1. [(1)(2)小题各0.3分，(3)小题0.4分，共1分]

(1) ① 先证明：$P \wedge (P \wedge Q) \vDash P \wedge Q$

若 $P \wedge (P \wedge Q)$ 为假，显然得证，故假设 $P \wedge (P \wedge Q)$ 为真

则 $\alpha(P) = \alpha(P \wedge Q) = T \Rightarrow \alpha(Q) = T$

$\therefore \alpha(P \wedge Q) = T$

$\therefore P \wedge (P \wedge Q) \vDash P \wedge Q$ 成立.

② 再证明：$P \wedge Q \vDash P \wedge (P \wedge Q)$

同理，仅假设 α 是 $P \wedge Q$ 的一个成真赋值.

则 $\alpha(P \wedge Q) = T \Rightarrow \alpha(P) = \alpha(Q) = T \Rightarrow \alpha(P \wedge (P \wedge Q)) = T$

$\therefore P \wedge Q \vDash P \wedge (P \wedge Q)$ 成立

综上所述，$P \wedge (P \wedge Q) \equiv P \wedge Q$.

(2) ① 先证明：$\neg(P \vee Q \rightarrow \neg R) \vDash (P \vee Q) \wedge R$

假设 α 是 $\neg(P \vee Q \rightarrow \neg R)$ 的成真赋值.

~~则 $\alpha(P \vee Q) = T$，α~~

则必有 $\alpha(P \vee Q) = T$，$\alpha(\neg R) = F \Rightarrow \alpha(R) = T$

$\therefore \alpha((P \vee Q) \wedge R) = T$

$\therefore$ ~~$\neg(P \vee Q$~~$)$ $\neg(P \vee Q \rightarrow \neg R) \vDash (P \vee Q) \wedge R$ 成立.

② 再证明：$(P \vee Q) \wedge R \vDash \neg(P \vee Q \rightarrow \neg R)$

假设 α 是 $(P \vee Q) \wedge R$ 的成真赋值，

则有 $\alpha(P \vee Q) = T$，$\alpha(R) = T \Rightarrow \alpha(P \vee Q \rightarrow \neg R) = F$

$\therefore (P \vee Q) \wedge R \vDash \neg(P \vee Q \rightarrow \neg R)$ 成立

综上所述，$\neg(P \vee Q \rightarrow \neg R) \equiv (P \vee Q) \wedge R$

(3) 设 α 为 $(P\vee Q)\wedge\neg P$ 的一个成真赋值，

则 $\alpha(P\vee Q)=T$，$\alpha(P)=F$

$\therefore \alpha(Q)=T \Rightarrow \alpha(\neg P\wedge Q)=T$

$\therefore (P\vee Q)\wedge\neg P \models \neg P\wedge Q$ 成立

注：很多同学使用赋值法解题时，解题过程并不规范，暂不扣分，下次注意要规范解题。

2. [(1)(2)各 0.5分，共 1分]

(1) $\neg(P\to Q)\equiv\neg(\neg P\vee Q)$

$\equiv P\wedge\neg Q$

$\models P$

(2) $P\to Q\equiv\neg P\vee Q$

$\models \neg P\vee(P\wedge Q)$

$\equiv P\to(P\wedge Q)$

3. [(1)(2)各 0.5分，共 1分]

(1) $(P\wedge Q\to R)\to(P\wedge\neg R\wedge Q)$

当 $(P,Q,R)=(T,T,F)$ 时，上式为 T；

当 $(P,Q,R)=(F,F,T)$ 时，上式为 F.

故为可满足式.

(2) $(P\wedge Q)\wedge\neg(P\vee Q)=(P\wedge Q)\wedge(\neg P\wedge\neg Q)$

$=P\wedge Q\wedge\neg P\wedge\neg Q=F$. 故为矛盾式.

4、[每小题0.2分，共1分]

(1) 错误．反例：当 $\alpha(C)=T$ ~~时~~，$\alpha(A)=T$，$\alpha(B)=F$ 时，

有 $A\vee C \equiv B\vee C$，但 $A\leftrightarrow B$ 不成立．

(2) 错误．反例：当 $\alpha(C)=F$ ~~时~~，$\alpha(A)=T$，$\alpha(B)=F$ 时，

有 $A\wedge C \equiv B\wedge C$，但 $A\leftrightarrow B$ 不成立．

(3) 正确． 可构造真值表等方式说明．

(4) 错误．反例：当 $\alpha(C)=\cancel{F}\,T$，$\alpha(A)=T$，$\alpha(B)=F$ 时，

有 $A\to C \equiv B\to C$，但 $A\leftrightarrow B$ 不成立．

(5) 正确 可构造真值表等方式说明．

5. [(1)(2)各0.3分，(3) 0.4分，共1分]

(1) $(\neg P \vee \neg Q) \rightarrow (P \leftrightarrow \neg Q)$

$\equiv \neg(\neg P \vee \neg Q) \vee (P \leftrightarrow \neg Q)$

$A \leftrightarrow B \equiv (A \wedge B) \vee (\neg A \wedge \neg B)$

$\equiv (P \wedge Q) \vee ((P \wedge \neg Q) \vee (\neg P \wedge Q))$ (德摩根律 + 等价等值式)

$\equiv (P \wedge Q) \vee (P \wedge \neg Q) \vee (\neg P \wedge Q)$ (析取范式)

$\equiv P \wedge (Q \vee \neg Q) \vee (\neg P \wedge Q)$ (分配律)

$\equiv P \vee (\neg P \wedge Q)$

$\equiv (P \vee \neg P) \wedge (P \vee Q)$

=PVQ（合取范式）

(2) $P \rightarrow (P \wedge (Q \rightarrow P))$

$\equiv \neg P \vee (P \wedge (\neg Q \vee P))$

$\equiv \neg P \vee ((P \wedge \neg Q) \vee (P \wedge P))$

$\equiv \neg P \vee (P \wedge \neg Q) \vee P$ (析取范式)

$\equiv (\neg P \vee P \vee P) \wedge (\neg P \vee P \vee \neg Q)$

$\equiv (\neg P \vee P) \wedge (\neg P \vee P \vee \neg Q)$ (合取范式) $\equiv T$ (重言式)

(3) $P\vee(\neg P\rightarrow(Q\vee(\neg P\rightarrow R)))$

$\equiv P\vee(P\vee(Q\vee(Q\vee R)))$

$\equiv P\vee Q\vee R$（析取范式、合取范式）

注1：第5大题中，若析取、合取范式中只错一个，仅扣0.1分，两者都错，则分数全扣光.

注2：析取、合取范式并不唯一，但过程中有推导错误，视为全错

注3：析取、合取范式格式错误，视为全错