1 题目分析

1.1 问题一

问题一中认为来自 A 口的油压力是固定的，同时也直接给出了喷油嘴的出油规律，并未考虑实际情况，以此来简化模型。题目中要求尽可能接近 100MPa，所以可以转换成一个在一定约束条件下求解最小值的问题。

1.2 问题二

问题二中将 A 口的油压力变成了变量，并给出了变化规律，显然此处需要对变化规律进行数学函数的拟合，喷油嘴的出油同理。

1.3 问题三

问题三增加了模型的复杂度，添加了一个喷油嘴和一个减压阀 D，此处减压阀可以看成一个特殊的喷油嘴，有着自己的变化规律，同时减压阀的有效面积是固定的，这给计算带来了一定的简化。

2 论文 A190

2.1 对问题一的求解

由题中公式可得 $P = k\rho$，利用最小二乘法可以大致计算出比例系数 k。利用质量守恒定律得到输入油量的公式

$$m_{in} = \int_0^t \rho_2(t) v_{in}(t) dt$$

输出油量公式

$$m_{out} = \int_0^t \rho_2(t) v_{out}(t) dt$$

利用两者之间的差值和体积即可计算出燃油的密度变化值。最终将所有的约束条件组成方程组可得到如图 1 的公式，最终对模型进行求解。

$$
st\begin{cases}
\sum_{i=1}^{n}\rho_2(t_i)v_{in}(t_i)\Delta t=\sum_{i=1}^{n}\rho_1(t_i)v_{out}(t_i)\Delta t\\
\rho(t)=\frac{1}{V_1}\left(\sum_{i=1}^{n}\rho_2(t_i)v_{in}(t_i)\Delta t-\sum_{i=1}^{n}\rho_1(t_i)v_{out}(t_i)\Delta t\right)+\rho_0\\
P=k\rho\\
n=\frac{T}{\Delta t}
\end{cases}
$$

图 1: 模型一公式

2.2 对问题二的求解

首先需要通过给定的数据，对凸轮的形状进行构建，因为给定的数据是极坐标数据，因此也能通过此数据得到凸轮旋转的中心位置。利用凸轮的形状就可以求出活塞的移动速度和凸轮旋转角速度的关系。同时喷油嘴可以通过几何关系计算出上升高度和有效出油面积之间的关系，喷油嘴上升速度关系，可以通过附件中的数据拟合得到。

$$
s.t.\begin{cases}
m_{in}=\begin{cases}\sum_{i=1}^{n}\rho_2(t_i)CS_A\sqrt{\frac{\Delta P}{\rho_2(t_i)}}\Delta t, & \Delta P>0\\ 0, & \Delta P<0\end{cases}\\
V_2=V_2(t_i)\\
CS_A\sqrt{\frac{\Delta P}{\rho_1(t_i)}}\rho_2\Delta t+V_2(t_i)d(\rho_2(t_i))+\rho_2(t_i)d(V_2(t_i))=0\\
m_{out}=\sum_{i=1}^{n}CS_B(t)\sqrt{\frac{P_1-P_3}{\rho_1(t)}}\rho_1(t)\Delta t\\
\rho_1(t_i)-\frac{m_{in}-m_{out}}{V_1}-\rho_0=0\\
S_B=S_B(t_i)\\
P(t_i)=k\rho(t_i)\\
T=\frac{2\pi}{\omega}\cdot T_{out}\\
n=\frac{T}{\Delta t}
\end{cases}
\qquad (2\text{-}26)
$$

图 2: 模型二公式

3 总结

此文章中使用了大量的微分方程组队问题进行求解，模型相当复杂。然而，可以利用机器学习的思想，对问题进行简化，题目的目的就是最小化损失函数 $\sum_0^T(P-P_0)^2$，其中 T 表示一个周期，P 为实时压强，P_0 为目标压强，此处就是 150MPa。此机器学习方法需要在一定的约束条件下完成，约束条件就是质量守恒，流体压强公式等。