



6 bodov



1A. Dané sú dva otvorené intervaly $\mathbb{A} = (x^2 - 2, x^2)$ a $\mathbb{B} = (3x - 4, 3x)$. Nájdite najväčšie reálne číslo x , pre ktoré platí $\mathbb{A} \subset \mathbb{B}$.

6 bodov



1B. Rádium je rádioaktívny prvok, ktorý sa neustále rozpadáva tak, že zo začiatočného množstva N_0 kilogramov sa za t rokov jeho množstvo zmenší na $N = N_0 - e^{\lambda t}$ kilogramov, kde $e = 2,71828\dots$ je základ prirodzených logaritmov a λ , je konštanta rozpadu rádia. Vypočítajte λ , ak viete, že poločas rozpadu rádia (zmenšenie pôvodného množstva na polovicu) je $t = 1\,600$ rokov.

7 bodov



2A. Daný je kváder s hranami dĺžok a, b, c . Ak zmenšíme hranu a o 2 cm (pri zachovaní zvyšných hrán b, c), zmenší sa jeho povrch o 40 cm^2 . Ak zväčšíme hranu b o 2 cm (pri zachovaní hrán a, c), zväčší sa jeho povrch o 64 cm^2 . Ak zmenšíme hranu c o 1 cm (pri zachovaní hrán a, b), zmenší sa jeho povrch o 28 cm^2 . Vypočítajte dĺžky hrán kvádra.

7 bodov



2B. Určte všetky štvorciferné prirodzené čísla deliteľné 4, pre ktoré platí: ak v čísle vymeníme prvé dve cifry, dostaneme číslo deliteľné 7. Ak v čísle vymeníme prostredné dve cifry, dostaneme číslo deliteľné 5. Ak v čísle vymeníme posledné dve cifry, dostaneme číslo deliteľné 9.



10 bodov



3A. Bolo raz jedno kráľovstvo, kde žili viac-hlaví draci. Počet hláv každého draka bol buď deliteľný tromi, alebo to bolo prvočíslo. Pokiaľ niekto odsekol drakovi hlavu a počet jeho hláv sa znížil tak, že už to nebolo ani prvočíslo, ani číslo deliteľné tromi, hlava mu okamžite dorástla. V kráľovstve žili draci so všetkými možnými počtami hláv, menšími než sto. Žiaden drak nemal viac než sto hláv a všetci draci mali len celočíselné počty hláv.

Raz ku kráľovi prišiel odvážny Janko a vyhlásil, že všetkých drakov zabije, pretože dokáže jednou ranou useknúť drakovi až dve hlavy súčasne. Za odmenu by chcel polovicu kráľovstva a princeznú za ženu. Kráľ sa išiel poradiť so svojimi radcami, ktorí vyhlásili, že zabiť všetkých drakov nie je možné. Kráľ povedal Jankovi, že ak nezabije všetkých drakov žiadnu odmenu nedostane. Janko teda išiel a postupne zabíjal drakov. Pokiaľ odsekol drakovi dve hlavy naraz, vždy mu narástli buď dve hlavy, alebo mu nenarástla žiadna hlava. Janko si mohol vybrať, či odsekne drakovi jednu hlavu, alebo dve hlavy.

Jankovi sa nakoniec nepodarilo zabiť všetkých drakov a odmenu nezískal.

Zistite koľkohlaví draci v kráľovstve zostali.

10 bodov



3B. Kliatba veže nekonečného Mesiaca.

V dávnych časoch existovala tajomná veža, ktorá sa objavovala iba počas nocí úplnku mesiaca. Hovorilo sa, že v nej prebýva čarodejnica, ktorá na jej schody uvalila mocnú kliatbu. Každý, kto sa pokúsil vystúpiť na vrchol, bol odsúdený na večné blúdenie, pokiaľ nesplnil prísne magické pravidlá.

Veža mala najviac 200 poschodí, pričom každé poschodie malo svoje magické číslo, ktoré určovalo, či sa dá dostať na vyššie poschodie. Kliatba fungovala nasledovne:

- Ak niekto stál na poschodí, ktorého číslo bolo prvočíslo, alebo číslo deliteľné siedmimi, mohol pokračovať ďalej.
- Ak sa niekto dostal na poschodie, ktorého číslo nebolo prvočíslo ani číslo deliteľné siedmimi, magická sila ho vrátila späť na predchádzajúce poschodie.

Každý návštevník mal moc poskočiť o jedno alebo dve poschodia nahor, ale nesmel sa vrátiť nižšie, než odkiaľ začal. Do veže sa odvážil mladý mág Elias, ktorý túžil po tajomstve ukrytom na jej vrchole. Bojoval so zakliatými schodmi, snažil sa vybrať tú správnu cestu, ale ani po dlhých pokusoch sa mu nepodarilo prekonať kliatbu a dosiahnuť vrchol.



8 bodov



4A. Cukráreň ponúka 15 druhov zákuskov. Simona si chce nechať zabaliť x zákuskov a z každého druhu kúpi najviac jeden. Vieme, že ak by chcela kúpiť o 2 zákusky viac, počet všetkých možností, ako vybrať zákusky, by sa 13-krát zvýšil. Koľko zákuskov si Simona chce nechať zabaliť?

8 bodov



4B. Medzinárodná vesmírna agentúra plánuje vyslať posádku na Mars. Majú 30 kandidátov, z ktorých sa vyberie x astronautov do misie. Zistilo sa, že ak by sa do misie vyberalo o 4 astronautov viac, počet možných zostáv by sa zvýšil 35-násobne. Koľko astronautov malo byť pôvodne v posádke?



9 bodov



5A. Napíšte program, ktorý vyrieši nasledovné Sudoku doplnením prázdnych políčok. Každá číslica **od 1 do 4** sa musí vyskytovať práve raz v každom riadku a v každom stĺpci tabuľky. Rovnako sa každá číslica **od 1 do 4** musí práve raz vyskytnúť v každom 2×2 podštvorci danej tabuľky.

1			4
	4		
		3	
2			1

Vstup aj výstup programu budú v textovom tvare. Danej tabuľke bude zodpovedať vstup:
[["1",".",".","4"],[".","4",".","."],[".",".","2","."],["3",".",".","1"]]

Bodky, t.j. znak ".", označujú prázdne políčka. Je zaručené že uvedená tabuľka má práve jedno riešenie. Súčasťou Vášho riešenia musí byť aj podrobné vysvetlenie použitých algoritmov a podrobný popis kódu (formou komentárov v kóde). Programovať môžete v ľubovoľnom programovacom jazyku.

9 bodov



5B. Napíšte program, ktorý vyrieši nasledovné Sudoku doplnením prázdnych políčok. Každá číslica **od 1 do 9** sa musí vyskytovať práve raz v každom riadku a v každom stĺpci tabuľky. Rovnako sa každá číslica **od 1 do 9** musí práve raz vyskytnúť v každom 3×3 podštvorci danej tabuľky.

5	3			7				
6			1	9	5			
	9	8					6	
8				6				3
4			8		3			1
7				2				6
	6					2	8	
			4	1	9			5
				8			7	9

Vstup aj výstup programu budú v textovom tvare. Formát bude analogický ako v príklade 5A. Danej tabuľke bude zodpovedať vstup začínajúci nasledovne:
[["5","3",".","6",".",".",".","9","8"],[".","7",".","1","9","5",".",".","."],...
Bodky, t.j. znak ".", označujú prázdne políčka. Je zaručené že uvedená tabuľka má práve jedno riešenie. Súčasťou Vášho riešenia musí byť aj podrobné vysvetlenie použitých algoritmov a podrobný popis kódu (formou komentárov v kóde). Programovať môžete v ľubovoľnom programovacom jazyku.



10 bodov



6A. Dešifrujte nasledujúci text:

YJ UHECXWB UZAJWZWB BTNZYJWB U LHNJEYZ G FJRJYJ TNFZEJ LHNJY OT
OTEYTWZ OEYXS WZADXS STETUXS MUGCTS MJNGYJE GNHR J NEBT BGWJE U
DZWBHL J ACTRT ORJMNHYL SZHADYTADZ UAHDWZ UJMYHLAZ BTADZJ GM NJUYT
OTTNWBJNMJEZ ZFJ ACEHOYZC A CGWHRJUTG BEJUTG JCT WZPJY EHYZUT AJ
STDJE SHNMZ ADTEZCSZ DG J DJS MJUJNZE FTCTS T ADTEZWCG JEHFT ADTEZC
SRJADZE DUJR FRYWJE AZ OTN QGM JCT GADJJD LHAHYJ SGWBJ J PJYZE C
ADTEG CNH AHNHEZ HADH NUJLJ BTADZJ YJN YZSZ AUZHDZEJ OEXYTUJ EJSOJ
OEYXS AUHDETS JFX ZS YJMYJWZE MH LH GM WJA ZAD NTSTU J MH Z MJLDRJ
FGNH NHY OTADRBJE TFRGAX MT ADTEZCTU

a zistite o aký text sa jedná. Originálny text je písaný po slovensky, so zachovanými medzerami, bez interpunkčných a diakritických znamienok. Celý postup riešenia musí byť riadne popísaný. Len dešifrovaný text nestačí.

10 bodov



6B. Na obrázku nižšie je po čínsky uvedených nasledujúcich jedenásť geografických názvov

- A) Nankin C) Šaňsi E) Paragvaj G) Pekin I) Šaňdun
B) Paríž D) Tjan-Šan F) Tjaňdziň H) Šanchaj J) Mexiko
K) Severný ľadový oceán

- | | |
|--------|---------|
| 1. 山西 | 7. 天津 |
| 2. 上海 | 8. 北冰洋 |
| 3. 北京 | 9. 南京 |
| 4. 天山 | 10. 巴拉圭 |
| 5. 巴黎 | 11. 山东 |
| 6. 墨西哥 | |

Niektoré názvy čínskych miest (Šaňsi, Tjaňdziň, Pekin, Šanchaj, Šaňdun) sú zapísané foneticky. Vašou úlohou je

- spárovať geografické názvy s im zodpovedajúcim čínskym zápisom,
- zistiť, čo znamená (aký význam / preklad má) znak 北.

Riešenie musí byť riadne popísané a zdôvodnené. Nebudú sa uznávať žiadne riešenia typu „mám suseda číňana“, „použil som čínsky slovník“, alebo „preložil mi to počítač“.