

1. [每小題0.2分, 共1分]

(1) 真命题. ϕ 是任意集合的子集

(2) 假命题. 反例: T, M 是 S 的两个不相等的子集

(3) 假命题. 反例: $S \subseteq T$.

(4) 真命题. $\sim S \cup T = I \Rightarrow S \cap \sim T = \phi \Rightarrow S - T = \phi \Rightarrow S \subseteq T$

(5) 假命题. 反例: S 为非 ϕ 的任意集合时, $S - S = \phi \neq S$.

2. [每小題^{0.7}~~0.5~~分, 共^{1.4}~~1~~分]

(1) 归纳基础: $\frac{1}{3} \times 1 \times 2 \times 3 = 1 \times 2$

归纳推理: 当 $n=k$ 时, $1 \times 2 + 2 \times 3 + \dots + k(k+1) = \frac{1}{3}k(k+1)(k+2)$

当 $n=k+1$ 时, $1 \times 2 + 2 \times 3 + \dots + (k+1)(k+2)$

$$= \frac{1}{3}k(k+1)(k+2) + (k+1)(k+2)$$

$$= \frac{1}{3}(k+1)(k+2)(k+3)$$

Q.E.D.

(2) 归纳基础: $1 < 2$

归纳推理: 当 $n=k$ 时, $1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{k}} < 2\sqrt{k}$

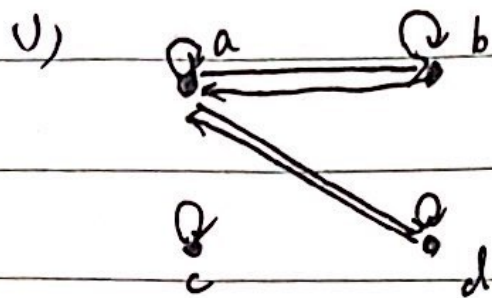
当 $n=k+1$ 时, $1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{k}} + \frac{1}{\sqrt{k+1}}$

$$< 2\sqrt{k} + \frac{1}{\sqrt{k+1}} = \frac{2\sqrt{k+1} + 1}{\sqrt{k+1}} < \frac{2\sqrt{k+1} + 1}{\sqrt{k+1}} = 2\sqrt{k+1}$$

Q.E.D.



3. [每小題^{0.7}分, 共^{1.4}分]



2)

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

4. [每小題^{0.3}分, 共^{1.2}分]

1) 是函数。因为 $f(5, 9) = f(3, 9)$, 多对一, 所以不是单射; 又因为 B 中的 7 无对应元素, 所以不是满射。故又知, 也不是双射。

2) 不是函数。是因为 A 中的元素 5 在 B 中没有对应元素。

3) 是函数。因为 $f(0) = f(1) = 0$, 所以不是单射; 又因为 B 中~~没有~~有元素, 例如 3 在 A 中无对应的元素, 所以不是满射。

4) 是函数, 是单射, 但不是满射, 因为 B 中元素 1 无对应, 因此也不是双射。

