Лабораторная работа №5

Курбатов Егов, Маслов Иван, Ткач Глеб M32381

16.05.2020

1 Задача

Для трех распределений: нормального, равномерного и Лапласа или двойного показательного; сравнить следующие оценки параметров:

- выборочное среднее
- выборочная медиана
- полусумма минимума и максимума вариационного ряда.

Все оценки не смещены. Сравнение оценок производится с точки зрения квадратичного риска (т. е. для несмещенных оценок одномерного параметра – дисперсии оценки). Сравнить с теоретическими среднеквадратичными отклонениями.

2 Входный данные

- $N_{\pi,e}$
- $L_{\pi,e}$
- $U_{13,37}$
- запусков $n = 100$, выборка $m = 100$
- запусков $n = 10000$, выборка $m = 100$

3 Результаты

3.1 Нормальное распределение($n = 100$)

$$\begin{array}{lll} \text{average} & Real = 0.255732, & Perfect = 0.271828 \\ \text{med} & Real = 0.309239, & Perfect = 0.340686 \\ \text{min-max} & Real = 0.781348, & Perfect = 0.801127 \end{array}$$

3.2 Нормальное распределение($n = 10000$)

$$\begin{array}{lll} \text{average} & Real = 0.027160, & Perfect = 0.027183 \\ \text{med} & Real = 0.034595, & Perfect = 0.034069 \\ \text{min-max} & Real = 0.594649, & Perfect = 0.566483 \end{array}$$

3.3 Равномерное распределение($n = 100$)

$$\begin{array}{lll} \text{average} & Real = 0.707216, & Perfect = 0.692820 \\ \text{med} & Real = 1.252678, & Perfect = 1.200000 \\ \text{min-max} & Real = 0.177809, & Perfect = 0.169706 \end{array}$$

3.4 Равномерное распределение($n = 10000$)

$$\begin{array}{lll} \text{average} & Real = 0.074615, & Perfect = 0.069282 \\ \text{med} & Real = 0.120771, & Perfect = 0.120000 \\ \text{min-max} & Real = 0.001586, & Perfect = 0.001697 \end{array}$$

3.5 Лапласово распределение($n = 100$)

$$\begin{array}{lll} \text{average} & Real = 0.399674, & Perfect = 0.384423 \\ \text{med} & Real = 0.282952, & Perfect = 0.271828 \\ \text{min-max} & Real = 1.804190, & Perfect = 2.446454 \end{array}$$

3.6 Лапласово распределение($n = 10000$)

$$\begin{array}{lll} \text{average} & Real = 0.040061, & Perfect = 0.038442 \\ \text{med} & Real = 0.027536, & Perfect = 0.027183 \\ \text{min-max} & Real = 2.717372, & Perfect = 2.446454 \end{array}$$

4 Исходный код

```
pkg load statistics;
clear;
clc;

function res = laplrnd(a, u, n, m)
  res = exprnd(u, n, m) - exprnd(u, n, m) .+ a;
endfunction

function check(n, m, Frnd, estimator, s_perf, prefix)
  X = Frnd(n, m);
  T = estimator(X);
  s_real = std(T, 1);
  printf(prefix);
  printf("Real = %f, Perfect = %f\n", s_real, s_perf);
endfunction

function multi_check(n, m)
  printf("n = %d, m = %d\n", n, m);

  a = pi;
  s = e;
  check(n, m, @(x, y) normrnd(a, s, x, y),
        @(x) mean(x), s / sqrt(n), "Norm. distribution, average: ");
  check(n, m, @(x, y) normrnd(a, s, x, y),
        @(x) median(x), s * sqrt(pi / (2 * n)), "Norm. distribution, med: ");
  check(n, m, @(x, y) normrnd(a, s, x, y),
        @(x) (min(x) .+ max(x)) ./ 2, s * sqrt(0.4 / log(n)), "Norm. distribution, min-max: ");

  a = pi;
  u = e;
  check(n, m, @(x, y) laplrnd(a, u, x, y),
        @(x) mean(x), u * sqrt(2 / n), "Laplace distribution, average: ");
  check(n, m, @(x, y) laplrnd(a, u, x, y),
        @(x) median(x), u / sqrt(n), "Laplace distribution, med: ");
  check(n, m, @(x, y) laplrnd(a, u, x, y),
        @(x) (min(x) .+ max(x)) ./ 2, u * 0.9, "Laplace distribution, min-max: ");

  a = 25;
  d = 24;
  check(n, m, @(x, y) unifrnd(a - d / 2, a + d / 2, x, y),
        @(x) mean(x), d / sqrt(12 * n), "Unif. distribution, average: ");
  check(n, m, @(x, y) unifrnd(a - d / 2, a + d / 2, x, y),
        @(x) median(x), d / sqrt(4 * n), "Unif. distribution, med: ");
  check(n, m, @(x, y) unifrnd(a - d / 2, a + d / 2, x, y),
        @(x) (min(x) .+ max(x)) ./ 2, d / sqrt(2 * n * n), "Unif. distribution, min-max: ");

  printf("\n");
endfunction

multi_check(10^2, 10^2);
multi_check(10^4, 10^2);
```

5 Вывод

Получены практические и теоретические оценки максимального правдоподобия для выборочного среднего, выборочной медианы и полусуммы. При увеличении n значения среднеквадратичных отклонений оценок сходятся к теоретическим для состоятельных оценок. С точки квадратичного риска наилучшая оценка получена для выборочного среднего.