med\ x$	z_R	z_Q	z_{tr}
$E(z)$	$1,0 \cdot 10^{-2}$	$4,2 \cdot 10^{-3}$	$1,1 \cdot 10^{-1}$	$2,5 \cdot 10^{-3}$	$6,2 \cdot 10^{-3}$
$D(z)$	$1,7 \cdot 10^{-1}$	$1,4 \cdot 10^{-1}$	$2,7$	$1,4 \cdot 10^{-1}$	$2,4 \cdot 10^{-1}$
student n = 1000					
	$\overline{x}$	$med\ x$	z_R	z_Q	z_{tr}
$E(z)$	$3,1 \cdot 10^{-3}$	$-2,0 \cdot 10^{-4}$	$1,7 \cdot 10^{-1}$	$1,7 \cdot 10^{-3}$	$2,1 \cdot 10^{-3}$
$D(z)$	$5,5 \cdot 10^{-2}$	$4,4 \cdot 10^{-2}$	$6,0$	$4,4 \cdot 10^{-2}$	$7,7 \cdot 10^{-2}$

Таблица 3: Распределение Стьюдента

poisson n = 10					
	$\overline{x}$ (6)	$med\ x$ (7)	z_R (8)	z_Q (10)	z_{tr} (11)
$E(z)$	$1,0 \cdot 10^1$	9.9	$1,0 \cdot 10^1$	9.9	$1,0 \cdot 10^1$
$D(z)$ (12)	$1,0$	$1,2$	$1,4$	$1,1$	$1,3$
poisson n = 100					
	$\overline{x}$	$med\ x$	z_R	z_Q	z_{tr}
$E(z)$	$1,0 \cdot 10^1$	9.9	$1,1 \cdot 10^1$	9.9	$1,0 \cdot 10^1$
$D(z)$	$3,0 \cdot 10^{-1}$	$4,1 \cdot 10^{-1}$	$9,6 \cdot 10^{-1}$	$3,8 \cdot 10^{-1}$	$4,3 \cdot 10^{-1}$
poisson n = 1000					
	$\overline{x}$	$med\ x$	z_R	z_Q	z_{tr}
$E(z)$	$1,0 \cdot 10^1$	$1,0 \cdot 10^1$	$1,2 \cdot 10^1$	$1,0 \cdot 10^1$	$1,0 \cdot 10^1$
$D(z)$	$9,6 \cdot 10^{-2}$	$3,5 \cdot 10^{-2}$	$8,1 \cdot 10^{-1}$	$3,6 \cdot 10^{-2}$	$1,4 \cdot 10^{-1}$

Таблица 4: Распределение Пуассона

uniform n = 10					
	$\overline{x}$ (6)	$med\ x$ (7)	z_R (8)	z_Q (10)	z_{tr} (11)
$E(z)$	$1,8 \cdot 10^{-2}$	$8,9 \cdot 10^{-3}$	$1,5 \cdot 10^{-2}$	$2,2 \cdot 10^{-2}$	$5,9 \cdot 10^{-3}$
$D(z)$ (12)	$3,3 \cdot 10^{-1}$	$4,9 \cdot 10^{-1}$	$2,1 \cdot 10^{-1}$	$3,9 \cdot 10^{-1}$	$4,2 \cdot 10^{-1}$
uniform n = 100					
	$\overline{x}$	$med\ x$	z_R	z_Q	z_{tr}
$E(z)$	$-2,2 \cdot 10^{-3}$	$-4,5 \cdot 10^{-3}$	$-8,0 \cdot 10^{-4}$	$-3,0 \cdot 10^{-4}$	$4,0 \cdot 10^{-4}$
$D(z)$	$1,0 \cdot 10^{-1}$	$1,7 \cdot 10^{-1}$	$2,4 \cdot 10^{-2}$	$1,2 \cdot 10^{-1}$	$1,3 \cdot 10^{-1}$
uniform n = 1000					
	$\overline{x}$	$med\ x$	z_R	z_Q	z_{tr}
$E(z)$	$-6,0 \cdot 10^{-4}$	$5,0 \cdot 10^{-4}$	$0,0$	$-7,0 \cdot 10^{-4}$	$1,0 \cdot 10^{-4}$
$D(z)$	$3,1 \cdot 10^{-2}$	$5,4 \cdot 10^{-2}$	$2,4 \cdot 10^{-3}$	$3,9 \cdot 10^{-2}$	$4,4 \cdot 10^{-2}$

Таблица 5: Равномерное распределение

4.3 Бокс-плот Тьюки

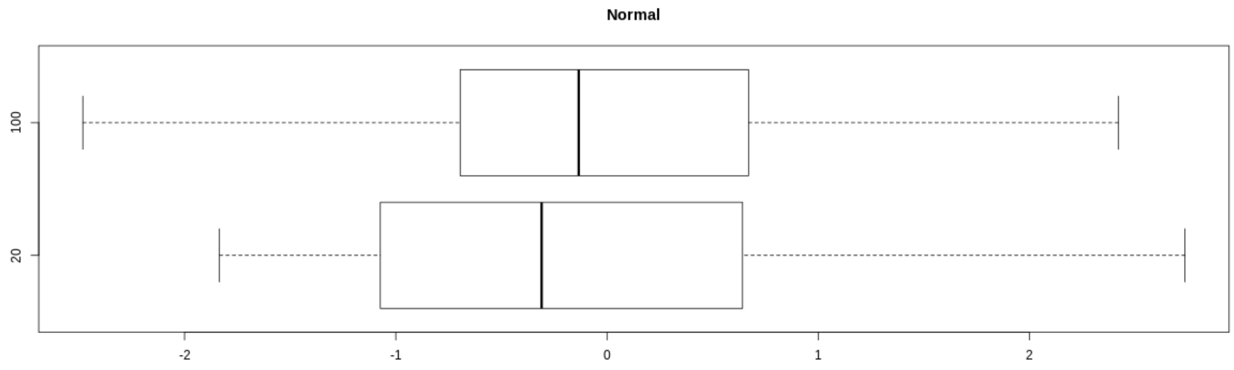

Рис. 6: Бокс-плот Тьюки для нормального распределения (1)

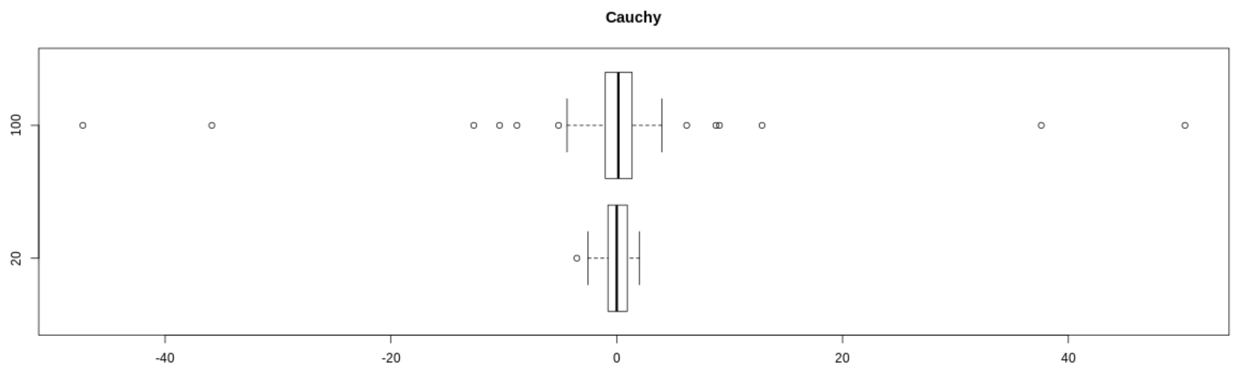

Рис. 7: Бокс-плот Тьюки для распределения Коши (2)

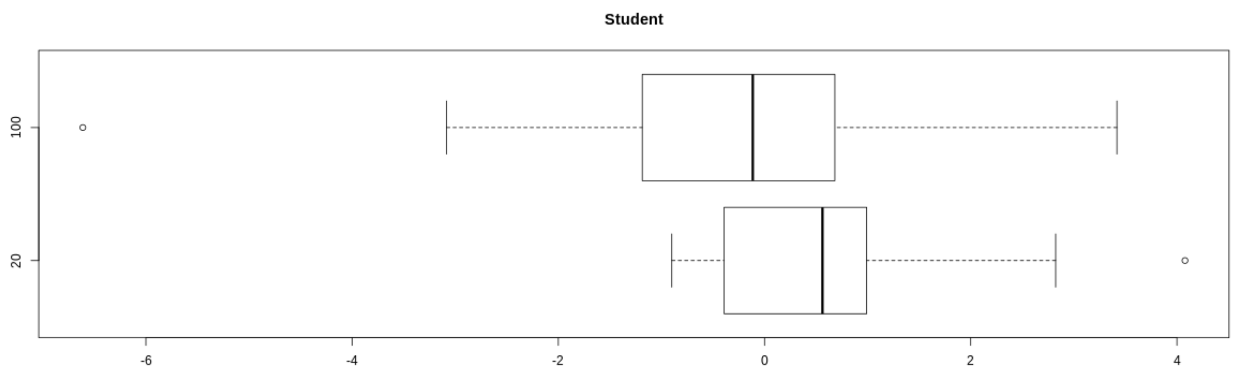

Рис. 8: Бокс-плот Тьюки для распределения Стьюдента (3)

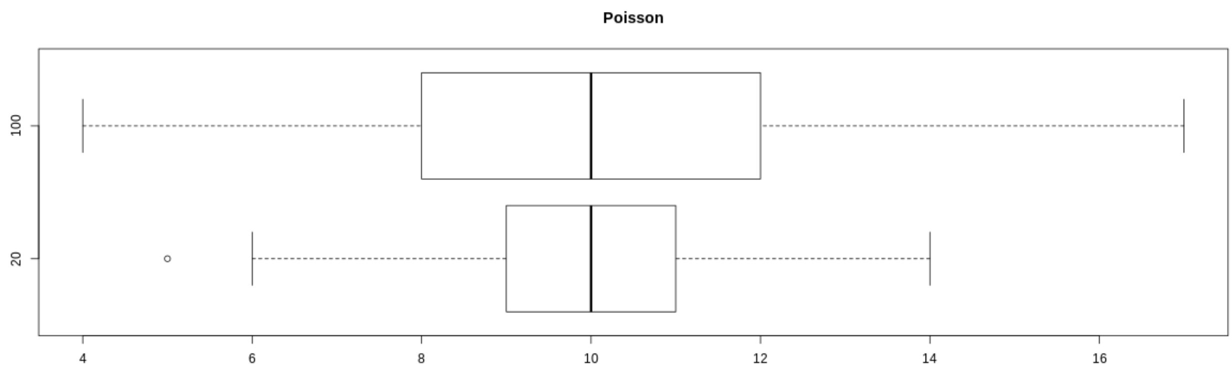

Рис. 9: Бокс-плот Тьюки для распределения Пуассона (4)

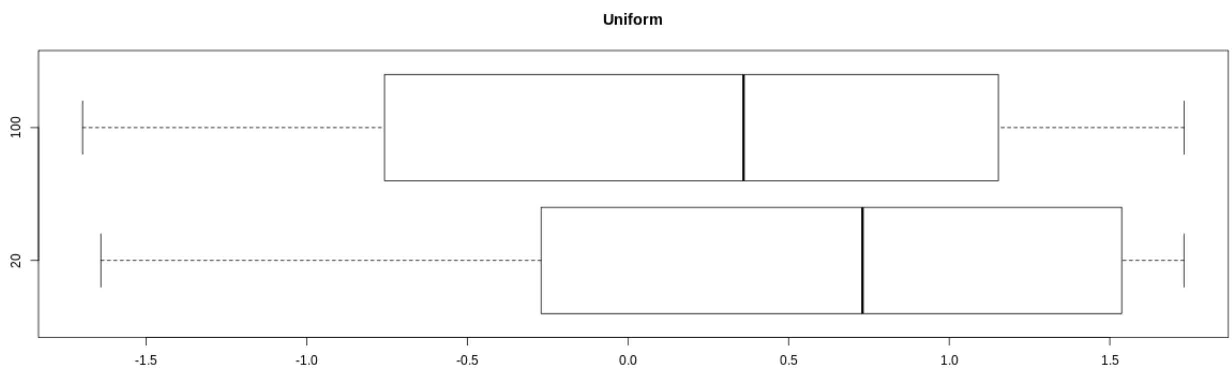

Рис. 10: Бокс-плот Тьюки для равномерного распределения (5)

4.4 Доверительные интервалы для параметров распределений

$n = 20$	m(16)	σ (17)
	-0,46 $< m <$ 0,37	0,67 $< \sigma <$ 1,29
$n = 100$	m	σ
	-0,25 $< m <$ 0,11	0,80 $< \sigma <$ 1,10

Таблица 6: Доверительные интервалы для параметров нормального распределения

$n = 20$	m(18)	σ (19)
	-1,32 $< m <$ 1,05	1,74 $< \sigma <$ 3,68
$n = 100$	m	σ
	-1,10 $< m <$ 1,13	3,31 $< \sigma <$ 8,10

Таблица 7: Доверительные интервалы для параметров распределения Коши

$n = 20$	m(18)	σ (19)
	$-0{,}85 < m < 0{,}73$	$0{,}98 < \sigma < 2{,}62$
$n = 100$	m	σ
	$0{,}0083 < m < 0{,}53$	$1{,}10 < \sigma < 1{,}58$

Таблица 8: Доверительные интервалы для параметров распределения Стьюдента

$n = 20$	m(18)	σ (19)
	$8{,}36 < m < 10{,}74$	$1{,}62 < \sigma < 3{,}78$
$n = 100$	m	σ
	$9{,}30 < m < 10{,}54$	$2{,}75 < \sigma < 3{,}54$

Таблица 9: Доверительные интервалы для параметров распределения Пуассона

$n = 20$	m(18)	σ (19)
	$-0{,}47 < m < 0{,}31$	$0{,}73 < \sigma < 1{,}05$
$n = 100$	m	σ
	$-0{,}19 < m < 0{,}19$	$0{,}89 < \sigma < 1{,}07$

Таблица 10: Доверительные интервалы для параметров равномерного распределения

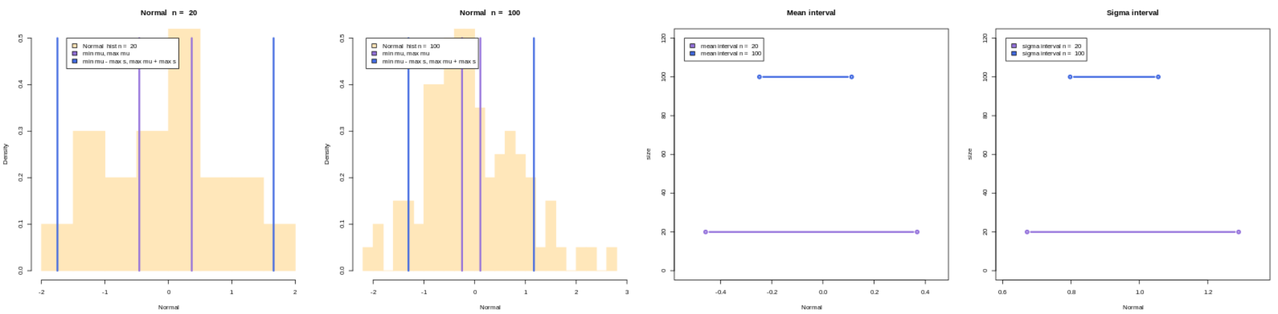

Рис. 11: Гистограммы и оценки для параметров нормального распределения

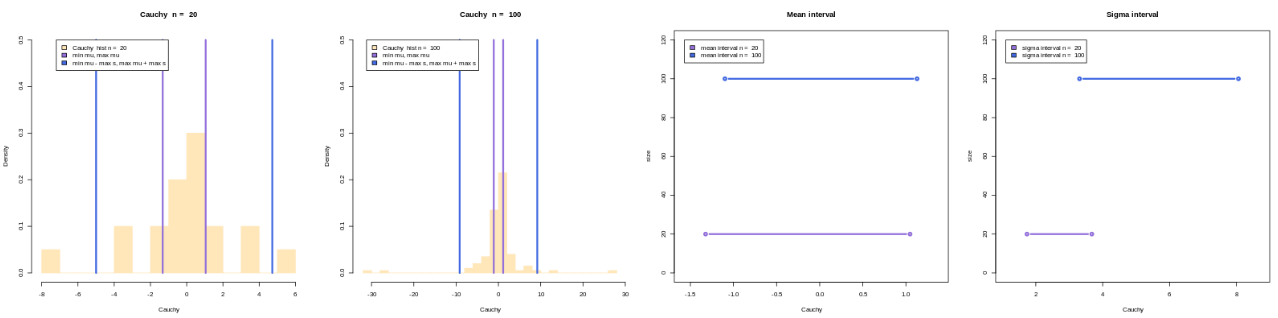

Рис. 12: Гистограммы и оценки для параметров распределения Коши

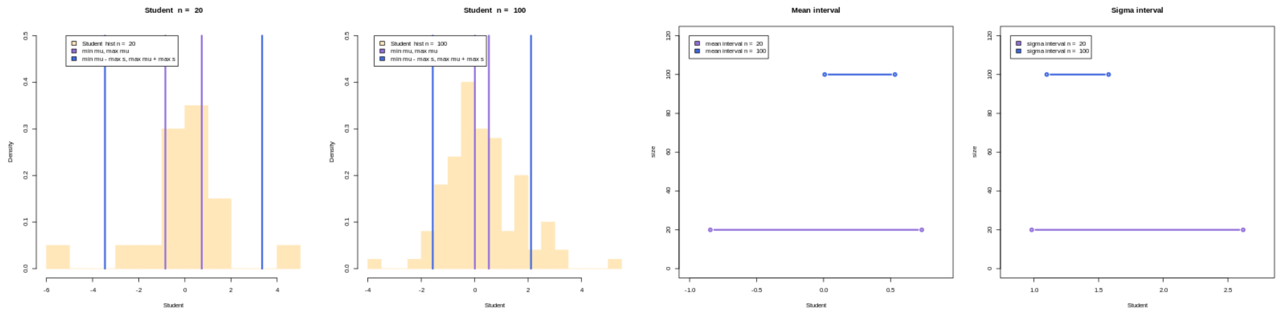

Рис. 13: Гистограммы и оценки для параметров распределения Сьюдента

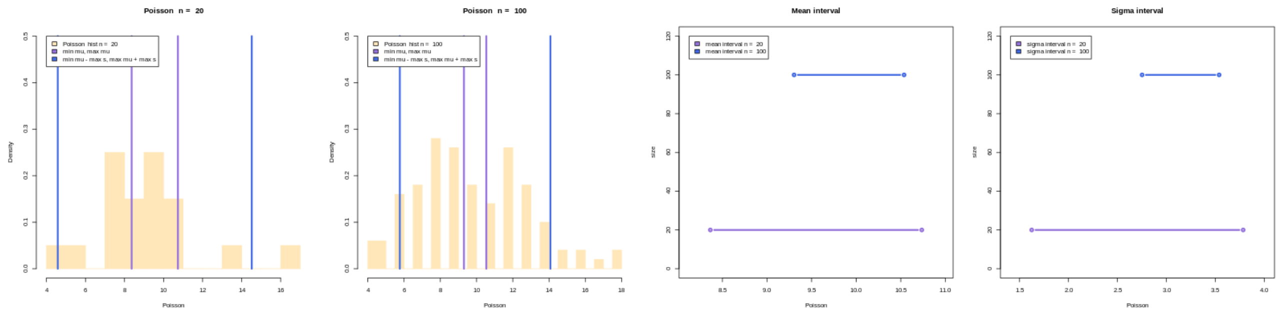

Рис. 14: Гистограммы и оценки для параметров распределения Пуассона

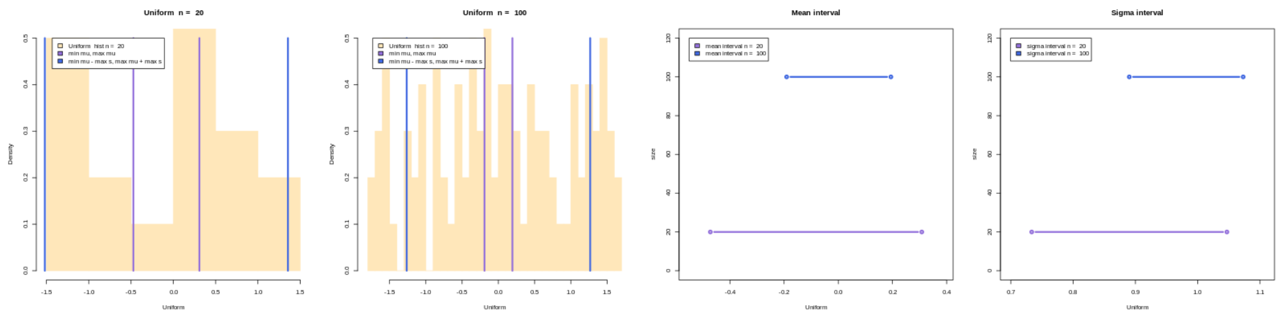

Рис. 15: Гистограммы и оценки для параметров равномерного распределения

5 Обсуждение

В ходе выполнения лабораторной работы (части 1 - 4) было изучено 5 видов распределений:

- Нормальное (1),
- Коши (2),
- Стьюдента (3),
- Пуассона (4),
- Равномерное (5).

В 1-ой части работы были построены гистограммы для каждого распределения на основании выборок по 10, 50 и 1000 элементов. Дополнительно на тех же рисунках были построены графики соответствующих распределений. Это было необходимо для сравнения форм распределения выборок с теоретическими моделями.

Во 2-ой части работы были рассмотрены следующие характеристики: выборочное среднее (6), выборочная медиана (7), полусумма экстремальных выборочных элементов (8), полусумма квартилей (10), усечённое среднее (11), дисперсия (12).
По полученным результатам можно сделать вывод о том, что чем больше выборка для выбранного распределения, тем точнее гистограмма приближает график плотности распределения вероятностей. Соответственно, чем меньше выборка, тем менее точно она позволяет судить о характере распределения величины.
Для нормального распределения (рис.1, таб.1) увеличение размера выборки приводит к тому, что оценки характеристик положения и рассеяния приближаются к их теоретическим значениям.
Для распределение Коши (рис.2, таб.2) оказалась характерна чувствительность к выбросам. Этим объясняются большие значения дисперсии характеристик рассеяния и нестабильность среднего значения. В этом случае медиана менее подвержена влиянию выбросов, т.к. она не зависит от значений в хвостах распределения. Выборочные квартили и полусумма экстремальных выборочных значений также могут быть неустойчивыми, поскольку распределение Коши не имеет конечного математического ожидания и дисперсии.
При малом размере выборки оценки для распределения Стьюдента (рис.3, таб.3) также остаются неустойчивыми, но с увеличением выборки их точность растёт.
Для распределения Пуассона (рис.4, таб.4) медиана и среднее значение оказались практически схожими, что можно объяснить тем, что среднее значение

в данном распределении равно его параметру λ, и эти показатели становятся близкими с увеличением выборки. Таким образом, ля распределения Пуассона и равномерного распределения (рис.5, таб.5) оценки характеристик положения и рассеяния остаются стабильными при любом размере выборки.

В ходе выполнения частей 3 и 4 лабораторной работы для 5-ти заданных распределений ((1) - (5)) были сгенерированы выборки по 20 и 100 элементов. На их основе были построены бокс-плоты Тьюки (рис. 6 - 10) и вычислены доверительные интервалы для параметров m (среднее значение) и σ (среднеквадратическое отклонение) нормального распределения и произвольного распределения (таб. 6, 7). Последние результаты были также представлены графически (рис. 11, 12).

На основании проведённого исследования можно сказать, что бокс-плоты Тьюки действительно позволяют оценивать значимые характеристики распределений более наглядно и с меньшими усилиями. Используя доверительные интервалы, можно оценить неопределенность среднего значения и стандартного отклонения параметров нормального и произвольного распределения. С увеличением размера выборки доверительный интервал уменьшается, а значит, оценить параметры можно более точно.

Вероятность выбросов в данных увеличивается с ростом объёма выборки. Для распределений с бесконечным носителем выбросы преимущественно можно наблюдать на бокс-плотах Тьюки для выборки размером 100 элементов (рис. 6 - 9). Равномерное распределение имеет конечный носитель, поэтому на рисунке 10 выбросов нет.