Numerik HA 8 Gruppe 6

Aufgabe 2:

Es gilt $\Phi'(x) = \frac{F(x) \cdot F''(x)}{(F'(x))^2}$,

da nun $F''(x) = -\frac{1}{x^2}$ nie null ist

und $F'(x) = 0$ bedeutet, dass

$\Phi(x') = x' - \frac{F(x')}{F'(x')} = x$ ist,

hat Φ keine lokalen Extremwerte

die außerhalb von X liegen.

Für die Randwerte gilt:

$\Phi(1) = 1 - \frac{1+0-2}{2} = \frac{3}{2}$; $\Phi(2) = 2 - \frac{2+\ln(2)-2}{\frac{3}{2}} =$

$2 - \frac{2\ln(2)}{3} \approx 2 - 0{,}46 = 1{,}54$.

$\Rightarrow$ Beide Randwerte liegen in X

$$\phi''(x) = \frac{x + 2\ln(x) - 4 - \frac{1}{x}}{(x+1)^2}$$

ist für $x \in [1;2]$ immer negativ, wodurch

ϕ' monoton ist.

Daraus folgt $\alpha = \max\left(|\phi'(1)|, |\phi'(2)|\right)$

$$\alpha = \max\left(\frac{1}{4}, \frac{\ln(2)}{9}\right)$$

$$\alpha = \frac{1}{4}$$

Aufgabe 3:

Es gilt $F'(0) = \frac{1}{1+0^2} - 1 = 0$

$x = 0$ ist eine Doppeltenullstelle und das Newton verfahren konvergiert nur linear.

Aufgabe 4:

Da $\phi'(x) = \frac{F(x)F''(x)}{(F'(x))^2} = \frac{0}{(F'(x))^2}$

und $\phi''(x) = \frac{(F'(x))^3 F''(x) + F(x)(F'(x))^2 F'''(x) - 2F(x)F'(x)(F''(x))^2}{(F'(x))^4}$

$= \frac{(F'(x))^3 \cdot 0 + 0 \cdot (F'(x))^2 F'''(x) - 2 \cdot 0 \cdot F'(x)(F''(x))^2}{(F'(x))^4} = \underline{\underline{0}}$

konvergiert das Newton-Verfahren nach Satz 163 mit Ordnung, also kubisch.