Step-1

Consider the following matrix:

$$
\begin{aligned}
A &= \begin{bmatrix} 14 & 9 \\ -16 & -10 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -4 & 3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} \\
&= MJM^{-1}
\end{aligned}
$$

Compute A^{10} and e^{A}.

Step-2

Recall the following:

$$
\begin{aligned}
A^k &= MJ^k M^{-1} \\
e^{At} &= Me^{Jt} M^{-1}
\end{aligned}
$$

Also,

$$
\begin{aligned}
(J_i)^k &= \begin{bmatrix} \lambda & 1 & 0 \\ 0 & \lambda & 1 \\ 0 & 0 & \lambda \end{bmatrix}^k \\
&= \begin{bmatrix} \lambda^k & k\lambda^{k-1} & \frac{1}{2}k(k-1)\lambda^{k-2} \\ 0 & \lambda^k & k\lambda^{k-1} \\ 0 & 0 & \lambda^k \end{bmatrix}
\end{aligned}
$$

$$
e^{J_i t} = \begin{bmatrix} e^{\lambda t} & te^{\lambda t} & \frac{1}{2}t^2 e^{\lambda t} \\ 0 & e^{\lambda t} & te^{\lambda t} \\ 0 & 0 & e^{\lambda t} \end{bmatrix}
$$

Step-3

Compute first J^{10}:

$$J = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}(J)^{10} &= \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}^{10} \\ &= \begin{bmatrix} 2^{10} & 10 \cdot 2^{10-1} \\ 0 & 2^{10} \end{bmatrix} \\ &= 2^{10} \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\end{aligned}$$

Step-4

Therefore, A^{10} is:

$$\begin{aligned}A^{10} &= MJ^{10}M^{-1} \\ &= \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -4 & 3 \end{bmatrix} 2^{10} \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} \\ &= 2^{10} \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -4 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} \\ &= 2^{10} \begin{bmatrix} 3 & 13 \\ -4 & -17 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}\end{aligned}$$

$$\boxed{A^{10} = 2^{10} \begin{bmatrix} 61 & 45 \\ -80 & -59 \end{bmatrix}}$$

Step-5

And e^{A} is:

$$\begin{aligned}e^{A} &= Me^{J}M^{-1} \\ &= \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -4 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{2} & e^{2} \\ 0 & e^{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -4 & 3 \end{bmatrix} e^{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} \\ &= e^{2} \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -4 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7 & 5 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}\end{aligned}$$

$$\boxed{e^{A} = e^{2} \begin{bmatrix} 13 & 9 \\ -16 & -11 \end{bmatrix}}$$