

Математическая статистика

Лабораторная работа №7. Вариант 11.

Егор Курбатов М3238 exxxcilus@niuitmo.ru

10 июня 2020 г.

1) Постановка задачи

Для случайной величины $X \sim L(a, u)$, гипотезы $H_0 : a = a_0 = 15$, альтернативы $H_1 : a > a_0$ при $u = 2$, $n = 500$ и $med_n = 17$ построить доверительный интервал для $\alpha = 0.05$ и проверить гипотезу на основе наиболее мощного критерия для $\gamma = 0.90$.

2) Подсчет необходимых значений

- $t_{1-\alpha} = t_{0.95} = 1.96$
- $c_\gamma = c_{0.90} = 1.29$
- $I(a) = \frac{1}{u^2} = \frac{1}{4}$

3) Построение доверительного интервала

$$Y_n = \frac{|\hat{\theta}_n - \theta| \cdot \sqrt{n}}{\Delta(\hat{\theta}_n)} = \sqrt{nI(\hat{\theta}_n)} \cdot |\hat{\theta}_n - \theta|$$

Для Y_n выполнено: $P(|Y_n| < t_{1-\alpha}) \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} 1 - \alpha$

Построим доверительный интервал:

$$I_n = \left[\hat{\theta}_n - \frac{t_{1-\alpha}}{\sqrt{nI(\hat{\theta}_n)}}; \hat{\theta}_n + \frac{t_{1-\alpha}}{\sqrt{nI(\hat{\theta}_n)}} \right]$$

$$\sqrt{nI(\hat{\theta}_n)} \approx 11.18$$

$$I_n \approx [16.82; 17.18]$$

$$\theta_0 = 15 \notin I_n$$

Таким образом, гипотеза отвергается.

4) Проверка гипотезы

Наиболее мощный критерий в случае правосторонней гипотезы:

$$\psi_{n,\alpha}^* = \begin{cases} 1, & \sqrt{nI(\theta_0)} \cdot (\hat{\theta}_n - \theta) \geq c_\gamma \\ 0, & \sqrt{nI(\theta_0)} \cdot (\hat{\theta}_n - \theta) < c_\gamma \end{cases}$$

$$\psi_{n,\alpha}^* = [\sqrt{nI(\theta_0)} \cdot (\hat{\theta}_n - \theta) \geq c_\gamma] = [22.36 \geq 1.29] = 1$$

Таким образом, гипотеза снова отвергается.