T1

先将读入进来的质数标记为危险的,然后做一遍线性筛,当 $i \times p_j$ 被标记为非质数时,判断一下 $i \times p_i$ 是不是危险的(也就是 i 或 p_i 是危险的)就行。

时间复杂度 O(n)。

T2

直接对每个点它的父亲,由于每个数质因子总数 $\leq \log n$,所以每次询问可以暴力跳 LCA。 时间复杂度 $O(n+q\log n)$ 。

T3

首先另外一个问题: 有多少对 (x,y) 满足 $1 \le x \le y \le n$ 且 y 是 x 的倍数?

可以枚举 x , 那么 n 以内 x 的倍数就是 $\left\lfloor \frac{n}{x} \right\rfloor$, 所以答案就是 $\sum_{x=1}^n \left\lfloor \frac{n}{x} \right\rfloor$ 。

回到原问题:设 a=y-x, b=y+x,那么 $x=\frac{b-a}{2}, y=\frac{b+a}{2}$ 。由于 $y\leq n$,所以 $a+b\leq 2n$,且 a< b, a, b 奇偶性要相同。

所以枚举 a,如果 a 是偶数,那么 $b \leq 2n-a$ 且 b 是 a 的倍数的话,b 也一定是偶数。b 的个数就是 $\left\lfloor \frac{2n-a}{a} \right\rfloor -1$,减一是因为 b 不能等于 a。

若 a 是奇数,那么刚刚那样算出来的 b 就有可能是偶数,即 b 是 2a 的倍数,那么减去 $\left\lfloor \frac{n-a}{2a} \right\rfloor$ 就行。

时间复杂度 O(n)。

T4

首先,如果一个长为 k 的序列的最小公倍数是 i ,那么这个序列的所有元素都是 i 的约数。设 i 的约数有 d(i) 个。

填 $k \cap i$ 的约数的方案是 $g_i = d(i)^k$ 。但如果要求最小公倍数是 i,则这样任意填可能导致最小公倍数不是 i,如:i=4, k=3,填的序列是 (1,2,1),那么最小公倍数是 2,而不是 4。

设最小公倍数是 i 的序列个数是 f_i ,那么可以先求出 g_i (任意填 i 的约数),再减去最终最小公倍数不是 i 的方案数,那么最小公倍数不是 i,就一定是 i 的某一个约数 j,且最小公倍数是 j 的数组所有元素一定是 i 的约数,也就是它一定会在 g_i 中被算进去。

所以
$$f_i = g_i - \sum\limits_{j|i,j
eq i} f_j$$
。

这样暴力递推的复杂度是 $O(n\log n)$ 的,总时间复杂度 $O(n\log n + n\log k)$ 。