

数学和科学手写要点

Rules for Handwriting in Mathematics and Science

Darron Wu

0. 写任何非文字部分时必须全程用力，禁止潦草，清楚就是好看。Clarity is beauty.

我们的目标是：看起来像用 \LaTeX 写的。

1. 数字，字母和算符要如印刷一般标准整齐，空格要清晰，即使没有横线也要底部对齐。

数字：1234567890¹

手写：

小写字母：abcdefghijklmnopqrstuvwxyz²

手写：

大写字母：ABCDEFGHIJKLMN O PQRSTUVWXYZ³

手写：

部分希腊字母：⁴ $\alpha\beta\gamma\delta\epsilon\zeta\eta\theta\kappa\lambda\mu\nu\xi\pi\rho\sigma\tau\varphi\chi\psi\omega\Gamma\Delta\Theta\Lambda\Sigma\Phi\Psi\Omega$ ⁵

手写：

常用运算符：+ − ± ∓ × ÷ % \sqrt{x} e^{x^a} $\log_a(b)$ $\ln(b)$ \bar{a}

手写：

二元关系符：= ≠ ≈ > < ≤ ≥ ≡ ≪ ≫ : ∝

手写：

三角函数：sin arcsin cos arccos tan arctan cot sec csc

手写：

逻辑与集合：∀ ∃ ⇒ ⇔ ∅ ⊂ ⊃ ⊆ ⊇ ∈ ∉ ∋ \ ∩ ∪

手写：

¹注意：1不能向右翘脚，易与小写el混淆。2和0容易写得太小。

²我的i, l, q, z的写法有手写体的习惯。t先写勾再写横。

³A为两笔。I有三笔。L的横要水平，保证长度。M和N都为一笔，要写端正。U有脚。Z的转折要尖锐，避免与2混淆。

⁴See <http://www.foundalis.com/lan/hw/grkhandw.htm> for more information on handwritten letters in Greek.

⁵ α 的圈大小要适中，太大易与a混淆，太小易与2混淆。 γ 的交点偏下。 λ 的左脚只有右脚的一半高。 nu 的起笔要有弯折。 π 手写时脚是竖直的。 σ 的横要平，长度为圆的一个半径。 τ 为一笔连写。 χ 用类似X的写法。 ϕ 和 ψ 的竖要倾斜， ψ 的起笔无弯折。 Φ 和 Ψ 的竖要竖直。 Ω 脚短，头圆，要写得慢一点。

几何: $\odot O \quad \triangle ABC \sim \triangle DEF \quad \cong \quad AB \perp CD \quad \angle \alpha \quad \vec{a} \parallel \vec{b} \quad \vec{a} \cdot \vec{b} \quad \overrightarrow{AB}$

手写:

微积分⁶:

$$x \mapsto f(x) \quad dz = A\Delta x + B\Delta y \quad \nabla f(x, y, z) = \frac{\partial f}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial f}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial f}{\partial z} \vec{k}$$

$$f(x) = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) + \frac{f''(x_0)}{2!}(x - x_0)^2 + \cdots + \frac{f^n(x_0)}{n!}(x - x_0)^n + o[(x - x_0)^n]$$

手写:

巨算符和定界符⁷:

$$\left. \frac{\partial f}{\partial t} \right|_{t=0} \quad \int_0^\pi x f(\sin x) dx = \frac{\pi}{2} \int_0^\pi f(\sin x) dx \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right| = \rho$$

$$\iiint_{\Omega} \left(\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial y} + \frac{\partial R}{\partial z} \right) dv = \oiint_{\Sigma} P dy dz + Q dz dx + R dx dy \quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} x^n = e^x$$

手写:

2. 把科学计数法中的 $\times 10$ 缩小到普通数字大小的1/2, 这样既方便写指数又可以比较清晰地区分科学计数法和乘法运算符, 示例:

$$\frac{4v^2 R}{G} = \frac{4 \times (3.94 \times 10^4)^2 \text{m/s} \times 5.96 \times 10^9 \text{m}}{6.67 \times 10^{-11} \text{N} \cdot \text{m}^2 / \text{kg}^2}$$

3. 若以e为底的幂的指数部分太大, 可以用记号 $\exp(\langle expression \rangle)$ ⁸. 如: 把 $e^{\frac{\ln 2}{T_{1/2}} t}$ 记为

$$\exp\left(\frac{\ln 2}{T_{1/2}} t\right)$$

4. 下标之间的相对大小与正文相同。
5. 在乘积形式的代数式中, 数字在字母前面, 字母按英文字母顺序排列, 数字和字母放在括号前面, 多个括号把简单的放在复杂的前面。带根号的代数式连根号一起放在数字和字母之后, 括号之前, 但 $\sqrt{2}$ 等仅含数字的根号放在字母前面, π 和e后面。

⁶手写中不区分d与d.

⁷定界符中, 本条展示单竖线, 绝对值符号和小括号。大括号见第3条, 中括号见第15条。

⁸视表达式中的括号将此小括号变为其他括号。给个例子?

6. 数字与字母、字母与字母、数字与括号、字母与括号、括号与括号之间的“×”通常简写成“·”或省略。数字与数字之间的“×”既不能写成“·”，也不能省略。
7. 手写分数线尽量水平。
8. 写分数的顺序：分数线，分子，分母。
9. 当分母只有几（一）个字符而分子非常长时，可以表示为分母的-1次幂与分子相乘。
10. 分数前只有一个负号“-”而无其他符号时，用小括号将其括起，避免遗漏。如⁹：

$$T(r) = (-) \frac{b(T_2 - T_1)(r - a)}{r(b - a)} + T_2$$

11. 长分数线和长根号用尺。超过3 cm算“长”¹⁰：_____
12. 长根号上方的横线在根号下的内容写完后划。
13. 使用一个非约定的符号前需要声明，就像在程序里定义变量一样。
14. 同时用到两个用相同字母表示的常数时，可以用加prime(')的方式来区分，如：用 k 表示玻尔兹曼常数，而用 k' 表示弹性系数。
15. 将重复出现的因数记为 α, β, γ 等，示例：

$$\text{记 } \alpha = \left[\frac{h}{mc} \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda'} \right) + \frac{E}{mc^2} \right]^2$$

16. “约去”用一条左上到右下的直线表示，示例：

$$\left(\frac{n}{n_{liq}} - 1 \right) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) = \frac{n - n_{liq}}{n_{liq}(n - 1)} \cancel{(n - 1)} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

17. “此项为零”用一条从左下到右上的直线表示¹¹，示例：

$$\frac{2}{n\pi} \int_0^\pi x^2 \mathrm{d} \sin(nx) = \frac{2}{n\pi} \left[\cancel{x^2 \sin(nx)} \Big|_0^\pi - 2 \int_0^\pi x \sin(nx) \mathrm{d}x \right]$$

18. 所用题号总是与题目的一致。
①②③ 等表示方程式号。
[A][B][C] 等表示定理序号。
1' 2' 3' 等表示分类讨论，(I)(II)(III) 等表示次级分类讨论。
19. 计算中需要引用某个长等式或长表达式的，可以在该式后作(*)标记，作为序号引用¹²。

⁹此处较好的写法是将 T_2 写在前面，避免使用本条所述的方法。但是在手写中本条会很实用。

¹⁰约七个手写符号宽。

¹¹不能在正规考试中用。

¹²该记号每题至多使用一次，避免混淆。

20. 文字与公式混排时，分数要“躺下”，如： $\frac{1}{2}$ 变为 $1/2$ ，“... according to $\rho(x) = \rho_0 \exp(-x/L)$.” 列举大量分数除外，如：“将 $\phi = 0, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}, \pi, \frac{5\pi}{4}, \frac{3\pi}{2}, \frac{7\pi}{4}, 2\pi$ 分别代入⑥，……”
21. 物理计算总是带单位。Always add units in physics calculations.
22. “含单位的字母”与“带单位的数字”一起出现在代数式中时，将“带单位的数字”连单位一起括起来，如：The tension as a function of $x(\text{unit: m})$ is $F(x) = (392 \text{ N}) + (7.70 \text{ N/m})x$.¹³
23. 右边距至少为1em宽。
24. 较大和较长的公式要单独成行，开头相对文字缩进¹⁴2em。
25. 有条件的，应使各算式的等号对齐。
26. 禁止在一行内连等，必须用递等式或换行另写¹⁵，除非算式非常短¹⁶。
27. 应当避免写出超过一行而需要折行的长公式。如果一定要折行的话，优先在等号之前折行，其次在加号、减号之前，再次在乘号、除号之前。其它位置应当避免折行¹⁷。示例：

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{\partial^2 \psi(x, y, z)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi(x, y, z)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi(x, y, z)}{\partial z^2} \right) + U(x, y, z)\psi(x, y, z) = E\psi(x, y, z)$$

28. 较高的括号或跨行的定界符要提前预判，或最后再画。
29. 分类讨论部分除与序号相连的段落外，缩进2em。
30. 作图用尺和铅笔，迷你图¹⁸除外。
31. 向量减法的作图顺序¹⁹。如：作 $\vec{a} - \vec{b}$
- (i) Draw \vec{a}
- (ii) Draw \vec{b} from the same start as \vec{a}
- (iii) Connect the end of \vec{b} to the end of \vec{a} and add an arrow at the end²⁰.
32. 占页面宽度超过1/2的图，不与文字混排。

¹³Not $F(x) = (392 + 7.70x)\text{N}$, $F(x) = (392\text{N}) + (7.70x)\text{N}$, etc. See item 21.

¹⁴理想的情况是居中，但手写时较难控制，故统一用缩进。

¹⁵写在一页纸的最底部时请尤其注意这一点，该断页时就断页。

¹⁶“非常短”的意思是，至少有九成把握可以在一行内写完。

¹⁷分数太长时，请缩小字号重写！

¹⁸在A4纸上，这是指面积小于 9 cm^2 的图。其他情况下可以自行判断。

¹⁹或称“向量减法的机械作图法”（相对于“动脑作图法”）。使用这种方法可以避免使用“减指被减”这条需要判断的规则，而只需按步骤操作即可，正确高效。

²⁰中文表述：从（刚刚画完的） \vec{b} 的终点处连到 \vec{a} 的终点，并在结束的地方画一个箭头。

33. 当一道题中涉及多张图时，要标明图的序号。
34. “解”或“证”字单独成行²¹，不加冒号。
35. 对于草稿中的草稿，如：大量计算，尝试性反推，列举可用公式等²²，使用不同颜色²³，避免混乱。
36. 不要的部分在左右各画一个细长的叉来表示，不可直接划掉原来的内容。如果不要的部分超过了纸面的1/4, 那么在不要的部分的四个角上各画一个小叉，并在其顶部和底部各用尺画一条虚线。需要恢复时，在叉中间画圈即可。
37. 进行复杂运算时，说明每一步进行的操作²⁴。
38. 越难的题，越要将思路表示清楚，要好像“一个月都解不出这道题”一样详细，就像写代码必须要有注释一样。往往对一道复杂的题目，我会同时考虑四个方面：马上能求的，依赖于第一步结果的，不可能发生的和不知道能不能求的。将它们都表达出来！

²¹为了让接下来的内容都可以顶格写，看似浪费，实则节省空间，尤其是在纸张或栏位宽度小时。

²²不包括用文字表达的思路，见第38条。

²³通常正文用黑色 0.7mm 水笔，“不同颜色”用蓝色 0.7mm 圆珠笔。

²⁴这对 debug 和使用计算技巧 都很有用。