1. a) Coloring: {1: '(B)', 2: '(B)', 3: '(R)', 4: '(B)', 5: '(R)', 6: '(R)', 7: '(R)', 8: '(B)'}

* 1(B) + 2(B) = 3(R)
* 1(B) + 3(R) = 4(B)
* 1(B) + 4(B) = 5(R)
* 1(B) + 5(R) = 6(R)
* 1(B) + 6(R) = 7(R)
* 1(B) + 7(R) = 8(B)
* 2(B) + 3(R) = 5(R)
* 2(B) + 4(B) = 6(R)
* 2(B) + 5(R) = 7(R)
* 2(B) + 6(R) = 8(B)
* 3(R) + 4(B) = 7(R)
* 3(R) + 5(R) = 8(B)

b) inputToDemacs(9) Python code

Fazit: Ab 9 Zahlen ist es unsatisfiable!

Code ist weiter unten im Dokument.

4) Zu zeigen ist, dass die Folge φ ⊢ ψ valid ist genau unter der Bedingung, dass die Formel φ → ψ ein Theorem ist. Folgende zwei Bedingungen müssen gezeigt werden.

1. Gilt die Folge φ ⊢ ψ, so ist die Formel φ → ψ ein Theorem.
2. Wenn die Formel φ → ψ ein Theorem ist, dann gilt die Folge φ ⊢ ψ.

Für die erste Bedingung müssen wir zeigen, dass jede True Anweisung von φ auch für ψ gilt. Wir nehmen an, dass die Bedingung φ → ψ kein Theorem ist. Daraus folgt, dass es eine True Anweisung in φ gibt welche nicht ψ zutrifft. Allerdings durch die Bedingung, dass φ ⊢ ψ gilt, kann so ein Fall nicht eintreten. ⇒ wir haben einen Wiederspruch. Daher gilt die Aussage, dass φ → ψ kein Theorem ist nicht!

Die zweite Bedingung besagt, dass wenn die Formel φ → ψ ein Satz ist, die Folge φ ⊢ ψ gelten muss. Wenn φ → ψ ein Theorem ist kann man daraus schlussfolgern, dass jeder True wert, der φ → ψ erfüllt, auch φ und ψ erfüllt. Da allerdings φ → ψ äquivalent mit   
φ ⊢ ψ ist, wissen wir dass jeder True Wert der für φ gilt auch für ψ gelten muss, was wiederum bedeutet, dass φ ⊢ ψ valid ist.