

# Modelo GARCH( $p, q$ )

Modelo utilizado en serie temporales financieras

Diego Astaburuaga & David Rivas

<sup>1</sup>Universidad Técnica Federico Santa María. Departamento de matemática.

21 de Noviembre de 2023



# Contenido

- 1 Motivación
- 2 Modelos ARCH( $p$ ) y GARCH( $p, q$ )
- 3 Estudio de caso
- 4 Conclusiones
- 5 Referencias



- 1 Motivación
- 2 Modelos ARCH( $p$ ) y GARCH( $p, q$ )
- 3 Estudio de caso
- 4 Conclusiones
- 5 Referencias



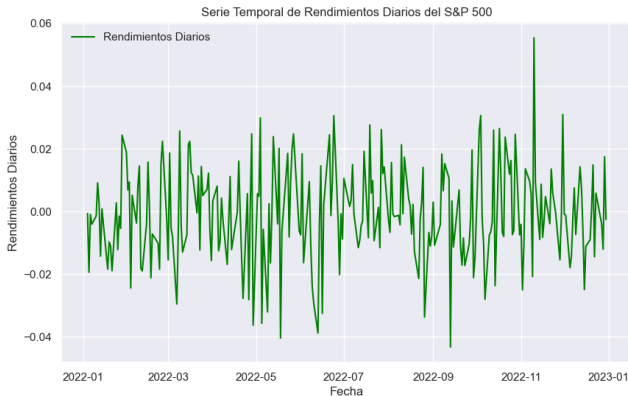
# Modelos GARCH: Aspectos Fundamentales y Aplicaciones

- Desarrollados por **Robert F. Engle** en 1982 (ARCH)[2] y posteriormente generalizados por **Tim Bollerslev** en 1986 (GARCH)[1], los Modelos GARCH abordan la volatilidad en series temporales financieras.
- Permiten modelar series de tiempo con ruidos de varianza no constante.
- Capturan la dinámica de rendimientos del mercado, destacando en la modelización de volatilidad condicional.
- Utilizados para comprender y prever fenómenos como el agrupamiento de volatilidad, ofreciendo una herramienta esencial en finanzas.



# Ejemplo: Rendimientos Diarios S&P 500

El índice S&P 500, que abarca las principales 500 empresas en la bolsa estadounidense, se presenta como una serie relevante para el análisis con modelos GARCH.



**Figura:** Serie de tiempo de los rendimientos diarios del S&P 500. Fuente: yfinance en Python.



# Contenido

- 1 Motivación
- 2 Modelos ARCH( $p$ ) y GARCH( $p, q$ )
- 3 Estudio de caso
- 4 Conclusiones
- 5 Referencias



# Modelo ARCH: Definición

## Definición del Modelo ARCH( $p$ )

Sea  $\varepsilon_t$  un proceso estocástico discreto de valores reales. El proceso  $\varepsilon_t$  sigue un modelo ARCH( $p$ ) (AutoRegressive Conditional Heteroscedasticity) si:

$$\varepsilon_t | F_{t-1} \sim \mathcal{N}(0, \sigma_t^2),$$
$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2$$

donde  $p \geq 0$ ,  $\omega > 0$ ,  $\alpha_i \geq 0$  para  $i = 1, \dots, p$ . Donde  $F_{t-1}$  denota la información hasta el momento  $t - 1$ .



# Interpretación de Parámetros en Modelos ARCH

- $\alpha_i$ : Controla la contribución de los errores pasados a la varianza condicional en Modelos ARCH( $p$ ). Un valor más alto indica una mayor ponderación de los errores pasados en la varianza actual.





# Modelo GARCH: Definición

## Definición del Modelo GARCH( $p, q$ )

Sea  $\varepsilon_t$  un proceso estocástico discreto de valores reales. Entonces  $\varepsilon_t$  sigue un modelo GARCH( $p, q$ ) (Generalized AutoRegressive Conditional Heteroscedasticity) si y sólo si:

$$\varepsilon_t | F_{t-1} \sim \mathcal{N}(0, \sigma_t^2),$$
$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-j}^2$$

donde  $p \geq 0$ ,  $q \geq 0$ ,  $\omega > 0$ ,  $\alpha_i \geq 0$  para  $i = 1, \dots, p$ , y  $\beta_j \geq 0$  para  $j = 1, \dots, q$ . Donde  $F_{t-1}$  denota la información hasta el momento  $t - 1$ .



# Interpretación de Parámetros en Modelos GARCH

- $\alpha_j$ : Controla la contribución de los errores pasados a la varianza condicional en Modelos GARCH( $p, q$ ).
- $\beta_j$ : Controla la contribución de la varianza pasada a la varianza condicional. Un valor más alto indica una mayor persistencia en la varianza a lo largo del tiempo.



# Relación entre Parámetros en Modelos GARCH

- Examinaremos cómo los parámetros en Modelos GARCH se relacionan entre sí, revelando la complejidad y la interdependencia en la modelización de la volatilidad condicional.



# Métodos para Estimar Parámetros en Modelos GARCH

- Detallaremos los métodos más utilizados para estimar parámetros en Modelos GARCH, destacando la Máxima Verosimilitud (ML) y otros enfoques relevantes.



# Tests para la Aplicabilidad de Modelos GARCH en Series de Tiempo

- Exploraremos pruebas y criterios para determinar la idoneidad de la aplicación de Modelos GARCH en una serie de tiempo, brindando herramientas para una elección informada del modelo.



# Ejemplo de serie con heterocedasticidad

Mostrar algún ejemplo real e interesante que luego estudiaremos.



# Que sabemos hasta ahora (modelos ARIMA)

punteo de ideas de recuerdo de lo que necesitamos entender.



# Simulación Modelo ARCH para distintos valores de $p$

Mostrar varias serie de volatidad simulada





Como estimar los parametros o ajustar modelos



# Ajustando a alguna serie simulada

Mostrar el ajuste o lo que sea a la serie simulada antes



## Definición de GARCH (Generalized AutoRegressive Conditional Heteroskedasticity)

Un modelo GARCH es una extensión del modelo ARCH que también incluye términos autorregresivos para la varianza condicional.

- Comparación con el modelo ARCH.
- Interpretación de los parámetros.
- Aplicación en finanzas.



# Simulación Modelo GARCH para distintos valores

Mostrar varias serie de volatilidad simulada



Como estimar los parametros o ajustar modelos



# Ajustando a alguna serie simulada

Mostrar el ajuste o lo que sea a la serie simulada antes



# Entendiendo los parámetros

bla bla bla por las formulas bla bla bla



# Desde simulación

Desde estas simulaciones se ve que bla bla bla





# Contenido

- 1 Motivación
- 2 Modelos ARCH( $p$ ) y GARCH( $p, q$ )
- 3 Estudio de caso**
- 4 Conclusiones
- 5 Referencias



# Hacer el estudio del ejemplo inicial



# Contenido

- 1 Motivación
- 2 Modelos ARCH( $p$ ) y GARCH( $p, q$ )
- 3 Estudio de caso
- 4 Conclusiones**
- 5 Referencias



- Resumen de los puntos clave.
- Importancia de los modelos ARCH y GARCH en el análisis financiero.
- Posibles extensiones y aplicaciones futuras.



# Contenido

- 1 Motivación
- 2 Modelos ARCH( $p$ ) y GARCH( $p, q$ )
- 3 Estudio de caso
- 4 Conclusiones
- 5 Referencias



- [1] Tim Bollerslev. “Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity”. En: *Journal of Econometrics* 31.3 (1986), págs. 307-327. ISSN: 0304-4076. DOI: [https://doi.org/10.1016/0304-4076\(86\)90063-1](https://doi.org/10.1016/0304-4076(86)90063-1). URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0304407686900631>.
  
- [2] Robert F Engle. “Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation”. En: *Econometrica* 50.4 (1982), págs. 987-1007. DOI: 10.2307/1912773.



Si, por fin terminamos.

# ¡Muchas Gracias!

