

Tratamiento de Señales Visuales

Tema 1: Operadores puntuales

Álvaro García Martín
alvaro.garcia@uam.es



Escuela Politécnica Superior



Universidad Autónoma de Madrid
E28049 Madrid (SPAIN)



Video Processing
and Understanding
Lab

Grupo de Tratamiento e
Interpretación de Vídeo

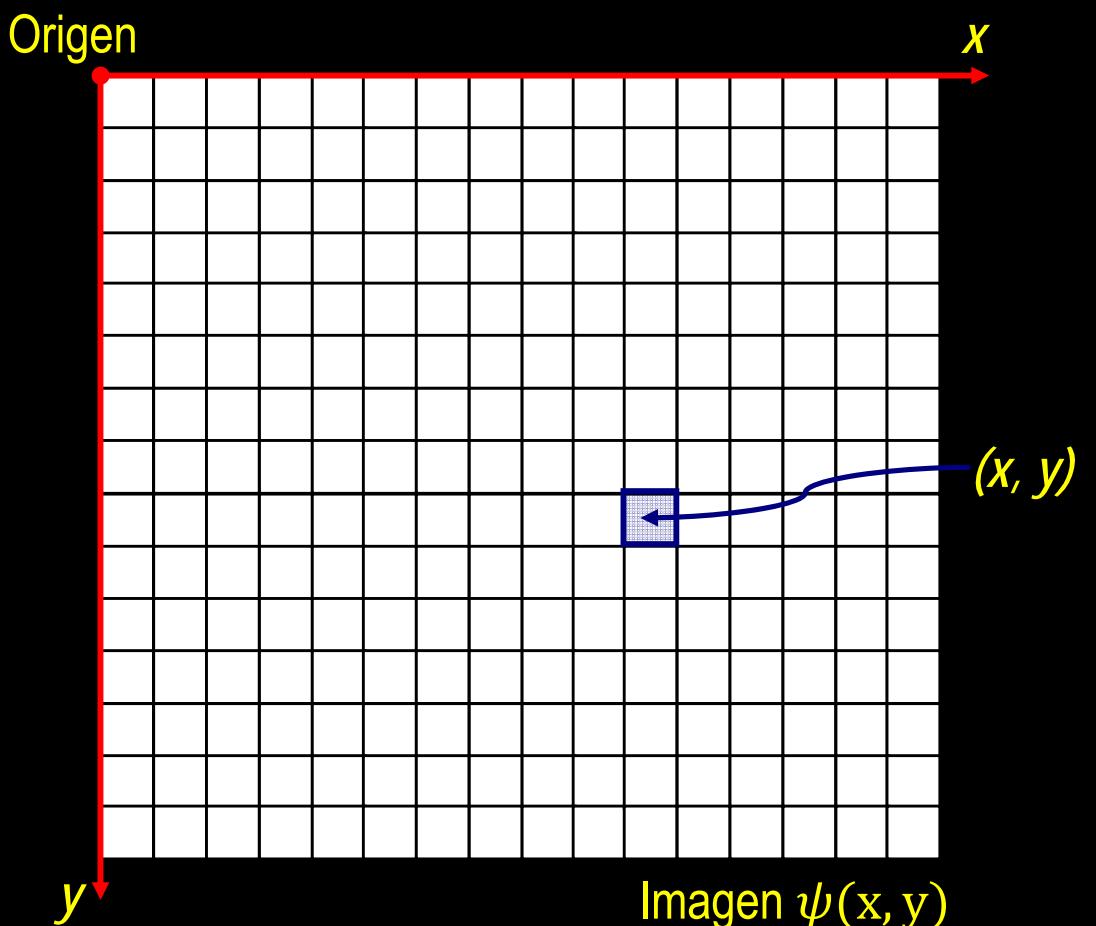
1. Introducción
2. Modelado de histograma
3. Modificación de niveles
4. Aspectos operativos
5. Operaciones binarias

- ➡ 1. Introducción
- 2. Modelado de histograma
- 3. Modificación de niveles
- 4. Aspectos operativos
- 5. Operaciones binarias

- Cada píxel de la imagen resultante es función del píxel homólogo de la imagen (o imágenes) con que se opera.

$$\theta(x, y) = T[\psi(x, y)]$$

- $\psi(x, y)$ → *imagen entrada*
- $\theta(x, y)$ → *imagen resultado*
- T → *operador definido sobre cada píxel (x, y)*

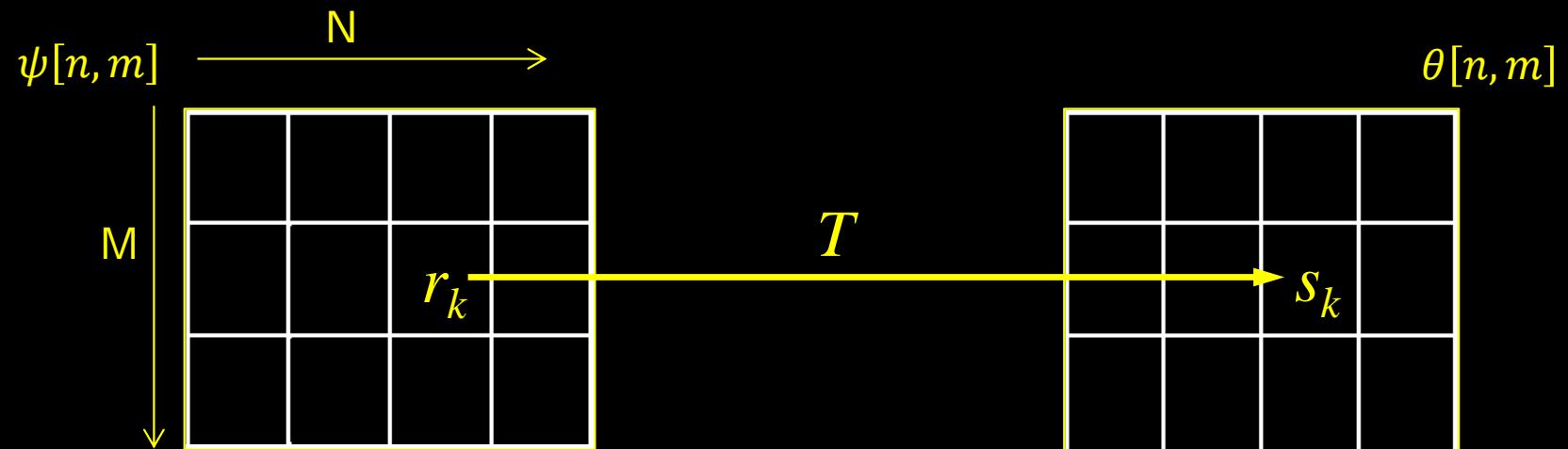


- Operador puntual

- Considera un vecindario de 1x1 (el mismo pixel)
- Operador T : transformación de valores r_k a s_k (operador a nivel de punto)
- Estos operadores modifican la amplitud de los píxeles de la imagen de acuerdo con la operación especificada:

$$\psi[n, m]/\psi[n_i, m_j] = r_k \xrightarrow{T} \theta[n, m]/\theta[n_i, m_j] = s_k = T(r_k),$$

$$j \in [0, M - 1], i \in [0, N - 1], k \in [0, L - 1]$$



- Ejemplo (escalado de imagen)



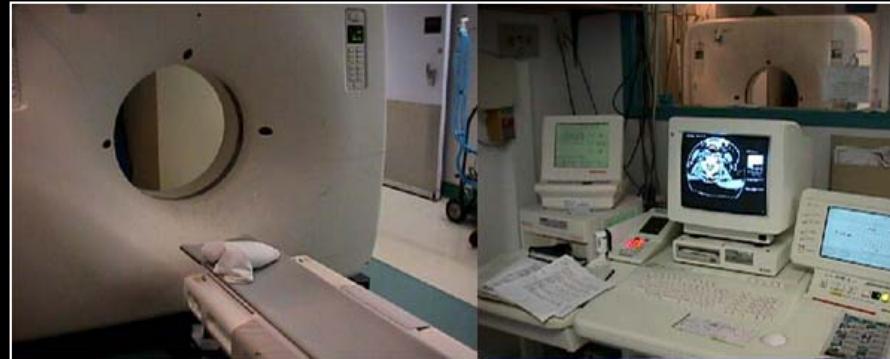
$$\psi[n, m]$$



$$\theta[n, m] = a \cdot \psi[n, m]$$

Fuente: *Introduction to Digital Image Processing* (EE368, <http://www.stanford.edu/class/ee368/>)

- Ejemplo (mejora de la imagen)



$\psi[n, m]$

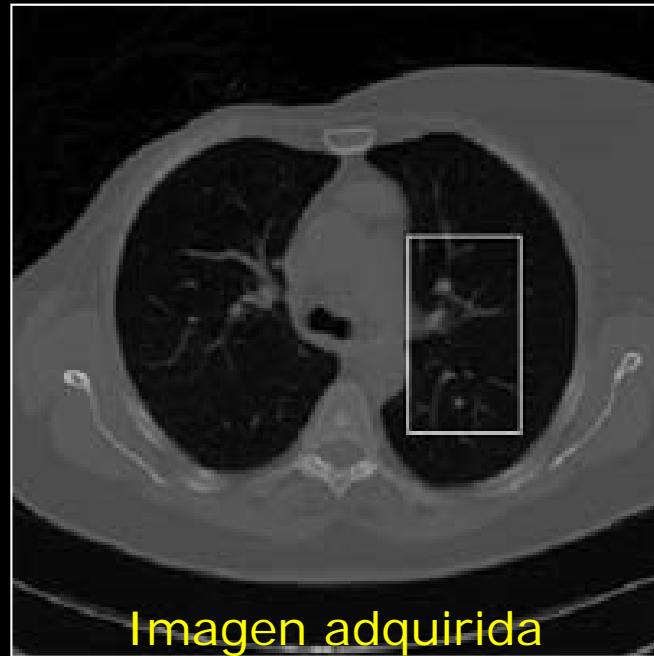


Imagen adquirida

$\theta[n, m]$

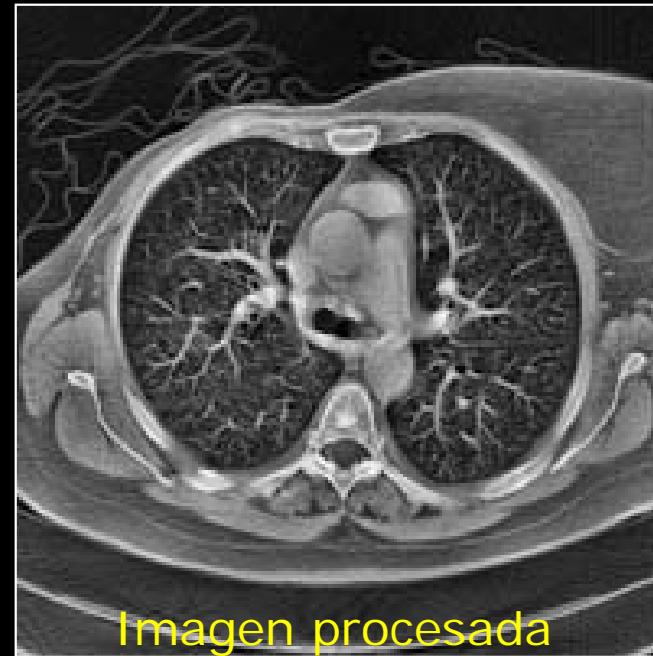


Imagen procesada

Fuente: *Introduction to Digital Image Processing* (EE368, <http://www.stanford.edu/class/ee368/>)

1. Introducción

→ 2. Modelado de histograma

- Histograma
- Ajuste de contraste
- Igualación de histograma
- Especificación de histograma

3. Modificación de niveles

4. Aspectos operativos

5. Operaciones binarias

- Histograma $\psi[n, m]$: $h(r_k)$
 - Representación grafica proporcional a la frecuencia de los valores observados

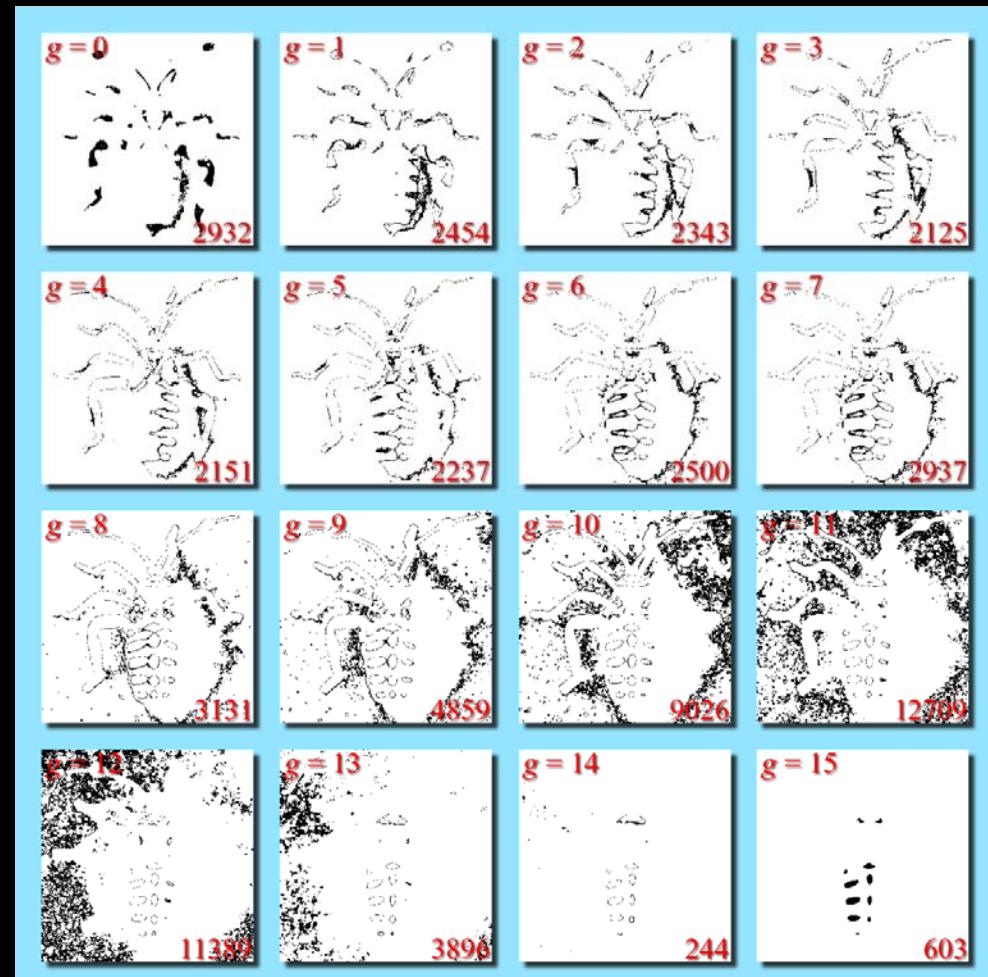
$$h(r_k) = np_k \text{ (# pixeles con valor } r_k\text{)}$$

- Si asumimos una imagen ψ con un canal (nivel de gris).
- $\psi[n, m]$ es un entero de 8-bits con valores entre 0 y 255.
- El histograma $h_\psi(r_k)$:
 - Es un array de 256 elementos.
 - $h_\psi(r_k)$, para $r_k = 1, 2, 3, \dots, 256$, es un entero.
 - $h_\psi(r_k)$ indica el número de píxeles con valor r_k .

- Histograma de $\psi[n, m]$: $h(r_k)$

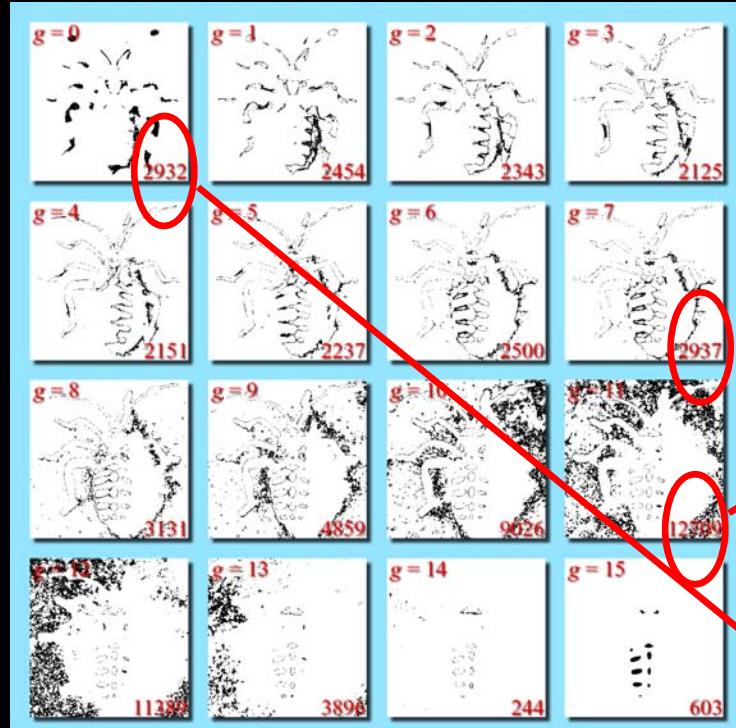


Imagen con 16 niveles (4-bit)

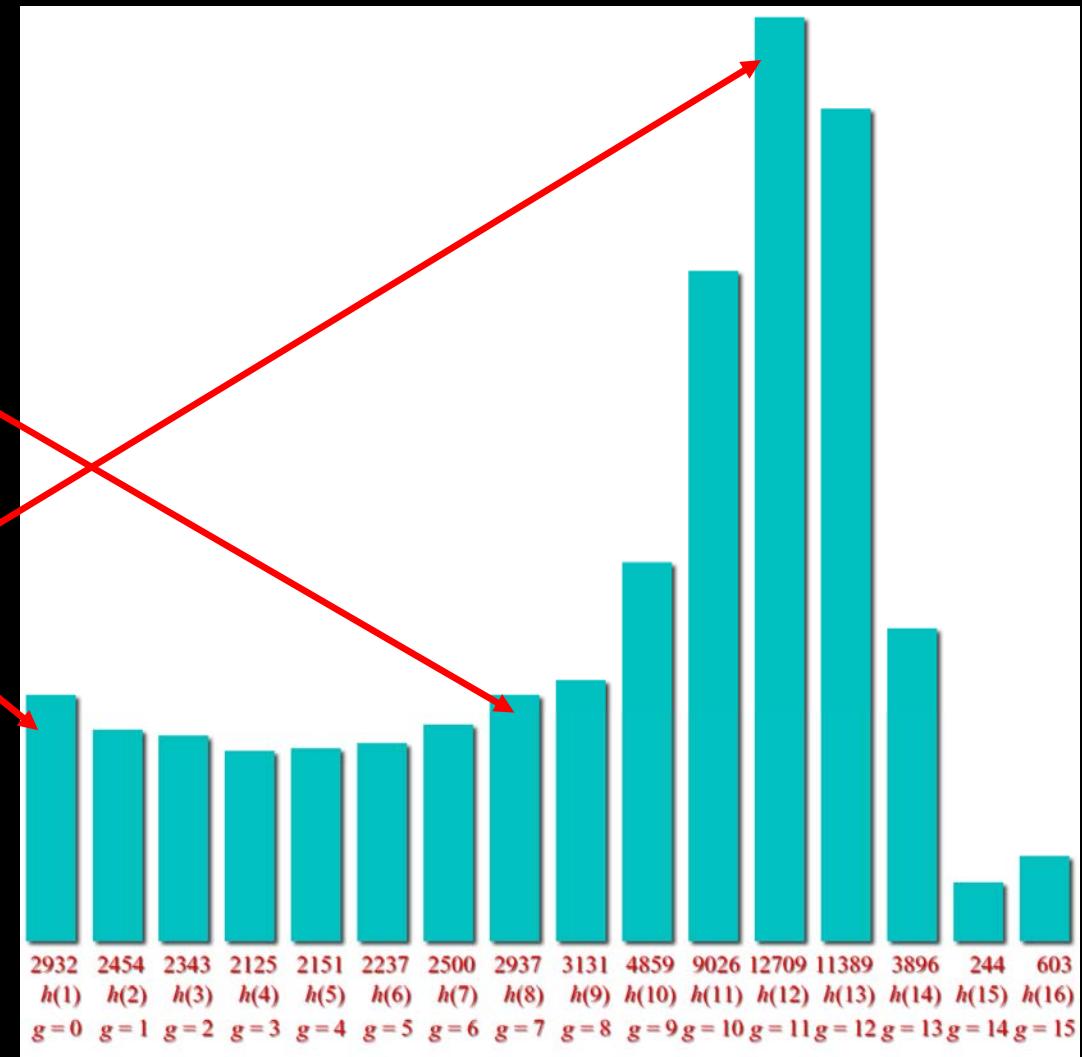


Marcas negras indican pixeles con intensidad $r_k = g$

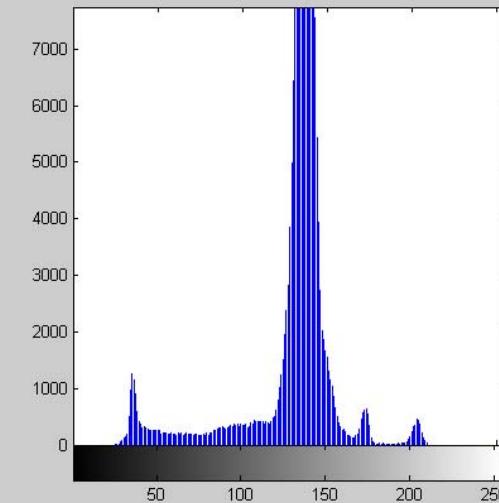
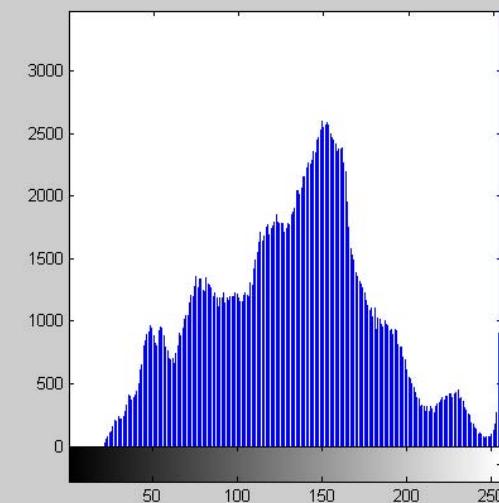
- Histograma de $\psi[n, m]$: $h(r_k)$



Histograma:
número de pixeles con un valor determinado



- Histograma (ejemplos)

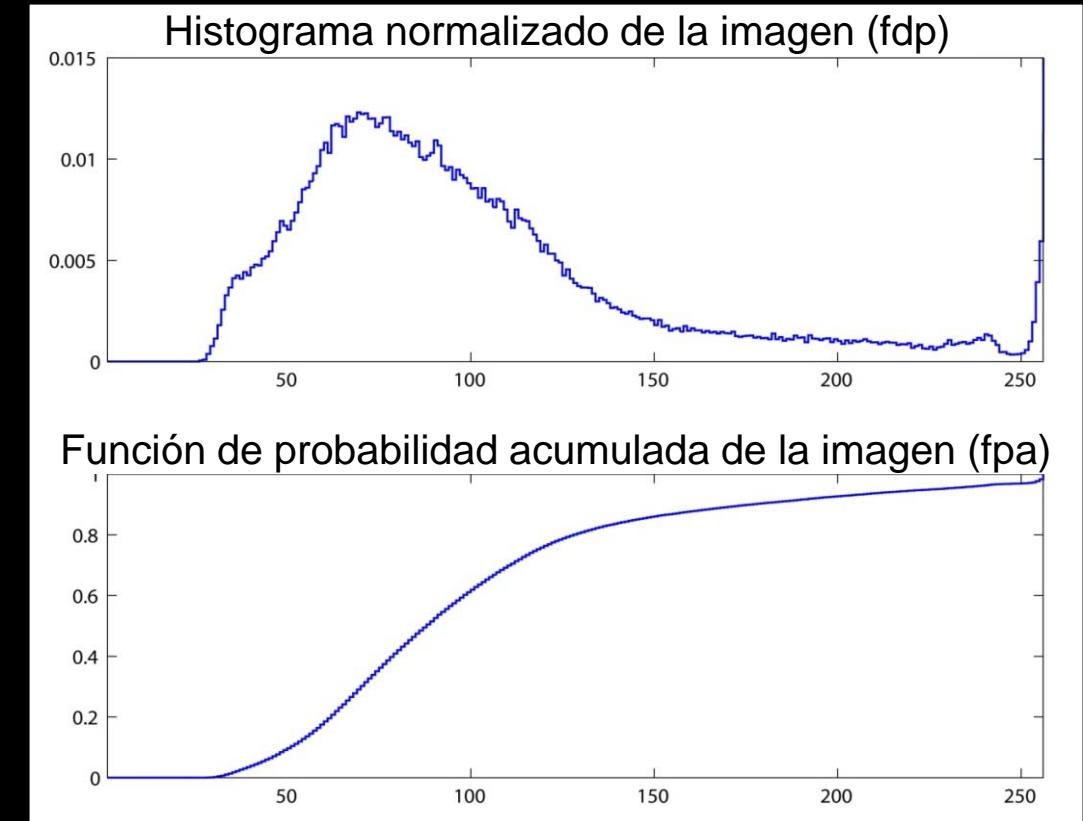
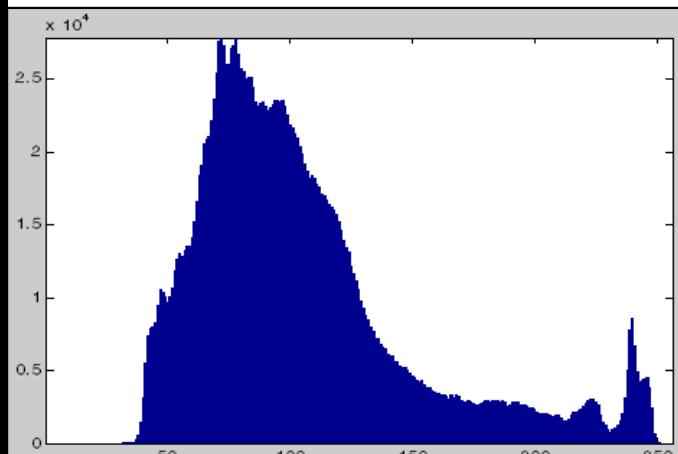


- Histograma normalizado: estima la probabilidad de ocurrencia de r_k :

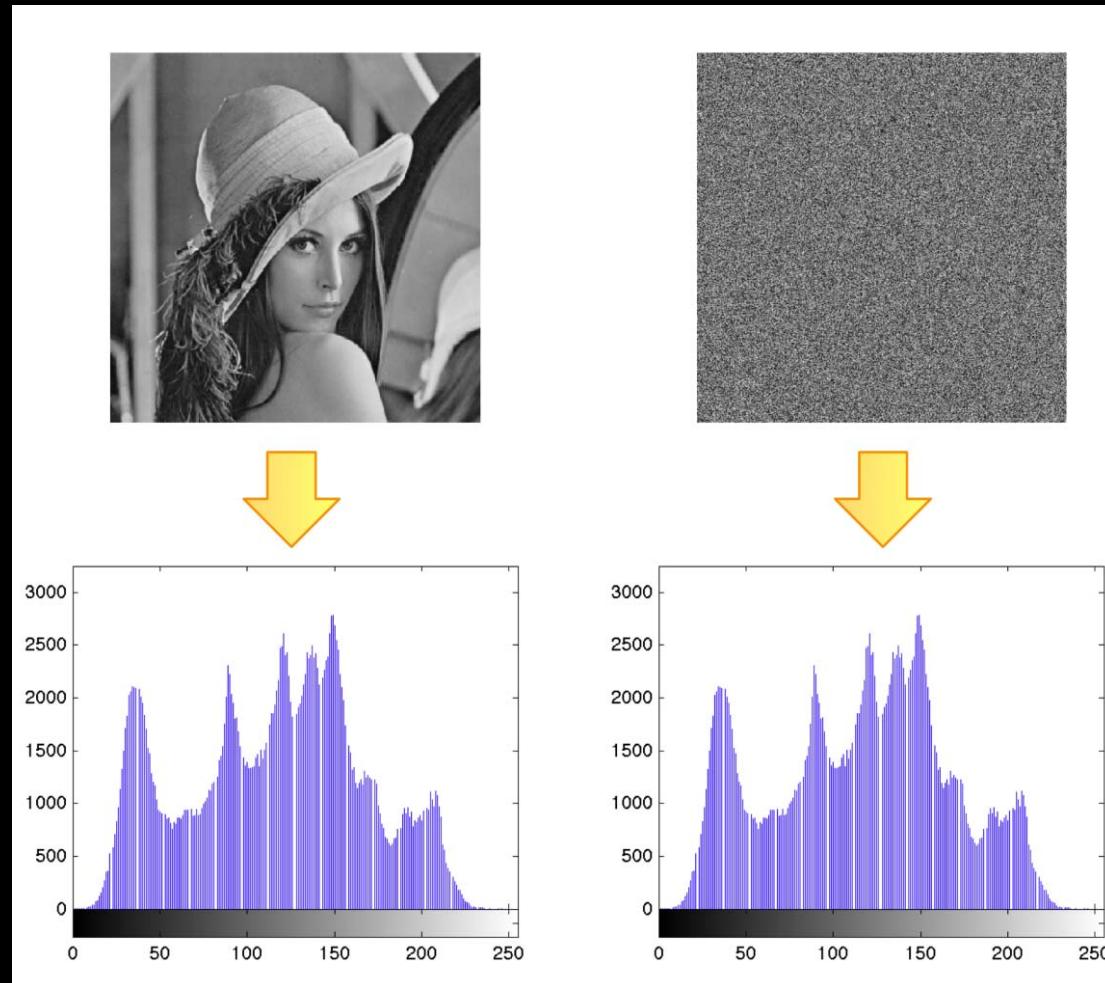
$$p(r_k) = \frac{np_k}{np}, np = M \times N, \sum_{k=0}^{L-1} p(r_k) = 1$$



Histograma de Luminancia



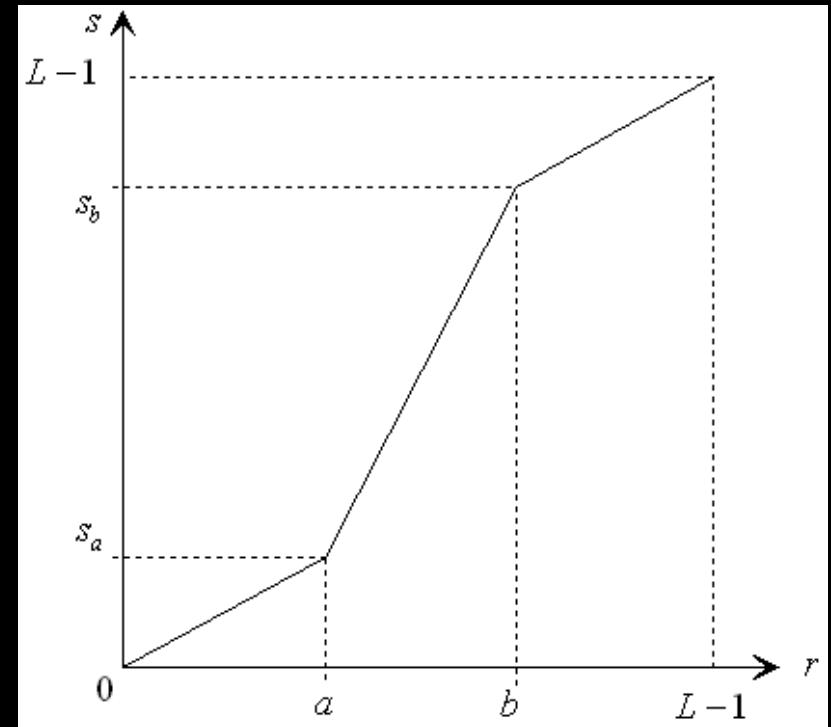
- Limitaciones: no contiene información espacial de la imagen



- La técnicas de modelado de histogramas modifican el histograma de una imagen de forma fija, o bien de forma semiautomática o adaptativa, hasta obtener la forma deseada.
 - Ajuste de contraste
 - Igualación de histograma
 - Especificación de histograma

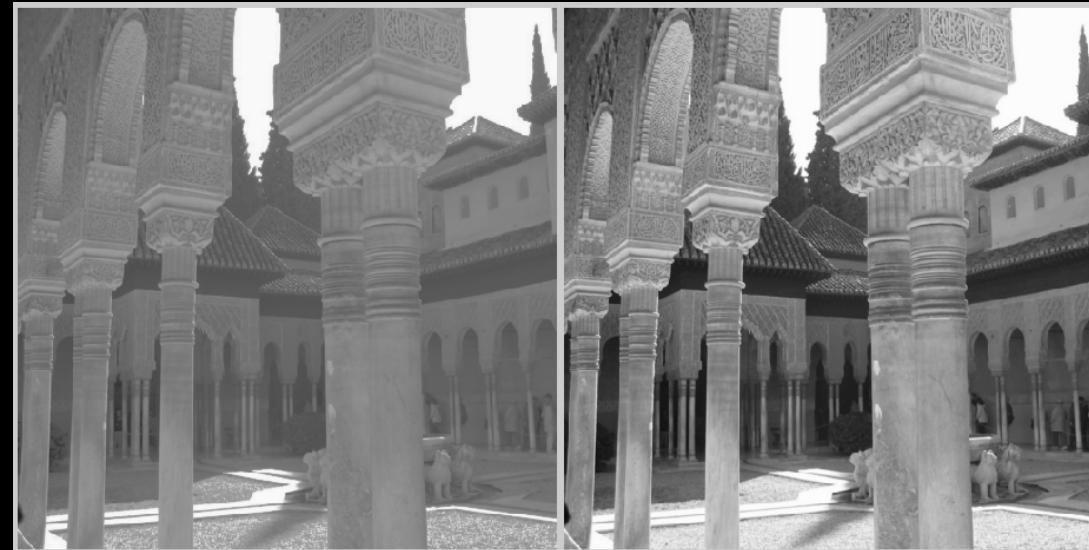
- Objetivo (*contrast stretching*): realizar imágenes de bajo contraste, derivadas de condiciones de baja iluminación, poco rango en el captador o errores en la apertura del diafragma.
- Solución: compresión o expansión del rango dinámico de la amplitud según convenga.

$$s = \begin{cases} \alpha \cdot (r) & 0 \leq r < a \\ \beta \cdot (r - a) + s_a & a \leq r < b \\ \gamma \cdot (r - b) + s_b & b \leq r < L - 1 \end{cases}$$



- Selección directa o selección dinámica de los parámetros de la transformación mediante análisis del histograma:
 - En muchos casos se busca una maximización del contraste de la imagen ($s_a = 0$, $s_b = L - 1$)
 - Determinar $a = r_{\min}$, $b = r_{\max}$ no es robusto a errores.
 - Estadísticos para determinar a y b (expandir el rango de la mayor parte de los pixeles)
 - Función de probabilidad acumulada de la imagen
 - Media y desviación típica
 - ...

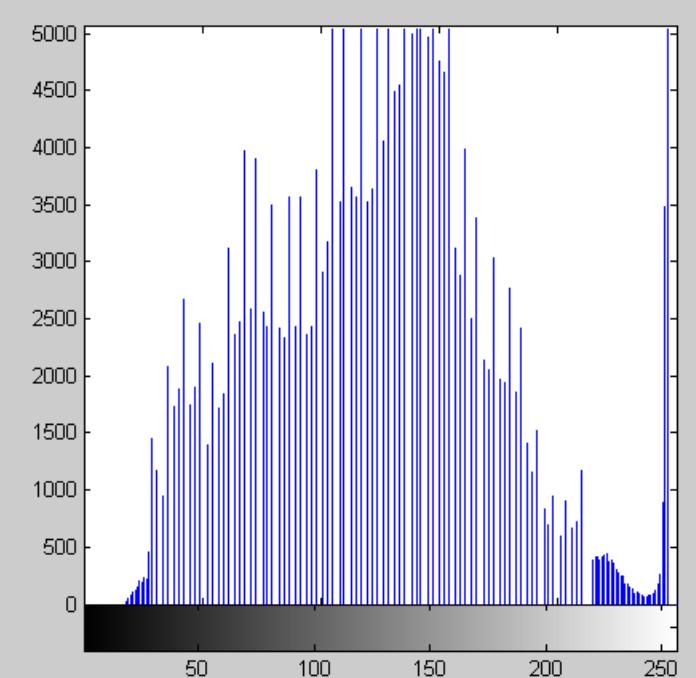
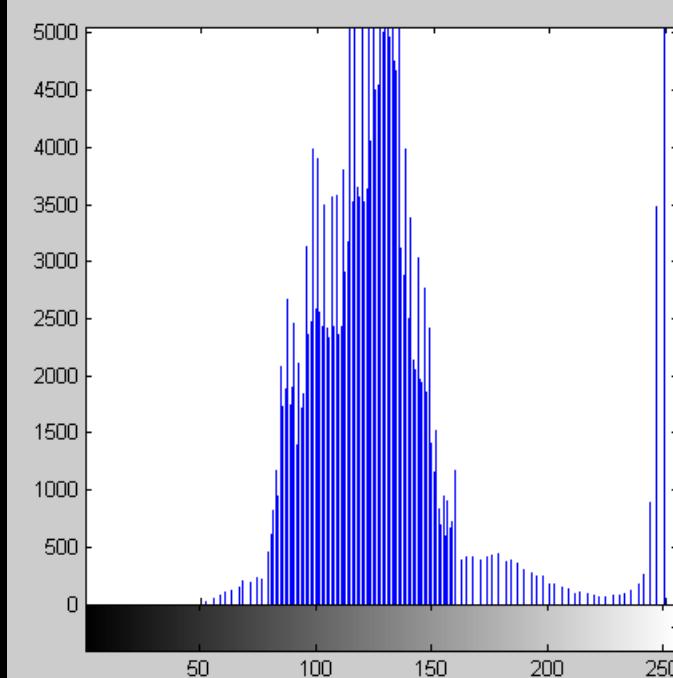
AJUSTE DE CONTRASTE



$$\begin{aligned}a &= 80 \\b &= 160 \\s_a &= 30 \\s_b &= 220\end{aligned}$$

Imagen de bajo contraste

Imagen con contraste ajustado



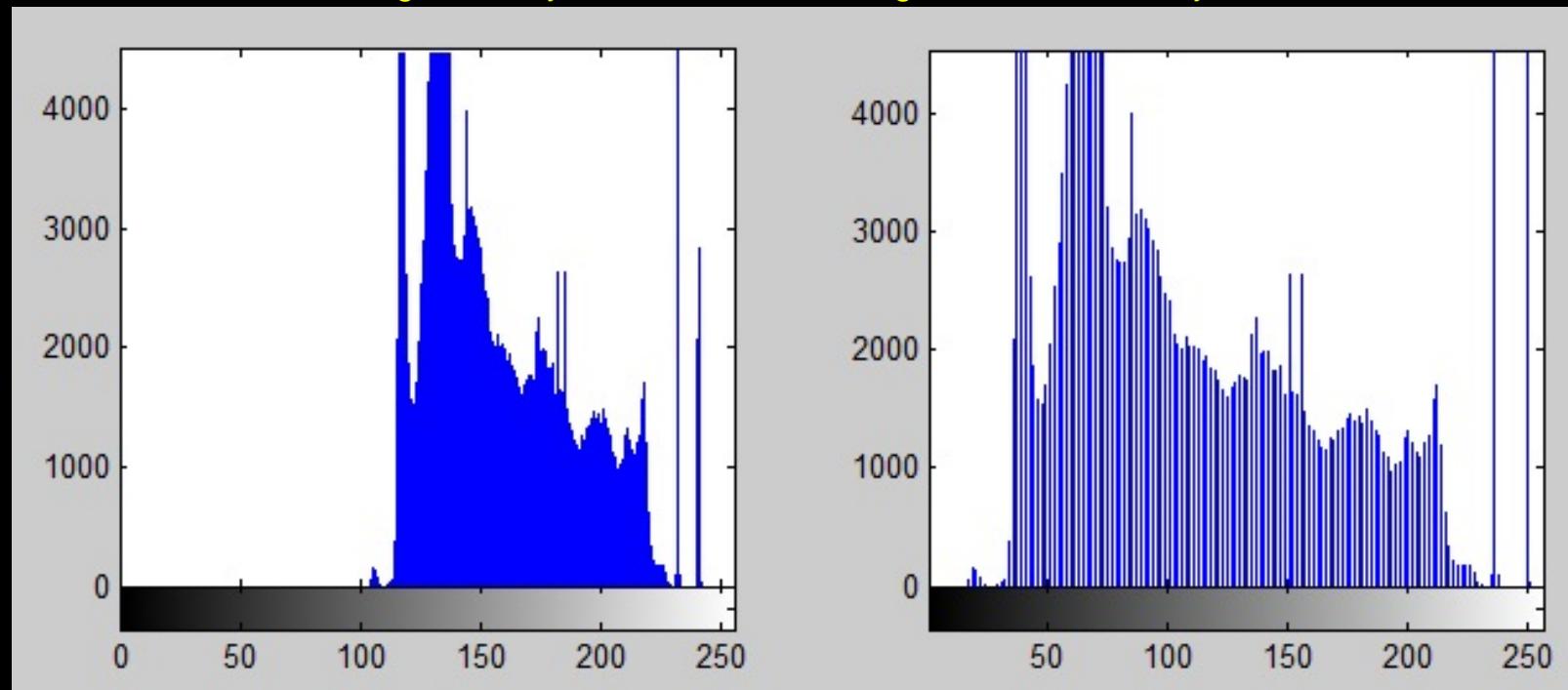
AJUSTE DE CONTRASTE



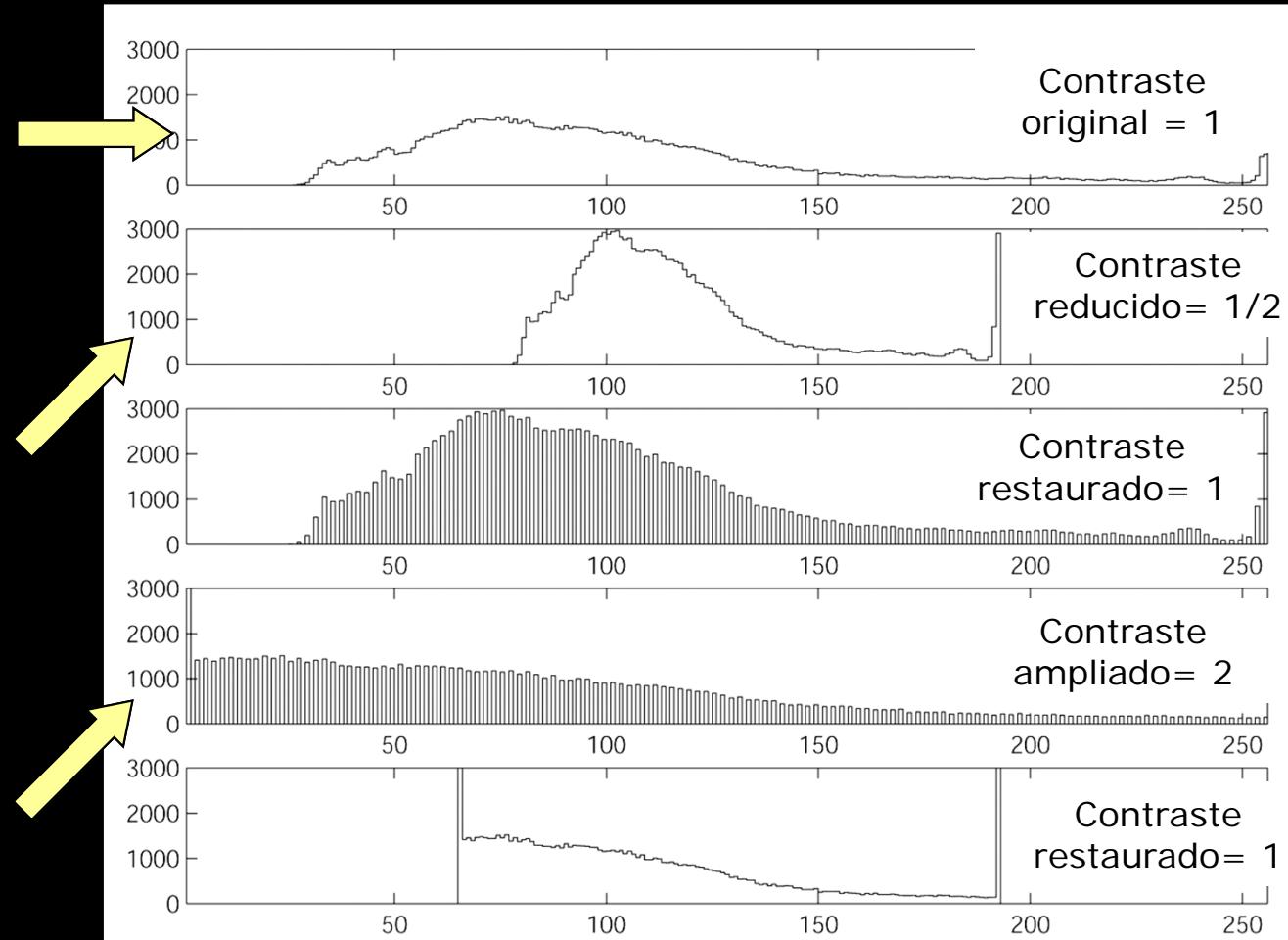
$$\begin{aligned}a &= 100 \\b &= 240 \\s_a &= 10 \\s_b &= 250\end{aligned}$$

Imagen de bajo contraste

Imagen con contraste ajustado



- Perdida de información



- Perdida de información



- La igualación (*equalization*) intenta que la imagen modificada presente un histograma uniformemente distribuido en su rango de variación, $[0, L - 1]$
- Desarrollo para el caso continuo:
 - Sean rangos continuos y normalizados de variación de nivel:

$$\psi[n, m]/\psi[n_i, m_j] = r \xrightarrow{T} \theta[n, m]/\theta[n_i, m_j] = s = T(r), 0 \leq r \leq 1$$

- Sea una transformación $s = T(r)$ monovaluada, monótonamente creciente en el intervalo $0 \leq r \leq 1$, y tal que $0 \leq T(r) \leq 1$ para $0 \leq r \leq 1$ (propiedades necesarias)
- Las variables r, s pueden verse como v.a. en $[0, 1]$, con f.d.p. $p_r(r), p_s(s)$. Si además la transformación inversa también es monovaluada, se verifica que:

$$p_s(s) = p_r(r) \cdot \left| \frac{dr}{ds} \right|$$

- Una $T(r)$ que verifica las propiedades anteriores es, por ejemplo:

$$s = T(r) = \int_0^r p_r(x)dx = F_r(r) \Rightarrow \frac{ds}{dr} = \frac{dT(r)}{dr} = p_r(r)$$

- Por lo tanto, en este caso se verifica $p_s(s) = 1, s \in [0,1]$
- Desarrollo para el caso discreto:
 - Tomando el histograma normalizado como estimador de la f.d.p:

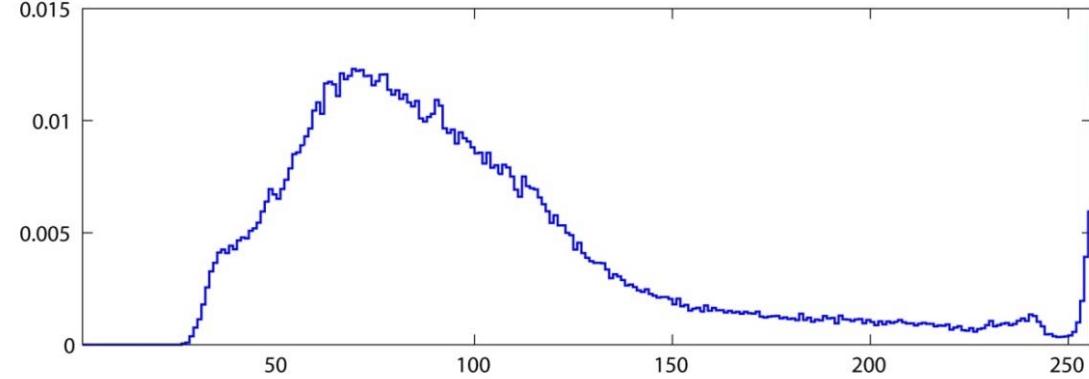
$$p_r(r_k) = \frac{np_k}{np}, s_k = T(r_k) = \sum_{i=0}^k p_r(r_i) = \sum_{i=0}^k np_i/np$$

- En general $r_k \in \mathbb{Z}$ ($r_k \in [0, L - 1]$) y $s_k \in \mathbb{Q}$ ($s_k \in [0,1]$). Además, si $r_{\min} > 0 \Rightarrow s_{\min} > 0$. Por lo tanto es necesario cuantificar los valores de s_k desde el intervalo $[s_{\min}, 1]$ al intervalo de valores enteros $[0, L - 1]$.
- Caso genérico: la función de probabilidad acumulada (fpa) es utilizada.

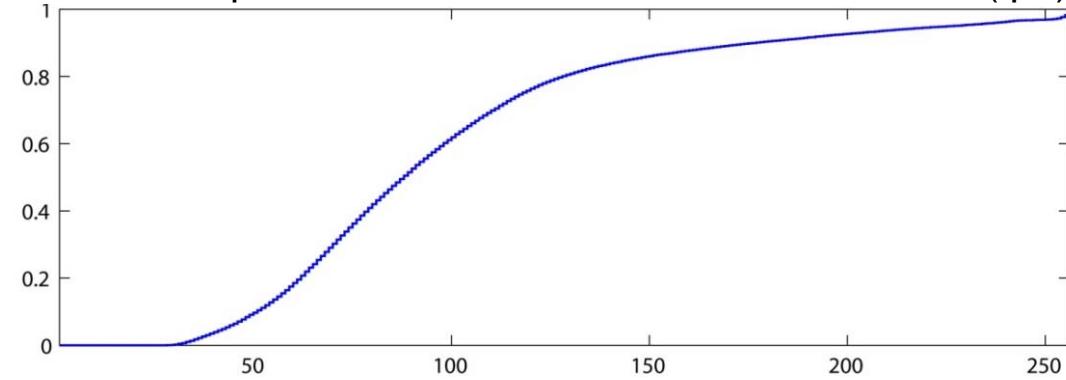
- Igualación utilizando la fpa:



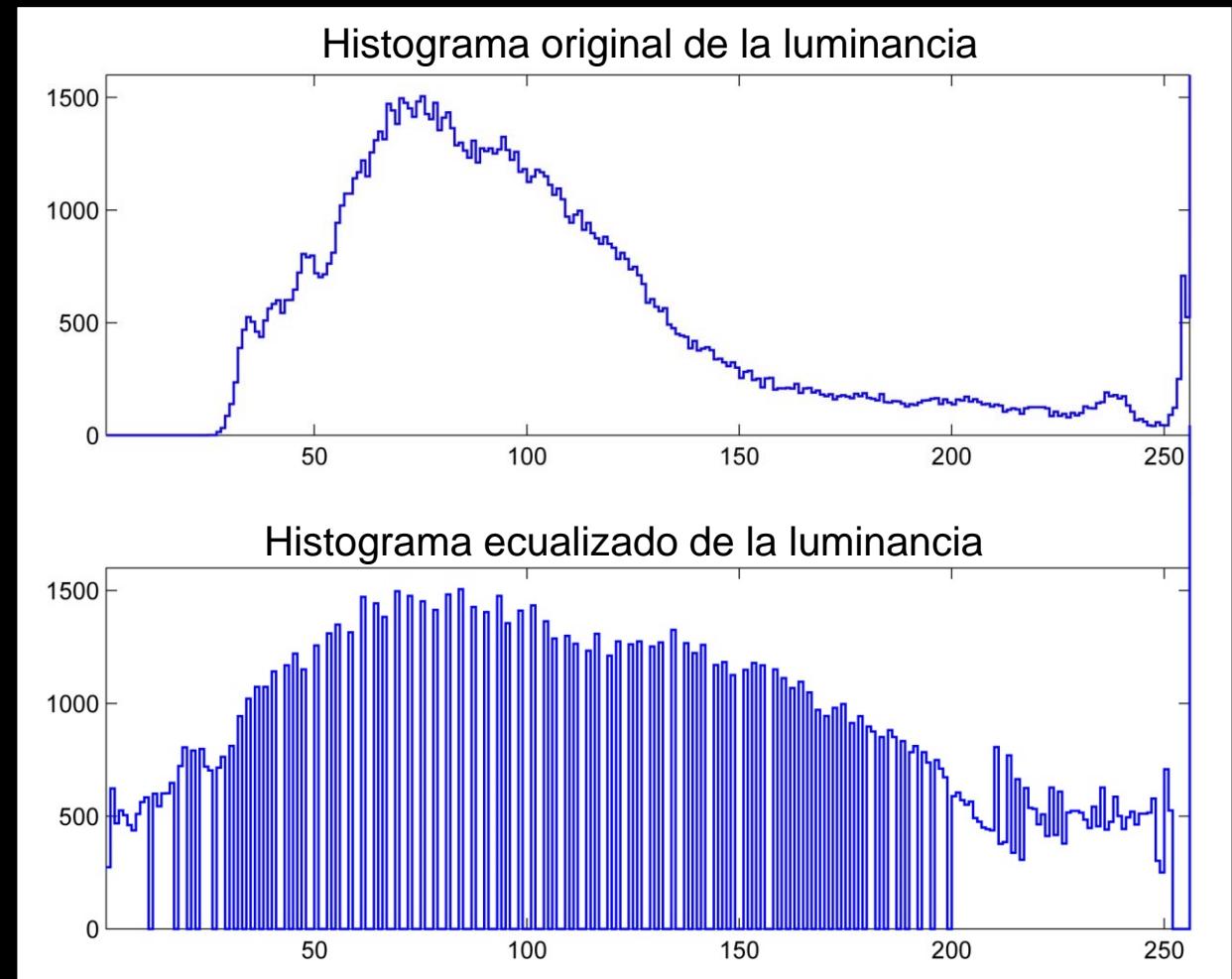
Histograma normalizado de la luminancia (fdp)



Función de probabilidad acumulada de la luminancia (fpa)



- Igualación utilizando la fpa:



- Igualación utilizando otras funciones

Oscura



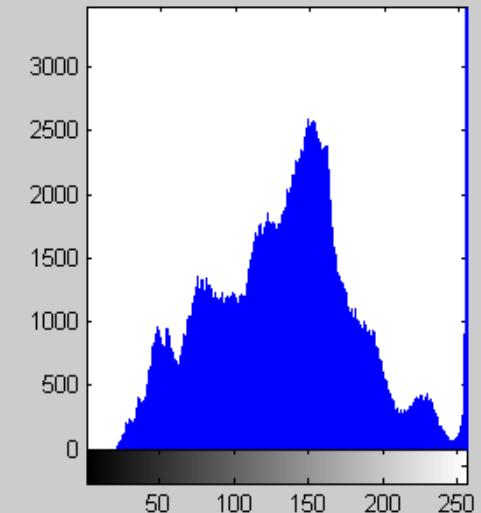
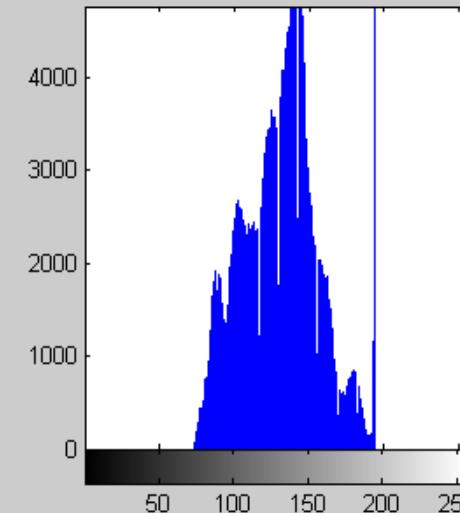
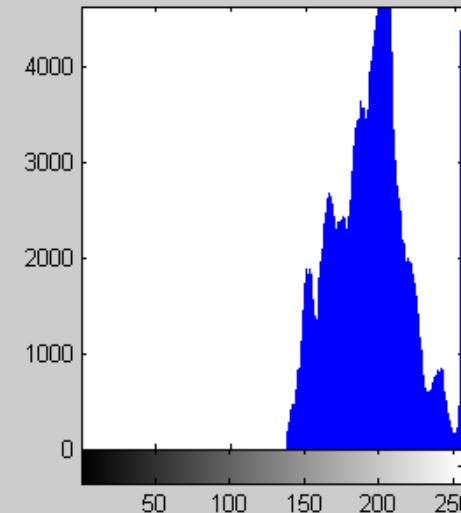
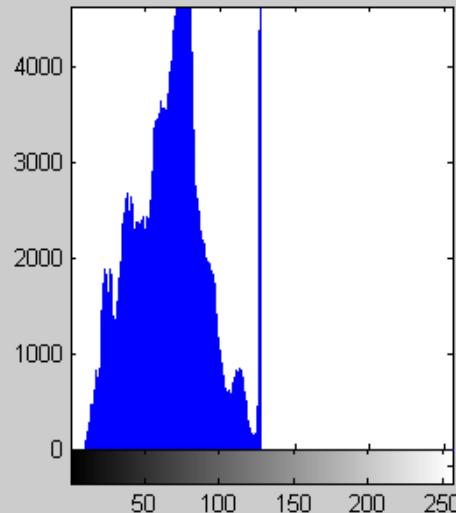
Clara



Media



Original



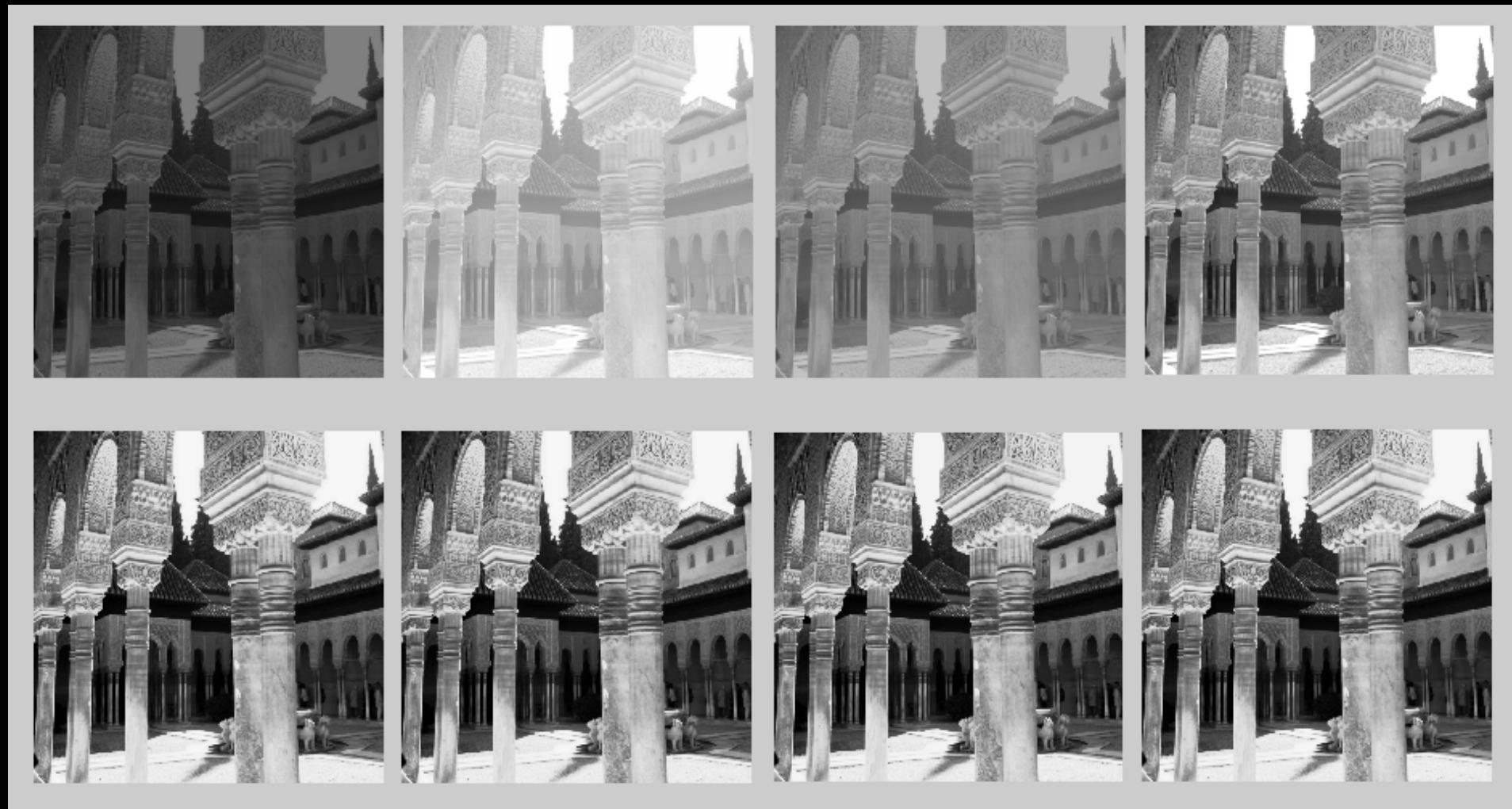
- Igualación utilizando otras funciones

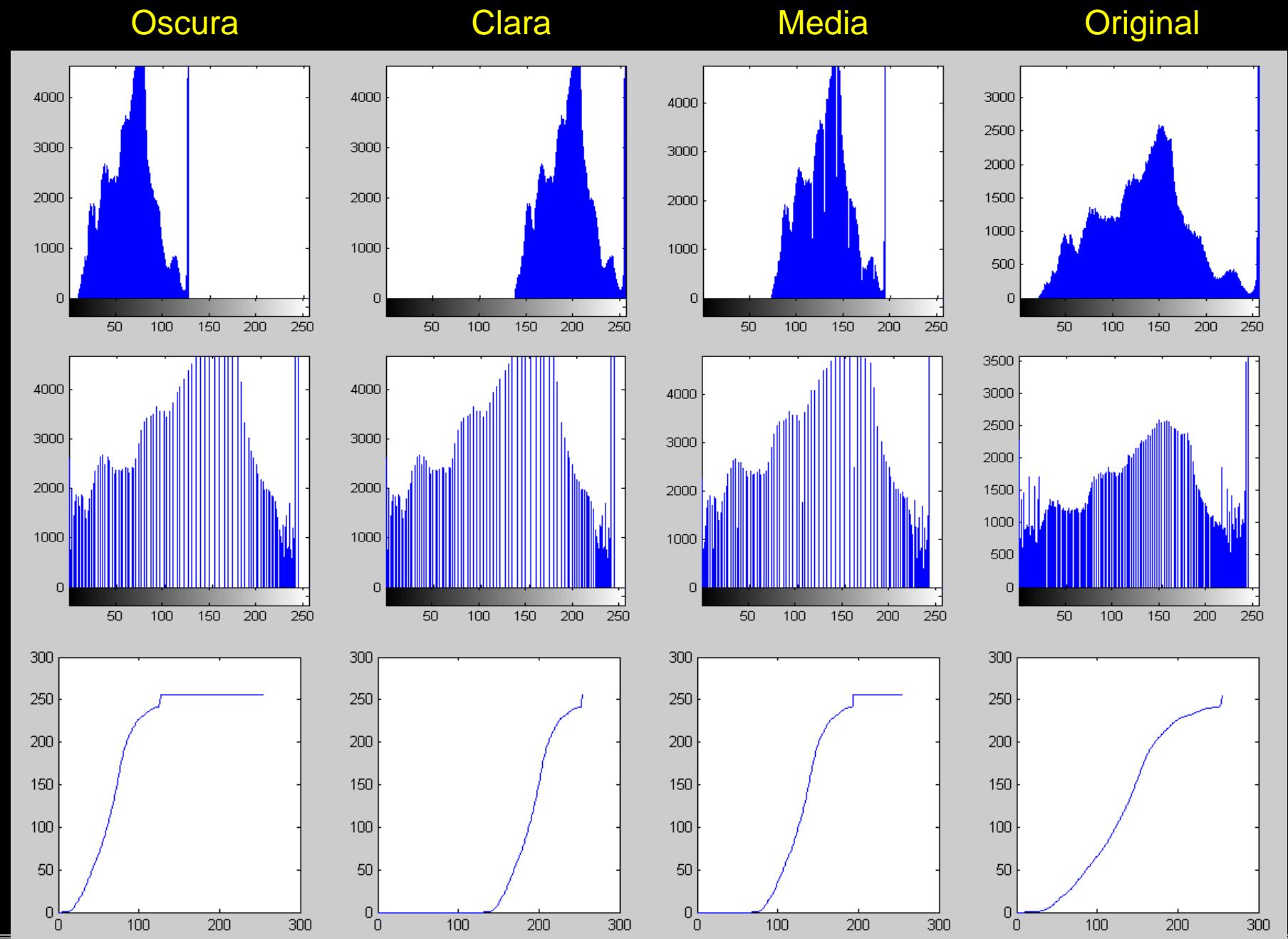
Oscura

Clara

Media

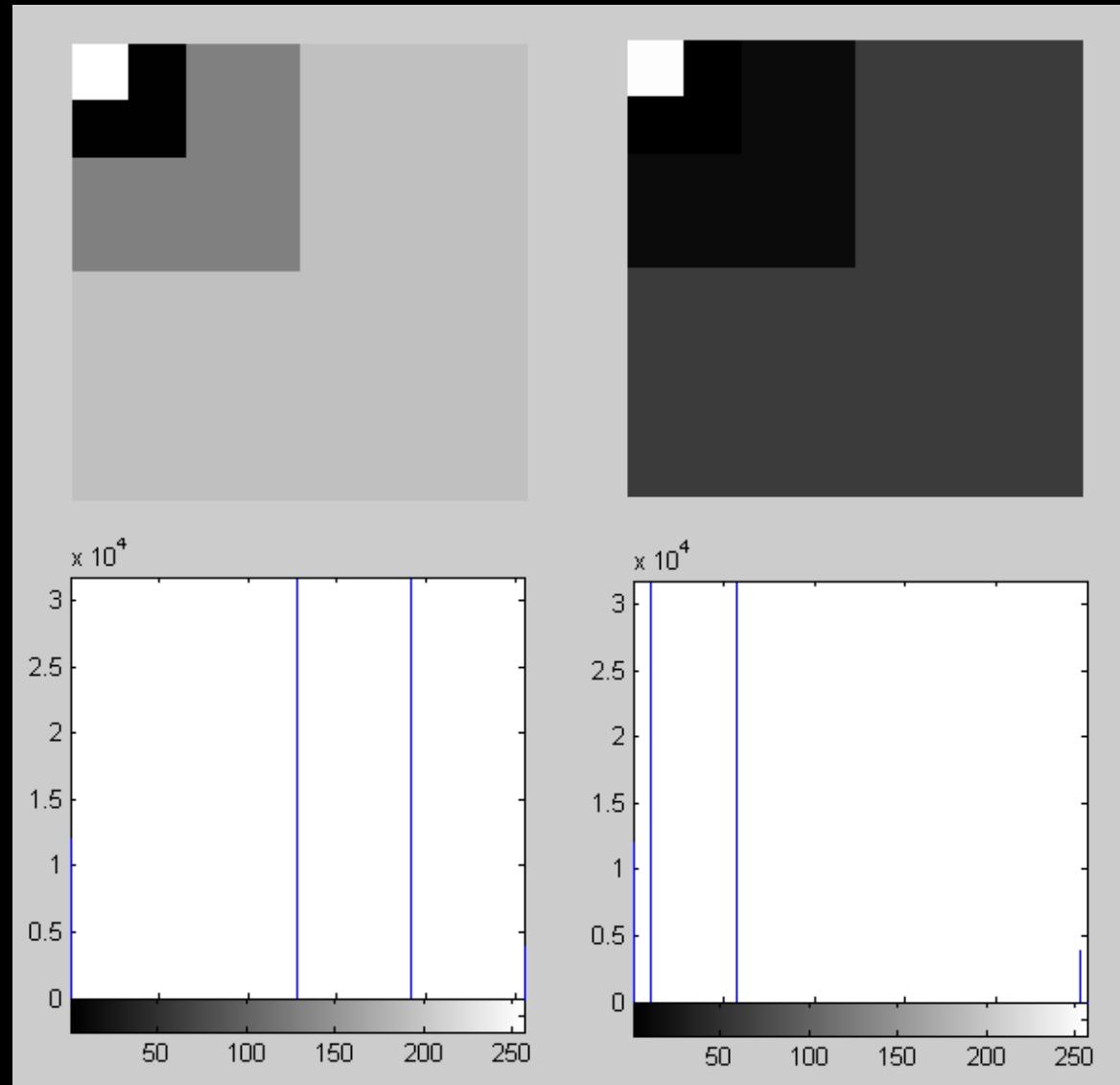
Original





- No es posible demostrar que esta transformación de lugar al equivalente discreto de una f.d.p. uniforme, pero sí que tiende a distribuir el histograma de $\psi[x, y]$ en un rango más amplio de niveles en cierto tipo de imágenes.
- La transformación inversa sólo existe si todos los niveles están representados en la imagen original (ausencia de ceros en el histograma) :

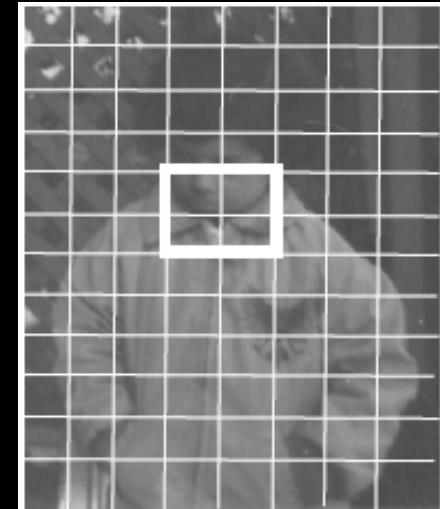
$$p_r(r_k) > 0, \forall k \in [0, L - 1]$$



- Ecuación adaptativa
 - Aplicar el algoritmo global en histogramas obtenidos de porciones de la imagen



Aproximación basada en ventana deslizante
(mapeo distinto para cada pixel)



Aproximación basada en ventana deslizante con
solapamiento (mapeo distinto para cada pixel pero
suavizado al considerar bloques vecinos)

- Se debe limitar la expansión del contraste en regiones (bloques) homogéneos
(e.g., limitando los valores del histograma a un máximo).

- Ecuación adaptativa



Imagen original

Ecualización global

Ecualización adaptativa utilizando ventanas solapadas

8x8

32x32

Fuente: *Introduction to Digital Image Processing* (EE368, <http://www.stanford.edu/class/ee368/>)

- Ecuación adaptativa



Imagen original



Ecualización global



Ecualización adaptativa utilizando
ventanas solapadas (8x8)

Fuente: *Introduction to Digital Image Processing* (EE368, <http://www.stanford.edu/class/ee368/>)

- El objetivo es generar una imagen cuyo histograma sea uno especificado que, en general, no diferirá excesivamente del original.
- Desarrollo para el caso continuo:
 - Sean rangos continuos y normalizados de variación de nivel:

$$\psi [n, m] / \psi [n_i, m_j] = r \rightarrow \theta [n, m] / \theta [n_i, m_j] = s, 0 \leq r, s \leq 1$$

- Sean $p_r(r)$, $p_s(s)$ las f.d.p de los niveles de la imagen original y de la imagen objetivo, donde es posible estimar $p_r(r)$, y $p_s(s)$ está especificada.
- Sea una imagen intermedia cuyos niveles vienen dados por la transformación, ya conocida:

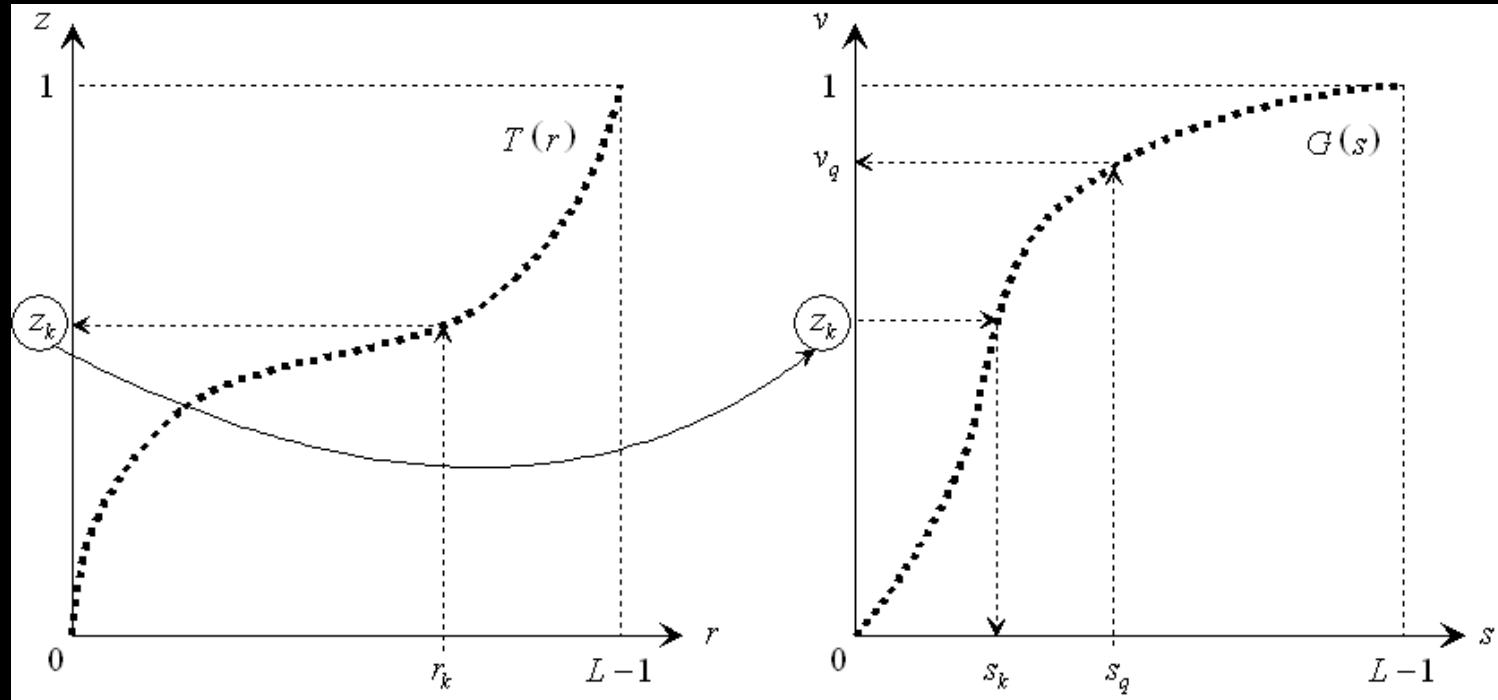
$$z = T(r) = \int_0^r p_r(x) dx \Rightarrow p_z(z) = 1, z \in [0,1]$$

- Si, siendo $p_s(s)$ la f.d.p. deseada, podemos definir sobre la variable aleatoria s una transformación que verifique:

$$G(s) = \int_0^s p_s(x)dx \Rightarrow G(s) \in [0,1] \Rightarrow G(s) = z = T(r)$$

, por lo que es posible concluir que: $s = G^{-1}(z) = G^{-1}(T(r))$

- Por lo tanto, siempre que la transformación G sea invertible y que G^{-1} satisfaga las propiedades necesarias, es posible obtener la imagen objetivo.
- Desarrollo para el caso discreto: *método de ajuste iterativo no exacto.*



Niveles de la imagen original

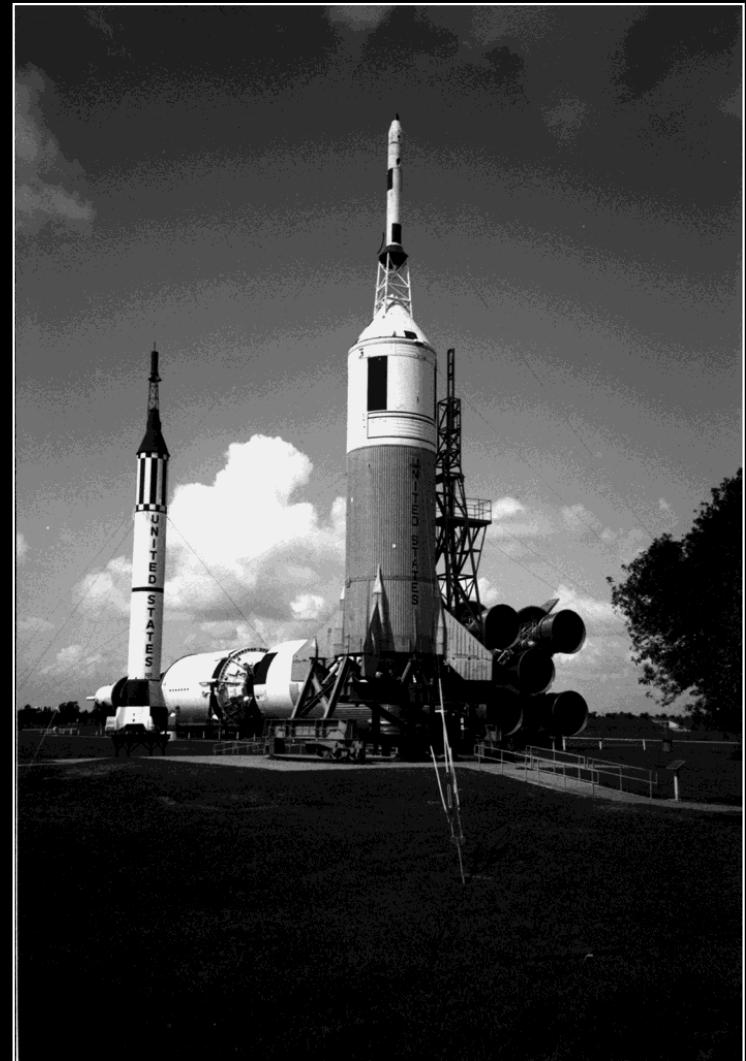
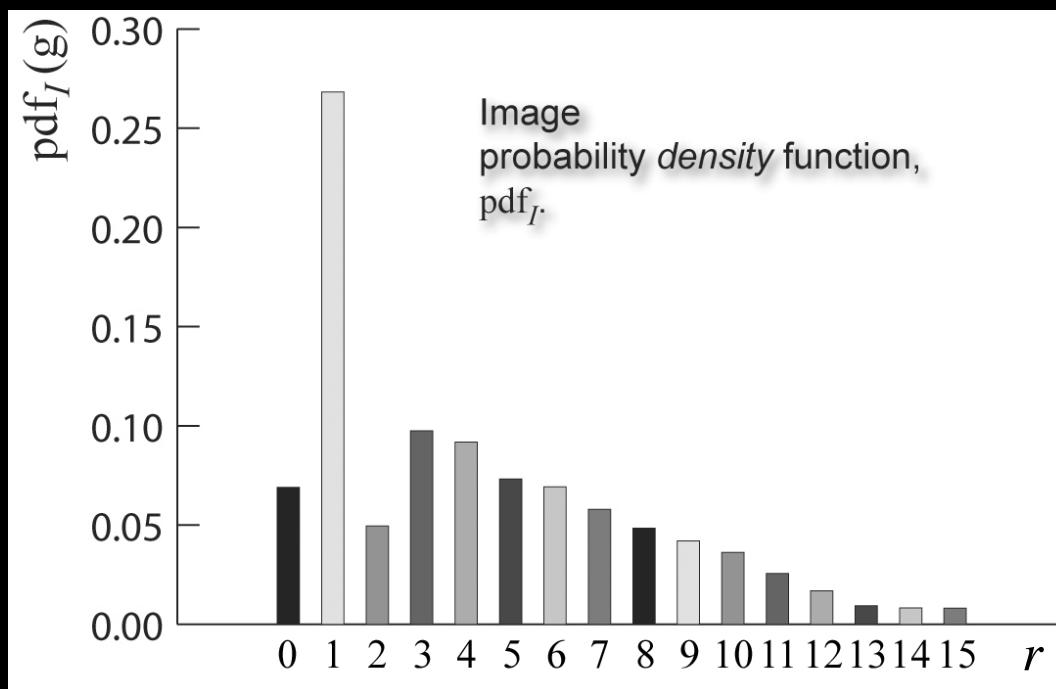
Niveles de la imagen
procesada

Demo <http://www.imageprocessingbasics.com/image-histogram-equalization/>

- Desarrollo para el caso discreto: correspondencia de percentiles.

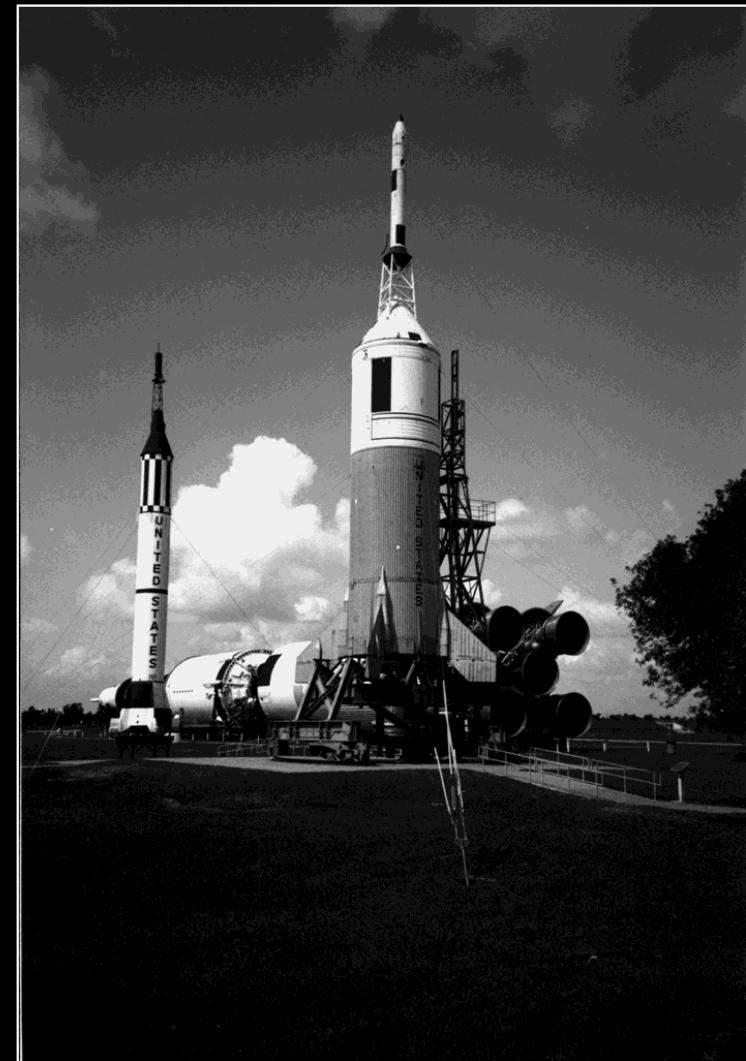
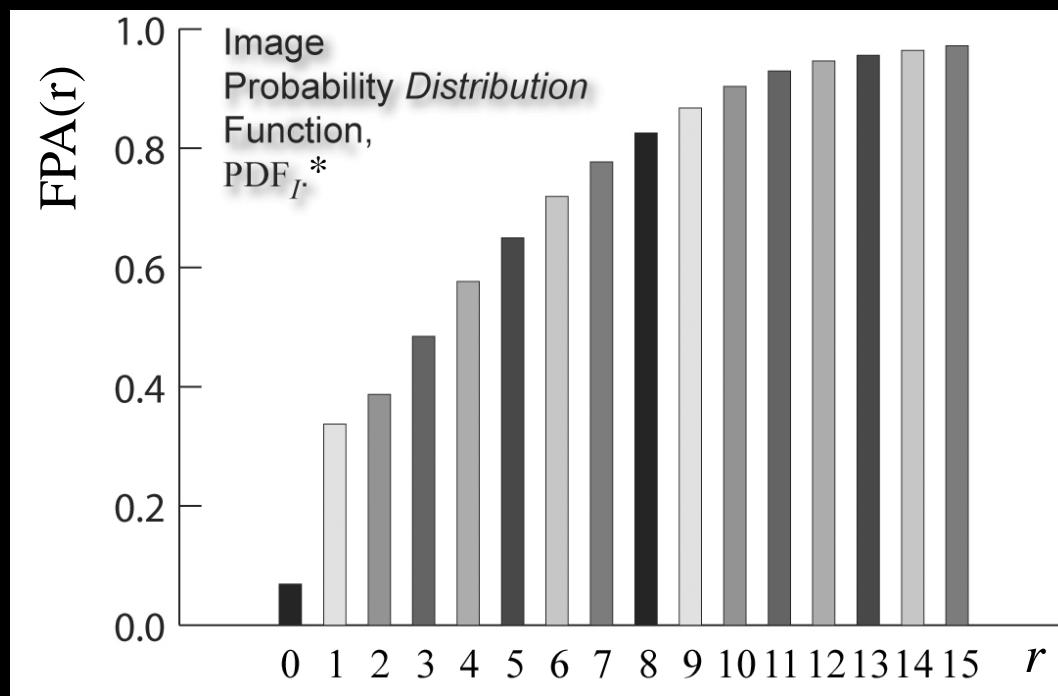
fdp de la imagen

Imagen con
16 valores



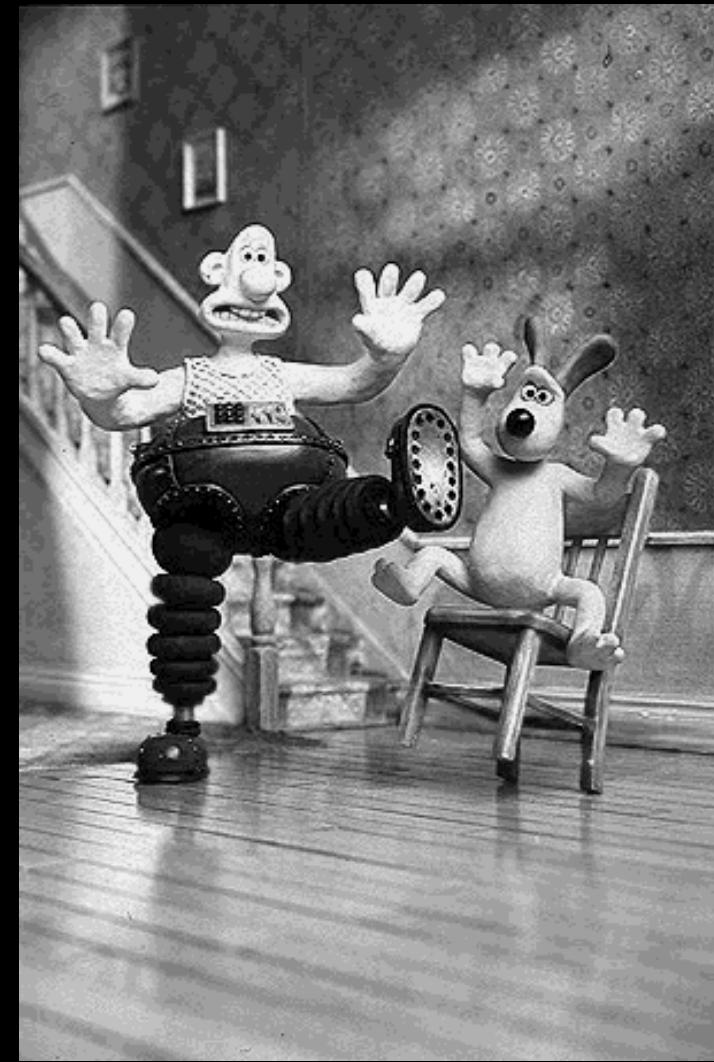
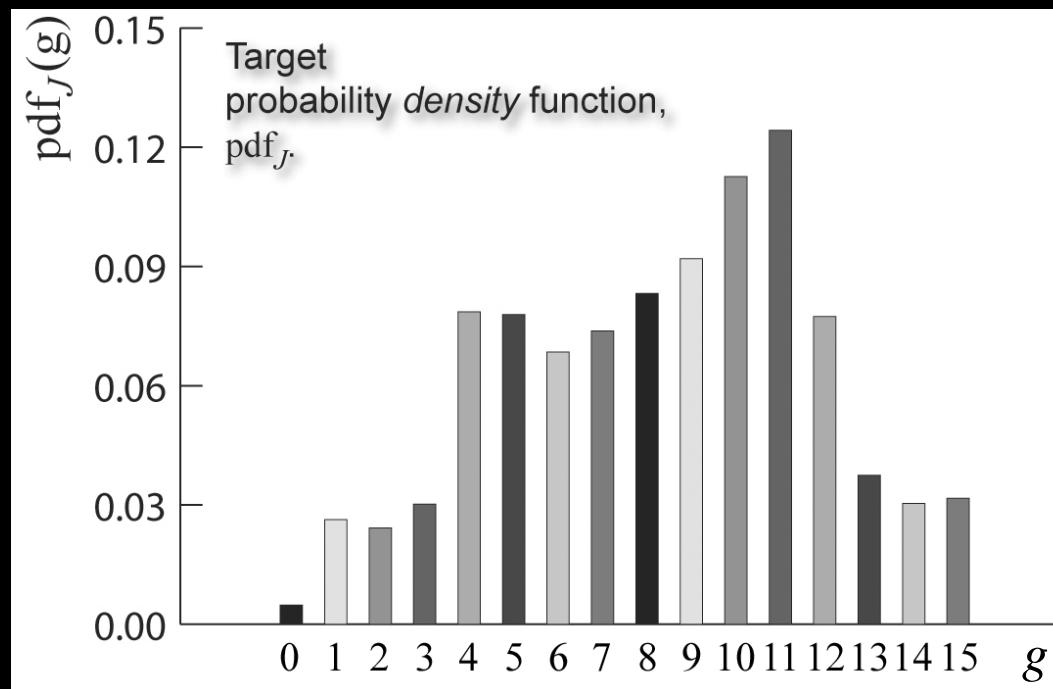
- Desarrollo para el caso discreto: correspondencia de percentiles.

FPA de la imagen



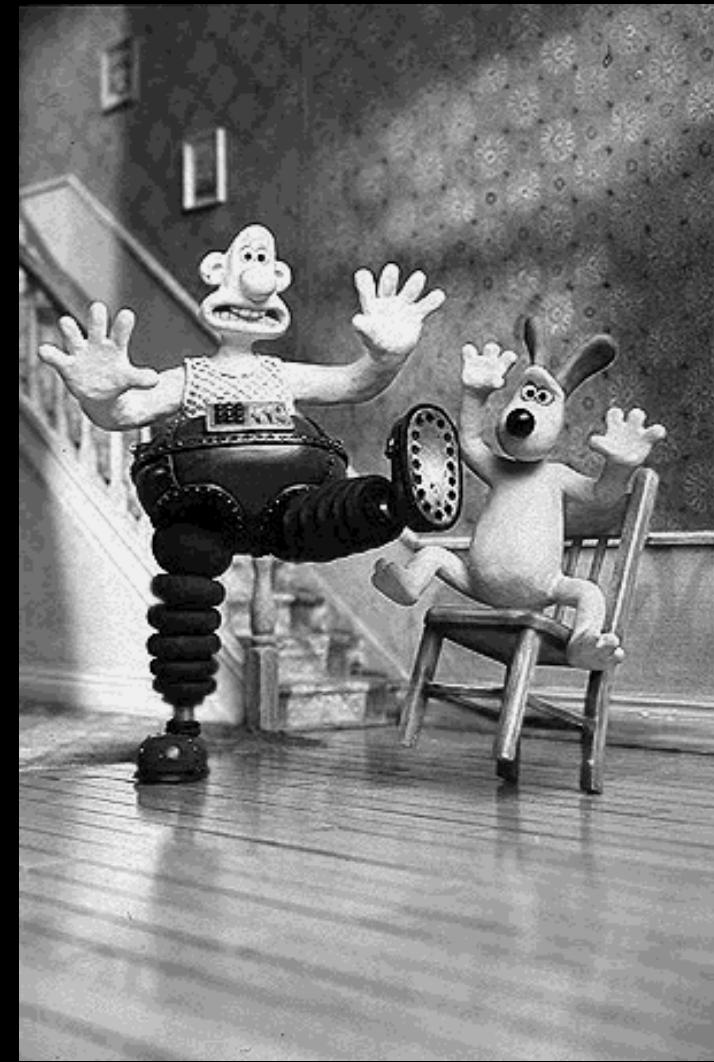
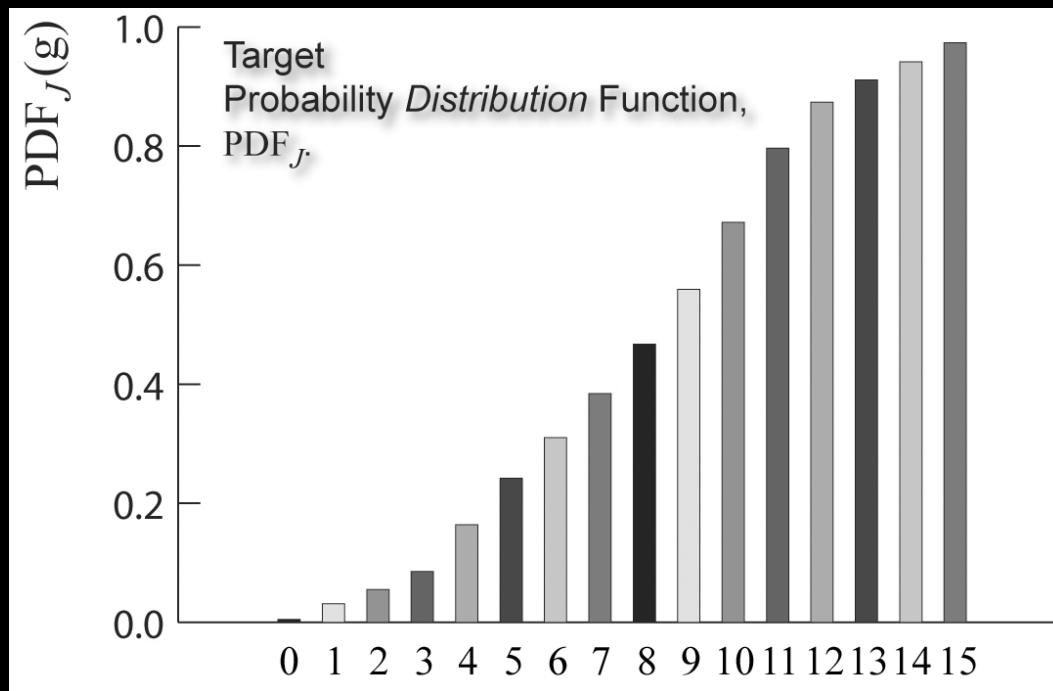
- Desarrollo para el caso discreto: correspondencia de percentiles.

fdp objetivo

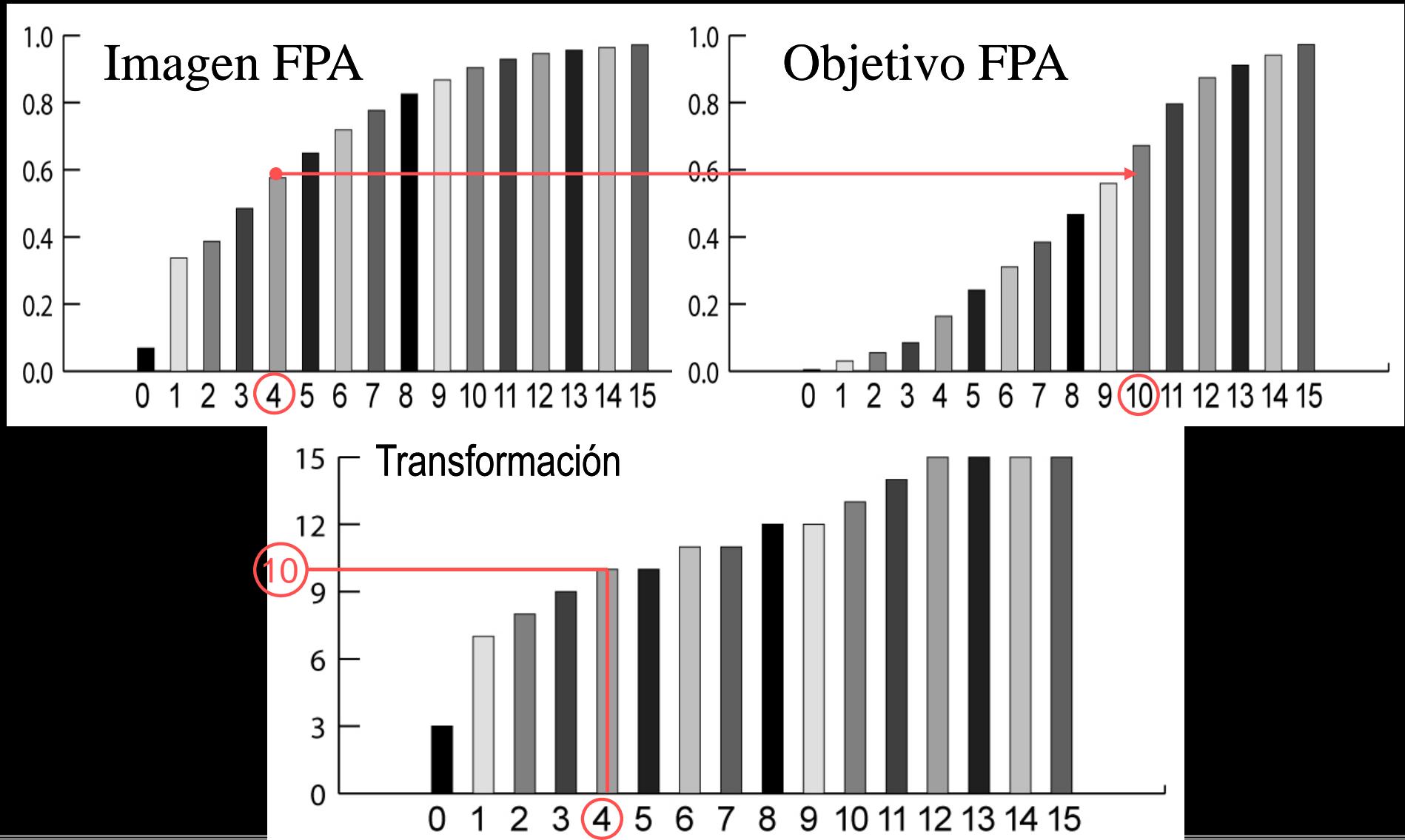


- Desarrollo para el caso discreto: correspondencia de percentiles.

FPA objetivo

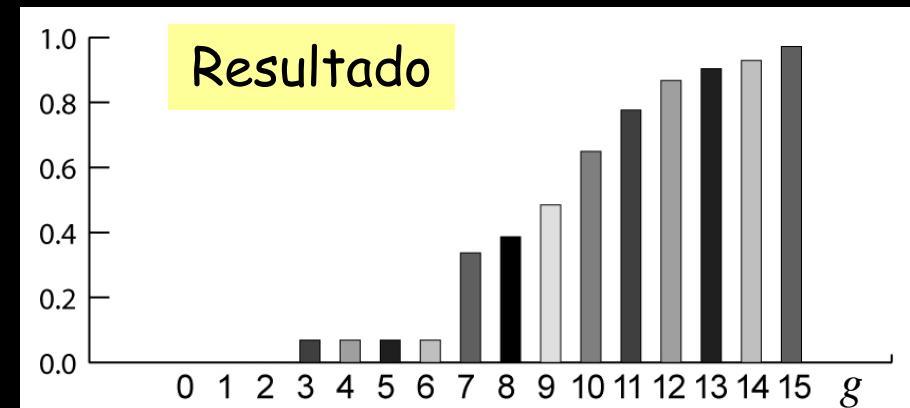
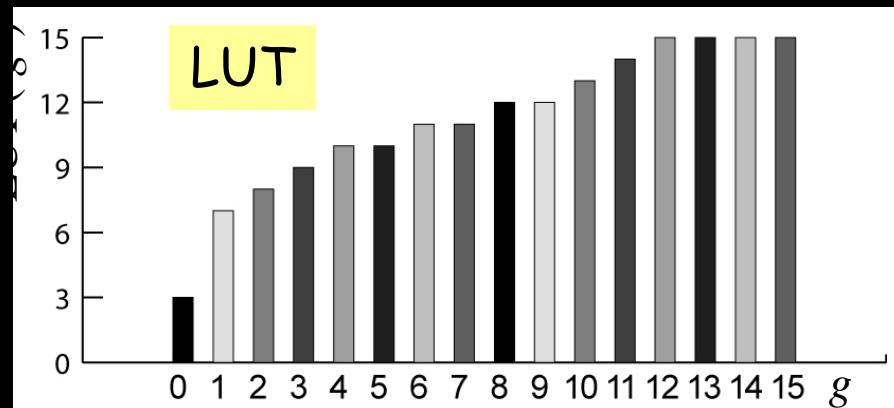
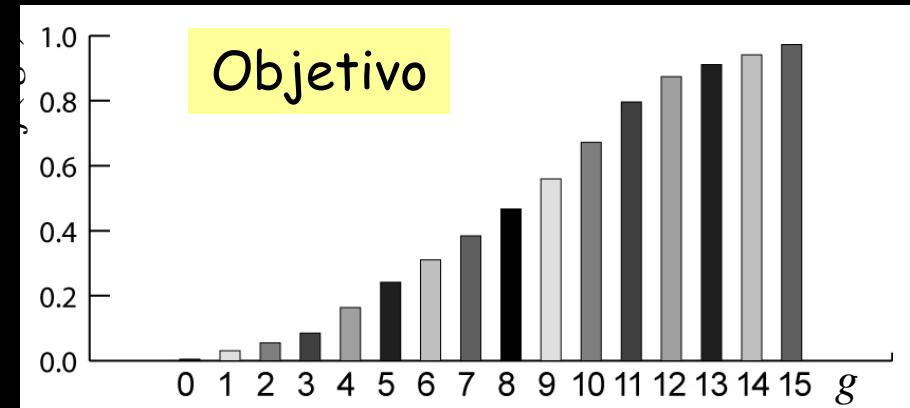
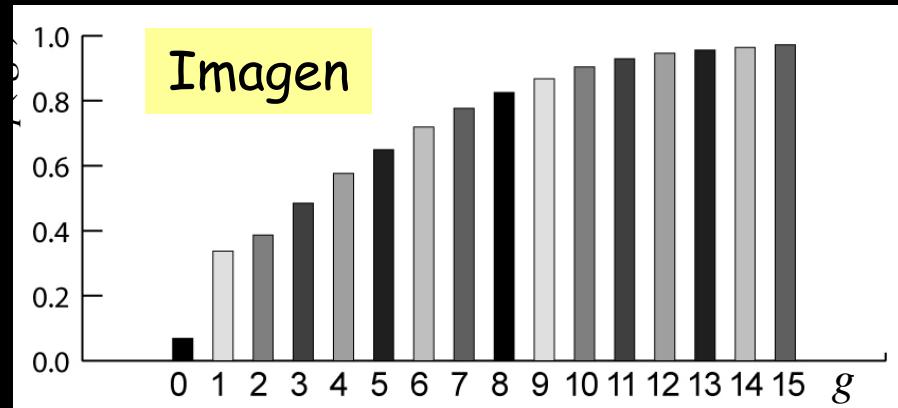


- Desarrollo para el caso discreto: correspondencia de percentiles.

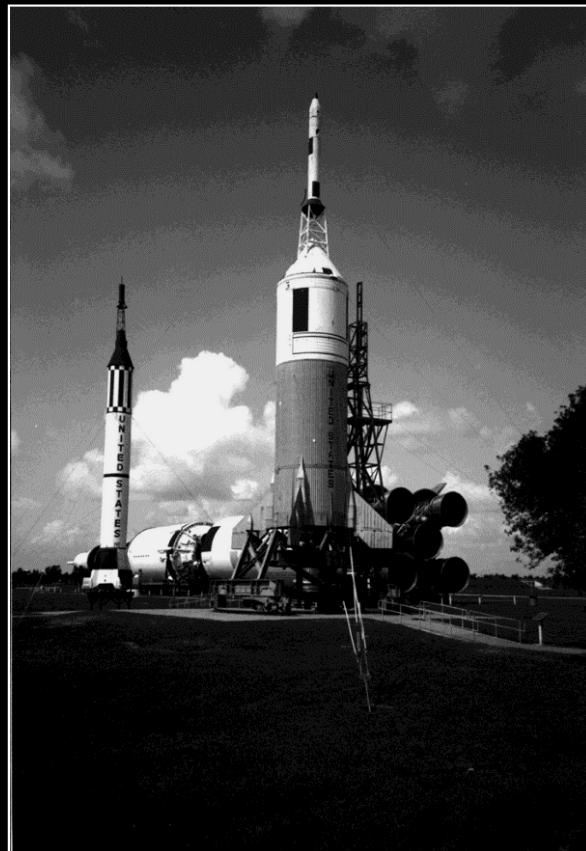


- Desarrollo para el caso discreto: correspondencia de percentiles.

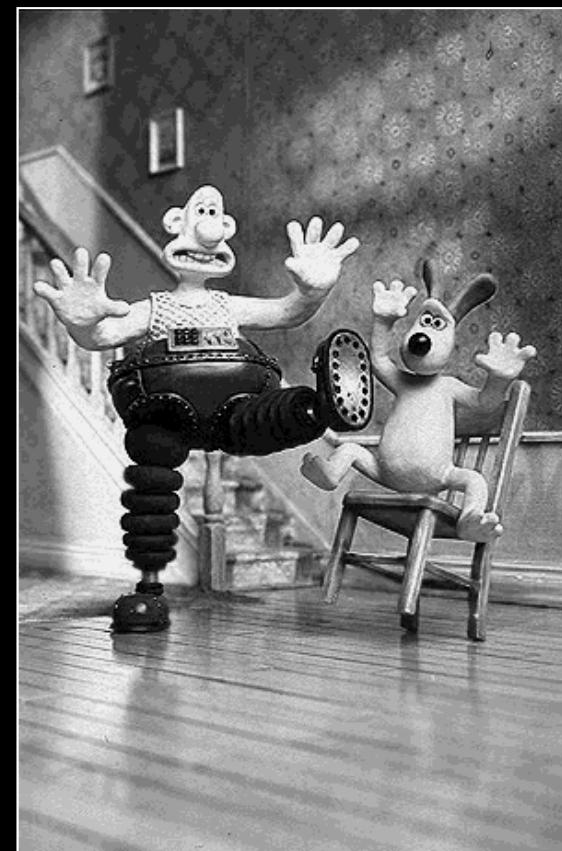
Funciones de densidad de probabilidad acumulada



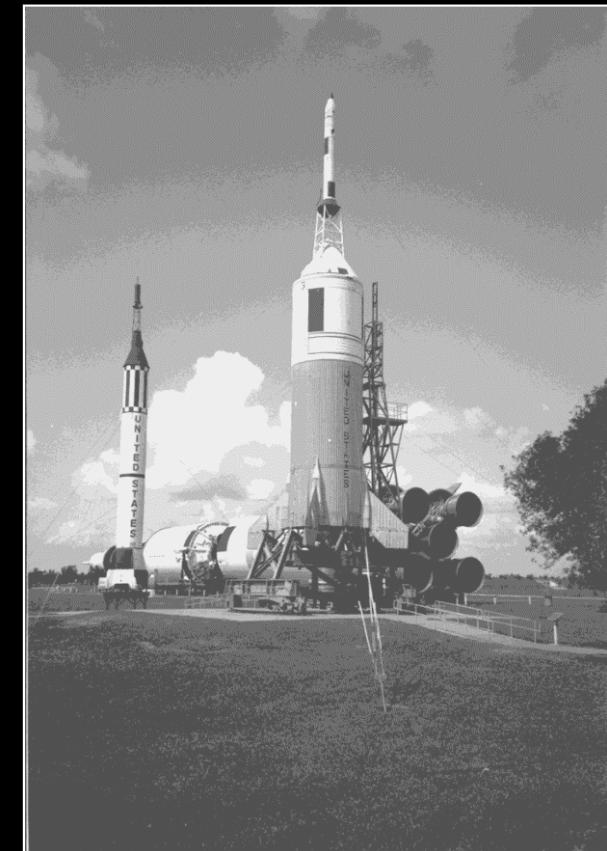
- Desarrollo para el caso discreto: correspondencia de percentiles.



original



objetivo



Remapeada
(especificación de histograma)

- Desarrollo para el caso discreto: correspondencia de percentiles.



original



objetivo



Luminosidad emapeada
(especificación de histograma)

1. Introducción
2. Modelado de histograma
3. Modificación de niveles
 - Recorte y umbralización
 - Umbralización de imágenes bimodales
 - Negativo
 - Seccionado de niveles
 - Extracción de bandas a nivel de bit
 - Compresión logarítmica de rango
4. Aspectos operativos
5. Operaciones binarias

- Modificación de niveles
 - Selección de información u obtención de un determinado efecto
 - Indirectamente modifican el histograma
- Tipos
 - Recorte y umbralización
 - Umbralización de imágenes bimodales
 - Negativo
 - Seccionado de niveles
 - Extracción de bandas a nivel de bit
 - Compresión logarítmica de rango

- Recorte (*clipping*):
 - Útil para seleccionar regiones en imágenes en que hay una correspondencia niveles-regiones, para eliminar ruido si se sabe que los niveles de la imagen están en un rango $[a, b]$

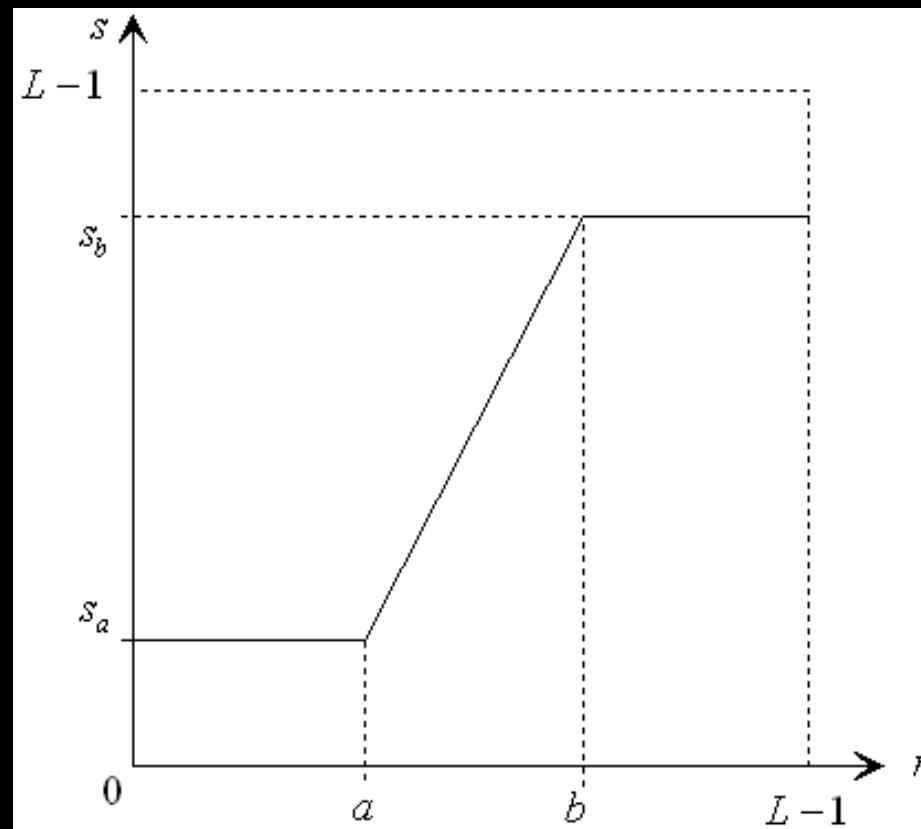




Imagen original

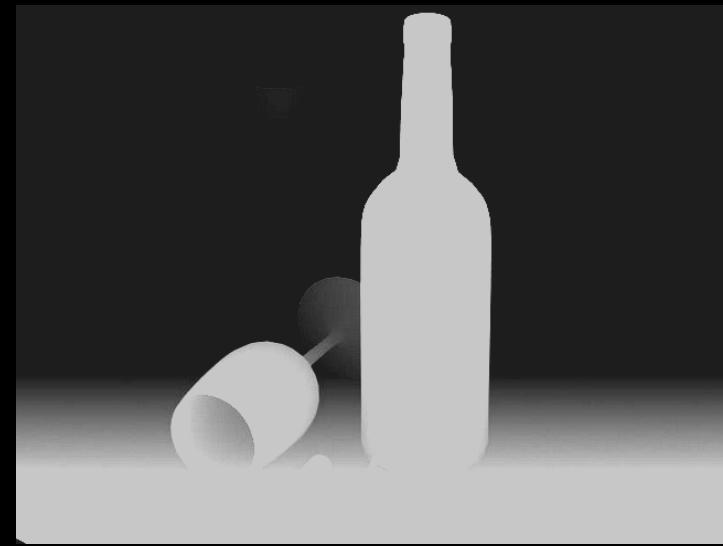
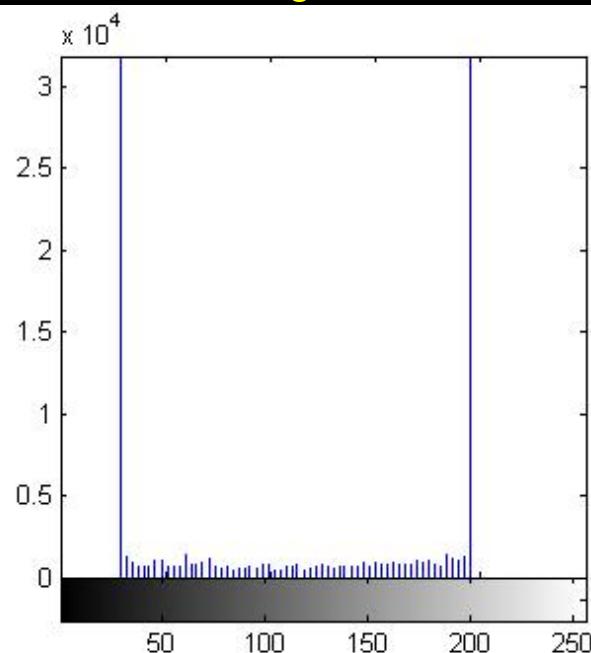
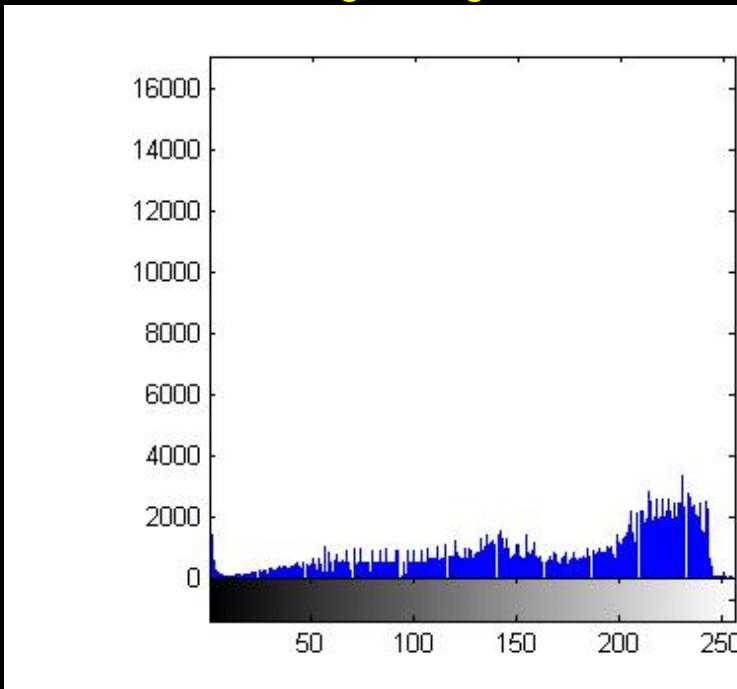


Imagen recortada



$$\begin{aligned}a &= 143 \\b &= 202 \\s_a &= 30 \\s_b &= 200\end{aligned}$$

Fuente (imágenes): "www.9jcg.com"

- Umbralización (*thresholding*): *es un caso particular de recorte para $a = b = T$*
 - *Útil para eliminar niveles cuando se sabe que el original sólo tiene dos y, en general, en la toma de decisiones binarias (e.g., para finalizar la separación de objetos en procesos de segmentación).*

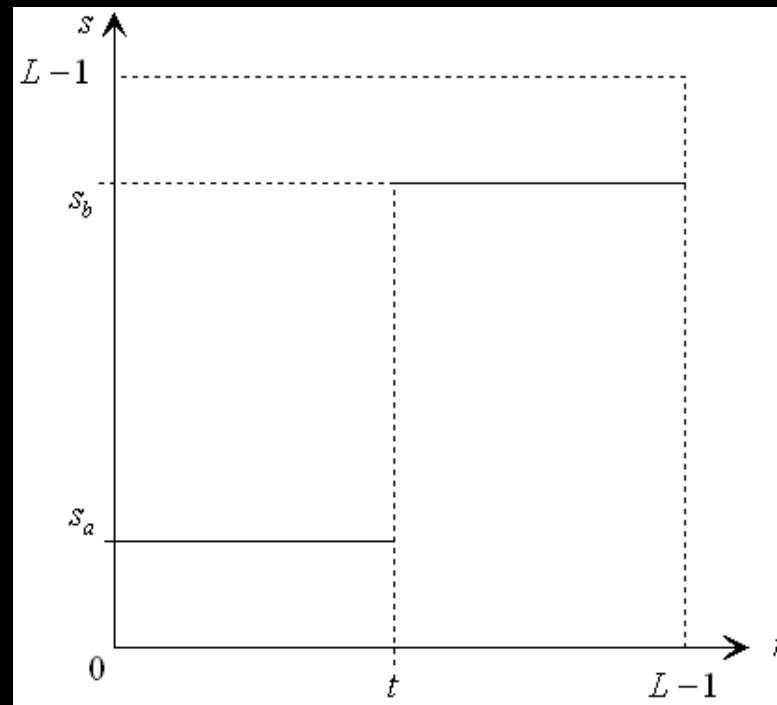


Imagen original

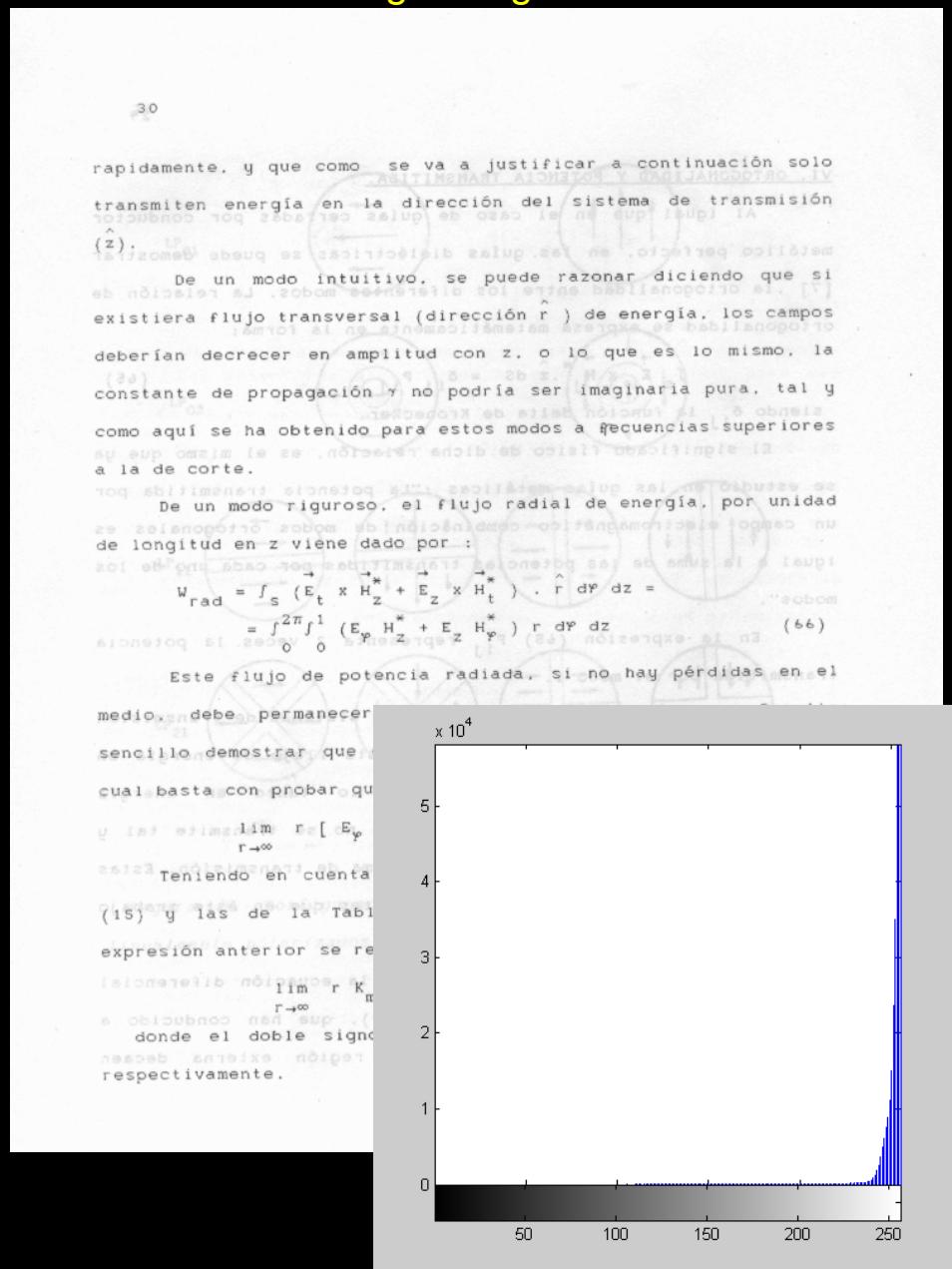
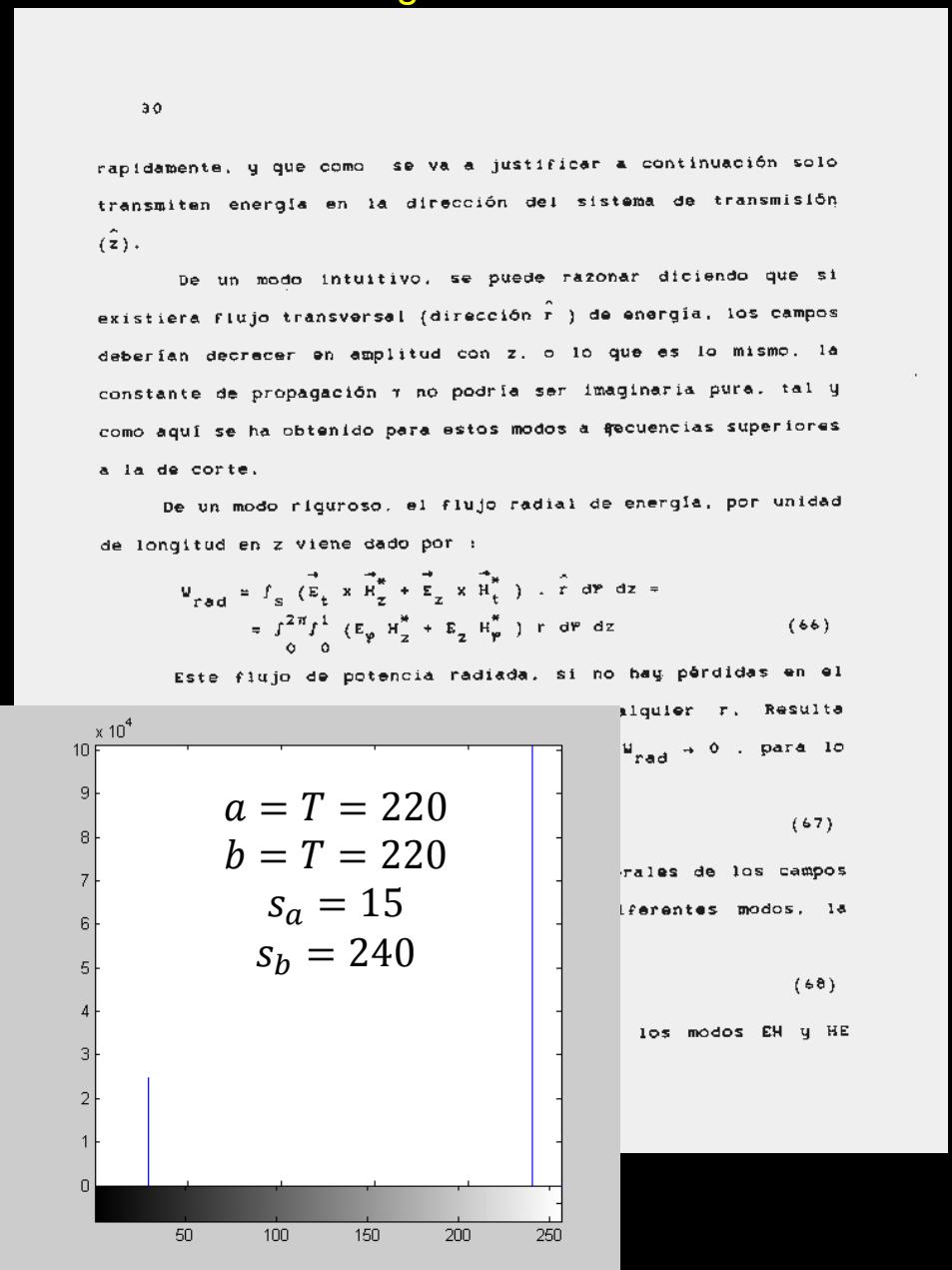
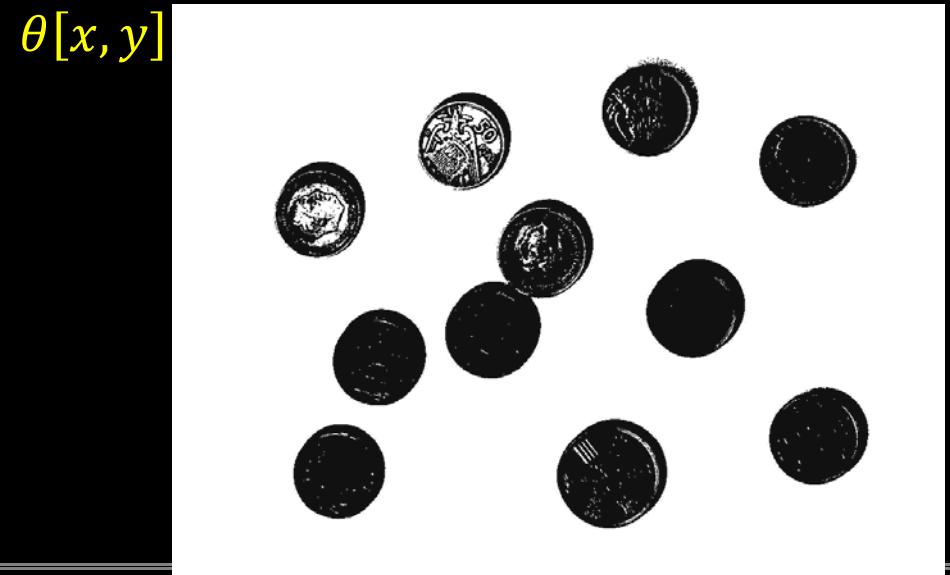
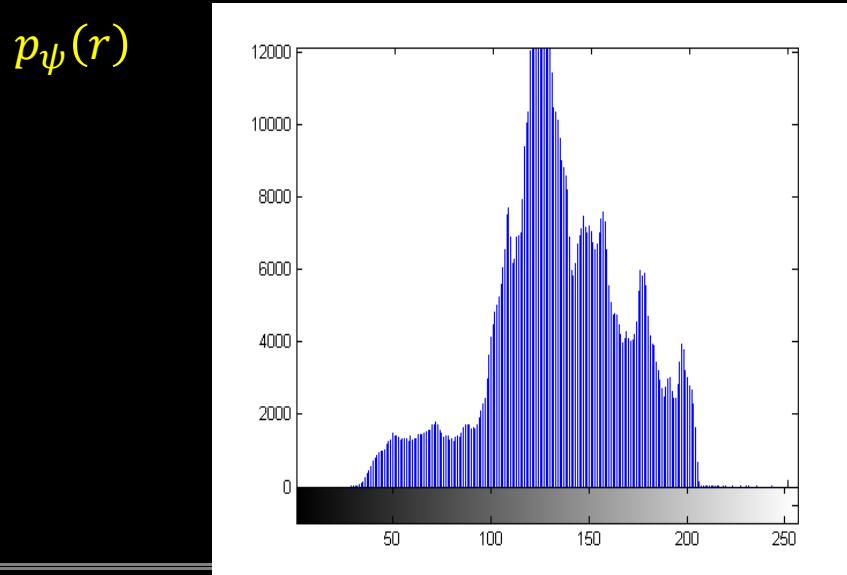


Imagen umbralizada

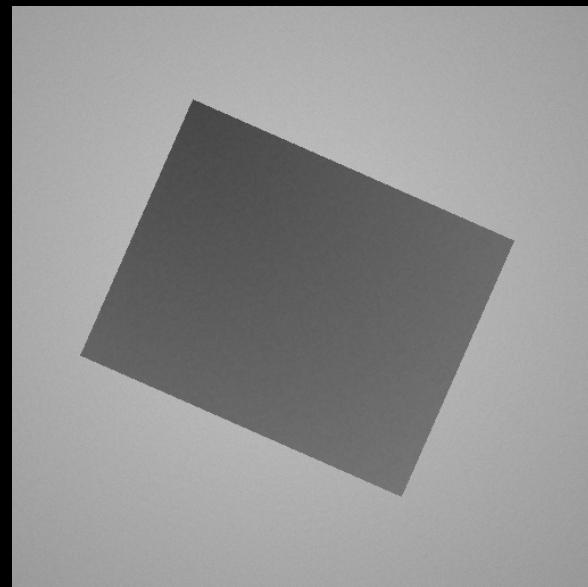


- Umbralización como técnica básica de segmentación en imágenes con $\psi[x, y]$ sus píxeles agrupados en dos modos (objetos vs fondo)

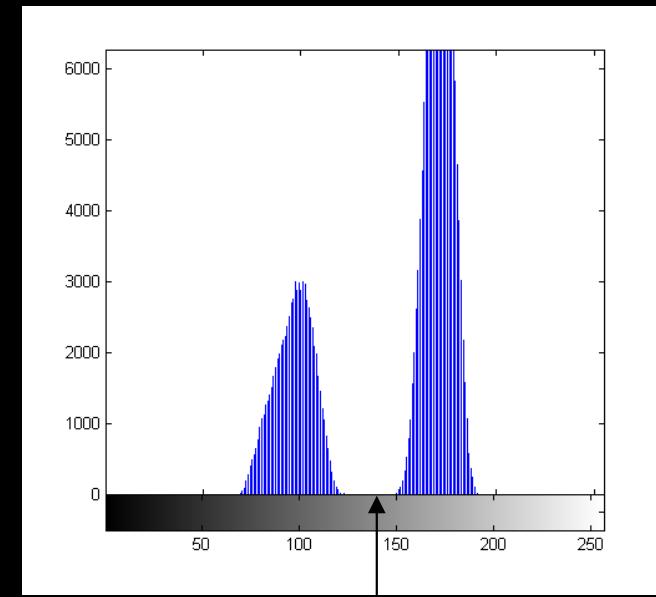


- Selección de un umbral global:
 - Efecto de la iluminación sobre situaciones bimodales.
 - Aplicación en entornos con fondo e iluminación controlados.
 - Selección automática del umbral.

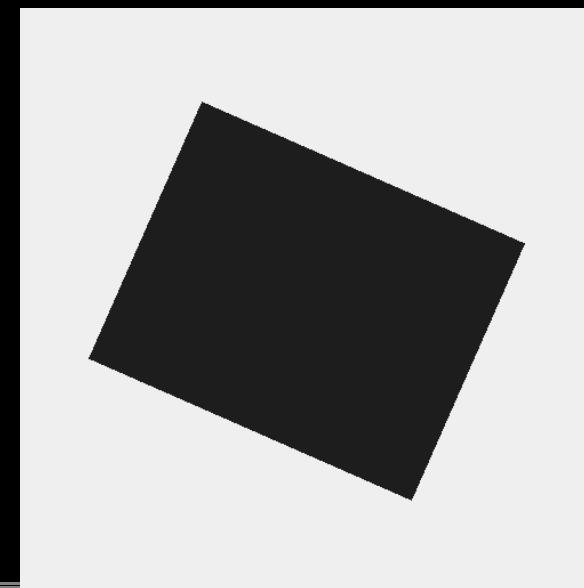
$\psi[x, y]$



$p_\psi(r)$

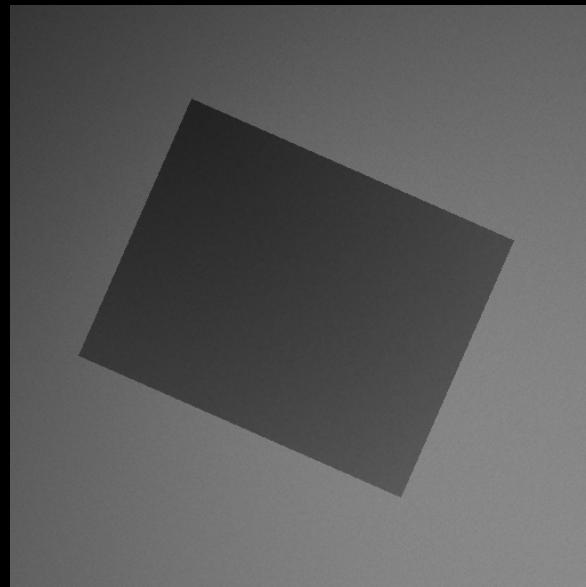


$T = 140$

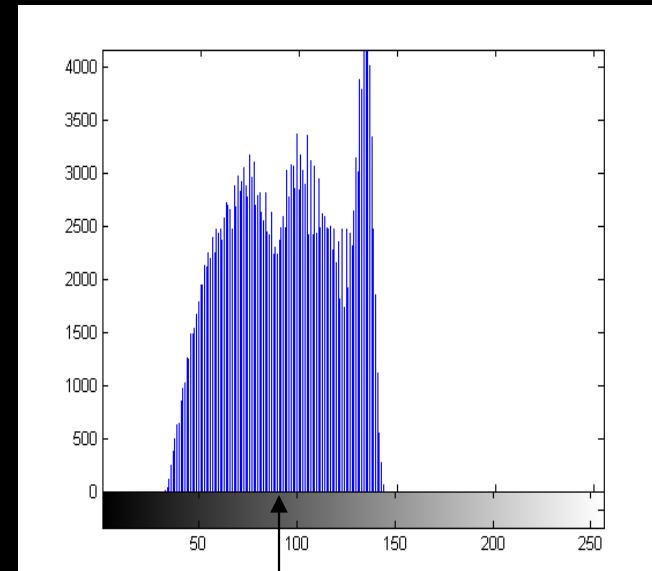


$$\theta[x, y] = \begin{cases} s_a & , r > T \\ s_b & , r \leq T \end{cases}$$

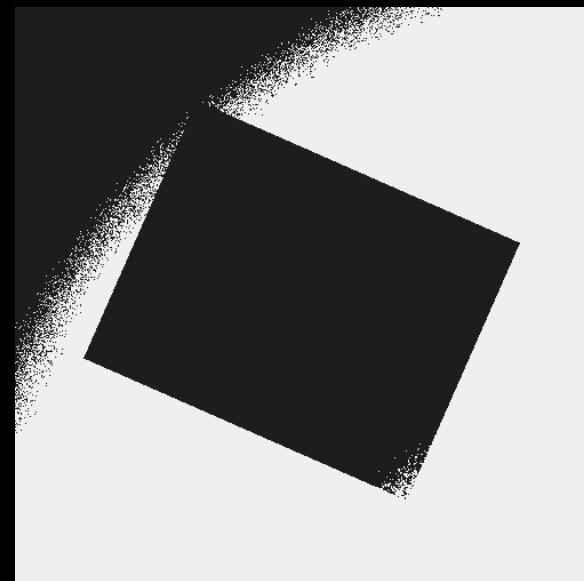
$\psi[x, y]$



$p_\psi(r)$



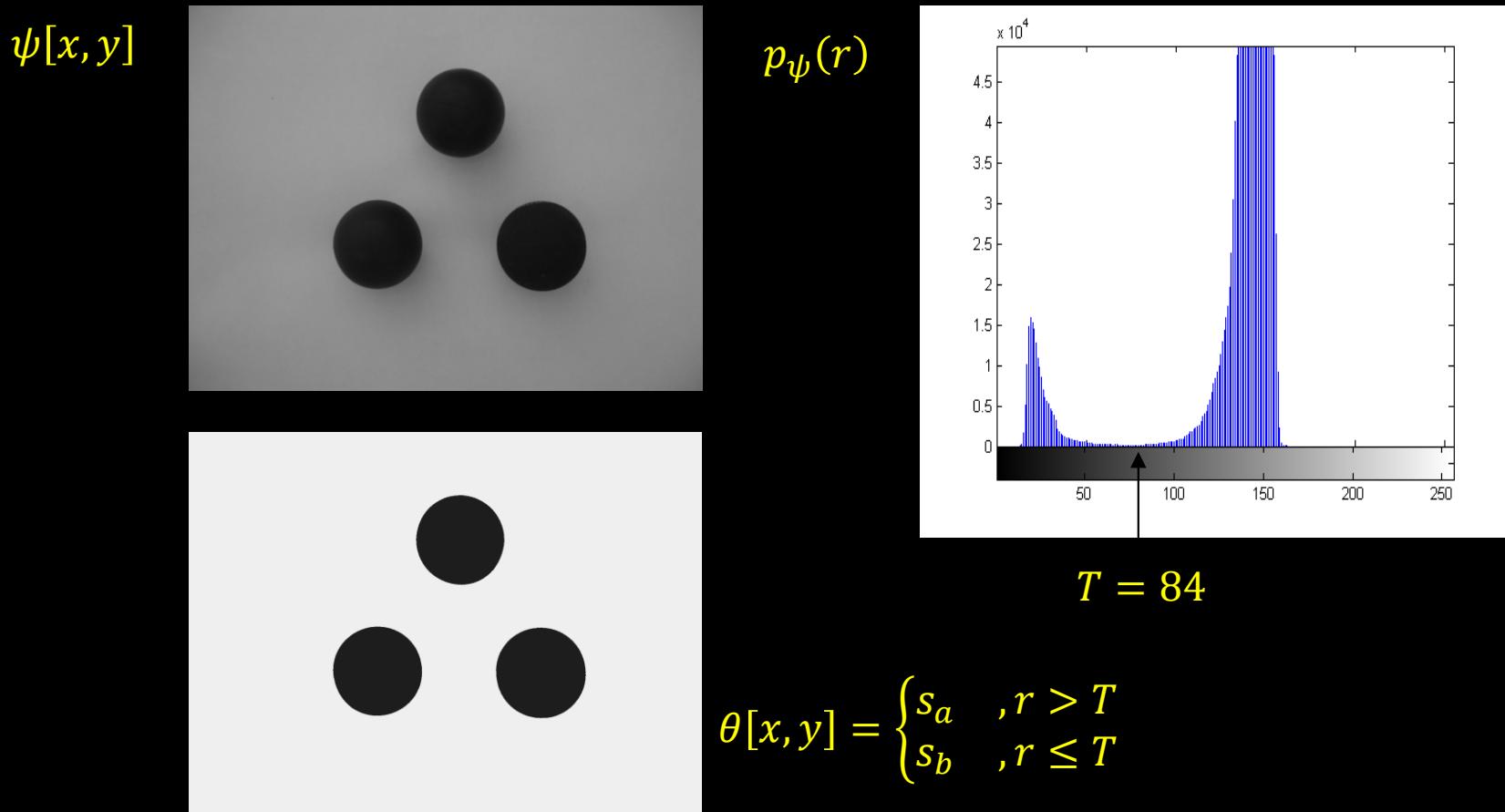
$T = 88$



$$\theta[x, y] = \begin{cases} s_a & , r > T \\ s_b & , r \leq T \end{cases}$$

PSEUDOCODIGO

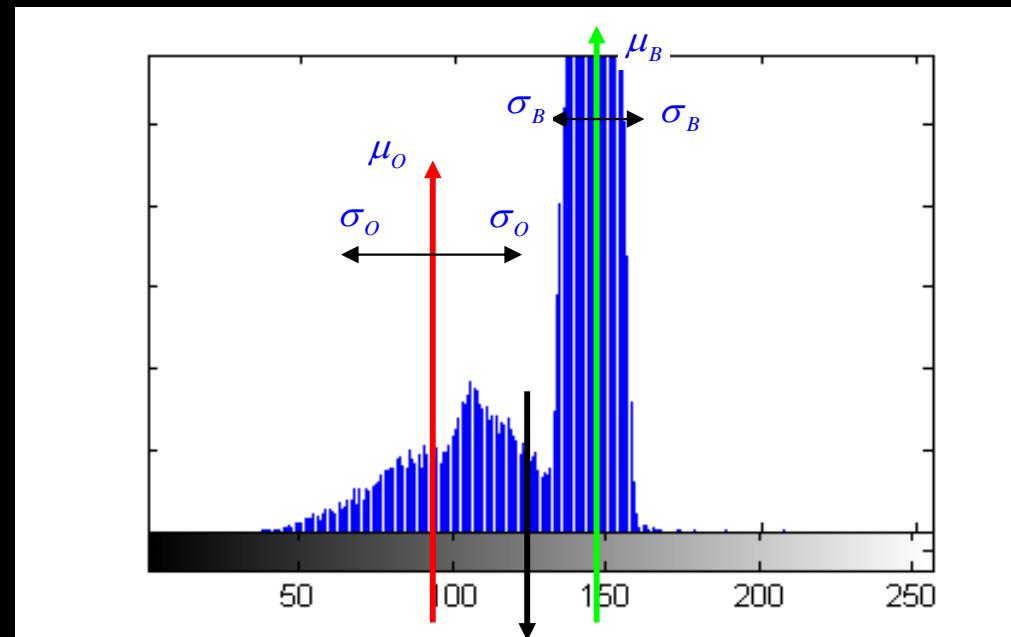
1. $T_{init} = (r_{max} - r_{min})/2$
2. Umbralización con $T_{in} = T_{init}$, obtención de los niveles medios, m_1 y m_2 , de los dos grupos de píxeles que separa el umbral, y generación de un nuevo umbral $T_{out} = (m_1 + m_2)/2$
3. Repetir '2' con $T_{in} = T_{out}$ hasta que la diferencia entre el nuevo umbral y el anterior sea menor que la unidad.



Método de Otsu

Búsqueda exhaustiva del umbral que minimiza la varianza intra-clase

$p(r)$



$$T = \arg \min_T \left(\sigma_{\text{intra}}^2(T) \right), \quad \sigma_{\text{intra}}^2(T) = P_O \sigma_O^2 + P_B \sigma_B^2$$

$$\sigma^2 = \sum_{r=0}^{L-1} (r - \mu)^2 \cdot p(r) = \sum_{r=0}^T (r - \mu_O + \mu_O - \mu)^2 \cdot p(r) + \sum_{r=T+1}^{L-1} (r - \mu_B + \mu_B - \mu)^2 \cdot p(r)$$

Método de Otsu

Búsqueda exhaustiva del umbral que minimiza la varianza intra-clase

Para cada umbral, T :

- Fracción de píxeles de objeto/fondo:

$$P_O(T) = \sum_{r=0}^T p(r) \quad P_B(T) = \sum_{r=T+1}^{L-1} p(r) \quad P_O(T) + P_B(T) = 1$$

- Medias de las distribuciones:

$$\mu_O(T) = \sum_{r=0}^T r \cdot p(r) / \sum_{r=0}^T p(r) = \frac{1}{P_O} \sum_{r=0}^T r \cdot p(r)$$

$$\mu_B(T) = \sum_{r=T+1}^{L-1} r \cdot p(r) / \sum_{r=T+1}^{L-1} p(r) = \frac{1}{P_B} \sum_{r=T+1}^{L-1} r \cdot p(r)$$

$$\mu = \sum_{r=0}^{L-1} r \cdot p(r) = P_O \cdot \mu_O + P_B \cdot \mu_B$$

- Varianzas de las distribuciones:

$$\sigma_O^2(T) = \sum_{r=0}^T (r - \mu_O)^2 \cdot p(r) / \sum_{r=0}^T p(r) = \frac{1}{P_O} \sum_{r=0}^T (r - \mu_O)^2 \cdot p(r)$$

$$\sigma_B^2(T) = \sum_{r=T+1}^{L-1} (r - \mu_B)^2 \cdot p(r) / \sum_{r=T+1}^{L-1} p(r) = \frac{1}{P_B} \sum_{r=T+1}^{L-1} (r - \mu_B)^2 \cdot p(r)$$

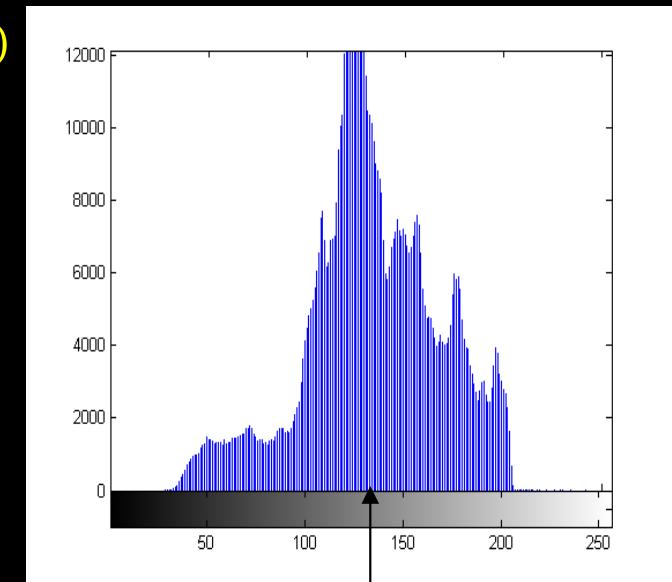
$$\sigma^2 = \sum_{r=0}^{L-1} (r - \mu)^2 \cdot p(r) = \underbrace{P_O \sigma_O^2 + P_B \sigma_B^2}_{\downarrow \sigma_{\text{intra}}^2(T)} + \underbrace{P_O (\mu_O - \mu)^2 + P_B (\mu_B - \mu)^2}_{\downarrow \sigma_{\text{inter}}^2(T)}$$

- Selección adaptativa del umbral:
 - Subdivisión de la imagen en subimágenes bimodales.
 - Gestión unificada de los umbrales de cada subimagen.

$\psi[x, y]$



$p_\psi(r)$



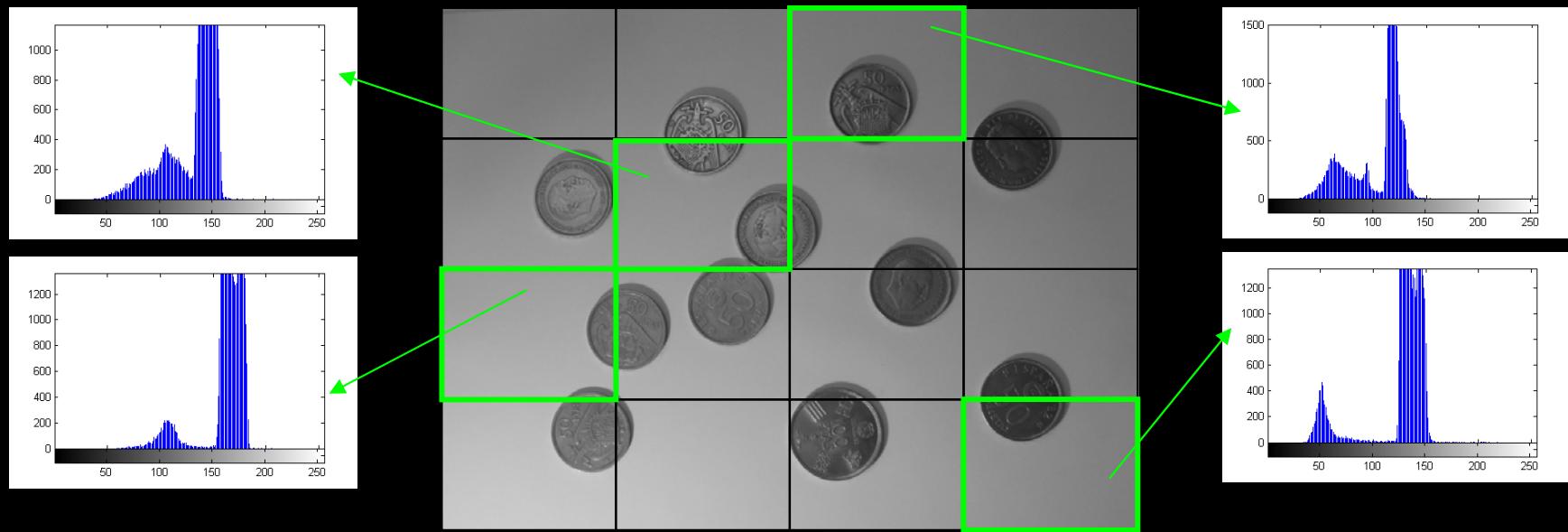
$T = 135$

$\theta[x, y]$

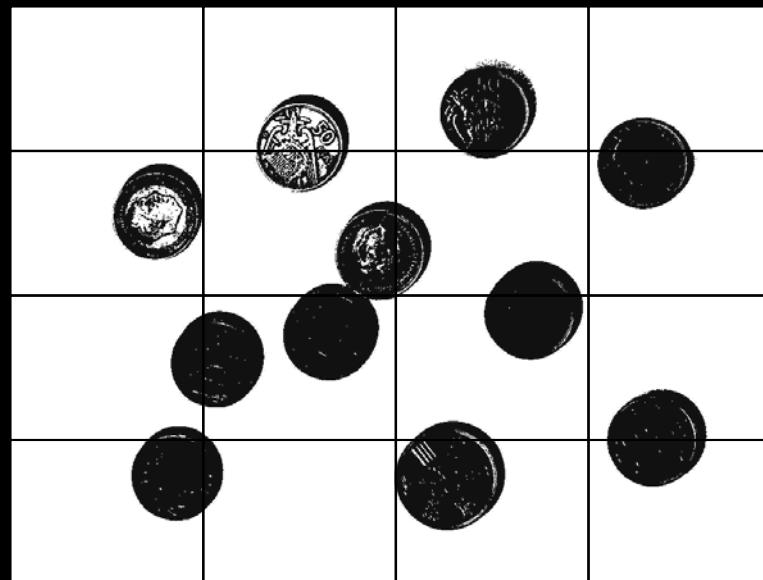


$$\theta[x, y] = \begin{cases} s_a & , r > T \\ s_b & , r \leq T \end{cases}$$

$\psi[x, y]$



$\theta[x, y]$



- Selección óptima del umbral:
 - Análisis probabilístico de las distribuciones de fondo y objetos.
 - Basada en suposiciones sobre las distribuciones o en ajustes de modelos paramétricos.

FDP conjunta: $p(r) = P_O \cdot p_O(r) + P_B \cdot p_B(r), P_B + P_O = 1$

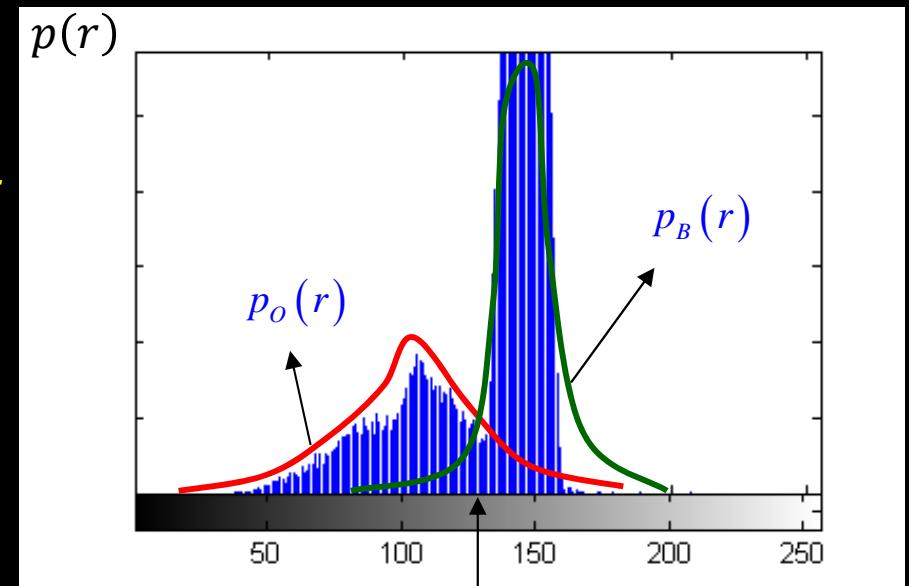
$$\begin{aligned} \text{Probabilidad de error: } E(T) &= P_B E_O(T) + P_O E_B(T) \\ &= P_B \int_{-\infty}^T p_O(r) \cdot dr + P_O \int_T^{\infty} p_B(r) \cdot dr \end{aligned}$$

Condición de error mínimo: $P_O p_O(T) = P_B p_B(T)$

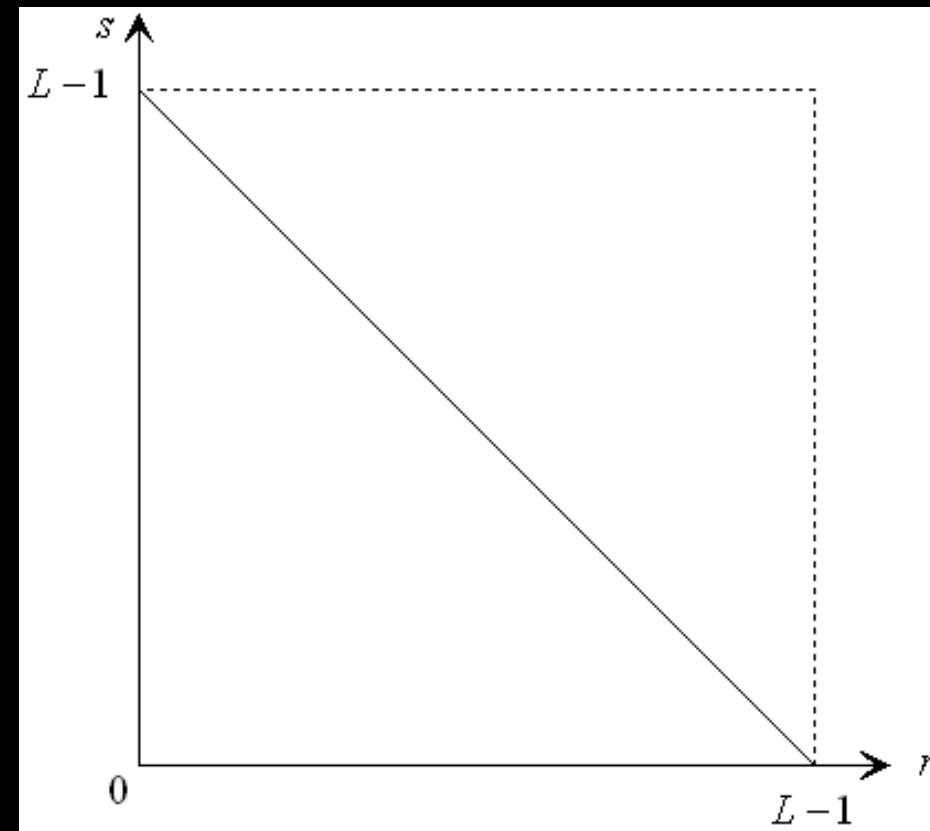
Solución para el caso Gaussiano:

$$p(r) = \frac{P_O}{\sqrt{2\pi}\sigma_O} \cdot e^{-\frac{(r-\mu_O)^2}{2\sigma_O^2}} + \frac{P_B}{\sqrt{2\pi}\sigma_B} \cdot e^{-\frac{(r-\mu_B)^2}{2\sigma_B^2}}$$

$$T = \frac{\mu_B + \mu_O}{2} + \frac{\sigma^2}{\mu_B - \mu_O} \ln \frac{P_O}{P_B}, (\sigma^2 = \sigma_B^2 = \sigma_O^2)$$



- *Inversión del eje de intensidades. Útil en aplicaciones médicas y fotográficas*



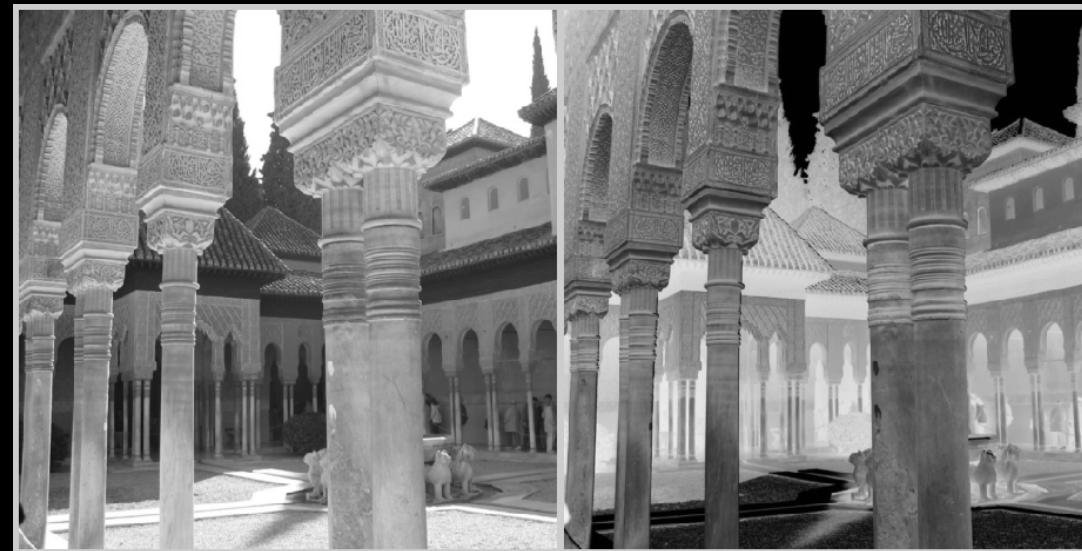
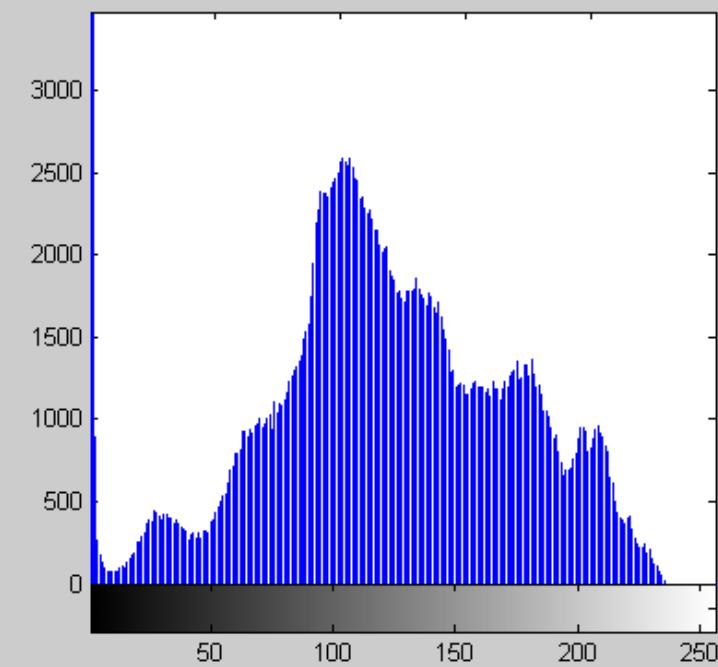
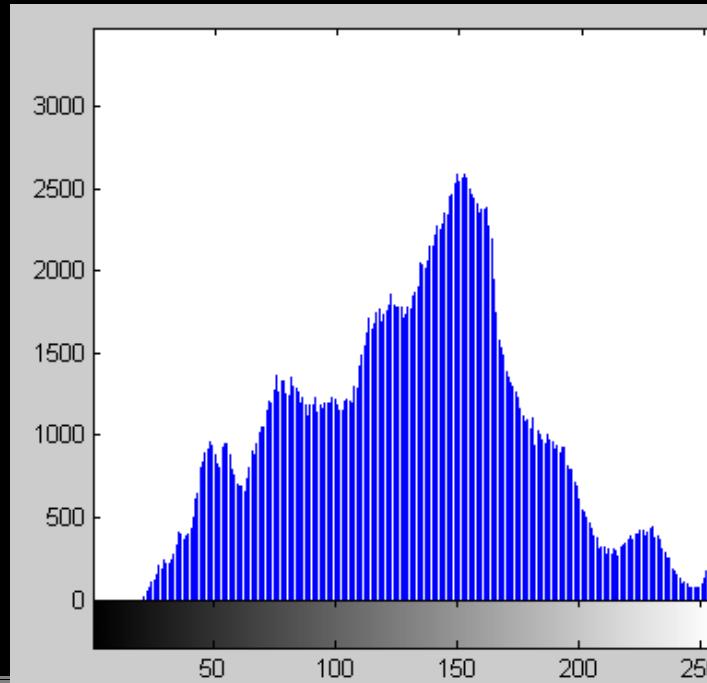


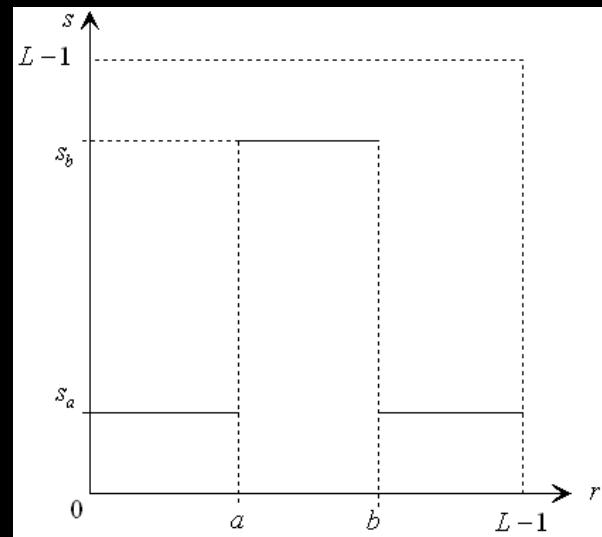
Imagen original

Imagen negativo

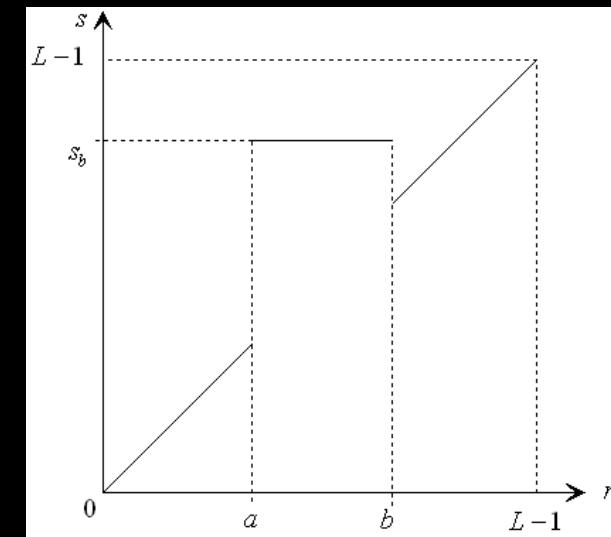


- Seccionado de niveles (*Slicing*)
 - Objetivo: extraer una determinada banda de niveles de luminancia o resaltarla sobre el resto.

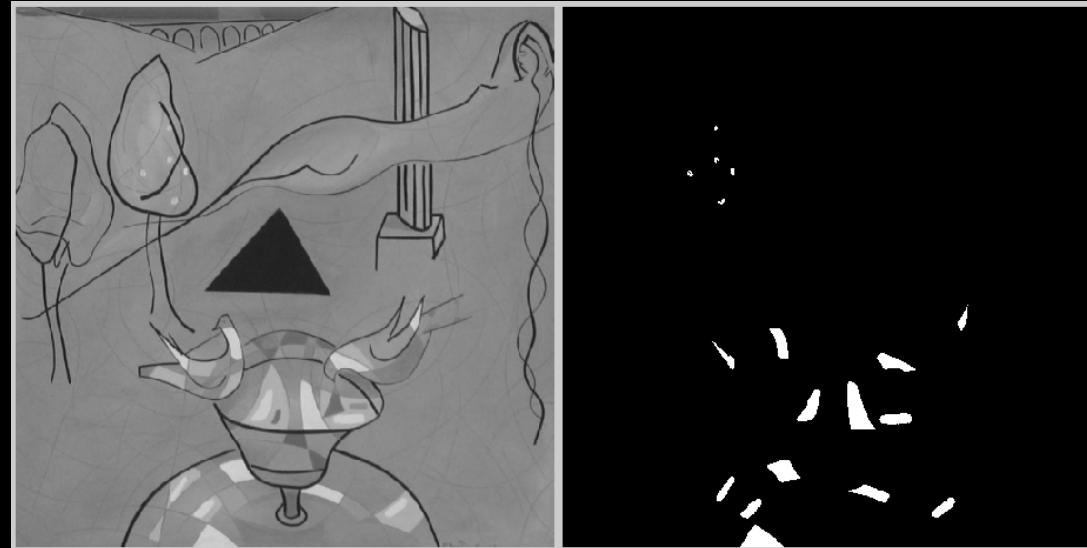
Extracción



Resalte.



- Extracción



$$\begin{aligned}a &= 180 \\b &= 230 \\s_a &= 0 \\s_b &= 255\end{aligned}$$

Imagen original

Extracción de un rango

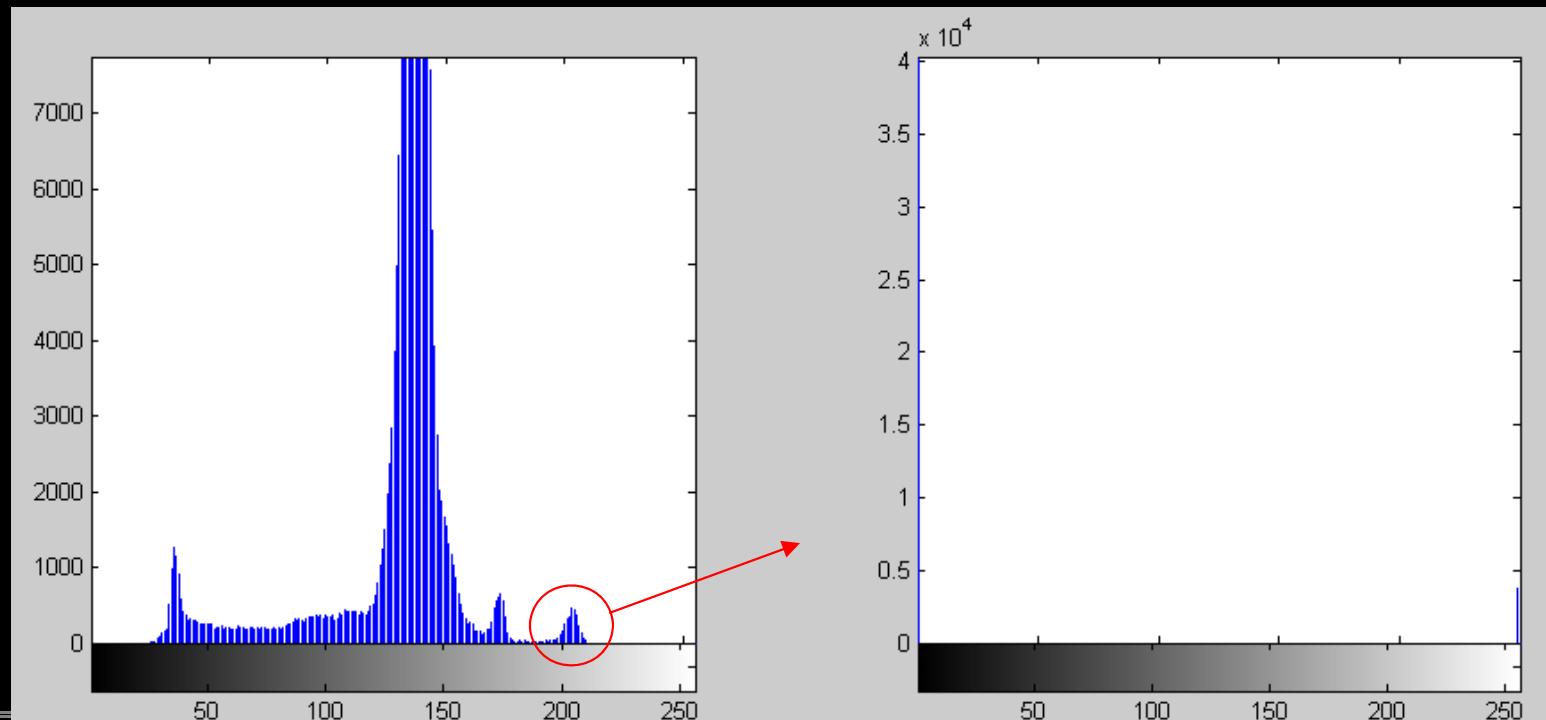


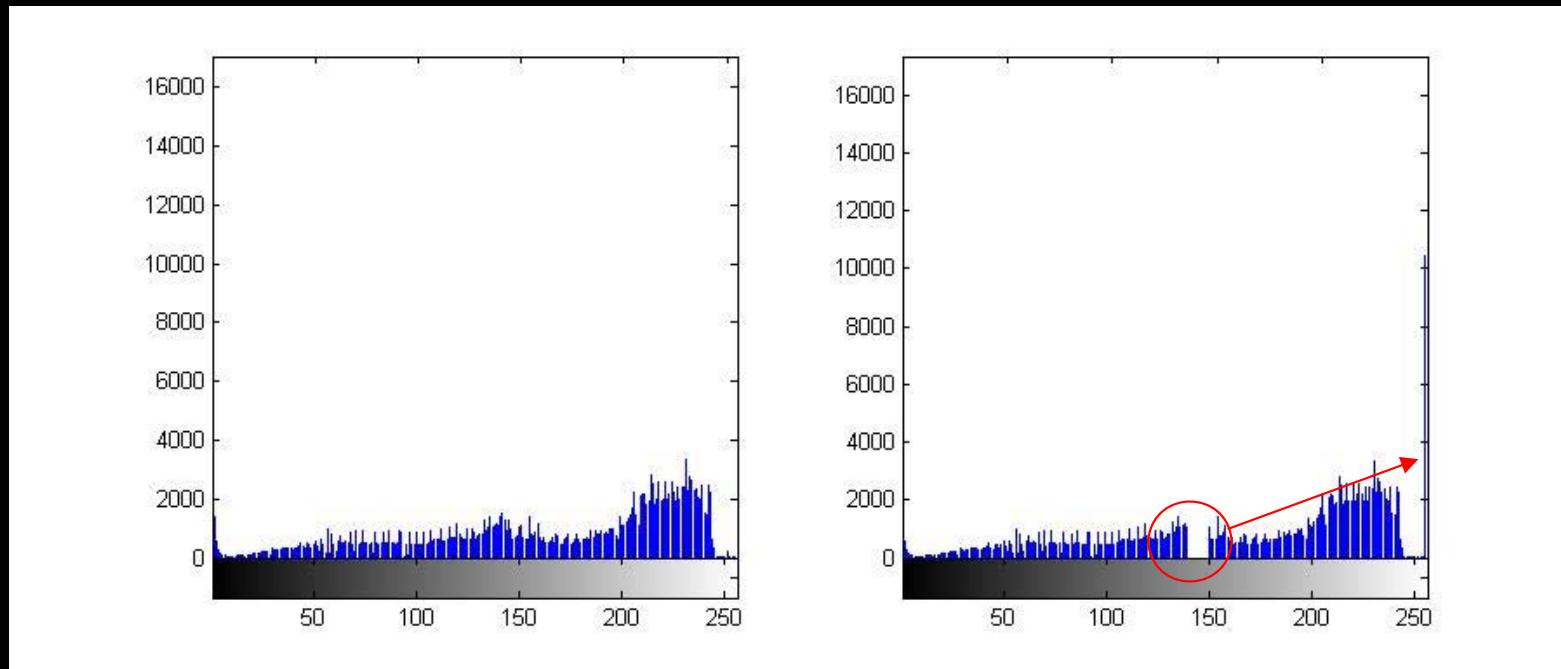


Imagen original



Resalte de un rango

$$\begin{aligned}a &= 140 \\b &= 150 \\s_a &= 0 \\s_b &= 255\end{aligned}$$



Fuente (imagen): "www.9jcg.com"

- Si cada píxel está cuantificado con B bits, de manera uniforme:

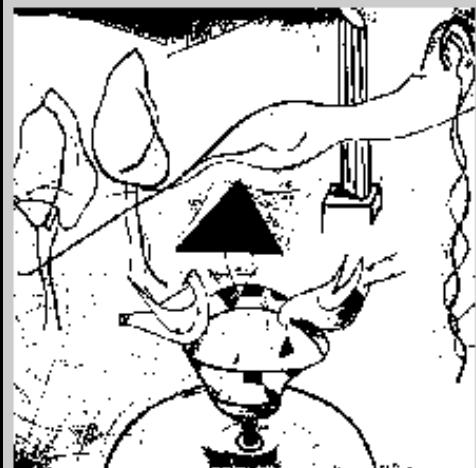
$$\psi[n_i, m_j] = r_k = q_{1k}2^{B-1} + q_{2k}2^{B-2} + \dots + q_{(B-1)k}2 + q_{Bk}$$

, es posible extraer la ‘imagen’ correspondiente al bit n -simo aplicando:

$$s = \begin{cases} s_b & , si q_n = 1 \\ s_a & , si q_n = 0 \end{cases}$$

- Útil para discernir cuántos bits son significativos en una imagen

MSB (bit 1)



Bit 2



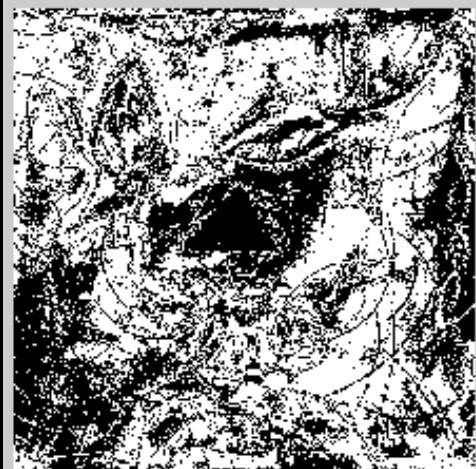
Bit 3



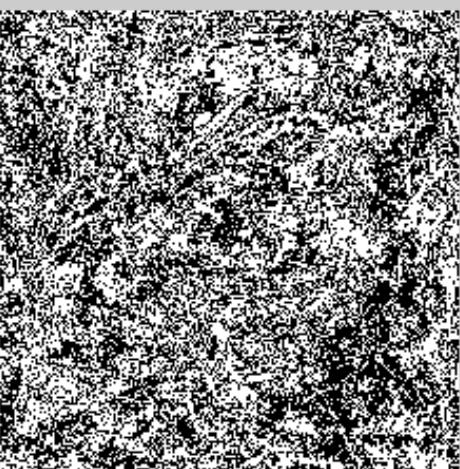
Bit 4



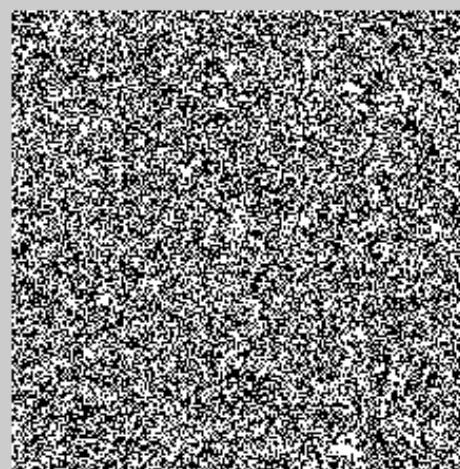
Bit 5



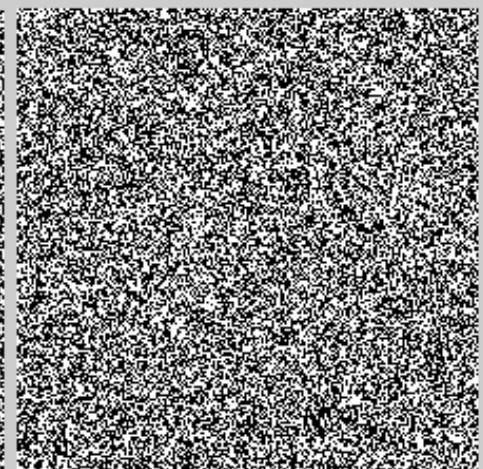
Bit 6



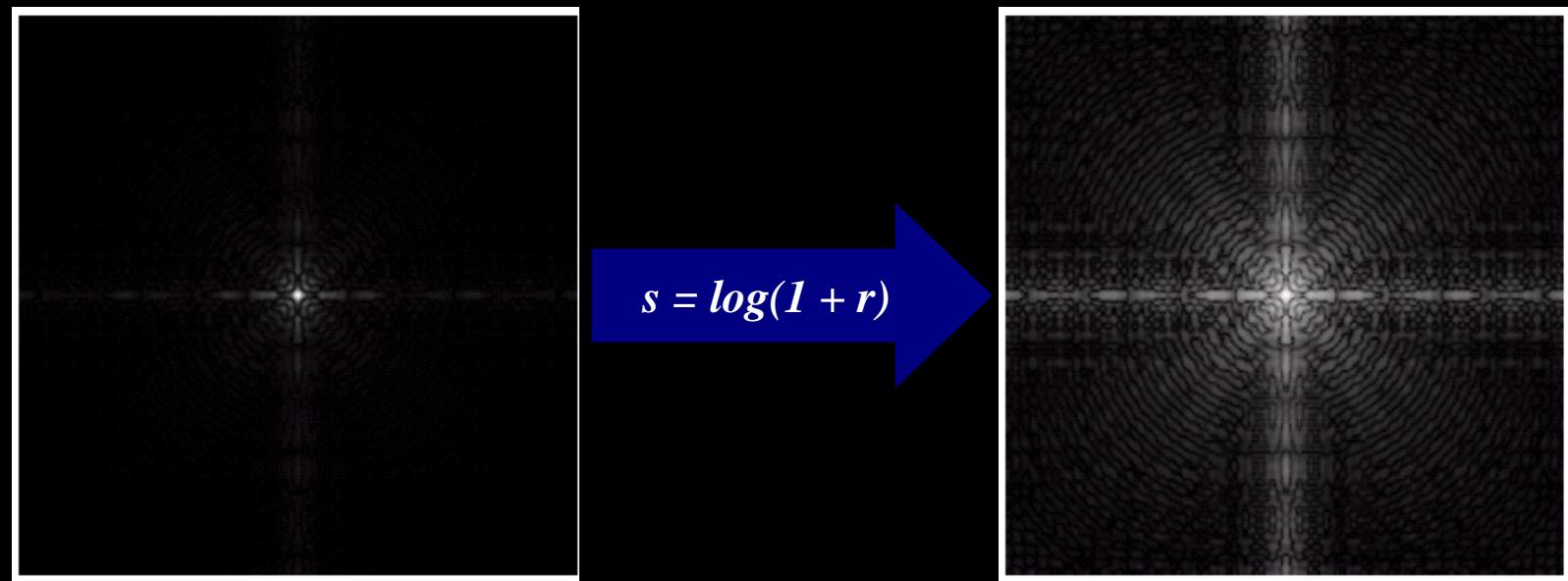
Bit 7



LSB (bit 8)



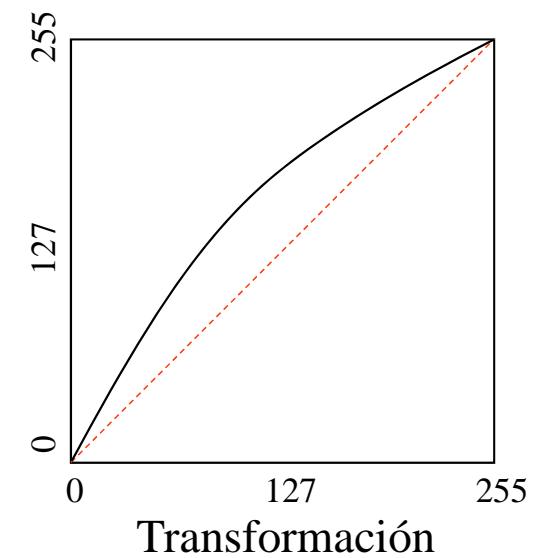
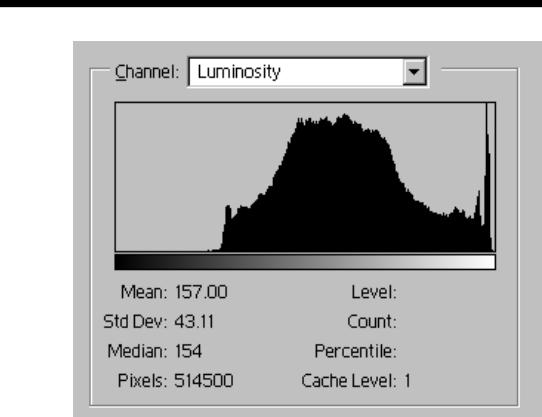
- Útil para situaciones en que el rango dinámico de la imagen es enorme (e.g., para visualizar transformadas o corrección Gamma)
 - Transformada de Fourier



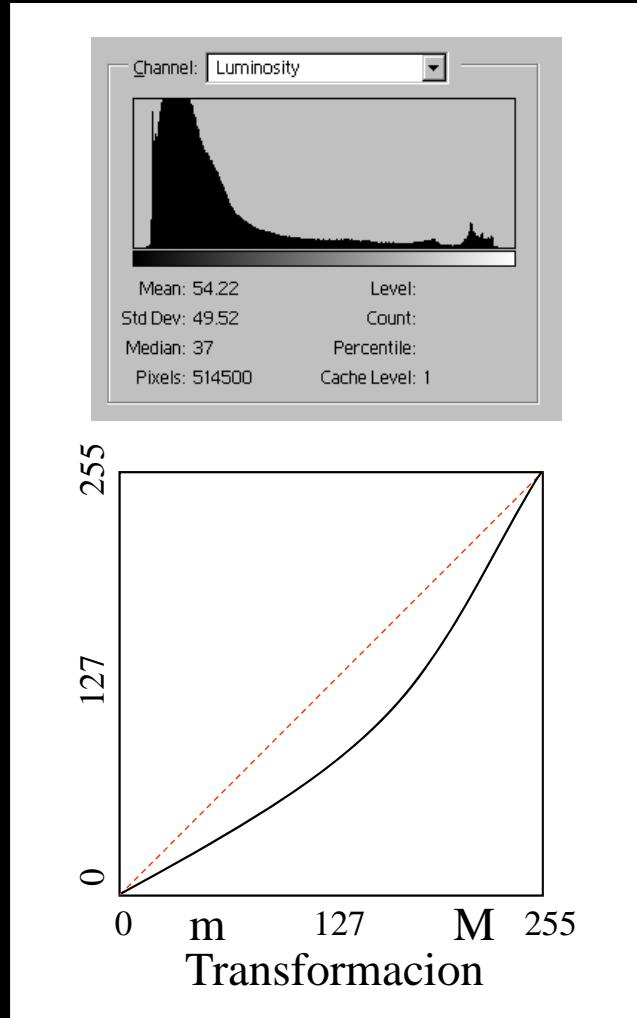
- Corrección gamma



$$\theta[n, m] = 255 \cdot \left[\frac{\psi[n, m]}{255} \right]^{\frac{1}{\gamma}} \quad \text{for } \gamma > 1.0$$



- Corrección Gamma inversa (e.g., respuesta de un monitor CRT)



$$\theta[n, m] = 255 \cdot \left[\frac{\psi[n, m]}{255} \right]^{\frac{1}{\gamma}} \quad \text{for } \gamma < 1.0$$

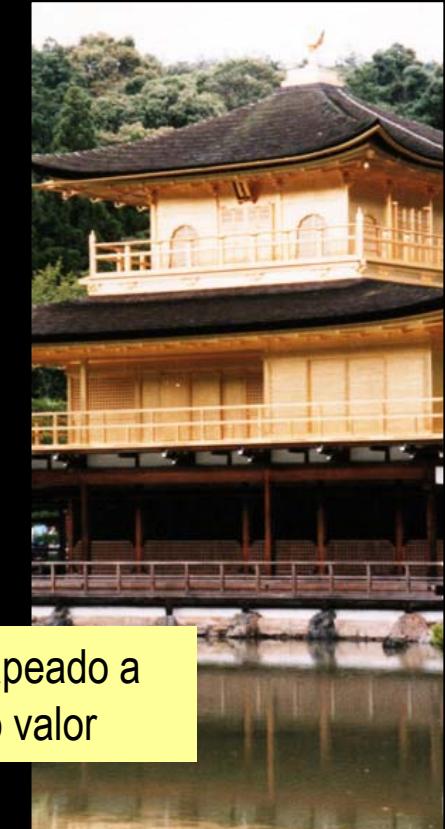
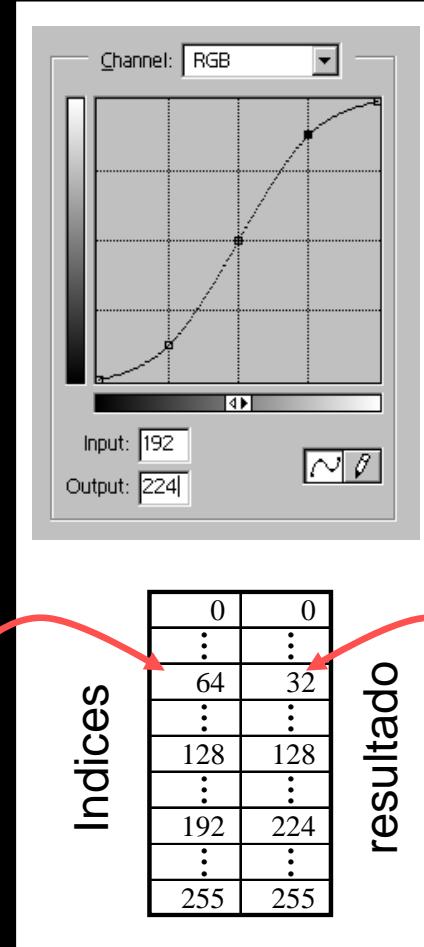
1. Introducción
2. Modelado de histograma
3. Modificación de niveles
4. Aspectos operativos
 - Mejora de la VLT
 - Uso de LUT
5. Operaciones binarias

- Redondeos y truncamientos.
- Las técnicas de modelado de histograma exigen su cálculo: $M \times N$ sumas y direccionamientos.
- Modificación de la imagen. Manejo de la VLT (*Video Look-up Table*)
 - La modificación directa del valor de cada píxel de la imagen supone $M \times N$ operaciones y direccionamientos.
 - En imágenes de luminancia (sin VLT) basta con precalcular la transformación (L operaciones) y luego modificar el valor de cada píxel ($M \times N$ direccionamientos).
 - En imágenes con VLT basta con L operaciones.

- *Look-up Table (LUT)*



Un pixel con valor



Es mapeado a
otro valor

1. Introducción
2. Modelado de histograma
3. Modificación de niveles
4. Aspectos operativos
5. Operaciones binarias
 - Aritméticas
 - Lógicas

- El resultado depende del valor de dos píxeles *homólogos* que actúan como operandos:

$$\begin{aligned}\psi_1[n, m]/\psi_1[n_i, m_j] &= r_k \xrightarrow{T} \theta[n, m]/\theta[n_i, m_j] = s_p = T(r_k, r_l), \\ \psi_2[n, m]/\psi_2[n_i, m_j] &= r_l \\ j &\in [0, M - 1], i \in [0, N - 1], \\ k &\in [0, L_1 - 1], l \in [0, L_2 - 1], p \in [0, L - 1]\end{aligned}$$

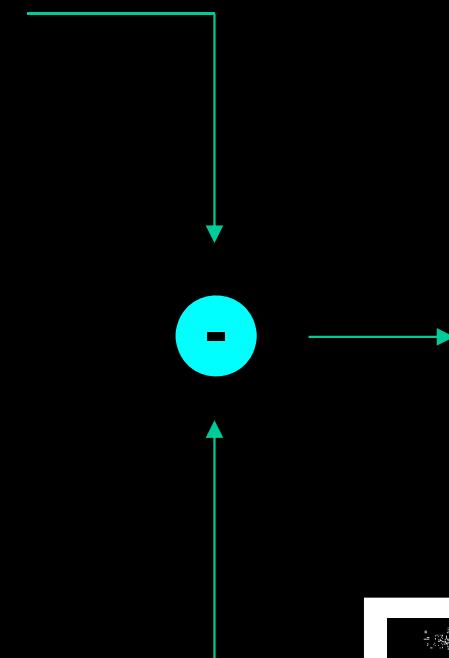
- Resta de imágenes:
 - Visualización de errores, eliminación de ruido, análisis de movimiento, localización de nuevos objetos o de objetos ausentes (robo / abandono), etc.
- Suma:
 - Gestión de transparencias, adición de ruido, promediado de imágenes, etc.
- Multiplicación:
 - Selección de regiones, filtrado, etc.



$$\psi_t[x, y]$$



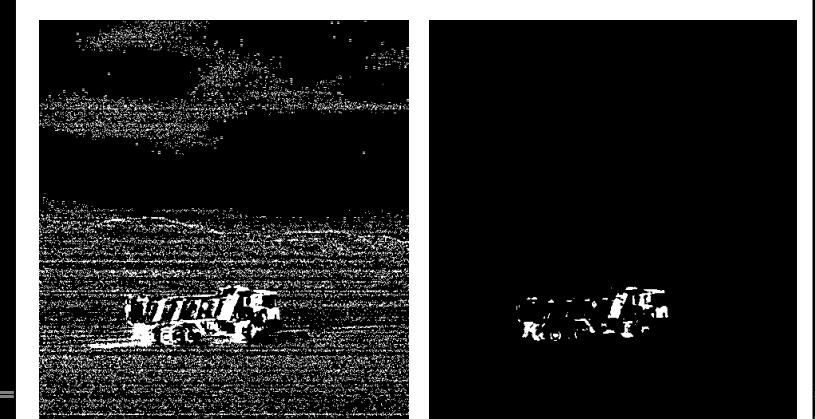
$$\psi_{t-T}[x, y]$$



$$\theta[x, y] = \psi_{t-T}[x, y] - \psi_t[x, y]$$



$T = 3$

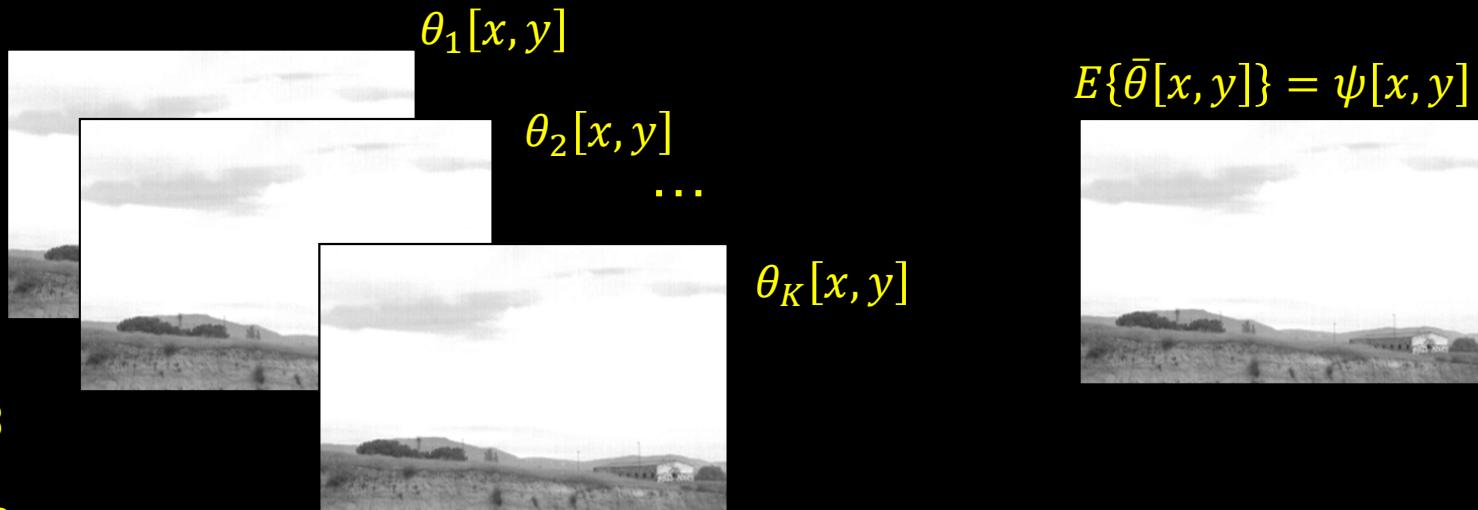


$T = 30$

- Eliminar ruido incorrelado

- Imagen ruidosa $\theta[x, y] = \psi[x, y] + \eta[x, y]$ con $\eta[x, y]$ incorrelado y de media nula
- Si se promedian K imágenes

$$\bar{\theta}[x, y] = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K \theta_i[x, y] \quad \Rightarrow \begin{cases} E\{\bar{\theta}[x, y]\} = \psi[x, y] \\ \sigma_{\bar{\theta}[x, y]}^2 = \frac{1}{K} \sigma_{\eta[x, y]}^2 \end{cases}$$



- Eliminar ruido incorrelado

Imagen original

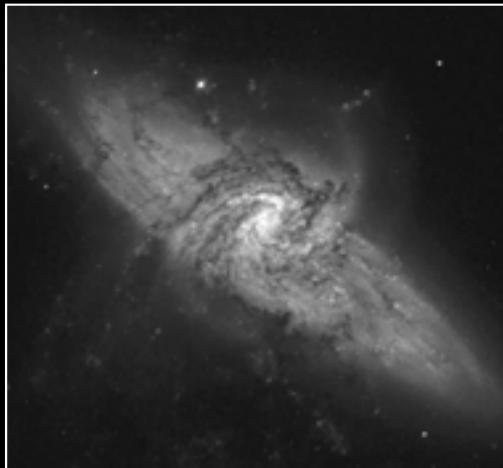
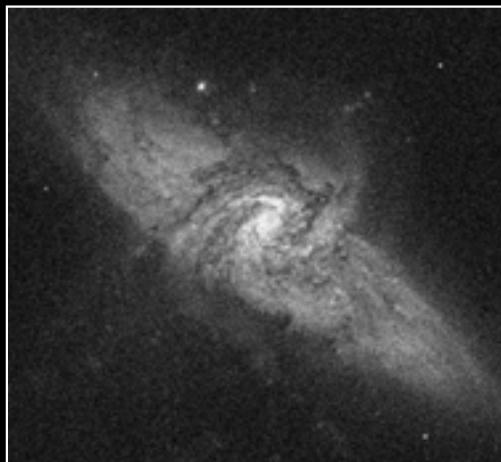


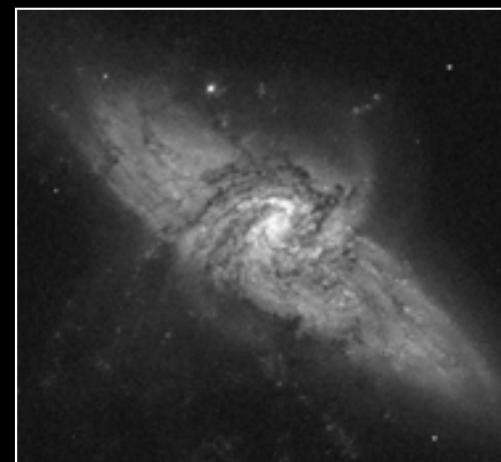
Imagen original con ruido gaussiano



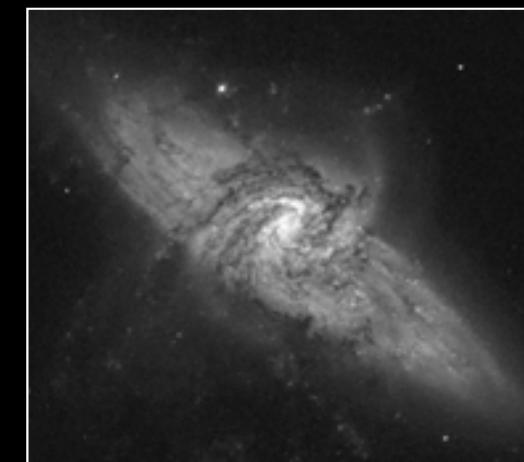
Promediado 8 imágenes



Promediado 64 imágenes

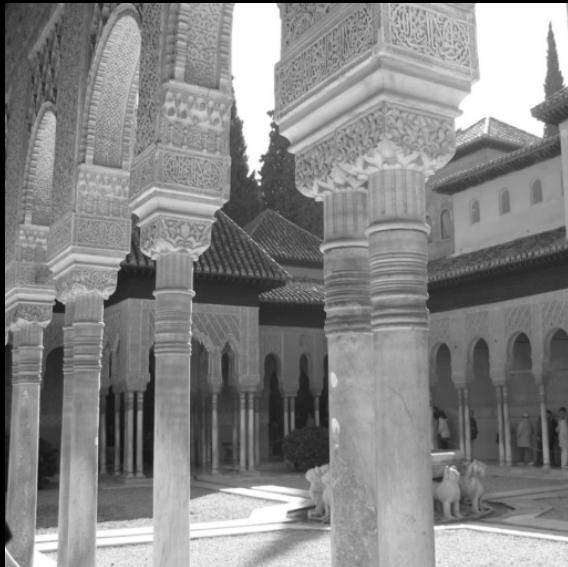


Promediado 128 imágenes

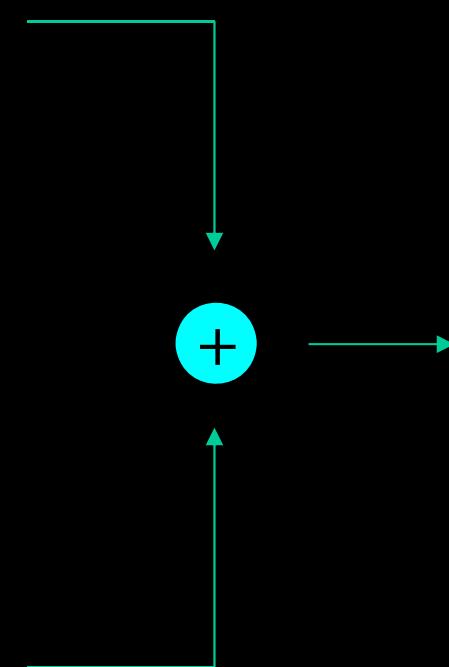


Fuente: Gonzalez, Digital Image Processing, 2002

$\psi_1[x, y]$



$$\theta[x, y] = \psi_1[x, y] + \psi_2[x, y]$$

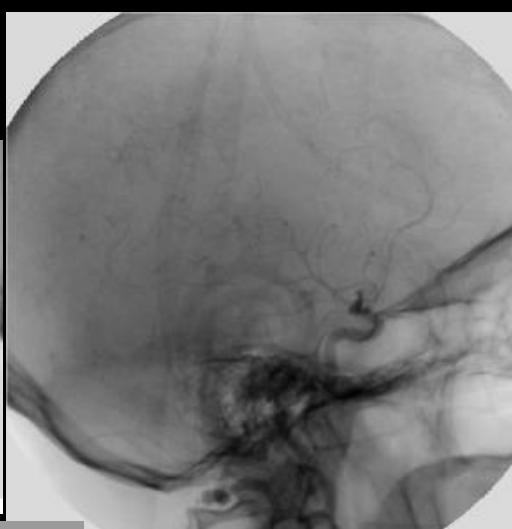
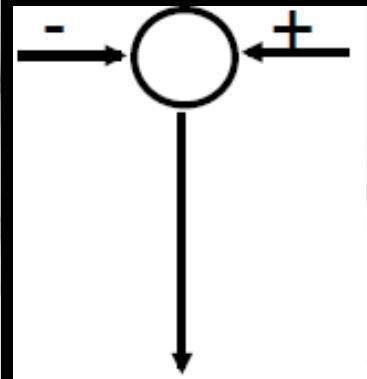
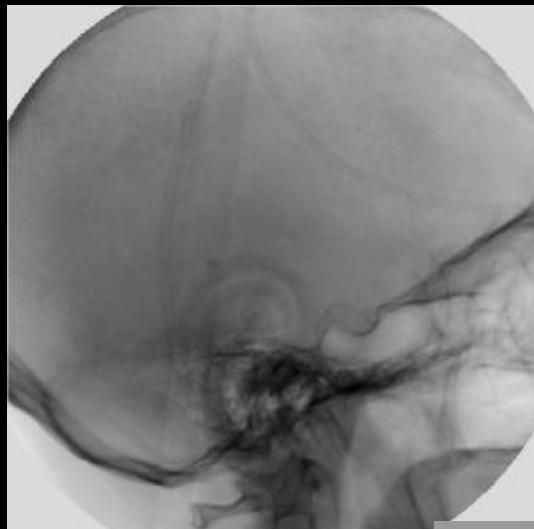


$\psi_2[x, y]$

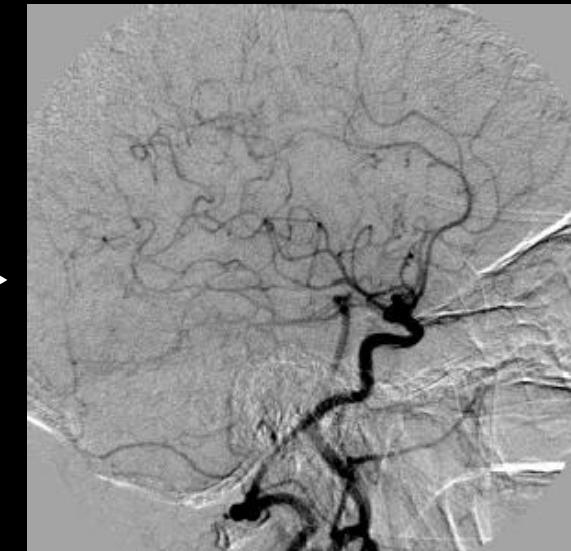
- Angiografía (estudio de vasos circulatorios inicialmente no visibles)

Imagen máscara $\psi_1[x, y]$

Imagen a mejorar $\psi_2[x, y]$



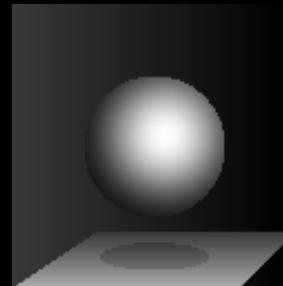
Mejora del
contraste



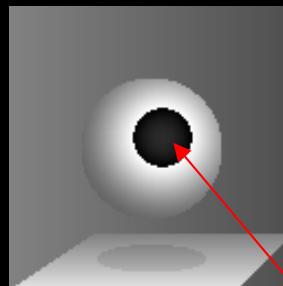
Fuente: <http://www.isi.uu.nl/Research/Gallery/DSA/>

- Desbordamiento (Overflow)
 - Al sumar o restar imágenes de 8 bits es posible que algunos bits se desborden.
 - Se produce cuando el resultado de una operación es superior a 255 o inferior a 0

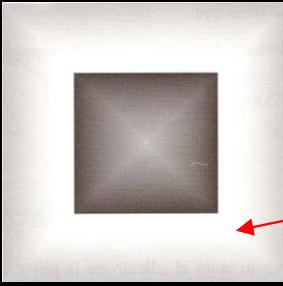
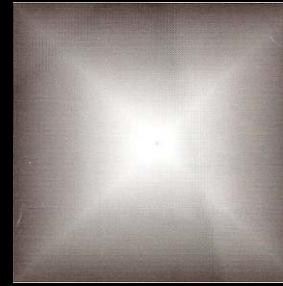
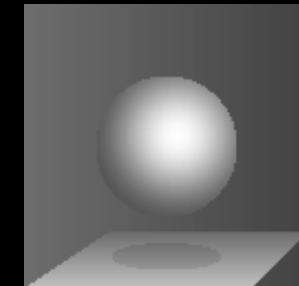
$$\psi_1[x, y]$$



$$\psi_1[x, y] + C$$



$$\psi_1[x, y] + C \text{ (Normalizado)}$$



- Al menos uno de los operandos es una imagen binaria (TRUE-1, FALSE-0) o máscara. Si la otra es binaria, el resultado es binario; si no, se efectúa una operación lógica a nivel de bit.
 - AND: selección de regiones de interés, operadores morfológicos.
 - OR: selección de regiones de interés, operadores morfológicos.



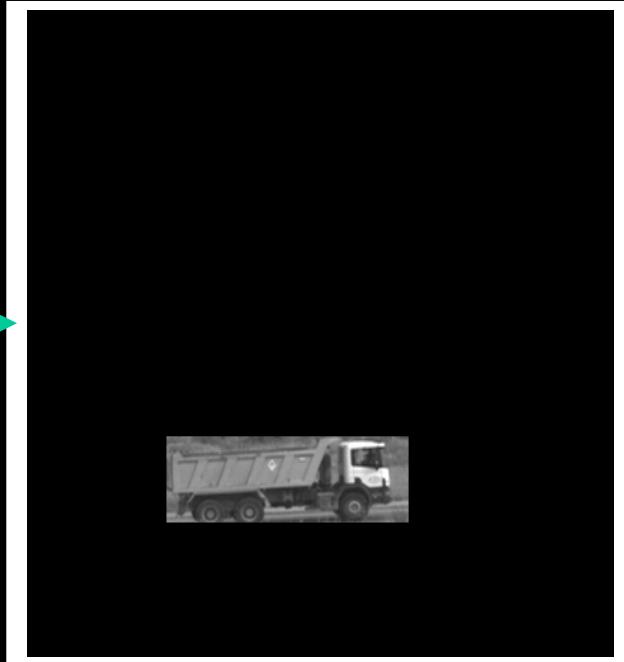
$$\psi_1[x, y]$$



$$\psi_2[x, y]$$

$$\theta[x, y] = \psi_1[x, y] \cap \psi_2[x, y]$$

AND



1. Introducción
2. Modelado de histograma
3. Modificación de niveles
4. Aspectos operativos
5. Operaciones binarias