MEAGP-Rapport STOXX EUR 600

M1 IFIM 2023/2024
Ahmed AARAB
Ihssane HAMIDI
Darvin TERENCE SURENDRA
Anthony XU

Sommaire

Analyse des données....................2

Calcul des rendements....................2

Espérances et volatilités....................2

Performances journalières....................2

Analyse globale....................2

Matrice de corrélation....................3

Matrice de variance-covariance....................3

Résolution par le modèle Markowitz....................4

Interprétation....................5

Résolution par le modèle de Sharpe....................7

Comparaison portefeuille optimal Markowitz et Sharpe 10 ans....................9

Données sur 15 jours de Mars....................9

Conclusion....................10

Analyse des données

Calcul des rendements

Formule de calcul des rendements de nos actifs :

$$R_{i,t} = \frac{Prix_{i,t+1} Taux_{t+1}}{Prix_{i,t} Taux_{t}} - 1$$, i représentant l'actif et t la date.

Dans cette formule, on prend en compte le taux de change (US $ TO EURO (RFV) - EXCHANGE RATE).

Espérances et volatilités

	BIOMERIEUX	INTESA SAN	HEINEKEN	DAVIDE CAI	STMICROEL	AMADEUS I	TELEFONICA	RANDSTAD	IBERDROLA	ING GROEP	Stoxx
$E(R_i)$ =	0,0600%	0,0359%	0,0227%	0,0586%	0,0979%	0,0467%	-0,0189%	0,0273%	0,0563%	0,0338%	0,0152%
$E(R_i)$ annuel=	15,12%	9,05%	5,72%	14,76%	24,67%	11,78%	-4,77%	6,88%	14,19%	8,52%	3,82%
$\sigma(R_i)$ =	1,81%	2,17%	1,36%	1,60%	2,44%	1,89%	1,68%	1,91%	1,32%	2,16%	1,11%
$\sigma(R_i)$ annuel =	28,80%	34,53%	21,65%	25,36%	38,69%	30,02%	26,71%	30,27%	20,92%	34,34%	17,61%

On a un tableau présentant les performances journalières et annuelles de 10 actions du Stoxx Europe 600, un indice boursier regroupant les 600 plus grandes entreprises européennes.

Performances journalières

$E[\widetilde{R}] = \overline{R} = \sum \frac{R_i}{N}$, vecteur des rendements moyens des 10 actions

La ligne "E(R)" indique la rentabilité journalière moyenne des actions. Les valeurs sont exprimées en pourcentage. On constate que la performance mensuelle la plus élevée a été réalisée par STMICROELECTRONICS, avec un rendement de 0,0979%, tandis que la performance mensuelle la plus faible a été réalisée par Telefonica, avec un rendement de -0,0189%.

$\sigma(\widetilde{R}) = \sqrt{V(\widetilde{R})}$; $V(\widetilde{R}) = \sigma(\widetilde{R})$, vecteur des volatilités des rendements de nos 10 actions

La colonne "σ(R) " indique la volatilité moyenne journalière des actions sur les 10 dernières années. La volatilité est une mesure du risque d'un investissement. Plus la volatilité est élevée, plus le risque est important. On constate que l'action la plus volatile est STMICROELECTRONICS avec une volatilité annuelle de 2,44%, tandis que l'action la moins volatile est IBERDROLA, avec une volatilité annuelle de 1,32%.

Pour obtenir les performances annuelles, nous devons multiplier nos données journalières par 252 qui est le nombre de jours où la bourse est ouverte dans l'année.

Analyse globale

Le tableau montre que les performances des 10 actions du Stoxx Europe 600 ont été bonnes. Sur les 10 actions représentées, 9 ont réalisé une performance annuelle positive et 1 a réalisé une performance annuelle négative. Le rendement annuel moyen des actions a été de 10,59%. Sachant que le STOXX a un rendement moyen de 3,82%.

Concernant le risque, le risque moyen annuel des 10 actions a été de 29,13%. Sachant que le STOXX a une variance annuelle moyenne 17,61%.

On remarque que les 10 actions choisies du marché boursier européen offrent un très bon rendement pour les investisseurs cherchant le rendement malgré le risque plus élevé.

Matrice de corrélation

ρ :	BIOMERIEUX	INTESA SAN	HEINEKEN	DAVIDE CAN	STMICROEL	AMADEUS I	TELEFONICA	RANDSTAD	IBERDROLA	ING GROEP
Biomerieux	1									
INTESA SANI	0,211764176	1								
HEINEKEN	0,222650337	0,40462982	1							
DAVIDE CAM	0,311278921	0,43985855	0,50513177	1						
STMICROEL	0,278036602	0,47627602	0,32693745	0,36663416	1					
AMADEUS I	0,199747425	0,46633103	0,48833222	0,42422994	0,46842356	1				
TELEFONICA	0,140525435	0,55497279	0,3959276	0,37121753	0,33344744	0,40785209	1			
RANDSTAD	0,227294636	0,57335224	0,45576371	0,41295856	0,4832924	0,50021044	0,45189482	1		
IBERDROLA	0,278294721	0,48604166	0,48092576	0,43795652	0,36841328	0,44977408	0,52076188	0,42476766	1	
ING GROEP	0,141506517	0,75577163	0,42296329	0,37816799	0,4914819	0,52566693	0,55251606	0,6075205	0,42637628	1

On sait que plus une corrélation est proche de 1 plus on constate que les actions évoluent parfaitement de façon synchrone, plus on est proche de -1 plus on évolue de manière parfaitement opposée, plus la corrélation est proche de 0 ce qui signifie qu'il n'y a pas de relation linéaire entre les actions.

On constate donc à l'aide de la matrice qu'il y'a aucune corrélation négative elle sont toute positif.

On remarque donc que les actions qui sont les plus corrélées sont ING GROEP et INTESA SANPAOLO elle est corrélé à 0,75577.

On remarque également que les actions les moins corrélées sont TELEFONICA et BIOMÉRIEUX elles sont corrélées à 0,14052.

Matrice de variance-covariance

$$Cov(\widetilde{R1}, \widetilde{R2}) = E\left[\left(\widetilde{R1} - E(\widetilde{R1})\right) \times \left(\widetilde{R2} - E(\widetilde{R2})\right)\right]$$

Grâce à la formule ci-dessus, on trouve la matrice suivante :

Ω :	BIOMERIEUX	INTESA SAN	HEINEKEN	DAVIDE CAN	STMICROEL	AMADEUS I	TELEFONICA	RANDSTAD	IBERDROLA	ING GROEP
Biomerieux	0,000329064	8,3546E-05	5,5076E-05	9,0223E-05	0,00012294	6,8515E-05	4,2891E-05	7,863E-05	6,6526E-05	5,5532E-05
INTESA SANI	8,35463E-05	0,00047301	0,00012	0,0001528	0,00025249	0,00019177	0,00020308	0,0002378	0,0001393	0,00035559
HEINEKEN	5,50764E-05	0,00012	0,00018595	0,00011002	0,00010867	0,00012592	9,0842E-05	0,00011852	8,6422E-05	0,00012478
DAVIDE CAM	9,02233E-05	0,00015285	0,00011006	0,0002553	0,00014285	0,00012822	9,9838E-05	0,00012588	9,2251E-05	0,00013077
STMICROEL	0,000122939	0,00025249	0,00010867	0,00014279	0,00059415	0,0002159	0,00013676	0,00022465	0,00011834	0,00025917
AMADEUS I	6,85148E-05	0,00019177	0,00012592	0,00012817	0,0002159	0,00035754	0,00012976	0,00018037	0,00011207	0,00021503
TELEFONICA	4,28909E-05	0,00020308	9,0842E-05	9,9799E-05	0,00013676	0,00012976	0,0002831	0,000145	0,00011547	0,00020112
RANDSTAD	7,86297E-05	0,0002378	0,00011852	0,00012583	0,00022465	0,00018037	0,000145	0,00036368	0,00010675	0,00025064
IBERDROLA	6,6526E-05	0,0001393	8,6422E-05	9,2216E-05	0,00011834	0,00011207	0,00011547	0,00010675	0,00017366	0,00012155
ING GROEP	5,55325E-05	0,00035559	0,00012478	0,00013072	0,00025917	0,00021503	0,00020112	0,00025064	0,00012155	0,00046802

Cette matrice de variance-covariance va nous permettre de calculer nos portefeuilles optimaux selon le modèle de Markowitz.

Résolution par le modèle Markowitz

L'approche moyenne-variance des actifs et des portefeuilles de H. Markowitz est la suivante : à partir des caractéristiques, rendement espéré et variance du rendement espéré des actifs financiers disponibles sur le marché financier, on détermine les meilleurs portefeuilles possibles qui sont combinaisons de ces différents actifs, c'est-à-dire les portefeuilles qui pour un rendement espéré donné présentent le risque le plus faible ou ceux qui pour un risque donné présentent le rendement espéré le plus fort. Il s'agit des portefeuilles efficients composant la frontière efficiente.

Ensuite, en fonction du profil de l'investisseur, il investira sur un portefeuille plus ou moins risqué. En termes d'utilité, il choisira le portefeuille efficient qui maximise son espérance d'utilité.

Dans notre cas, nous avons 10 actions, dont nous avons estimé les rendements journaliers moyens. Dans notre approche moyenne-variance, nous avons dans un premier temps cherché à modéliser un portefeuille qui minimise l'écart-type et qui respecte une condition : la somme des pondérations de nos actifs égal 1. Par ailleurs, nous avons aussi la possibilité d'avoir des pondérations négatives. Via le solveur, nous avons ainsi pu obtenir le portefeuille Pmin suivant :

Pmin	
Biomerieux	0,193118178
INTESA SANPAOLO	-0,08342254
HEINEKEN	0,287858792
DAVIDE CAMPARI MILANO	0,102075805
STMICROELECTRONICS (MIL)	-0,01299671
AMADEUS IT GROUP	0,014961998
TELEFONICA	0,140304611
RANDSTAD	0,032697431
IBERDROLA	0,310887497
ING GROEP	0,014514931
$E(R_P)$=	0,0368%
$\sigma(R_P)$ =	1,054%

L'espérance du rendement journalier est approximativement de 0,0368%, et son écart-type est approximativement de 1,054% qui est l'écart-type le plus faible possible.

Nous avons ensuite modélisé deux autres portefeuilles P1 et P2, où nous avions comme contrainte un rendement espéré fixé à E(P1) = E(Rpmin) + 0,01% et E(P2) = E(P1) + 0,01%.

Toujours via le solveur, nous obtenons les portefeuilles avec les écart-type minimaux suivants

	Pmin	P1	P2
Biomerieux	0,193118178	0,19606419	0,199396976
INTESA SANPAOLO	-0,08342254	-0,0819971	-0,084903576
HEINEKEN	0,287858792	0,24910853	0,197841196
DAVIDE CAMPARI MILANO	0,102075805	0,13111403	0,165961328
STMICROELECTRONICS (MIL)	-0,01299671	0,02336524	0,051855556
AMADEUS IT GROUP	0,014961998	0,01895502	0,022710003
TELEFONICA	0,140304611	0,04998258	-0,041697491
RANDSTAD	0,032697431	0,0090226	-0,003259222
IBERDROLA	0,310887497	0,3781155	0,453414572
ING GROEP	0,014514931	0,02626941	0,038680658
$E(R_P)=$	0,0368%	0,0468%	0,0568%
$\sigma(R_P)=$	1,054%	1,066%	1,100%

Interprétation

Le portefeuille minimal est d'espérance ≅ 0.0368% pour une variance minimale de ≅ 1.0544%.

En construisant des portefeuilles 1 et 2 efficients au sens de Markowitz, optimisés respectivement pour des espérances de rendement 0.0468% et 0.0568%, puis en construisant un portefeuille 3 grâce aux 2 premiers (Merton), on trace un portefeuille efficient constitué essentiellement des actifs retenus pour P2 suivant presque les mêmes proportions, et ainsi ayant un risque très proche de P2 soit 1.1001%.

En procédant ainsi, on trace successivement 3 portefeuilles efficients (en incrémentant successivement l'espérance de rendement de 0.01%, le choix d'un pas constant et très faible permet de mieux comprendre la dynamique Espérance-Variance). En effet, on remarque que le risque représenté par la variance suit une progression concave, preuve qu'on se déplace dans la courbe frontière d'efficience). Pour $50 de gain espéré en plus, on prend un risque supplémentaire de dévier de l'espérance cible $7.74.

On s'intéresse désormais à un quatrième portefeuille efficient P3 construit à partir de Pmin et P1, dont E[P3] = E[P2] et σ(P3) = σ(P2) d'après Merton.

On investit une part x% sur Pmin et (1-x)% sur P1. On tombe sur les valeurs suivantes :

x% dans P_{min} :	-100,00%
(1-x) dans P_1 :	200,00%

Désormais, on considère un actif sans risque de 3% annuel, soit 0,012% journalier. On investit une part x% sur le portefeuille et le reste sur l'actif sans risque. Pour obtenir ce portefeuille, on va maximiser la pente qui part du rendement de l'actif sans risque jusqu'à un portefeuille de la frontière efficiente.

FE avec RF :				
R_F :	0,012%		$E(R_{Pmin})$=	0,0368%
Pente :	6,8028%		$\sigma(R_{Pmin})$ =	0,366%
$E(R_{PM})$=	0,2187%		x% dans P_M :	12%
$\sigma(R_{PM})$ =	3,040%		(1-x) dans RF :	88%

On se retrouve ainsi avec les portefeuilles suivant (toujours via le solveur) :

	PM	Pmin
Biomerieux	0,24998015	0,03008908
INTESA SANPAOLO	-0,0996078	-0,0119894
HEINEKEN	-0,5274871	-0,0634914
DAVIDE CAMPARI MILANO	0,68667462	0,08265219
STMICROELECTRONICS (MIL)	0,57444942	0,06914411
AMADEUS IT GROUP	0,08743987	0,01052478
TELEFONICA	-1,5149519	-0,1823485
RANDSTAD	-0,2925452	-0,0352125
IBERDROLA	1,59763354	0,19230057
ING GROEP	0,23841446	0,02869697
Rf		~0,88
Pondération total	1	0,12036587

On rappelle que la proportion de Rf dans le portefeuille Pmin est de (1-x), où ici x = 12%.

De façon générale, lorsqu'on ajoute un actif sans risque, on cherche à augmenter le rendement en se couvrant, tout en gardant le même niveau de risque. L'objectif est de maximiser la pente :

$$Pente = \frac{E[\widetilde{R}_{PM}]-R_f}{\sigma(\widetilde{R}_{PM})}$$

Comme attendu de cette stratégie, le portefeuille ainsi constitué est de même espérance de rendement que Pmin et de variance plus faible (0.366% contre 1.054%).

D'ailleurs, ce portefeuille est constitué de 12% de fonds risqués et 88% de fonds non risqués, ce qui est courant, dans les proportions que nous avons l'habitude de voir.

Résolution par le modèle de Sharpe

Dans cette partie nous allons calculer le portefeuille optimal par le modèle de marché de W. Sharpe.

Le rendement d'un actif se calcule de la manière suivante :

$$\widetilde{R}_i = \alpha_i + \beta_i \widetilde{R}_M + \tilde{e}_i \; avec \; pour \; tout \; i \; = \; 1, \; 2, \; 3, \; ..., \; N$$

Où α_i et β_i sont des constantes propres au titre i

α_i : constante caractéristique de l'actif i traduisant les effets de facteurs qui lui sont propres

β_i : coefficient de sensibilité de l'actif i au rendement global du marché

$\widetilde{R}_M$: est le rendement aléatoire du marché financier dans son ensemble (STOXX 600)

$\tilde{e}_i$: est une perturbation ou résidu possédant les propriétés suivantes

- Nous allons devoir calculer l'espérance du rendement d'un actif :

$$E[\widetilde{R}_i] = \alpha_i + \beta_i E[\widetilde{R}_M] + E[\widetilde{e}_i]$$

$$\alpha_i = E\left[\widetilde{R}_i\right] - \beta_i E[\widetilde{R}_M]$$

$$\beta_i = \frac{Cov(\widetilde{R}_M, \widetilde{R}_i)}{Var(\widetilde{R}_M)}$$

$$E\left[\widetilde{e}_i\right] = Cov\left(\widetilde{e}_i, \widetilde{e}_j\right) = Cov\left(\widetilde{e}_i, R_M\right) = 0 \; pour \; tout \; i, \; pour \; tout \; j \neq i$$

	BIOMERIEUX	INTESA SANP	HEINEKEN	DAVIDE CAM	STMICROELE	AMADEUS IT	TELEFONICA	RANDSTAD	IBERDROLA	ING GROEP
Cov(Rm,Ri)	0,00007406	0,00017583	0,00009403	0,00010535	0,00017485	0,00013802	0,00011568	0,00015237	0,00009608	0,00017953
βi	0,60159	1,42835	0,76384	0,85584	1,42038	1,12123	0,93975	1,23776	0,78047	1,45840
αi	0,00051	0,00014	0,00011	0,00046	0,00076	0,00030	-0,00033	0,00009	0,00045	0,00012
E(Ri)	0,0600%	0,0359%	0,0227%	0,0586%	0,0979%	0,0468%	-0,0189%	0,0273%	0,0563%	0,0338%

- Puis la variance du rendement d'un actif :

$$Var(\widetilde{R}_i) = \beta_i^2 Var(\widetilde{R}_M) + Var(\widetilde{e}_i)$$

Pour pouvoir avoir $Var(\widetilde{e}_i)$, nous allons devoir utiliser l'outil « Utilitaire d'analyse » sur Excel.

On sélectionne l'outil « Régression linéaire », avec comme plage d'entrée pour Y, les rendements de l'actif i et comme plage d'entrée pour X, les rendements de l'indice du marché STOXX600.

On devra également cocher « Résidus » pour qu'ils soient imprimés dans la nouvelle feuille de calcul.

Et de là, on pourra calculer la variance des résidus avec la fonction VAR.P (variance pearson) pour une population entière.

	BIOMERIEUX	INTESA SANP	HEINEKEN	DAVIDE CAM	STMICROELE	AMADEUS IT	TELEFONICA	RANDSTAD	IBERDROLA	ING GROEP
βi² * Var(Rm)	4,4552E-05	0,000251146	7,18224E-05	9,01666E-05	0,000248354	0,000154758	0,000108715	0,000188597	7,49856E-05	0,000261827
Var(ei)	0,0002846	0,0002220	0,0001142	0,0001652	0,0003460	0,0002029	0,0001745	0,0001752	0,0000987	0,0002064
Var(Ri)	0,0329%	0,0473%	0,0186%	0,0255%	0,0594%	0,0358%	0,0283%	0,0364%	0,0174%	0,0468%

- Et finalement la matrice de variance-covariance :

$$Cov\left(\widetilde{R}_i, \widetilde{R}_j\right) = \beta_i \beta_j Var(\widetilde{R}_M)$$

On trouve :

S :	BIOMERIEUX	INTESA SANP	HEINEKEN	DAVIDE CAM	STMICROELE	AMADEUS IT	TELEFONICA	RANDSTAD	IBERDROLA	ING GROEP
BIOMERIEUX	4,4552E-05	0,000105778	5,6567E-05	6,33806E-05	0,000105189	8,30348E-05	6,95949E-05	9,16645E-05	5,77993E-05	0,000108004
INTESA SANPAOLO	0,000105778	0,000251146	0,000134305	0,000150483	0,000249746	0,000197147	0,000165237	0,000217636	0,000137231	0,000256431
HEINEKEN	5,6567E-05	0,000134305	7,18224E-05	8,04735E-05	0,000133557	0,000105428	8,83638E-05	0,000116385	7,33869E-05	0,000137132
DAVIDE CAMPARI MILANO	6,33806E-05	0,000150483	8,04735E-05	9,01666E-05	0,000149644	0,000118127	9,90073E-05	0,000130404	8,22265E-05	0,000153649
STMICROELECTRONICS (MIL	0,000105189	0,000249746	0,000133557	0,000149644	0,000248354	0,000196048	0,000164316	0,000216423	0,000136466	0,000255001
AMADEUS IT GROUP	8,30348E-05	0,000197147	0,000105428	0,000118127	0,000196048	0,000154758	0,000129709	0,000170842	0,000107725	0,000201295
TELEFONICA	6,95949E-05	0,000165237	8,83638E-05	9,90073E-05	0,000164316	0,000129709	0,000108715	0,00014319	9,02886E-05	0,000168714
RANDSTAD	9,16645E-05	0,000217636	0,000116385	0,000130404	0,000216423	0,000170842	0,00014319	0,000188597	0,00011892	0,000222216
IBERDROLA	5,77993E-05	0,000137231	7,33869E-05	8,22265E-05	0,000136466	0,000107725	9,02886E-05	0,00011892	7,49856E-05	0,000140119
ING GROEP	0,000108004	0,000256431	0,000137132	0,000153649	0,000255001	0,000201295	0,000168714	0,000222216	0,000140119	0,000261827

Et comme on trouve les $\beta_i^2 Var(\widetilde{R}_M)$ en diagonale, on modifie pour mettre la variance des rendements des actifs à la place :

S :	BIOMERIEUX	INTESA SANP	HEINEKEN	DAVIDE CAM	STMICROELE	AMADEUS IT (	TELEFONICA	RANDSTAD	IBERDROLA	ING GROEP
BIOMERIEUX	0,00032919	0,00010578	0,00005657	0,00006338	0,00010519	0,00008303	0,00006959	0,00009166	0,00005780	0,00010800
INTESA SANPAOLO	0,00010578	0,00047319	0,00013431	0,00015048	0,00024975	0,00019715	0,00016524	0,00021764	0,00013723	0,00025643
HEINEKEN	0,00005657	0,00013431	0,00018602	0,00008047	0,00013356	0,00010543	0,00008836	0,00011639	0,00007339	0,00013713
DAVIDE CAMPARI MILANO	0,00006338	0,00015048	0,00008047	0,00025540	0,00014964	0,00011813	0,00009901	0,00013040	0,00008223	0,00015365
STMICROELECTRONICS (MIL)	0,00010519	0,00024975	0,00013356	0,00014964	0,00059438	0,00019605	0,00016432	0,00021642	0,00013647	0,00025500
AMADEUS IT GROUP	0,00008303	0,00019715	0,00010543	0,00011813	0,00019605	0,00035768	0,00012971	0,00017084	0,00010772	0,00020130
TELEFONICA	0,00006959	0,00016524	0,00008836	0,00009901	0,00016432	0,00012971	0,00028321	0,00014319	0,00009029	0,00016871
RANDSTAD	0,00009166	0,00021764	0,00011639	0,00013040	0,00021642	0,00017084	0,00014319	0,00036381	0,00011892	0,00022222
IBERDROLA	0,00005780	0,00013723	0,00007339	0,00008223	0,00013647	0,00010772	0,00009029	0,00011892	0,00017372	0,00014012
ING GROEP	0,00010800	0,00025643	0,00013713	0,00015365	0,00025500	0,00020130	0,00016871	0,00022222	0,00014012	0,00046820

Le rendement et variance du portefeuille se calculent de la manière que dans le modèle de Markowitz :

$$E\left[\widetilde{R}_P\right] = X^T \overline{R} = \overline{R}\, X$$

Avec X le vecteur des pondérations et $\overline{R}$ le vecteur des rendements des actifs

$$Var\left(\widetilde{R}_P\right) = X^T \Omega\, X$$

Avec Ω la matrice de variance-covariance

- On utilisera ensuite l'outil « Solver » de Excel pour calculer les pondérations optimales pour ce portefeuille, avec la sous-contrainte $\sum x_i = 1$, avec x_i les pondérations, ce qui donne :

	Portefeuille avec la volatilité la plus faible | Pmin										
	Pondération (xi)	0,175932774	-0,07322601	0,324442251	0,179620623	-0,04518571	0,041264584	0,131439161	-0,00556258	0,361852912	-0,090578
Pmin	∑xi	1		Rdt Portefeuille			Volatilité Portefeuille				
	Rdt Pmin annuel :		9,5754%	0,0380%			0,9917%		Volatilité Pmin Annuelle :		15,7431%

On peut ensuite faire d'autres portefeuilles avec comme sous-contrainte supplémentaire :

$E\left[\widetilde{R}_{P1}\right] = E\left[\widetilde{R}_{Pmin}\right] + 0.01\%$ et ainsi de suite, on a :

P1	Pondération (xi)	0,194877161	-0,07706383	0,289268931	0,209757831	-0,00253643	0,050825512	0,048098963	-0,02255398	0,406679202	-0,09735336
	∑xi	1		Rdt Portefeuille			Volatilité Portefeuille				
	Rdt P1 annuel :		12,0960%	0,0480%			1,0043%		Volatilité P1 Annuelle :		15,9433%

P2	Pondération (xi)	0,213950568	-0,08085137	0,254018543	0,239775172	0,04004417	0,060385777	-0,035218002	-0,03954532	0,451595617	-0,10415516
	∑xi	1		Rdt Portefeuille			Volatilité Portefeuille				
	Rdt P2 annuel :		14,6160%	0,0580%			1,0412%		Volatilité P2 Annuelle :		16,5289%

Comparaison portefeuille optimal Markowitz et Sharpe 10 ans

On remarque que le rendement de portefeuille minimal Sharpe est supérieur à celui calculé avec Markowitz,d'une part (0.0380% contre 0.0368%) pour des risques respectifs de 0.9917% pour le portefeuille Sharpe et 1.054% pour celui du modèle Markowitz.

Par ailleurs, pour 0.01 d'incrémentation de l'espérance de rendement du portefeuille Sharpe, le risque augmente seulement de 0.0126%. Pour se donner un ordre de grandeur sur un investissement initial de $500 000, pour un gain supplémentaire de $50 on ne prend qu'un risque supplémentaire de 0.0124%, soit une déviation de $0.63.

Données sur 15 jours de Mars

Nouvelle matrice de variance-covariance avec les données sur 15 jours de mars 2024 :

Ω	BIOMERIEUX	INTESA SAN	HEINEKEN	DAVIDE CAM	STMICROEL	AMADEUS I	TELEFONICA	RANDSTAD	IBERDROLA	ING GROEP
BIOMERIEU	0,01564%	-0,00332%	0,00677%	0,00606%	0,00501%	-0,00282%	-0,00174%	-0,00180%	0,00008%	0,00363%
INTESA SAN	-0,00332%	0,01629%	0,00334%	-0,00208%	-0,00115%	0,01234%	0,00227%	0,00428%	0,00240%	0,00308%
HEINEKEN	0,00677%	0,00334%	0,01269%	0,00495%	0,01171%	0,00535%	0,00229%	0,00410%	0,00669%	0,00978%
DAVIDE CAM	0,00606%	-0,00208%	0,00495%	0,00502%	0,00695%	-0,00081%	0,00068%	0,00195%	0,00267%	0,00217%
STMICROEL	0,00501%	-0,00115%	0,01171%	0,00695%	0,04946%	0,00660%	-0,00087%	0,01167%	0,01014%	0,01609%
AMADEUS I	-0,00282%	0,01234%	0,00535%	-0,00081%	0,00660%	0,01760%	0,00090%	0,00419%	-0,00397%	0,00722%
TELEFONICA	-0,00174%	0,00227%	0,00229%	0,00068%	-0,00087%	0,00090%	0,00358%	0,00252%	0,00604%	0,00123%
RANDSTAD	-0,00180%	0,00428%	0,00410%	0,00195%	0,01167%	0,00419%	0,00252%	0,00688%	0,00464%	0,00619%
IBERDROLA	0,00008%	0,00240%	0,00669%	0,00267%	0,01014%	-0,00397%	0,00604%	0,00464%	0,02498%	0,00126%
ING GROEP	0,00363%	0,00308%	0,00978%	0,00217%	0,01609%	0,00722%	0,00123%	0,00619%	0,00126%	0,01651%

- Rendement et volatilité du portefeuille avec les pondérations (10 ans) précédemment obtenues :

		BIOMERIEUX	INTESA SAN	HEINEKEN	DAVIDE CAM	STMICROELI	AMADEUS I	TELEFONICA	RANDSTAD	IBERDROLA	ING GROEP
Pmin 10 ans	xi	0,19296635	-0,0832397	0,28763214	0,101825038	-0,0130822	0,01560426	0,140149795	0,032532517	0,31141989	0,01419199
	∑xi	1	E[Rp]		0,1034%	σ(Rp)		0,8620%			
			E[Rp] 15 jours		1,55118%	σ(Rp) annuelle		3,33853%			

Quand on suit le portefeuille constitué comme précédemment, on remarque que , à titre d'exemple, pour un investissement de $500 000, le portefeuille Markowitz **Pmin 10 ans** nous rapporte $515 quotidiennement et $7 725 en 15 jours, avec un risque très faible de 0.8620%.

- Rendement et volatilité du portefeuille optimal sur les données de 15 jours de mars :

		BIOMERIEUX	INTESA SAN	HEINEKEN	DAVIDE CAM	STMICROELI	AMADEUS I	TELEFONICA	RANDSTAD	IBERDROLA	ING GROEP
Pmin	xi	-1,44577565	2,13942788	-0,783069	3,025327378	1,02128525	-1,4938166	2,549956356	-4,29973328	-0,8412662	1,12766385
	∑xi	1	E[Rp]		3,99273%	σ(Rp)		0,00002%			
			E[Rp] 15 jours		59,89100%	σ(Rp) annuelle		0,00008%			

Quand on suit le portefeuille optimal, on obtient que, pour un investissement de $500 000, le portefeuille Markowitz **Pmin** nous rapporte $19 963.65 quotidiennement et $29 9454.75 en 15 jours, avec un risque très faible de 0.00002%.

Conclusion

Importance statistique de la période de calcul des Espérance et variance de rendements

En se basant sur les données historiques de 15 jours, on remarque que la matrice de covariance, les pondérations, les rendements et la variance sont différents.
L'espérance de rendement est de 3.9927% (soit pour un investissement de $500 000 on a un gain journalier de $19 963.65 et $29 9454.75 en 15 jours), il existe un rapport de ~40 entre cette espérance et l'espérance basée sur les pondérations des 10 ans (0.1034%).
De même, on remarque que le risque de ce nouveau portefeuille optimal journalier est de 2x10E-5% contre ~0,86% calculé avec les données de 10 ans, ce qui est un rapport de 10E-4. Ainsi,à titre d'exemple pour un investissement de $500 000, qui donne une espérance de gain de $19 950 on prend le risque de dévier de ce montant $159,20.

Cela peut se comprendre par le calcul des estimateurs statistiques des grandeurs (Var(Ri), Cov(Ri,Rj), et E(Ri)). En effet, la loi des grands nombre garantit une convergence des moments d'une variable aléatoire (ici de Ri) vers les estimateurs (par exemple si on note la moyenne $\underline{Rn}$:
$\lim P(|Rn - E(Ri)| \geq \varepsilon) = 0$
devient plus précise quand n tend vers l'infini.

Ainsi, le modèle a besoin d'un échantillon de données plus grand pour permettre plus de précision.