

# Techniki Obliczeniowe

## PROJEKT MATLAB

### Analiza czasowo-częstotliwościowa układu RLC

Mateusz Kosek, Bartłomiej Kisielewski

#### 1) Pliki do projektu

Projekt składa się z 5 plików:

- Resonance.m** - sprawdzenie dla jakiej częstotliwości będzie rezonans oraz dobór odpowiednich elementów
- Series Parallel resonance.m** - analiza wpływu rezonansu na dany układ
- Voltage.m** - napięcie w czasie na danym elemencie dla różnych konfiguracji
- Bode.m** - charakterystyki Bodego dla różnych konfiguracji (charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowe oraz fazowo-częstotliwościowe)
- Step response.m** - odpowiedź układów na wymuszenie skokiem jednostkowym

#### Analiza Teoretyczna

2.1) Przeprowadziliśmy wstępną analizę, tzn. wyprowadziliśmy, jaką postać będą miały transmitancje każda z konfiguracji, szeregowe bądź też równoległe oraz jaki element będzie na wyjściu naszego czwórnika.

$$\begin{aligned} \text{Szeregowe na kondensatorze} \quad H(s) &= \frac{U_2(s)}{U_1(s)} = \frac{\frac{1}{Cs}}{\frac{1}{Cs} + sL + R} = \frac{\frac{1}{Lc}}{s^2 + \frac{R}{L}s + \frac{1}{LC}} \\ \text{Szeregowe na cewce} \quad H(s) &= \frac{U_2(s)}{U_1(s)} = \frac{sL}{\frac{1}{Cs} + sL + R} = \frac{s^2}{s^2 + \frac{R}{L}s + \frac{1}{LC}} \\ \text{Szeregowe na rezystorze} \quad H(s) &= \frac{U_2(s)}{U_1(s)} = \frac{R}{\frac{1}{Cs} + sL + R} = \frac{\frac{R}{L}s}{s^2 + \frac{R}{L}s + \frac{1}{LC}} \\ \text{Szeregowe na kondensatorze i cewce} \quad H(s) &= \frac{U_2(s)}{U_1(s)} = \frac{sL + \frac{1}{Cs}}{\frac{1}{Cs} + sL + R} = \frac{s^2 + \frac{1}{Lc}}{s^2 + \frac{R}{L}s + \frac{1}{LC}} \\ \text{Równoległe na cewce i kondensatorze} \quad H(s) &= \frac{U_2(s)}{U_1(s)} = \frac{\frac{1}{1+s^2LC}}{\frac{1}{1+s^2LC} + R} = \frac{\frac{s}{RC}}{s^2 + \frac{s}{RC} + \frac{1}{LC}} \\ \text{Równoległe na rezystorze i cewce} \quad H(s) &= \frac{U_2(s)}{U_1(s)} = \frac{s^2}{s^2 + \frac{1}{RC}s + \frac{1}{LC}} \\ \text{Równoległe na rezystorze i kondensatorze} \quad H(s) &= \frac{U_2(s)}{U_1(s)} = \frac{\frac{1}{LC}}{s^2 + \frac{1}{RC}s + \frac{1}{LC}} \\ \text{Równoległe kondensator i cewka, na wyjściu rezystor} \quad H(s) &= \frac{U_2(s)}{U_1(s)} = \frac{s^2 + \frac{1}{Lc}}{s^2 + \frac{1}{RC}s + \frac{1}{LC}} \end{aligned}$$

2.2) Aby sprawdzić odpowiedź układu na skok jednostkowy konieczne jest przekształcenie:

Odpowiedź na skok jednostkowy

$$H(s) \cdot X(s) = Y(s)$$

$$X(s) = \frac{1}{s}$$

czyli np.:

$$\frac{\frac{1}{LC}}{s^2 + \frac{R}{L}s + \frac{1}{LC}} \cdot \frac{1}{s} = \frac{\frac{1}{LC}}{s^3 + \frac{R}{L}s^2 + \frac{1}{LC}s}$$

2.3) Wyprowadziliśmy dla jakiej częstotliwości spodziewamy się rezonansu:

Rezonans

$$X_C = \frac{1}{\omega C}$$

$$X_L = \omega L$$

$$X_L = X_C$$

$$\omega L = \frac{1}{\omega C}$$

$$\frac{1}{LC} = \omega^2$$

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC}}$$

$$f = \frac{\sqrt{\frac{1}{LC}}}{2\pi}$$

### 3) Cztery najważniejsze funkcje jakie zostały wykorzystane do analizy czasowo-częstotliwościowej - układu RLC:

**Tf** - służy do przejścia do dziedziny Laplace'a. Dla każdej konfiguracji RLC zostały wykorzystane transmitancje operatorowe układów potrzebne do analizy czasowo-częstotliwościowej wykorzystywane przez następne funkcje.

**Bode** - służy do analizy systemów dynamicznych poprzez generowanie charakterystyk Bodego, które przedstawiają amplitudę i fazę odpowiedzi systemu w zależności od częstotliwości wejściowej. Aby użyć funkcji Bode, należy zdefiniować obiekt za pomocą funkcji **tf**. Funkcja ta dla charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowej wyprowadza moduł z podanej transmitancji. Dla charakterystyki fazowo-częstotliwościowej przekształca transmitancję gdzie kąt będzie równy arcus tangens.

**Lsim** - służy do symulacji czasowej odpowiedzi skokowej systemu dynamicznego na zadane wejście. Przyjmuje trzy argumenty: obiekt **tf**, wektor czasu oraz sygnał wejściowy, w tym przypadku sygnał sinusoidalny, a następnie wyświetla się przebieg czasowy odpowiedzi obiektu.

**Step** - służy do generowania odpowiedzi skokowej dla obiektu **tf**. Przyjmuje ten obiekt jako argument i zwraca przebieg czasowy odpowiedzi na skok jednostkowy, umożliwiając wizualizację charakterystyki czasowej systemu. Funkcja **step** automatycznie przemnaża obiekt **tf** przez 1/s.

### 4) Napięcie w czasie

Jeśli chodzi o badanie napięcia na danych elementach to w przypadku konfiguracji szeregowej sytuacja wygląda następująco.

Wykorzystaliśmy funkcję **lsim**, gdzie podawaliśmy sygnał sinusoidalny, jak zauważyliśmy w przypadku połączenia szeregowego można badać zmieniające się napięcie w zależności od konfiguracji. Jeśli do **lsim** podamy transmitancję gdzie na wyjściu będzie rezystor R to też na nim będziemy badać napięcie i podobnie sytuacja będzie wyglądać w przypadku elementów L i C, które będą na wyjściu. W każdym przypadku podajemy ten sam sygnał sinusoidalny i manewrujemy z transmitancją, by "wpinać" w różny sposób woltomierz.

W przypadku badania napięcia w konfiguracjach równoległych, różnica będzie taka, że to samo napięcie pojawi się nam na dwóch elementach połączonych równolegle, które będzie na wyjściu.

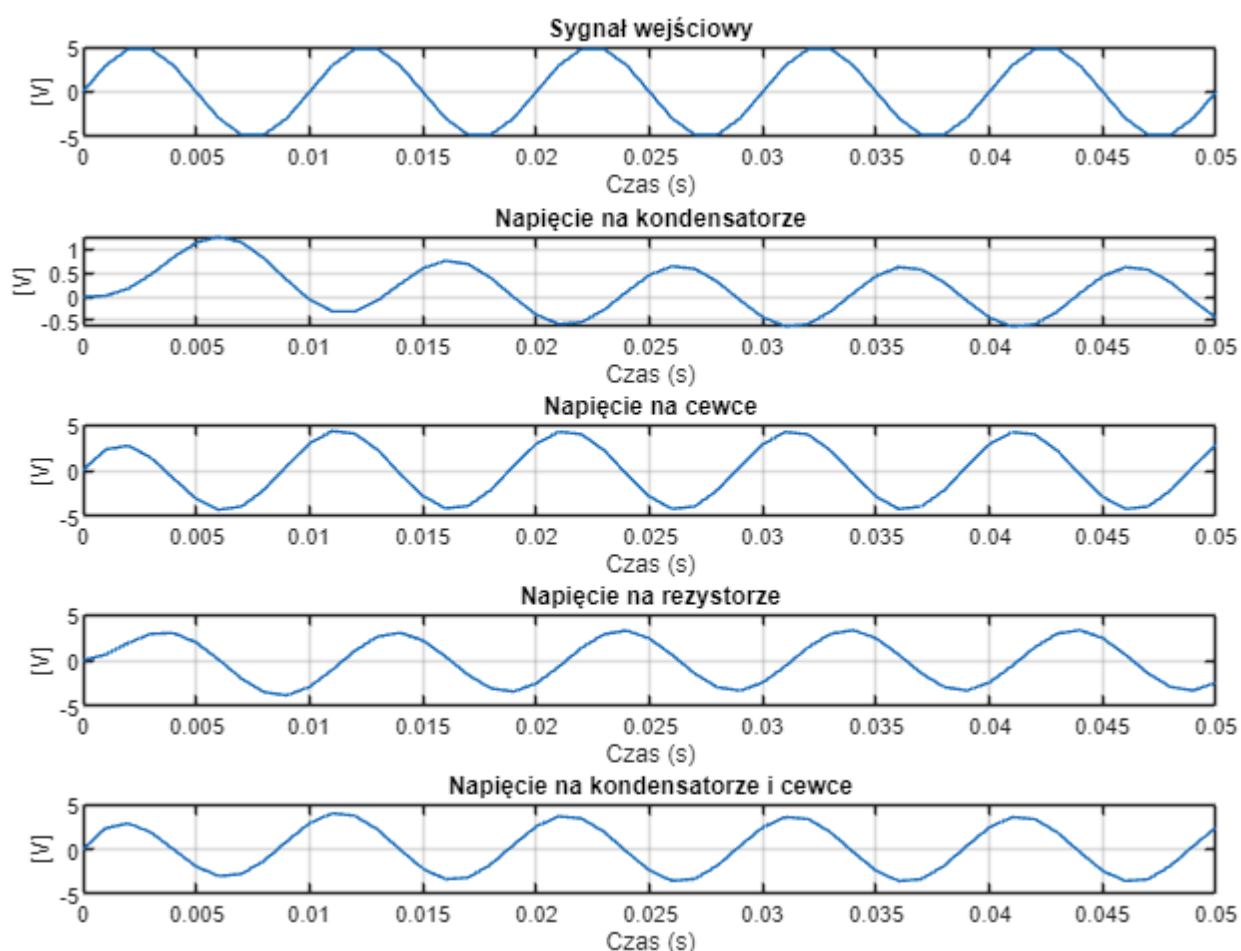
Warto dodać, iż w przypadku takiej analizy trzeba zadbać o odpowiedni dobór elementów bądź też wektora czasu. Jeżeli któryś z tych rzeczy zostałyby pominięte otrzymalibyśmy wykresy, które są nieczytelne i nie bylibyśmy w stanie zauważyć zjawisk dynamicznych na elementach pojemności oraz indukcyjności

W przypadku elementu indukcyjnego przepływ prądu indukuje pole magnetyczne wokół niej. Zmiany prądu w czasie powodują indukcję napięcia w cewce zgodnie z prawem Faradaya.

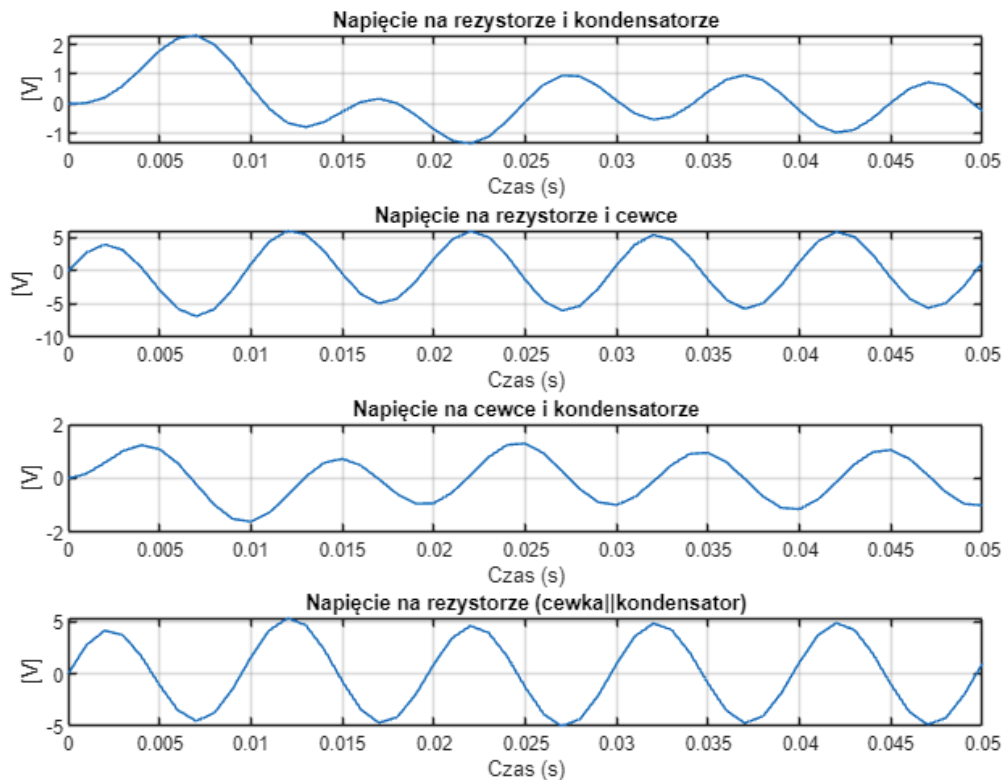
Wykres napięcia na cewce wskaże rezystancję cewki na zmiany prądu. Im szybsze zmiany prądu, tym większa indukcja, co prowadzi do wyższych wartości napięcia.

W przypadku elementu pojemnościowego kondensator gromadzi ładunek elektryczny. Gdy mamy zmienne napięcie kondensator może akumulować oraz oddawać ładunek, zmienia się jego poziom naładowania. Im szybsze zmiany napięcia, tym szybciej kondensator się ładuje i rozładowuje.

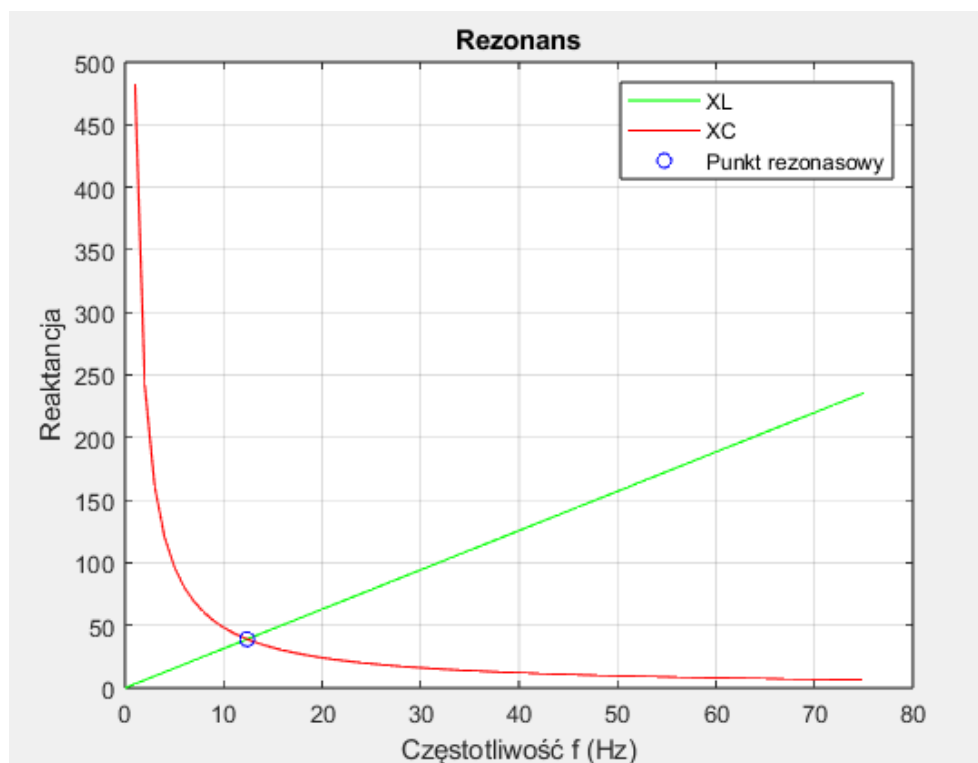
### Napięcie na elementach w konfiguracjach szeregowych



## Napięcie na elementach w konfiguracjach równoległych



## 5) Rezonans

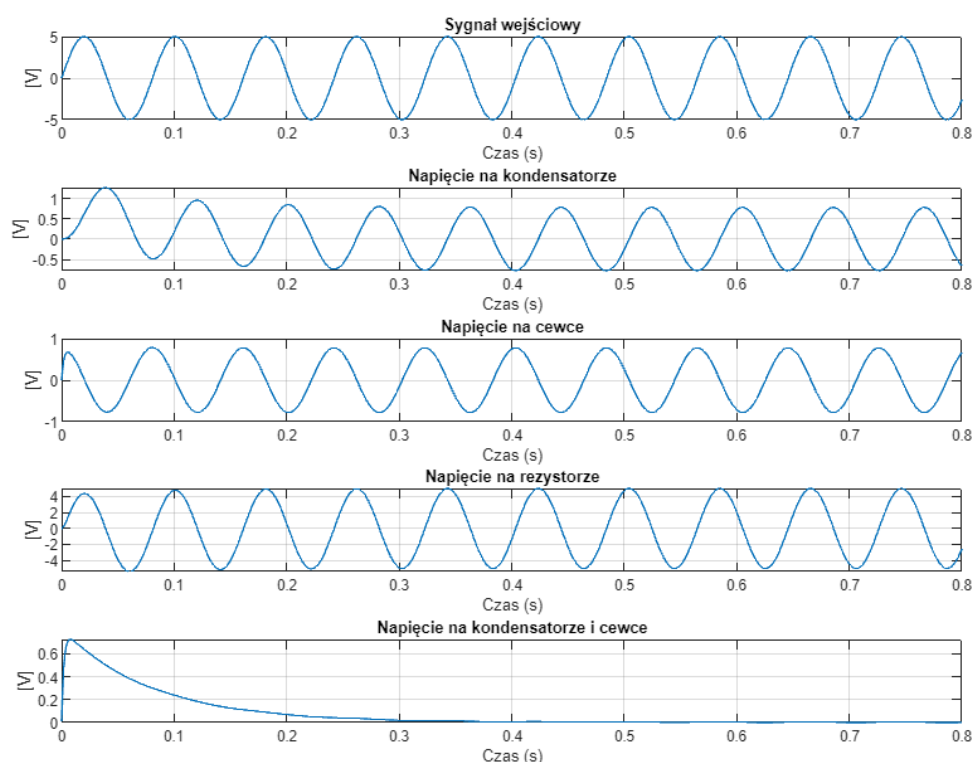


Na wykresie powyżej zostało pokazane, że przy odpowiednim doborze elementów możemy mieć do czynienia z rezonansem. Rezonansem nazywamy sytuację kiedy wektory

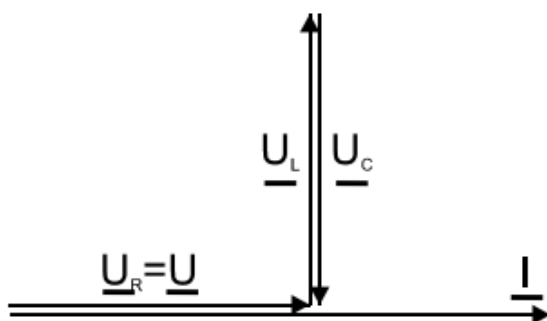
prądu lub napięcia w zależności, od rodzaju rezonansu, będą w przeciwfazie. Wówczas różnica reaktancji będzie równa zero.

Przed analizą rezonansową warto dodać, iż wektor czasu jest stosunkowo mały, zjawiska na samym początku symulacji będą miały niewielki wpływ na ogólne zachowanie układu, które jest poniżej opisane i zobrazowane.

W przypadku rezonansu szeregowego, inaczej zwanego napięć wektory  $U_L$  oraz  $U_C$ , będą w przeciwfazie co przełoży się na to, iż te elementy połączone ze sobą szeregowo będą stanowiły zwarcie. Poniższy wykres pokazuje jak zachowuje się napięcie w czasie na poszczególnych elementach, szczególną uwagę warto zwrócić na napięcie na kondensatorze i cewce, sygnały sinusoidalne będą w przeciwfazie, wówczas po krótkim czasie różnica tych napięć będzie równa 0, co obrazuje wykres 5.

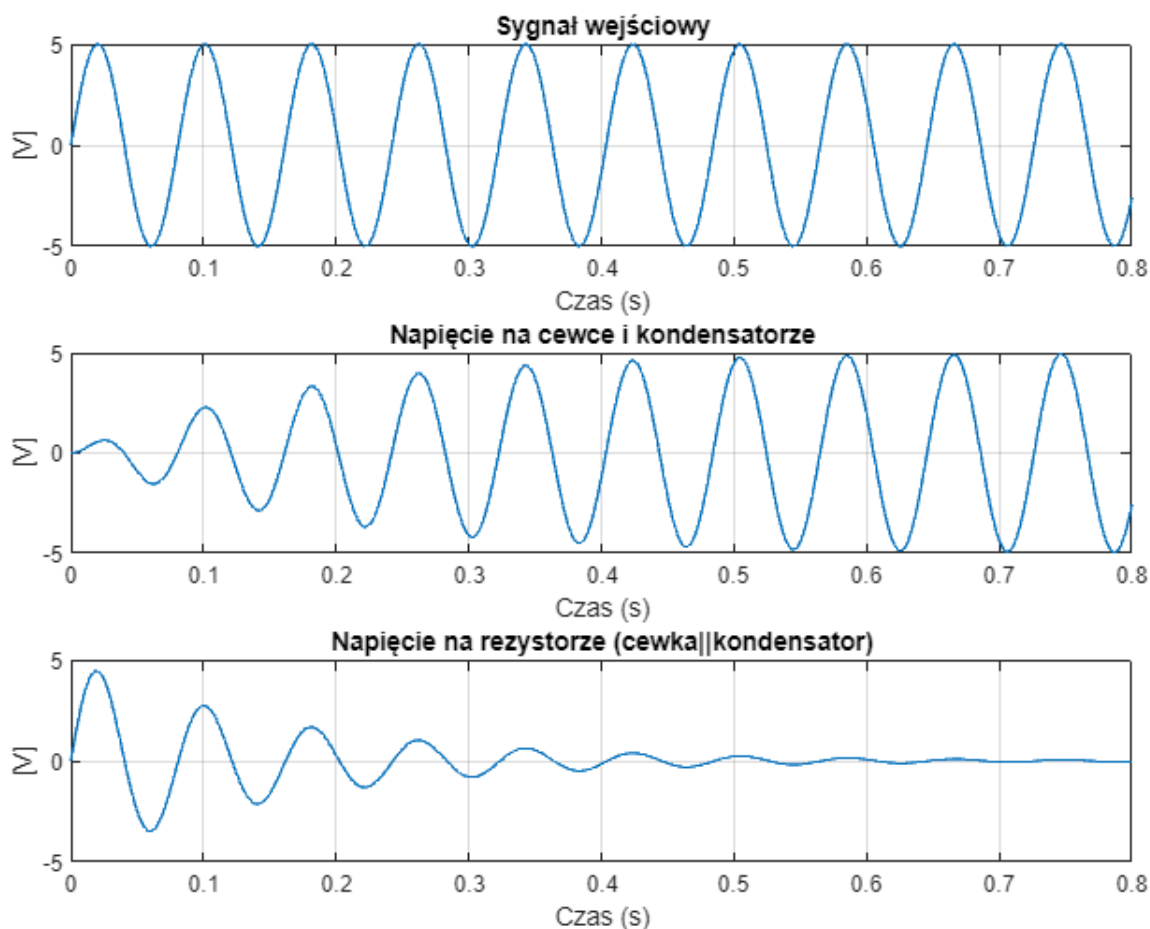


Poniższy wykres wskazowy obrazuje jak zachowują się wektory prądu i napięcia na płaszczyźnie zespolonej w przypadku rezonansu szeregowego.

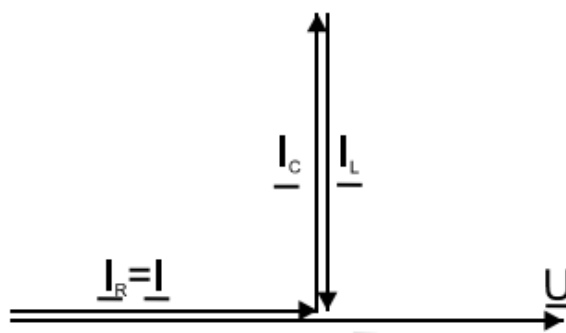


W przypadku rezonansu równoległego, inaczej zwanego prądów, wektory  $I_L$  oraz  $I_C$  będą w przeciwfazie, co przełoży się na to, iż te elementy połączone ze sobą równolegle będą stanowił przerwę w obwodzie.

Poniższy wykres pokazuje jak będzie wyglądać napięcie na danych elementach, po pewnym czasie dojdziemy do momentu kiedy wektory prądów będą w przeciwfazie. Impedancja zastępcza elementów  $L$  i  $C$  będzie w granicy dążyć do nieskończoności. Wówczas elementy  $L$  i  $C$ , można stwierdzić że będą przerwą w obwodzie. Całe napięcie będzie odkładać się na tych elementach. Po pewnym czasie napięcie na rezystorze będzie dążyć do 0, gdyż nie będzie przez niego płynął prąd.



Poniższy wykres wskazowy obrazuje jak zachowują się wektory prądu i napięcia na płaszczyźnie zespolonej w przypadku rezonansu równoległego.



## 6) Wykresy Bodego i Step Response

Na wykresach Bodego będziemy w stanie zauważyć jak zmienia się amplituda w zależności od częstotliwości oraz jak układ przesuwa fazę w zależności od częstotliwości w stosunku do sygnału wejściowego. Czwórnik RLC może być wykorzystywany jako filtr, co idealnie obrazują te charakterystyki. Głównym ich zadaniem jest przepuszczanie, bądź też blokowanie sygnałów w określonym zakresie częstotliwości.

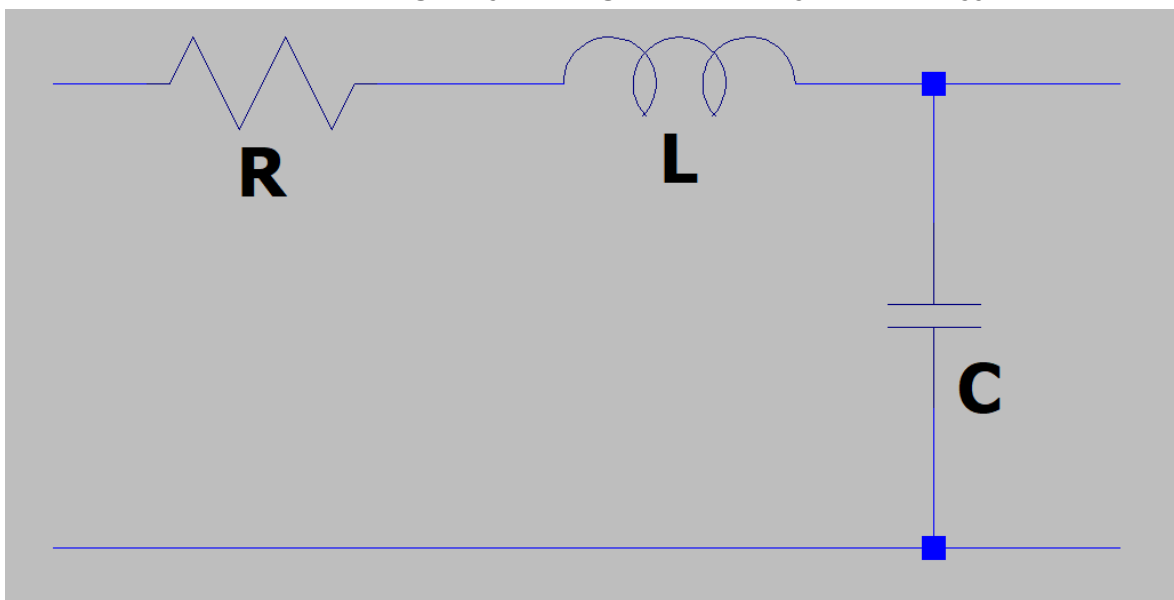
Do tego celu przeszliśmy do dziedziny Laplace'a (funkcja **tf**), następnie wyprowadziliśmy wzory na transmitancję każdego układu. Do wykreślenia charakterystyk Bodego (charakterystyka amplitudowa oraz fazowa) wykorzystaliśmy funkcję **bode**.

Aby wykreślić charakterystykę amplitudowo-częstotliwościową należy wyprowadzić moduł z transmitancji. W przypadku charakterystyki fazowo-częstotliwościowej przekształcamy podaną transmitancję by uzyskać postać  $\phi(\omega) = \arctg(Q(\omega)/P(\omega))$

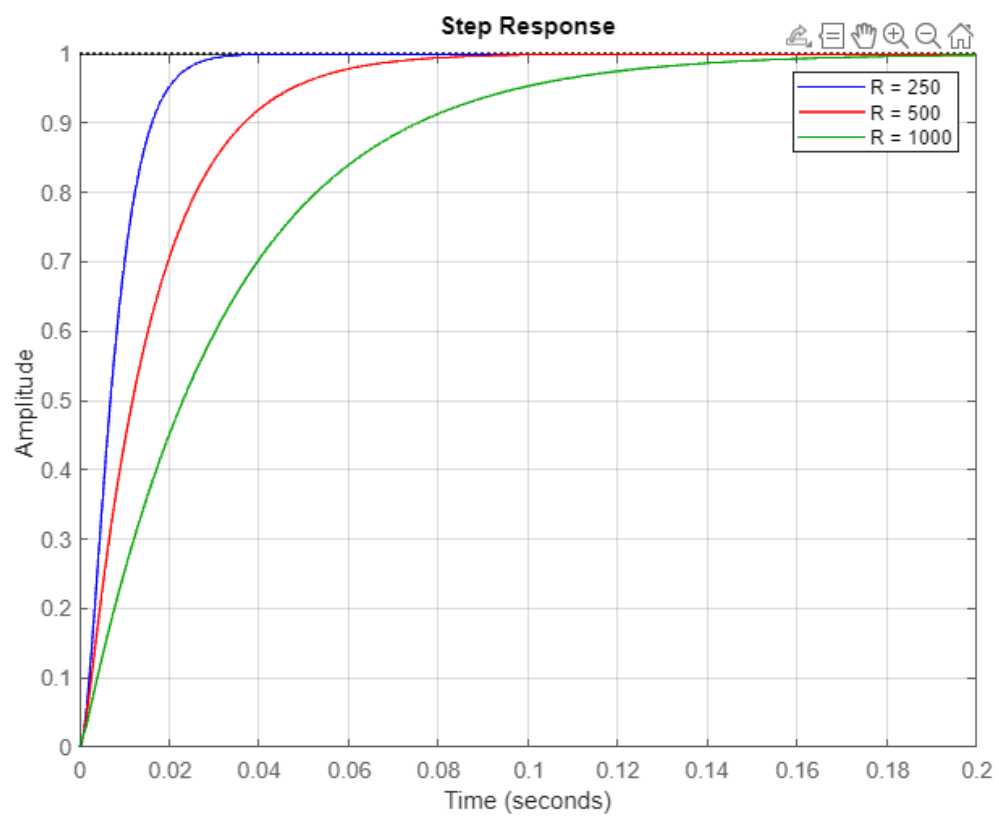
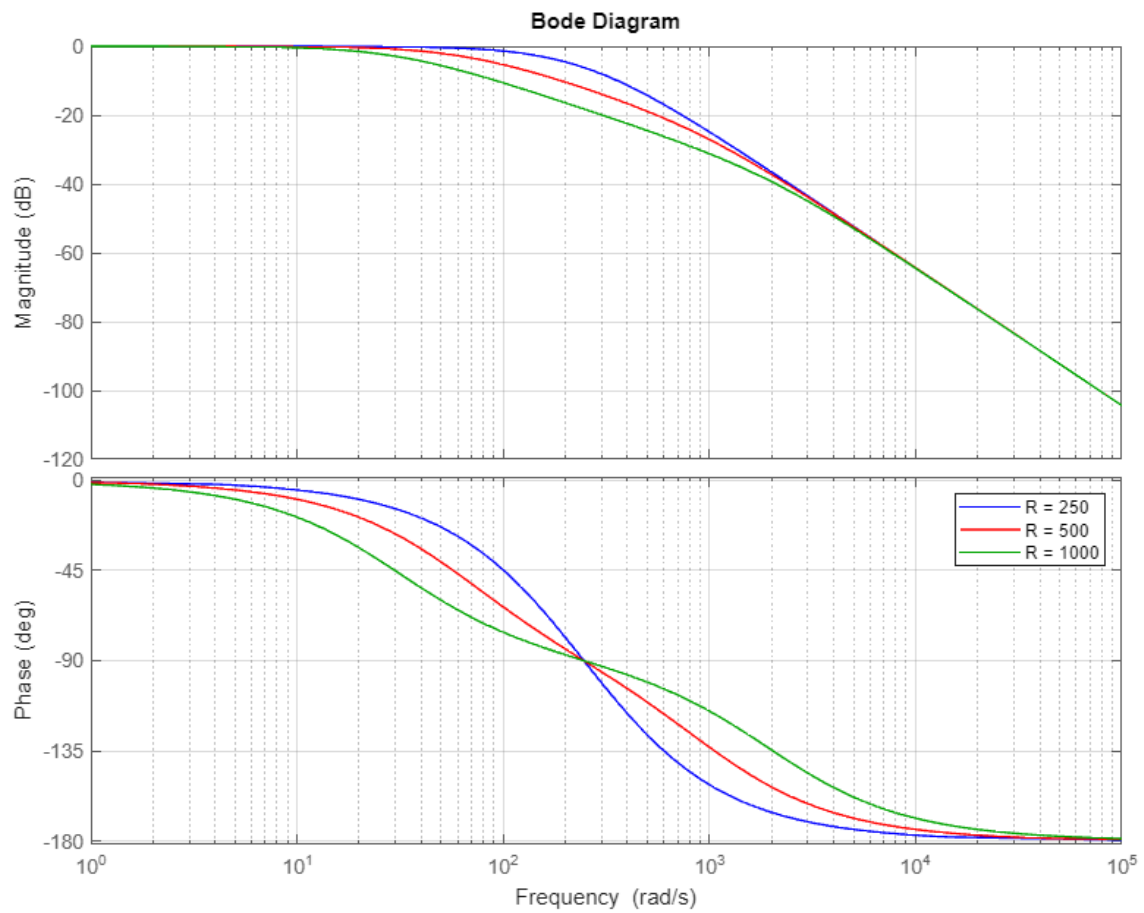
Odpowiedź skokowa (step response) nazywamy odpowiedzią czasową tego układu na wymuszenie skokiem jednostkowym. Skok jednostkowy to sygnał, który nagle zmienia swoją wartość z 0 do 1 w pewnym momencie czasu. Może nam powiedzieć jak dany układ się zachowuje i jak będzie wpływać na dane parametry, przykładowo stabilność, czas reakcji czy też zachowania dynamiczne układu.

Do wykreślenia charakterystyk z wymuszeniem na skok jednostkowy wykorzystaliśmy funkcję **step**, która jak samodzielnie przemnaża  $\rightarrow U_2(s) = H(s) * U_1(s)$ , gdzie  $U_1(s) = 1/s$

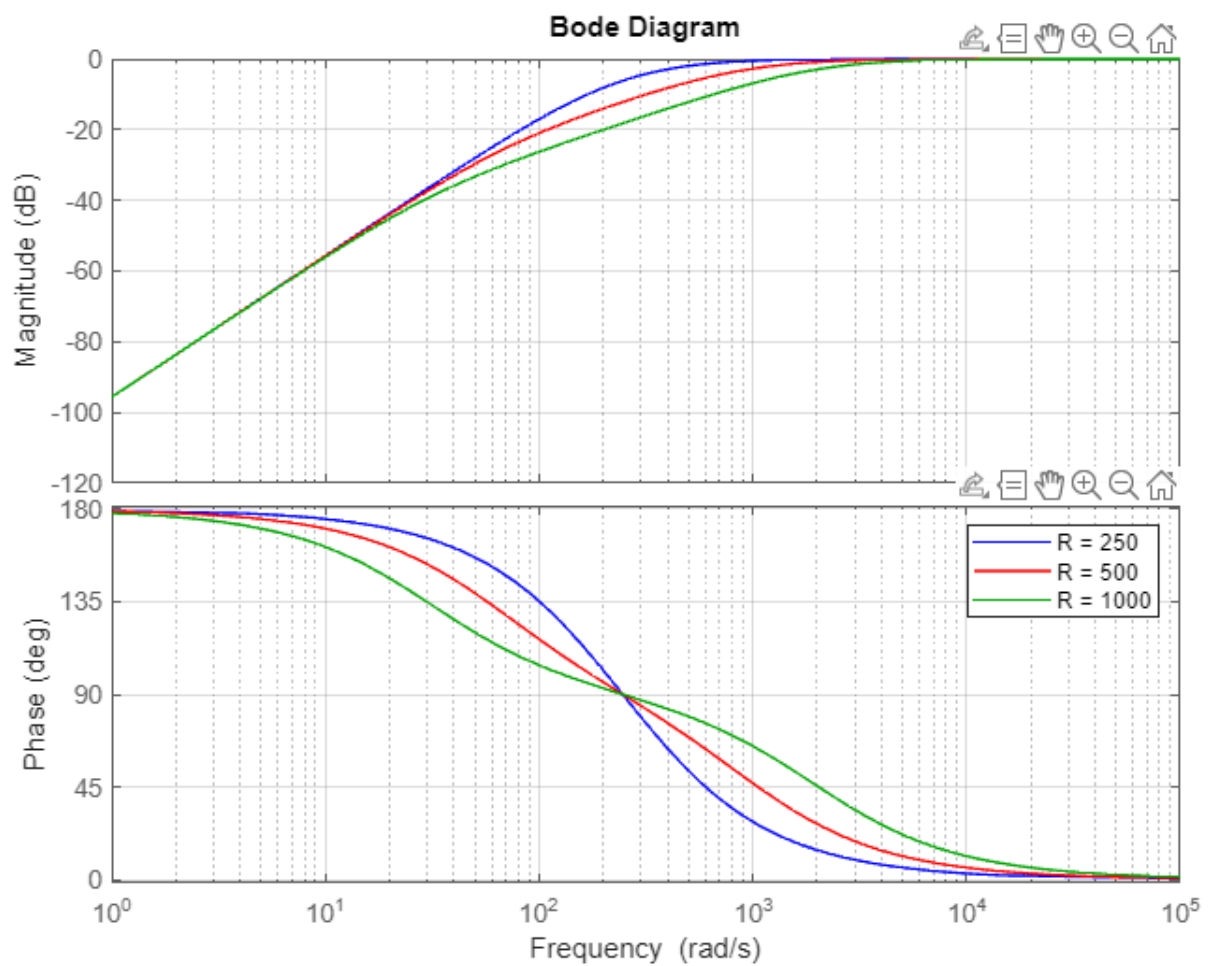
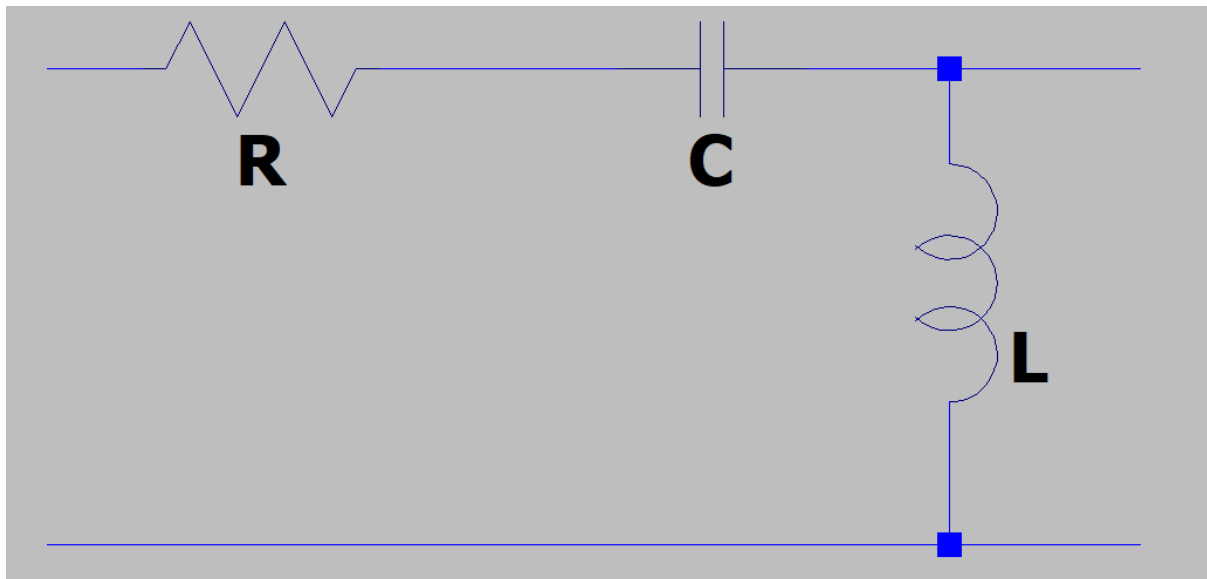
a) Pierwsza konfiguracja szeregowo elementy RLC, na wyjściu C

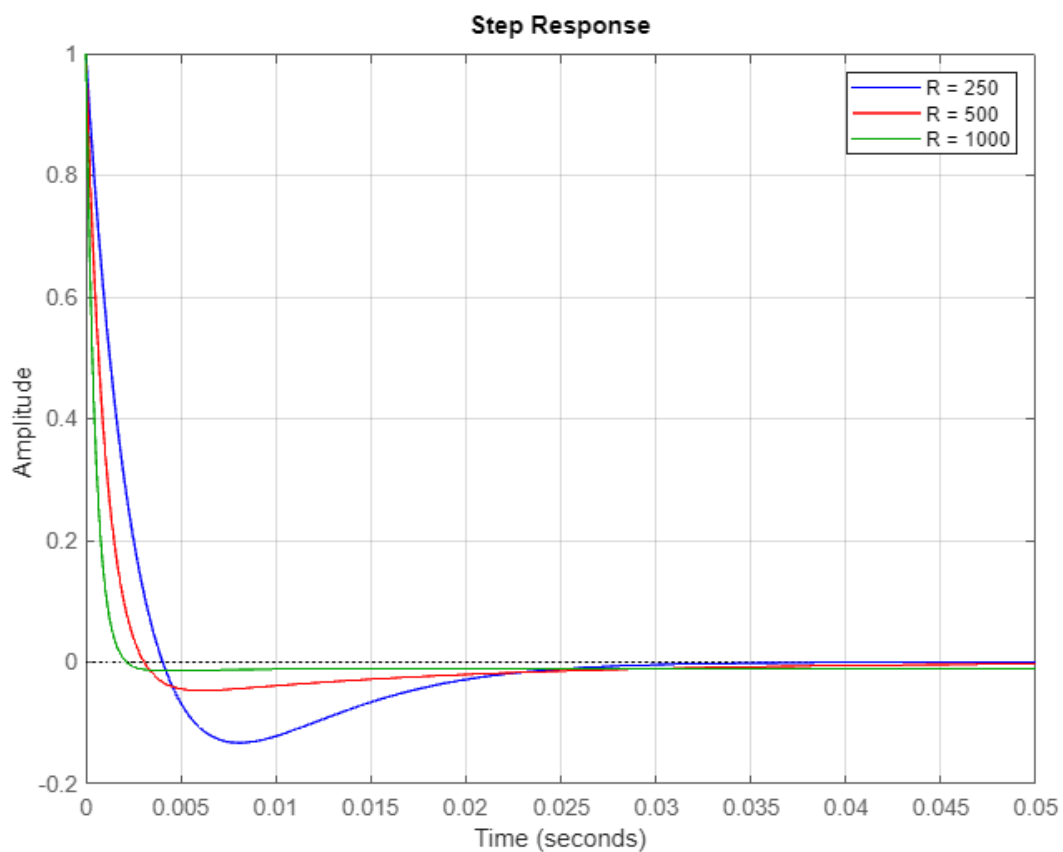




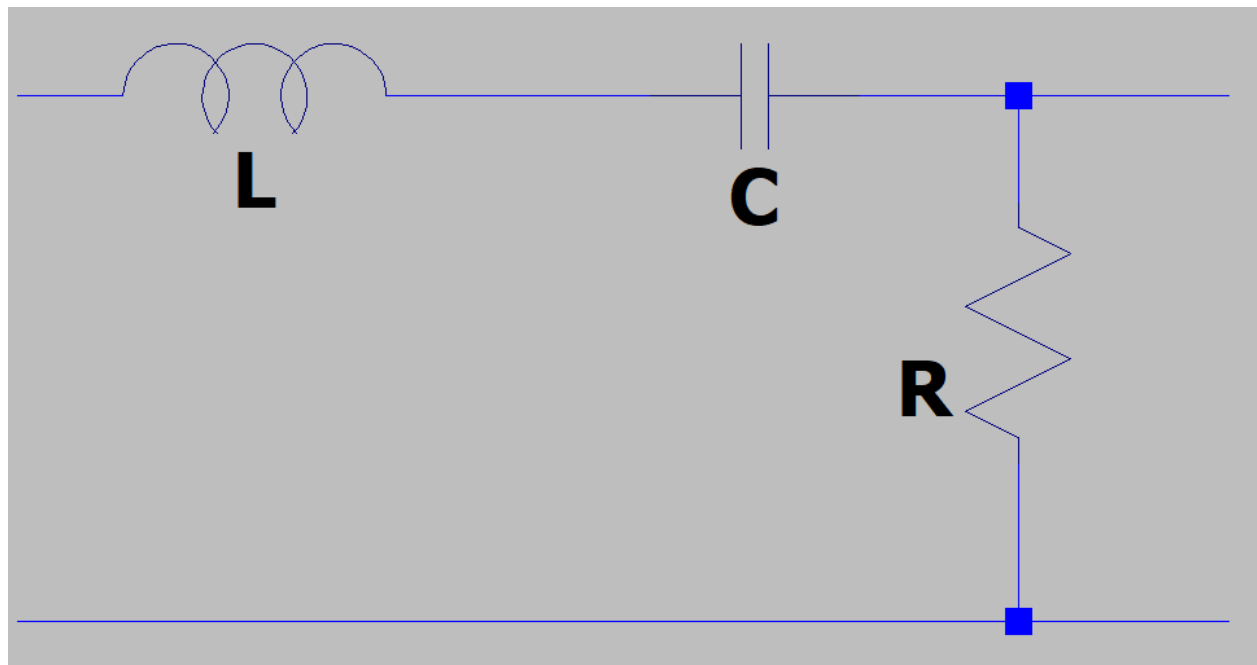


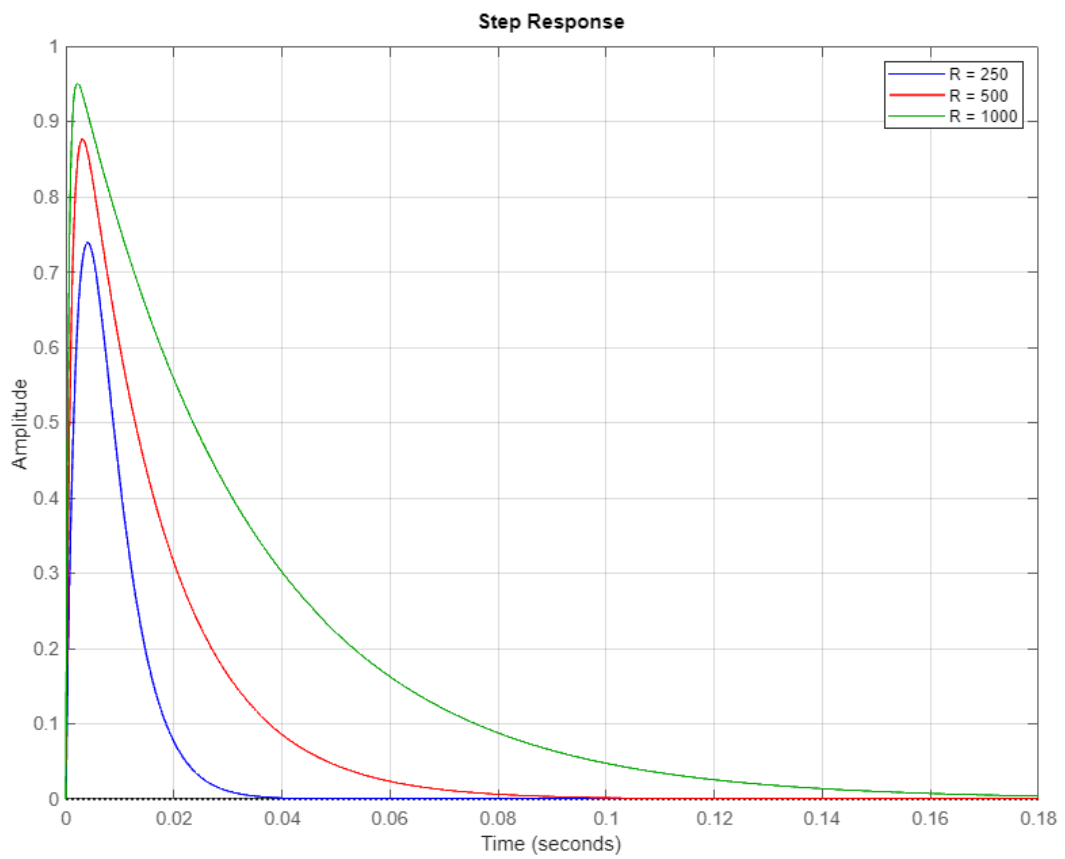
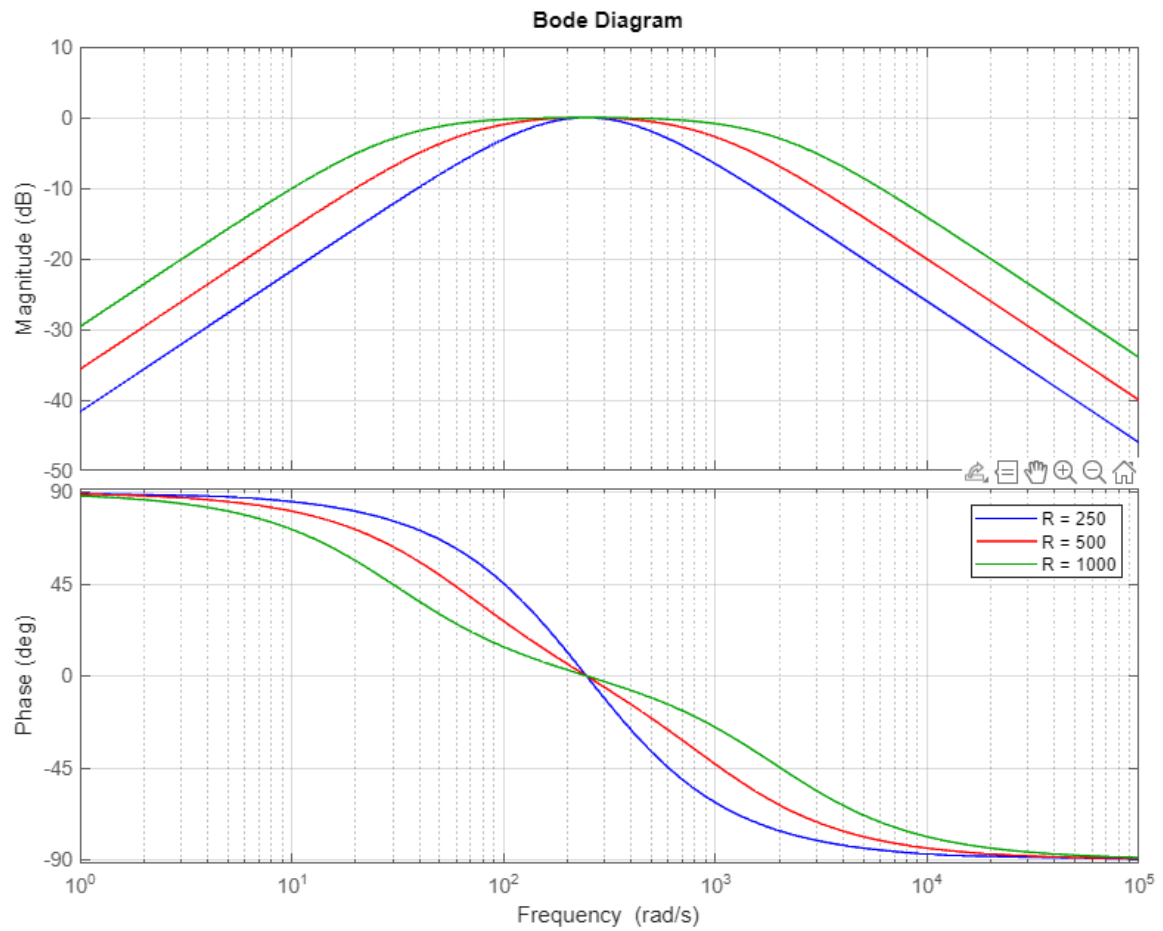
b) Druga konfiguracja szeregowo elementy RLC, na wyjściu L



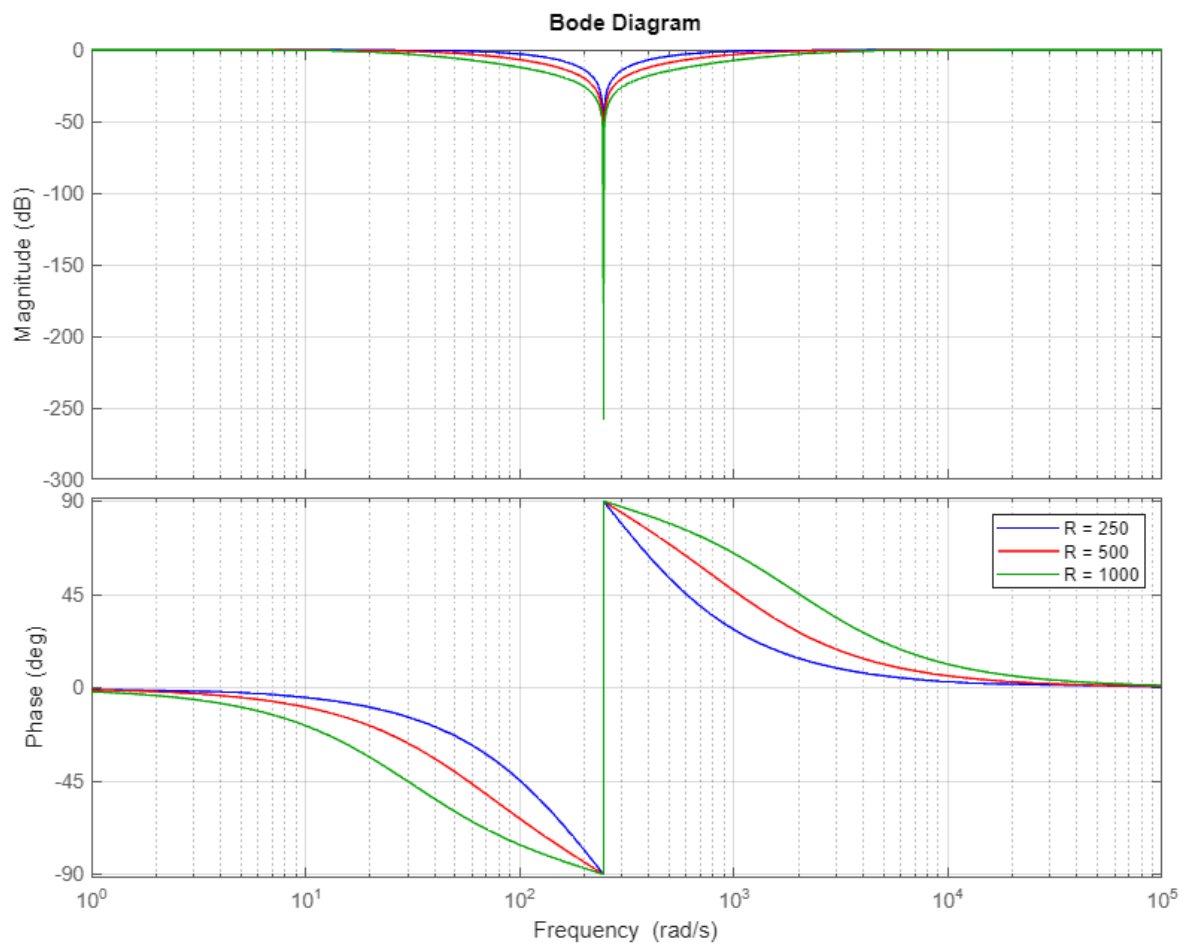
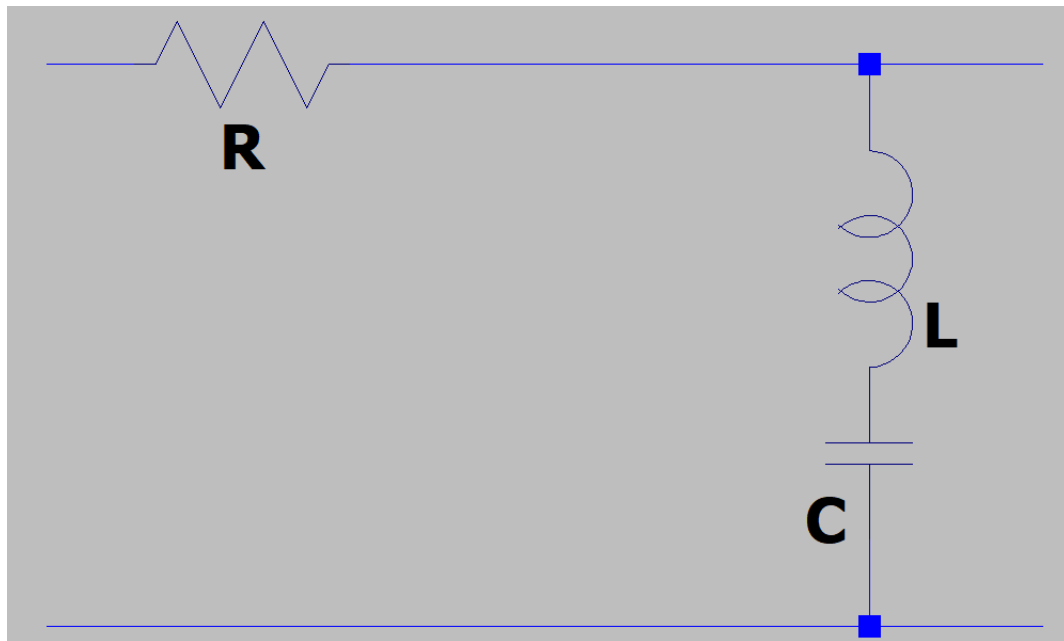


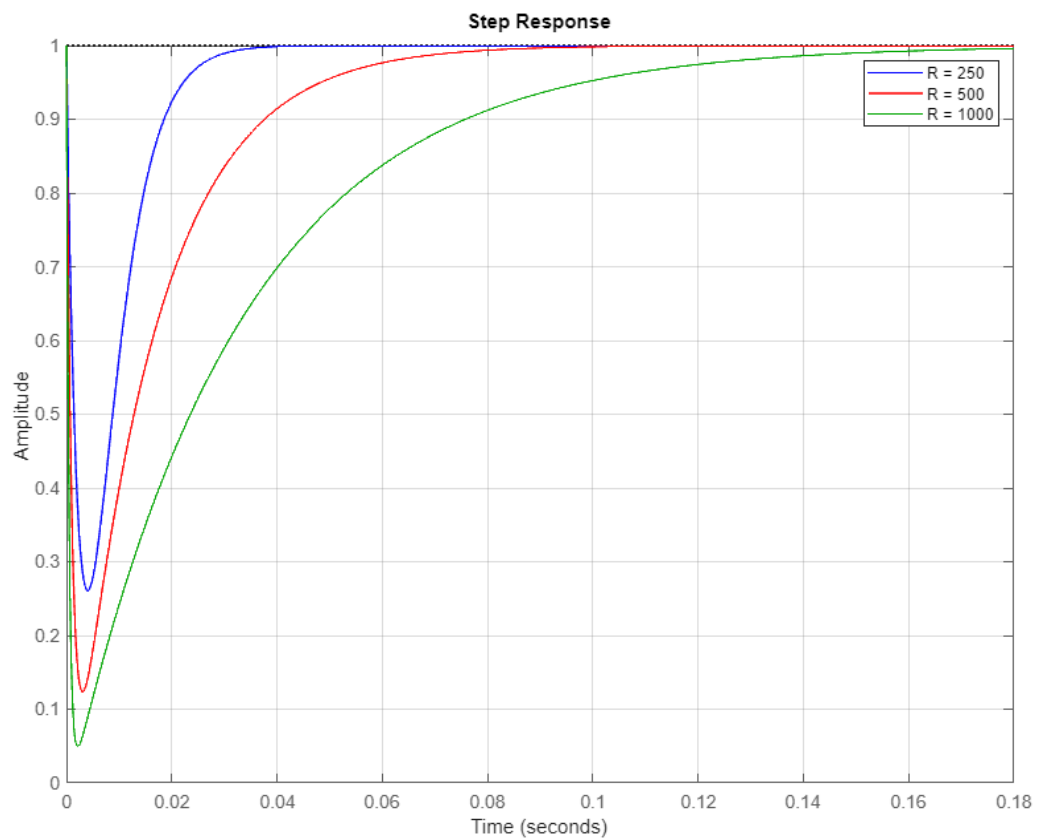
c) Trzecia konfiguracja szeregową RLC, na wyjściu R



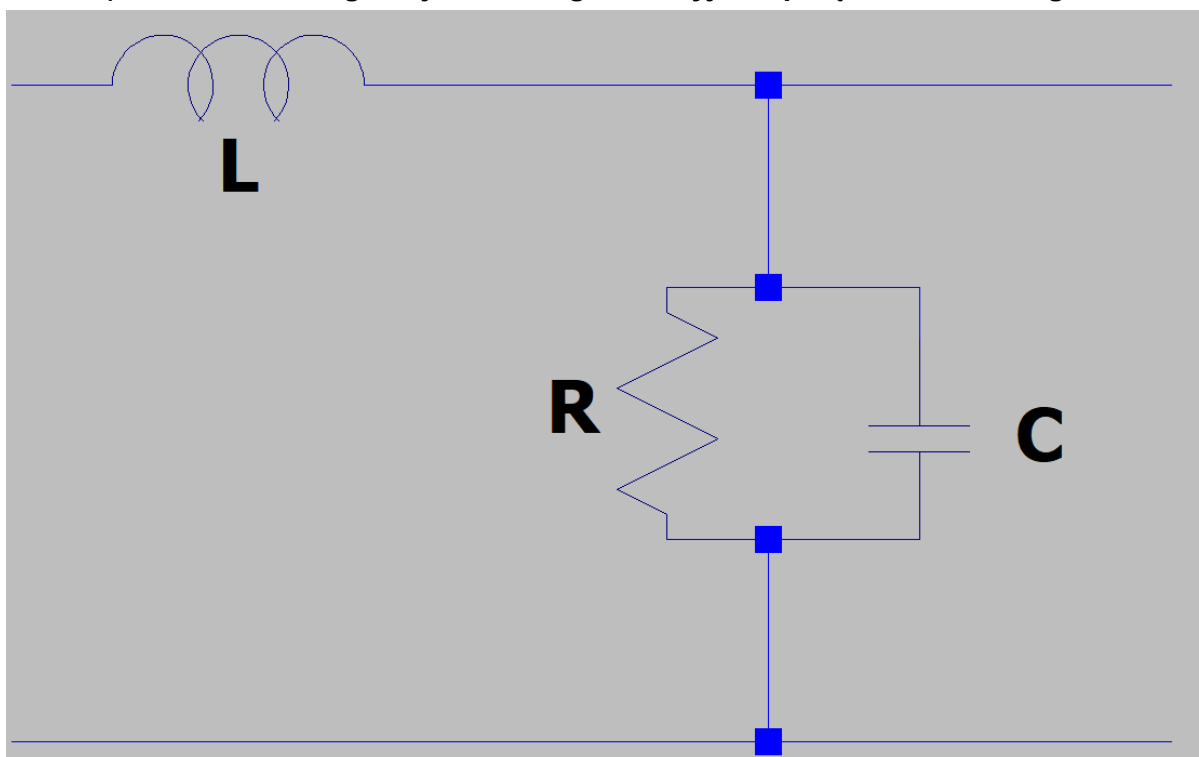


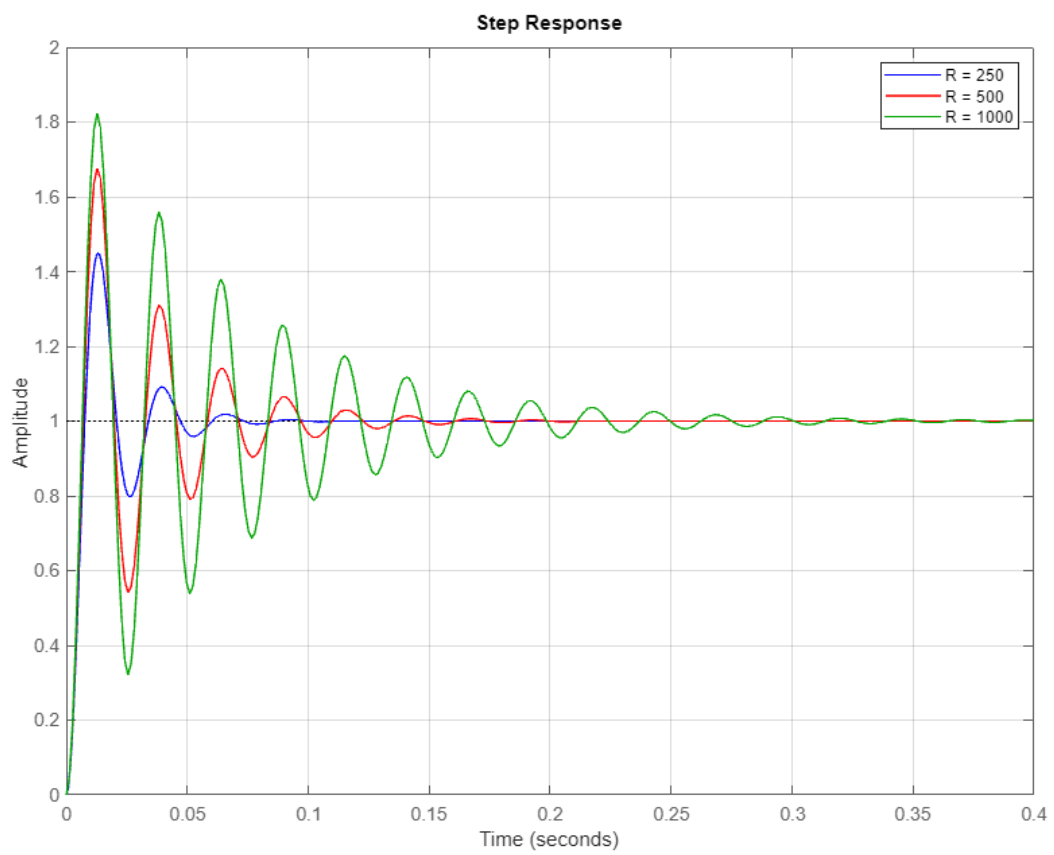
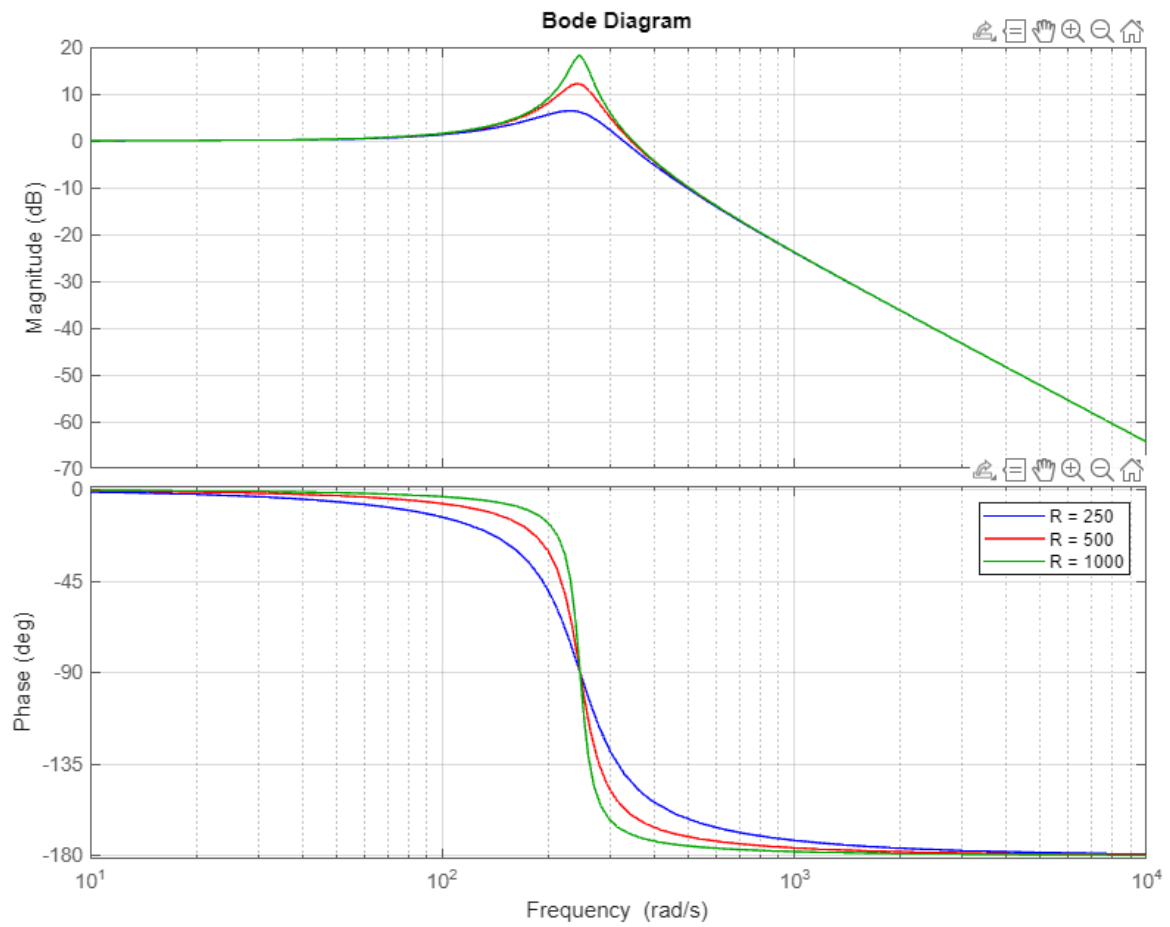
d) Czwarta konfiguracja szeregowo RLC, na wyjściu połączone szeregowo L i C



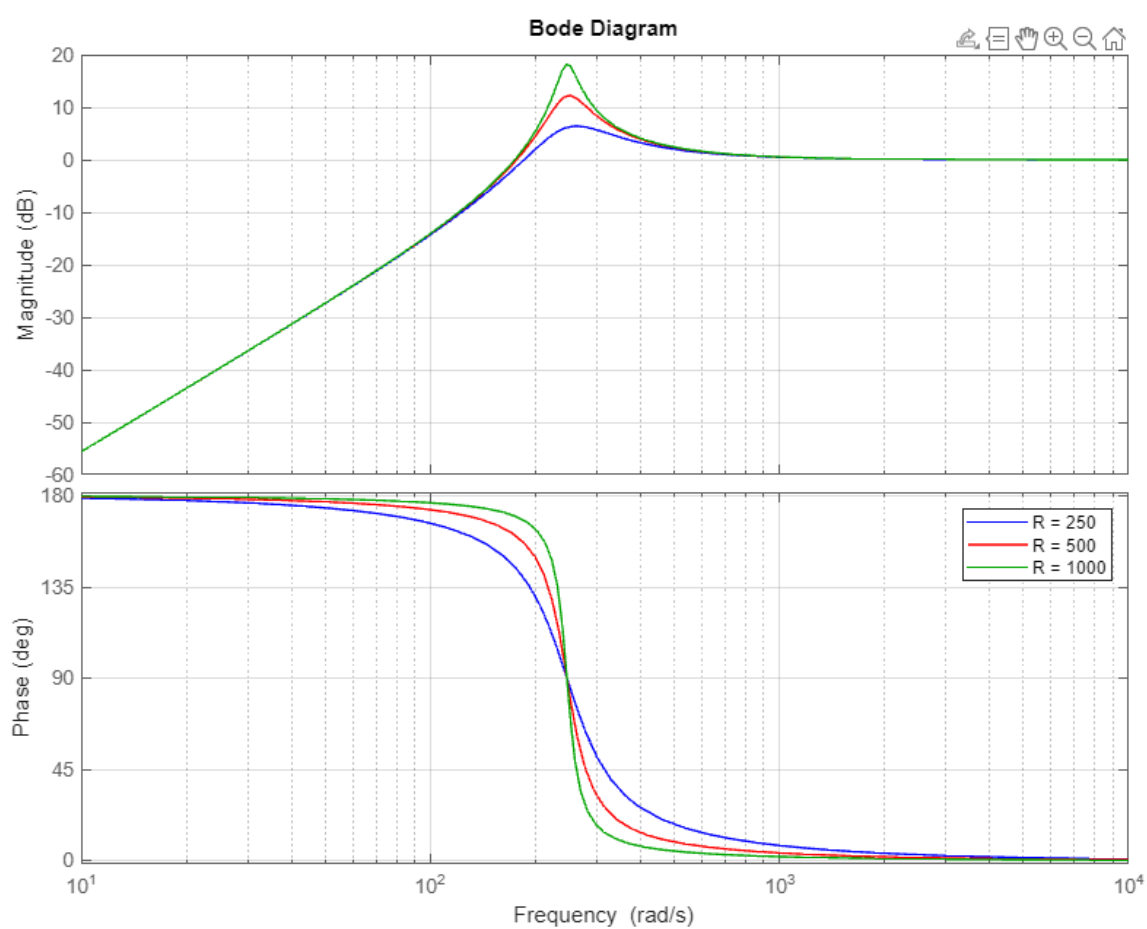
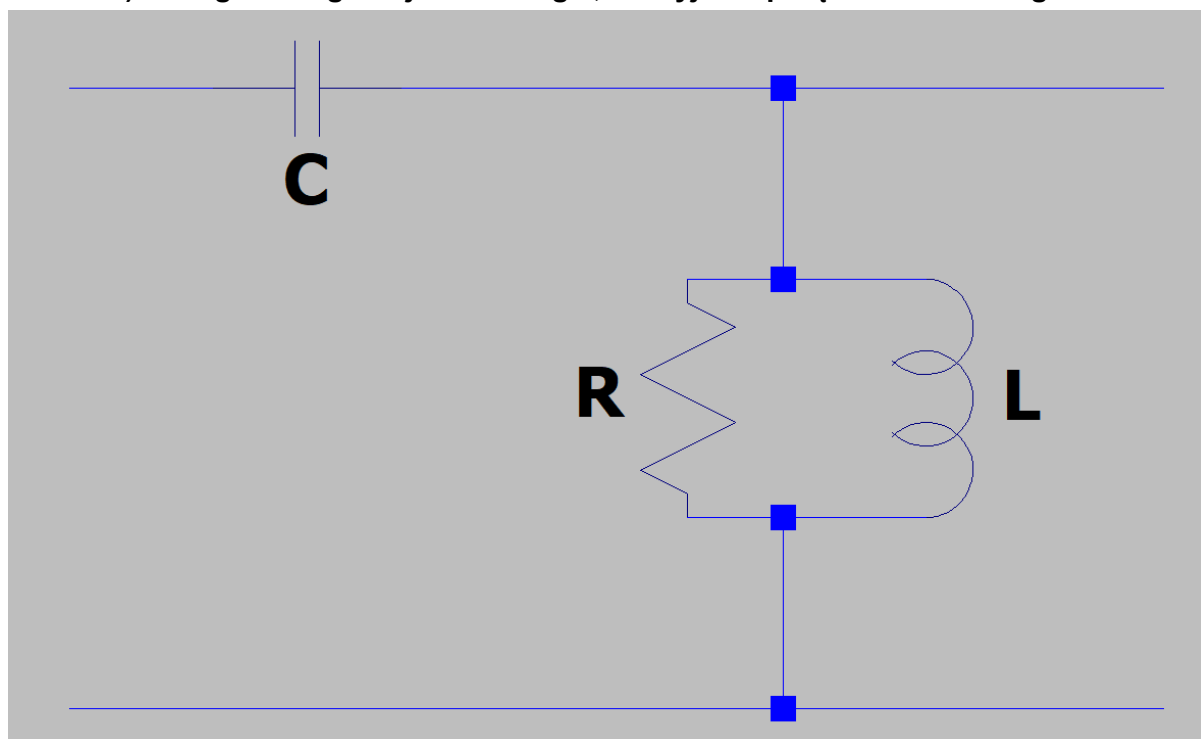


e) Pierwsza konfiguracja równoległa, na wyjściu połączone równolegle R i C

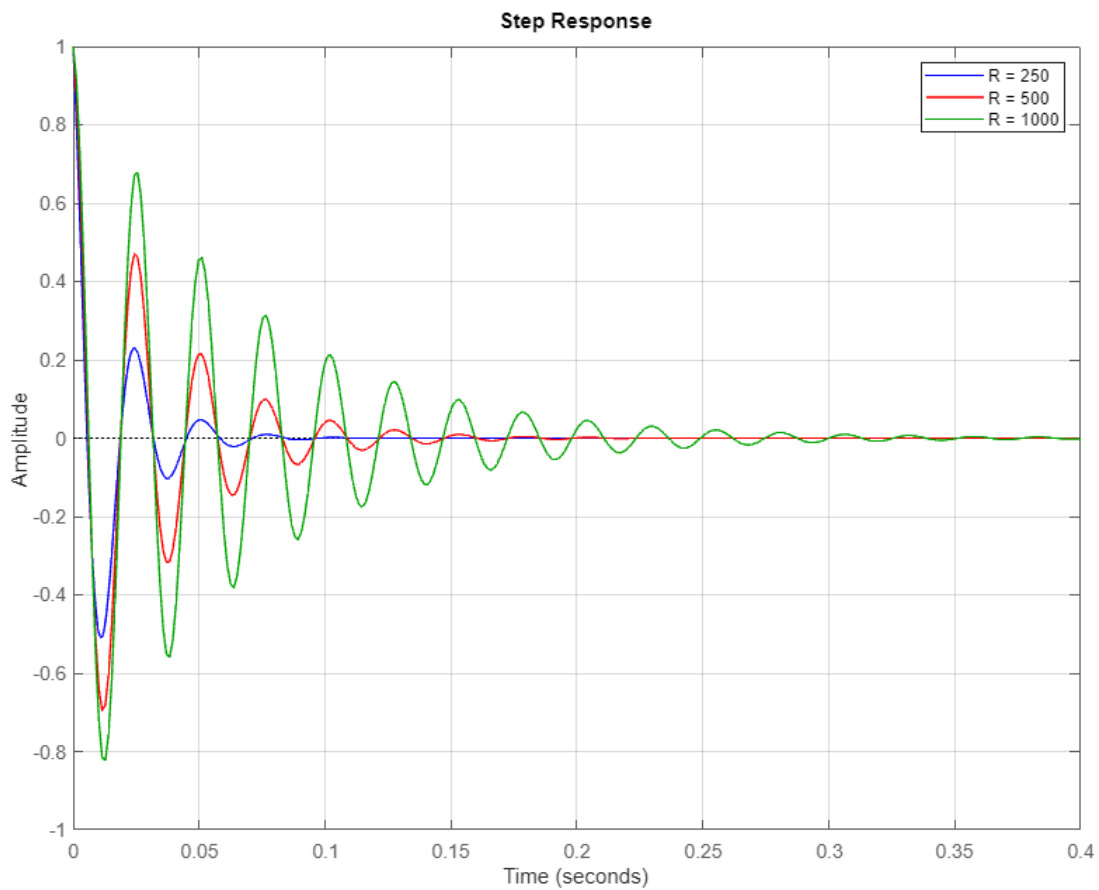




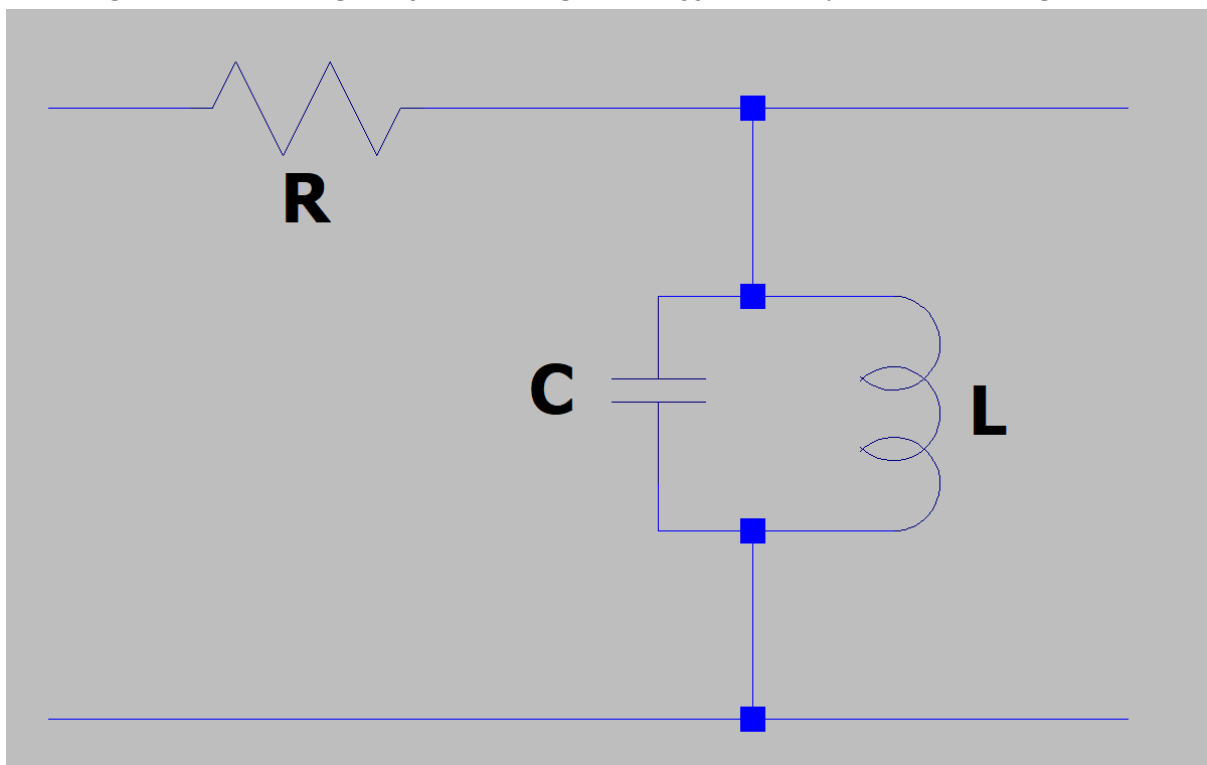
f) Druga konfiguracja równoległa, na wyjściu połączone równoległe R i L

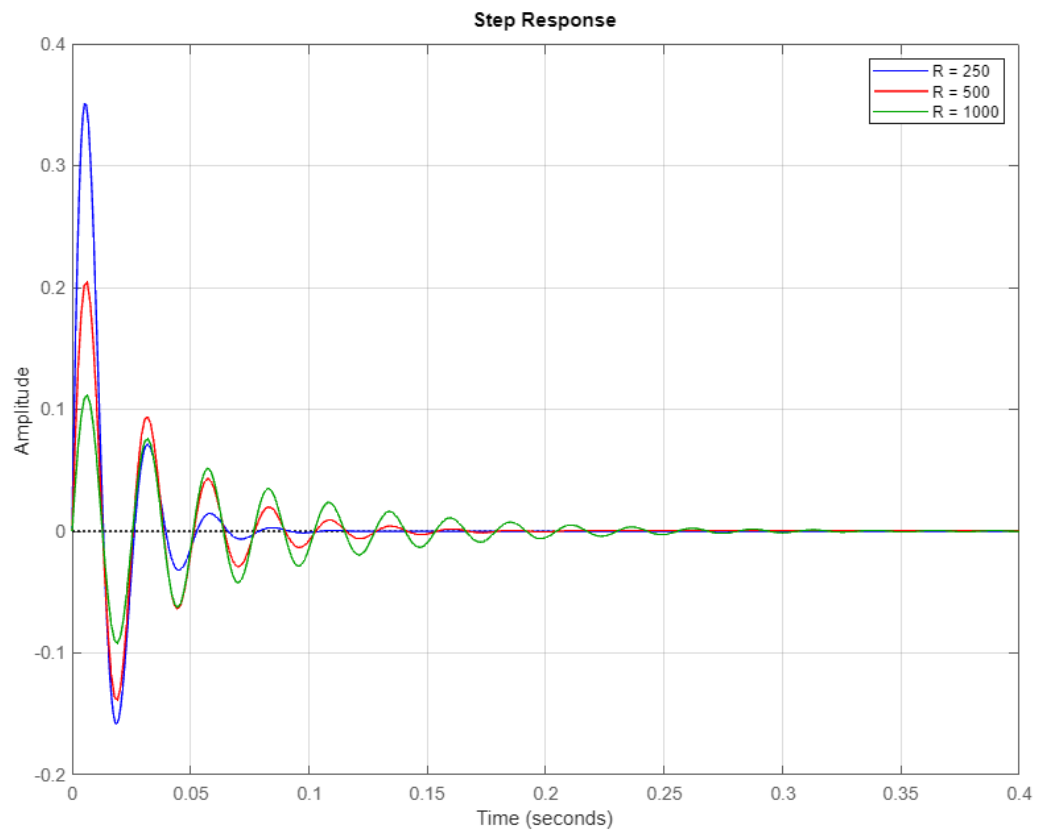
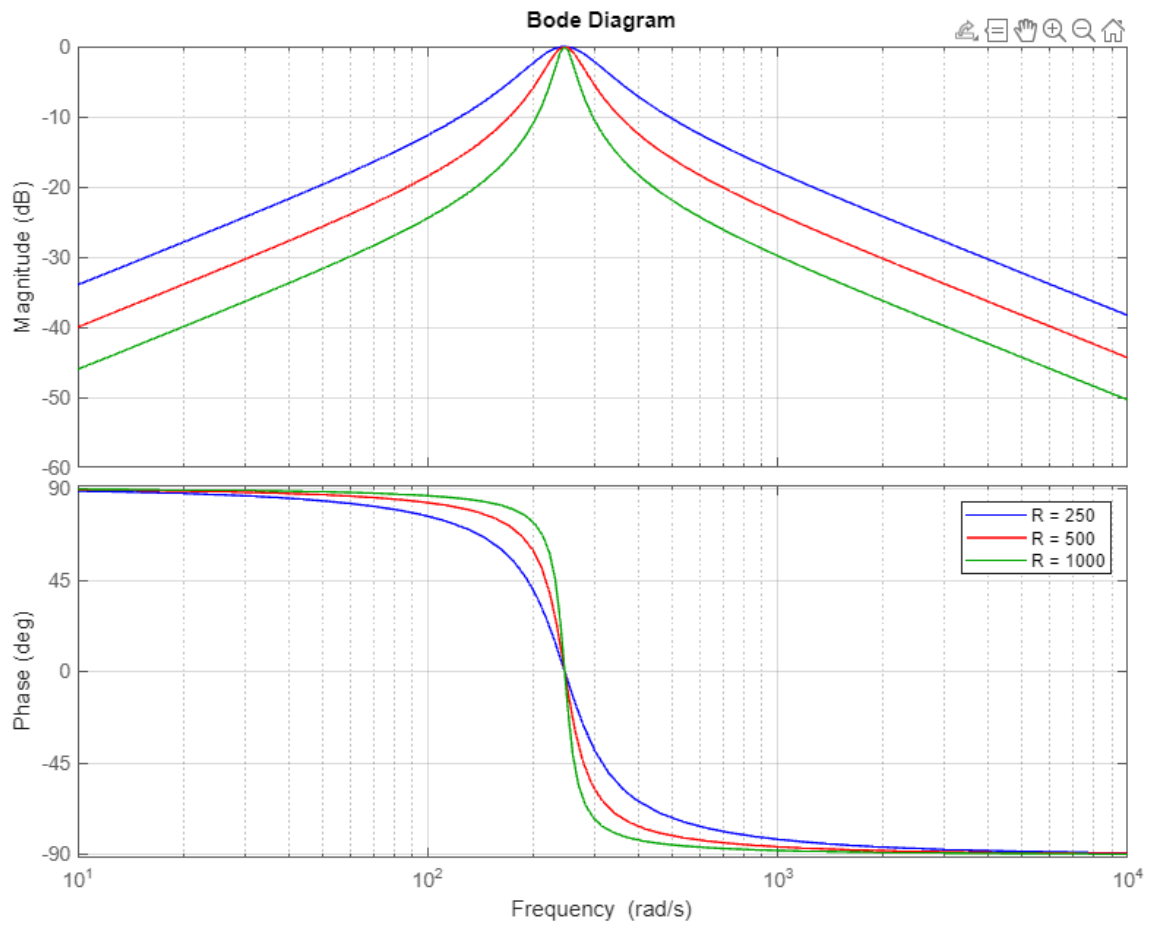






g) Trzecia konfiguracja równoległa, na wyjściu połączone równolegle L i C





h) Czwarta konfiguracja równoległa, najpierw połączenie równoległe L i C, a na wyjściu R

