ИНДИВИДУАЛЬНОЕ ЗАДАНИЕ № 6

До 6 ноября 2018

Напишите программу для вычисления значения приведенных ниже интегралов, номера 1, 6, 11, 10, 16, - методом трапеций, 2, 7, 12, 15, 17 – методом левых прямоугольников, 3, 5, 8,13, 18 – методом правых прямоугольников, 4, 9, 14, 19, 20 – методом средних прямоугольников.

Примечание 1. Пределы интегрирования и точность следует задать в виде констант.

Примечание2. Метод для вычисления интеграла оформить в виде функции, которая должна иметь следующие параметры: пределы интегрирования, точность вычислений, указатель на подынтегральную функцию. Возвращаемое функцией значение – вычисленное значение интеграла.

Метод прямоугольников — метод численного интегрирования функции одной переменной, заключающийся в замене подынтегральной функции на многочлен нулевой степени, то есть константу, на каждом элементарном отрезке. Если рассмотреть график подынтегральной функции, то метод будет заключаться в приближённом вычислении площади под графиком суммированием площадей конечного числа прямоугольников, ширина которых будет определяться расстоянием между соответствующими соседними узлами интегрирования, а высота — значением подынтегральной функции в этих узлах. Алгебраический порядок точности равен 0. (Для формулы средних прямоугольников равен 1).

Если отрезок $[a, b]$ является элементарным и не подвергается дальнейшему разбиению, значение интеграла можно найти по

1. **Формуле левых прямоугольников**: $\int_a^b f(x)\,dx \approx f(a)(b-a).$
2. **Формуле правых прямоугольников**: $\int_a^b f(x)\,dx \approx f(b)(b-a).$
3. **Формуле прямоугольников** (средних): $\int_a^b f(x)\,dx \approx f\left(\frac{a+b}{2}\right)(b-a).$

Метод трапеций — метод численного интегрирования функции одной переменной, заключающийся в замене на каждом элементарном отрезке подынтегральной функции на многочлен первой степени, то есть линейную функцию. Площадь под графиком функции аппроксимируется прямоугольными трапециями. Алгебраический порядок точности равен 1.

Если отрезок $[a, b]$ является элементарным и не подвергается дальнейшему разбиению, значение интеграла можно найти по формуле

$$\int_a^b f(x)\,dx = \frac{f(a)+f(b)}{2}(b-a) + E(f), \qquad E(f) = -\frac{f''(\xi)}{12}(b-a)^3.$$

Например:

Вычислить значение определенного интеграла с аналитически заданной подынтегральной функцией с заданной точностью eps можно методом, например, средних прямоугольников. Формула прямоугольников:

b
∫f(x)dx ≈ h∗[f(x1)+ f(x2)+…+ f(x n)], где h=(b-a)/n, f(x i)=f(a+i∗h-h/2),
a

где n–число точек деления отрезка [a, b]. Для вычисления первого приближения можно взять n=1. Чтобы оценить точность, с которой вычислено значение интеграла, необходимо найти второе приближение. Для этого можно увеличить n в два раза. Если s1 и s2 – два соседних приближения и |s1 – s2|<=eps, то точность считается достигнутой и s2 принимается за искомое значение интеграла. В противном случае надо положить s1 = s2 и удвоить число точек деления отрезка [a, b]. После этого вычисляется новое значение s2 . Процесс удвоения n и вычисления s2 надо продолжать до тех пор, пока модуль разности s1 и s2 не станет меньше eps.

№	Задание
1	$\int_{0.2}^{2.1}\sqrt{e^x-1}dx = 2.8658854$, $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} e^x\sin(x)dx = 2.9052387$, $\int_{0}^{0.5}(x^2-1)\cdot 10^{-2x}dx = -0.18714606$
2	$\int_{1}^{8} x\sqrt{1+x}dx = 78.822876$, $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}}\frac{1}{\sqrt{3+2\cos(x)}}dx = 0.765886$, $\int_{2}^{2.7}\frac{1}{x\cdot\log^2(x)}dx = 0.43590097$
3	$\int_{0.2}^{0.3}\frac{\arcsin(\sqrt{x})}{\sqrt{x\cdot(1-x)}}dx = 0.12101312$, $\int_{0}^{0.8} x^3e^{2x}dx = 0.37995303$, $\int_{0}^{\frac{\pi}{8}}\tan^3(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{4})dx = 0.7574555$
4	$\int_{0}^{1.7} x\cdot\arctan(x)dx = 1.1709955$, $\int_{0}^{2}\frac{1}{1+\sqrt{x}}dx = 1.06568$, $\int_{-2}^{-1.2}\frac{2}{1-4x}dx = 0.21968333$
5	$\int_{0}^{0.6}\frac{1}{(x+1)\sqrt{x^2+1}}dx = 0.44824003$, $\int_{0.2}^{1}\sqrt{2^x-1}dx = 0.56851208$, $\int_{0.1}^{1}\sqrt{e^x-1}dx = 0.76204883$
6	$\int_{2}^{7} x\sqrt{1+x}\,dx = 54.551508$, $\int_{0.2}^{0.3}\frac{\arcsin(\sqrt{x})}{\sqrt{x(1-x)}}dx = 0.12101312$, $\int_{-13}^{-2}\frac{2^x}{1+4^x}dx = 0.35325339$
7	$\int_{0}^{1}\frac{1}{1+\sqrt{2x}}dx = 0.53283998$, $\int_{0}^{\frac{\pi}{4}} e^x\sin(x)\,dx = 0.5$, $\int_{0}^{\frac{\pi}{6}}\frac{1}{3+2\cos(x)}dx = 0.10667104$
8	$\int_{0}^{0.8} x^3e^{2x}dx = 0.37995303$, $\int_{0}^{1.8}\frac{1}{1+\sqrt{x}}dx = 0.98157782$, $\int_{0}^{0.3}\frac{1}{(x+1)\sqrt{x^2+1}}dx = 0.25882081$

9	$\int_{0.3}^{1}\sqrt{2^x-1}\,dx = 0.52507329$, $\int_{0}^{0.4}(x^2-1)\cdot 10^{-2x}\,dx = -0.17698412$, $\int_{0}^{\frac{\pi}{4}}\tan^3(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{4})\,dx = 3.6004799$
10	$\int_{0}^{1}\frac{1}{1+x^3}\,dx = 0.83564885$, $\int_{1}^{2}x\cdot\log(x)\,dx = 0.63629436$, $\int_{1}^{2}\frac{\log(x)}{x}\,dx = 0.24022651$
11	$\int_{0.5}^{1.5}\frac{e^{0.1x}}{x}\,dx = 1.2037982$, $\int_{0}^{1}\frac{\sqrt{0.5+x^2}}{1+\cos(0.5x)}\,dx = 0.46059762$, $\int_{0}^{2.1}e^{-x}\,\frac{\sin(0.1x)}{x+1}\,dx = 0.031178739$
12	$\int_{0}^{1}\sin(0.4x)\cdot x^{0.23}\,dx = 0.17686418$, $\int_{0}^{1}e^{-x^2}\,\frac{\sin^2(0.4x)}{x^2+3.5}\,dx = 0.0073545923$, $\int_{0}^{1}\frac{e^{1.1\frac{x}{1+x^2}}}{x^2+1.1}\,dx = 1.0472697$
13	$\int_{0.2}^{2.1}\sqrt{e^x-1}dx = 2.8658854$, $\int_{1}^{8}x\sqrt{1+x}dx = 78.822876$, $\int_{0.2}^{0.3}\frac{\arcsin(\sqrt{x})}{\sqrt{x\cdot(1-x)}}\,dx = 0.12101312$
14	$\int_{0}^{1.7}x\cdot\arctan(x)dx = 1.1709955$, $\int_{0}^{0.6}\frac{1}{(x+1)\sqrt{x^2+1}}\,dx = 0.44824003$, $\int_{2}^{7}x\sqrt{1+x}\,dx = 54.551508$
15	$\int_{0}^{1}\frac{1}{1+\sqrt{2x}}\,dx = 0.53283998$, $\int_{0}^{0.8}x^3e^{2x}dx = 0.37995303$, $\int_{0.3}^{1}\sqrt{2^x-1}\,dx = 0.52507329$
16	$\int_{0}^{1}\frac{1}{1+x^3}\,dx = 0.83564885$, $\int_{0.5}^{1.5}\frac{e^{0.1x}}{x}\,dx = 1.2037982$, $\int_{0}^{1}\sin(0.4x)\cdot x^{0.23}\,dx = 0.17686418$
17	$\int_{0}^{\frac{\pi}{2}}e^x\sin(x)dx = 2.9052387$, $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}}\frac{1}{\sqrt{3+2\cos(x)}}\,dx = 0.37613734$, $\int_{0}^{0.8}x^3e^{2x}dx = 0.37995303$
18	$\int_{0}^{2}\frac{1}{1+\sqrt{x}}\,dx = 1.06568$, $\int_{0.2}^{1}\sqrt{2^x-1}dx = 0.56851208$, $\int_{0.2}^{0.3}\frac{\arcsin(\sqrt{x})}{\sqrt{x(1-x)}}\,dx = 0.12101312$
19	$\int_{0}^{\frac{\pi}{4}}e^x\sin(x)\,dx = 0.5$, $\int_{0}^{1.8}\frac{1}{1+\sqrt{x}}\,dx = 0.98157782$, $\int_{0}^{0.4}(x^2-1)\cdot 10^{-2x}\,dx = -0.17698412$

20	$\int_{0}^{0.5}(x^2-1)\cdot 10^{-2x}\,dx = -0.18714606$, $\int_{2}^{2.7}\frac{1}{x\cdot\log^2(x)}\,dx = 0.43590097$, $\int_{0}^{\frac{\pi}{8}}\tan^3\left(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{4}\right)dx = 0.7574555$