

Universidad Nacional de San Agustín Facultad de Ingeniería de Producción y Servicios Escuela Profesional de Ingeniería en Telecomunicaciones

Curso Métodos Numéricos

Doc: Edwing Alexander Gonzales Quilca

Solución de ejercicios

Método de Newton y Secante

Elaborado por $Darwin\ Cristhian\ Turpo\ Quispe$ $Vladimir\ Williams\ Luque\ Llanqui$ xd

1. Introducción:

Este documento presenta la resolución de diversos ejercicios mediante la aplicación de métodos numéricos en MATLAB, como los métodos de Newton, Secante, Bisección, Regla Falsa, Punto Fijo, Eliminación Gaussiana, Factorización LU, Jacobi, y Gauss-Seidel. Estas técnicas son esenciales en ingeniería y ciencias aplicadas, ya que permiten encontrar raíces de funciones no lineales, resolver sistemas de ecuaciones y aproximar soluciones con gran precisión.

El Método de Newton o Newton-Raphson es un algoritmo iterativo conocido por su rapidez de convergencia en aproximaciones sucesivas a las raíces de funciones reales, especialmente cuando la solución inicial se encuentra cercana a la raíz buscada. En contraste, el Método de la Secante, una variación del método de Newton, no requiere el cálculo de la derivada de la función, lo que lo hace adecuado en situaciones donde la derivada no está disponible o es complicada de obtener.

Este documento también explora aplicaciones prácticas en telecomunicaciones, como el cálculo de atenuación óptima en fibras ópticas para minimizar la pérdida de señal, utilizando técnicas como la Bisección y la Regla Falsa. A lo largo de los ejercicios, se detallan los pasos de cada método, los resultados obtenidos, y se presentan gráficos y tablas que ilustran el comportamiento de las funciones y la convergencia de los métodos, con un análisis de sus ventajas y limitaciones.

2. Método de la Bisección:

a) Ejercicio 1:

En telecomunicaciones, uno de los problemas comunes es calcular la atenuación óptima en una fibra óptica para minimizar la pérdida de señal. Imagina que tienes un sistema de comunicación por fibra óptica y necesitas encontrar el valor óptimo de potencia de señal en una sección de la fibra. La función de pérdida de señal en función de la potencia de entrada X está dada por $f(X) = 0.5X^3 - 3X^2 + 4X - 2$. Encuentra el valor de X en el intervalo [0,5] que minimiza la función de pérdida de señal. Usa el método de bisección con una tolerancia de tol = 0,001.

b) Código Matlab:

```
a = input("Ingrese el valor de a= ");
b = input("Ingrese el valor de b= ");
tol = input("Ingrese el valor de tol= ");
f = input("Ingrese la funcion f=", 's');
f = inline(f);
k = 1;
m = (a + b) / 2;
fprintf('k\tak\t\tbk\t\tmk\t\terror\n');
fa = f(a);
fm = f(m);
while (b - a) / 2 > tol
    fprintf('%d\t%f\t%f\t%f\t%f\n', k, a, b, m, (b - a) / 2);
    if fa * fm < 0
        b = m;
    else
        a = m;
        fa = fm;
    end
    m = (a + b) / 2;
    fm = f(m);
    k = k + 1;
fprintf('La raiz aproximada es m = %f\n', m);
```

C) Salida:

```
>> M_biseccion
Ingrese el valor de a=
0
Ingrese el valor de b=
5
Ingrese el valor de tol=
0.001
Ingrese la funcion f=
0.5*x^3 - 3*x^2 + 4*x - 2
```

```
k
    ak
            bk
                    mk
                             error
1 0.000000 5.000000 2.500000 2.500000
2 2.500000 5.000000 3.750000 1.250000
3 3.750000 5.000000 4.375000 0.625000
4 4.375000 5.000000 4.687500 0.312500
5 4.375000 4.687500 4.531250 0.156250
6 4.375000 4.531250 4.453125 0.078125
7 4.375000 4.453125 4.414062 0.039062
8 4.375000 4.414062 4.394531 0.019531
9 4.375000 4.394531 4.384766 0.009766
10 4.375000 4.384766 4.379883 0.004883
11 4.379883 4.384766 4.382324 0.002441
12 4.382324 4.384766 4.383545 0.001221
La raiz aproximada es m = 4.382935
```

3. Método de la regla falsa:

a) Ejercicio 2:

Un ingeniero de telecomunicaciones necesita determinar el valor óptimo de un parámetro x, que podría representar la resistencia en un circuito de transmisión, para maximizar la potencia de salida sin causar distorsión. La potencia de salida P(x) depende del parámetro x de acuerdo con una función no lineal $f(x) = 100 - 0.01 \cdot x^2$, donde 100 es el valor máximo de potencia deseada y 0,01 es una constante de ajuste basada en el diseño del circuito. Utilizando el método de Falsa Posición en el intervalo inicial [a,b] = [10,500] con una tolerancia de tol = 10^{-5} y un máximo de 100 iteraciones, determine el valor de x que hace que f(x) = 0, lo cual representa el punto de máxima eficiencia para la potencia en el circuito de transmisión.

b) Código Matlab:

```
a = input("Ingrese el valor de a= ");
b = input("Ingrese el valor de b= ");
tol = input("Ingrese el valor de tol= ");
itera = input("Ingrese iteraciones = ");
f = input("Ingrese la funcion f=", 's');
f = inline(f);
k = 0;
an = a;
bn = b;
fprintf('k\tan\t\tbn\t\txn\t\terror\n');
while true
    xn = an * f(bn) - bn * f(an);
    xn = xn / (f(bn) - f(an));
    e1 = abs(xn - an);
    e2 = abs(bn - xn);
    fprintf('%d\t%f\t%f\t%f\t%f\n', k, an, bn, xn, max(e1, e2));
```

```
>> Regla_falsa
Ingrese el valor de a=
Ingrese el valor de b=
500
Ingrese el valor de tol=
1e-5
Ingrese iteraciones =
20
Ingrese la función f=
100 - 0.01 * x^2
k an bn xn error
0 10.000000 500.000000 29.411765 470.588235
1 29.411765 500.000000 46.666667 453.333333
2 46.666667 500.000000 60.975610 439.024390
3 60.975610 500.000000 72.173913 427.826087
4 72.173913 500.000000 80.547112 419.452888
5 80.547112 500.000000 86.596859 413.403141
6 86.596859 500.000000 90.860407 409.139593
7 90.860407 500.000000 93.812689 406.187311
8 93.812689 500.000000 95.832146 404.167854
9 95.832146 500.000000 97.201995 402.798005
10 97.201995 500.000000 98.125924 401.874076
11 98.125924 500.000000 98.746701 401.253299
12 98.746701 500.000000 99.162718 400.837282
13 99.162718 500.000000 99.441032 400.558968
14 99.441032 500.000000 99.627007 400.372993
15 99.627007 500.000000 99.751184 400.248816
16 99.751184 500.000000 99.834054 400.165946
17 99.834054 500.000000 99.889338 400.110662
18 99.889338 500.000000 99.926212 400.073788
19 99.926212 500.000000 99.950802 400.049198
20 99.950802 500.000000 99.967199 400.032801
La raíz aproximada es xn = 99.967199
```

d) Interpretación:

La respuesta d=99,967199 indica que, según las iteraciones del método de Newton-Raphson, se espera que la distancia óptima de transmisión que satisface la ecuación $\log(d)+d-5=0$ sea aproximadamente 99.967199. Esta información puede ser utilizada para tomar decisiones informadas en el diseño y optimización de sistemas de telecomunicaciones.

4. Método Newton

a) Ejercicio 1:

En telecomunicaciones, la ecuación de Friis para la transmisión de radiofrecuencia (RF) en espacio libre se puede simplificar para encontrar la distancia óptima de transmisión, utilizando métodos numéricos como Newton-Raphson. Queremos encontrar la distancia d que satisface la ecuación $f(d) = \log(d) + d - 5 = 0$, donde $P_t/P_r = 5$. El método iterativo se inicia con un valor inicial $d_0 = 2$ y una tolerancia de 1×10^{-6} . La derivada de la función es $f'(d) = \frac{1}{d} + 1$. Usamos el método de Newton-Raphson para aproximar la solución con el siguiente esquema:

$$d_{n+1} = d_n - \frac{f(d_n)}{f'(d_n)}$$

hasta que la diferencia entre iteraciones consecutivas sea menor que la tolerancia especificada.

b) Código Matlab:

```
x0=input('ingrese el valor inicial x= ');
tolerancia=input('ingrese la tolerancia tolerancia x= ');
f=input('ingrese la funcion f= ','s');
f=inline(f);
df=input('ingrese la derivada de la funcion f= ','s');
df = inline(df);
x1 = x0 - f(x0) / df(x0);
k = 1
fprintf('k
                  xk
                           error\n')
while abs(x1-x0) > tolerancia
    fprintf('%d\t%.10f\t%.10f\n', k ,x1, abs(x1-x0))
    k = k + 1;
    x0=x1;
    x1 = x0 - f(x0) / df(x0);
fprintf('%d\t%.10f\t%.10f\n', k ,x1, abs(x1-x0))
```

```
>> M_Newton
ingrese el valor inicial x=
2
ingrese la tolerancia tolerancia x=
1e-6
ingrese la funcion f=
```

5. Método de la secante:

a) Ejercicio 2:

En telecomunicaciones, la ecuación de propagación de una onda electromagnética en espacio libre puede modelarse como $f(d) = e^d - 4d = 0$, donde d es la distancia entre las antenas. Se desea encontrar el valor de d que minimice la diferencia de potencia entre transmisor y receptor. Utilizando el método de la secante, con valores iniciales $d_0 = 1,5$ y $d_1 = 2,5$, y una tolerancia de 1×10^{-6} , se puede aplicar el siguiente esquema iterativo:

$$d_{n+1} = d_n - f(d_n) \frac{d_n - d_{n-1}}{f(d_n) - f(d_{n-1})}$$

hasta que la diferencia entre iteraciones consecutivas sea menor que la tolerancia especificada. El método secante no requiere el cálculo de la derivada, lo que lo hace más eficiente en ciertos casos donde la derivada de f es difícil de calcular.

b) Código Matlab:

```
>> M_secante
Ingrese el valor inicial x0=
1.5
Ingrese el valor inicial x1=
```

6. Método del punto fijo:

a) Ejercicio 1:

Problema: En el campo de las telecomunicaciones, la ecuación que describe la propagación de una señal en espacio libre puede aproximarse mediante $f(d) = \sqrt{d} + \log(d) - 3 = 0$, donde d es la distancia entre las antenas. Para determinar el valor de d que minimiza la pérdida de señal, aplicamos un método iterativo comenzando con $d_0 = 1,5$ y una tolerancia de 1×10^{-6} . La relación iterativa está dada por:

$$d_{n+1} = f(d_n)$$

La iteración continúa hasta que el error absoluto $|d_{n+1} - d_n|$ sea menor que la tolerancia, calculando también el error relativo en cada paso:

Error relativo =
$$\frac{|d_{n+1} - d_n|}{|d_{n+1}|}$$

Este proceso iterativo es útil cuando la derivada de la función es difícil de obtener o no es necesaria.

b) Código Matlab:

```
x1 = f(x0);
end
fprintf('%d\t%.10f\t%.10f\t%.10f\n', k, x1, abs(x1 - x0), ...
abs(x1 - x0)/ abs(x1))
```

c) Salida:

```
>> M_puntofijo
Ingrese el valor inicial x0=
1.5
Ingrese la tolerancia =
1e-6
Ingrese la funcion f=
sqrt(d) + log(d) - 3
          хk
                                     error relativo
                     error abs
1 -1.3697900205 2.8697900205 2.0950583502
2 -2.6853425416 4.5081913327 0.8874774944
3 -0.2805567042 2.4142680814 0.5877277547
4 -0.2037752451 0.9807940600 0.3136462846
5 -0.6509171510 0.4873752232 0.1625648959
6 -0.8187337645 0.2718471270 0.0837649201
7 -0.7212700220 0.1476739568 0.0443415956
8 -0.6547471748 0.0770697752 0.0235079310
9 -0.6672640050 0.0401949859 0.0123921203
10 -0.6883453663 0.0211900150 0.0065198259
11 -0.6895615026 0.0112000338 0.0034342994
12 -0.6839502645 0.0059054583 0.0018104650
13 -0.6823882653 0.0031098795 0.0009542759
14 -0.6836023090 0.0016383509 0.0005028596
15 -0.6843027167 0.0008634941 0.0002649804
16 -0.6841191928 0.0004550983 0.0001396402
17 -0.6838844108 0.0002398264 0.0000735894
18 -0.6838838785 0.0001263801 0.0000387805
19 -0.6839489605 0.0000665999 0.0000204366
20 -0.6839633867 0.0000350973 0.0000107697
21 -0.6839484773 0.0000184957 0.0000056755
22 -0.6839412003 0.0000097469 0.0000029909
23 -0.6839437443 0.0000051365 0.0000015761
24 -0.6839463234 0.0000027068 0.0000008306
25 -0.6839461826 0.0000014265 0.0000004377
26 -0.6839454355 0.0000007517 0.0000002307
>>
```

7. Eliminación Gaussiana:

a) Ejercicio 1:

Resolver el siguiente sistema de ecuaciones lineales utilizando el método de eliminación de Gauss con pivoteo parcial:

$$3x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 1$$
$$2x_1 + 3x_2 + 3x_3 = 2$$
$$5x_1 + 4x_2 + 6x_3 = 3$$

Escribe la matriz aumentada correspondiente y aplica el algoritmo de eliminación de Gauss para encontrar los valores de x_1 , x_2 y x_3 .

b) Código Matlab:

```
A = input('Ingrese la matriz aumentada A= ');
[n, m] = size(A);
for i = 1:n-1
    for p = i:n
        if A(p,i) ~= 0
            break
        else
            disp('xd')
        \verb"end"
    end
    if p = i
        aux = A(i,:);
        A(i,:) = A(p,:);
        A(p,:) = aux;
    end
    for j = i+1:n
        M(j,i) = A(j,i)/A(i,i);
        A(j,:) = A(j,:) - M(j,i) * A(i,:)
    end
end
if A(n,n) == 0
    disp('No existe solucion unica');
else
    x(n) = A(n,n+1)/A(n,n);
    for i = n-1:-1:1
        sum = 0;
        for j = i+1:n
            sum = sum + A(i,j) * x(j);
        x(i) = (A(i,n+1) - sum) / A(i,i);
    end
    for k = 1:n
        fprintf('x \%d = \%.4f \ n', k, x(k));
    end
end
```

```
>> M_Gaussiana
Ingrese la matriz aumentada A=
[3 2 4 1 ; 2 3 3 2 ;5 4 6 3]
```

```
A =
    3.0000
               2.0000
                           4.0000
                                      1.0000
               1.6667
                           0.3333
                                      1.3333
    5.0000
               4.0000
                           6.0000
                                      3.0000
A =
    3.0000
               2.0000
                           4.0000
                                      1.0000
               1.6667
                           0.3333
                                      1.3333
          0
          0
               0.6667
                          -0.6667
                                      1.3333
A =
    3.0000
               2.0000
                          4.0000
                                      1.0000
               1.6667
                           0.3333
                                      1.3333
          0
          0
                          -0.8000
                                      0.8000
x1 = 1.0000
x2 = 1.0000
x3 = -1.0000
>>
```

8. Factorización LU:

a) Ejercicio 1:

Resolver el siguiente sistema de ecuaciones lineales utilizando factorización LU:

$$2x_1 + 3x_2 - x_3 + 4x_4 + 5x_5 = 15$$

$$x_1 - 2x_2 + 3x_3 + x_4 - x_5 = 3$$

$$4x_1 + x_2 + 2x_3 - 3x_4 + x_5 = 10$$

$$-x_1 + 5x_2 + x_3 + 2x_4 - 2x_5 = 1$$

$$3x_1 - x_2 + 4x_3 + 2x_4 + x_5 = 12$$

Escribe la matriz aumentada correspondiente y aplica el algoritmo de factorización LU para descomponer la matriz en L y U. Luego, resuelve el sistema utilizando sustitución hacia adelante y hacia atrás para encontrar los valores de x_1, x_2, x_3, x_4 y x_5 .

b) Código Matlab:

```
A = input('Ingrese la matriz aumentada A= ');
b = input('ingrese el lado derecho de b=');
[n,m]=size(A);
M=eye(n);
for i=1:n-1
    for j=i+1:n
```

```
M(j,i)=A(j,i)/A(i,i);
    A(j,:)=A(j,:)-M(j,i)*A(i,:)
end

end
L=M
U=A
y = zeros(n, 1);
for i = 1:n
    y(i) = b(i) - L(i, 1:i-1) * y(1:i-1);
end
x = zeros(n, 1);
for i = n:-1:1
    x(i) = (y(i) - U(i, i+1:n) * x(i+1:n)) / U(i, i);
end
disp(x);
```

c) Salida:

```
>> M_LU
Ingrese la matriz aumentada A=
2, 3, -1, 4, 5;
    1, -2, 3, 1, -1;
    4, 1, 2, -3, 1;
    -1, 5, 1, 2, -2;
    3, -1, 4, 2, 1
ingrese el lado derecho de b=
[15; 3; 10; 1; 12]
A =
    2.0000
              3.0000
                        -1.0000
                                   4.0000
                                              5.0000
             -3.5000
                         3.5000
                                  -1.0000
                                             -3.5000
         0
    4.0000
              1.0000
                         2.0000
                                  -3.0000
                                              1.0000
   -1.0000
                         1.0000
                                   2.0000
                                             -2.0000
              5.0000
    3.0000
             -1.0000
                         4.0000
                                   2.0000
                                              1.0000
A =
    2.0000
              3.0000
                        -1.0000
                                   4.0000
                                              5.0000
         0
             -3.5000
                         3.5000
                                  -1.0000
                                             -3.5000
                         4.0000
         0
             -5.0000
                                -11.0000
                                             -9.0000
   -1.0000
              5.0000
                         1.0000
                                   2.0000
                                             -2.0000
    3.0000
             -1.0000
                         4.0000
                                   2.0000
                                             1.0000
```

A =

```
2.0000
               3.0000
                         -1.0000
                                     4.0000
                                                5.0000
          0
              -3.5000
                          3.5000
                                    -1.0000
                                               -3.5000
          0
              -5.0000
                                   -11.0000
                          4.0000
                                               -9.0000
          0
               6.5000
                          0.5000
                                     4.0000
                                                0.5000
    3.0000
              -1.0000
                          4.0000
                                     2.0000
                                                1.0000
A =
    2.0000
               3.0000
                         -1.0000
                                     4.0000
                                                5.0000
                          3.5000
                                    -1.0000
          0
              -3.5000
                                               -3.5000
          0
              -5.0000
                          4.0000
                                   -11.0000
                                               -9.0000
          0
               6.5000
                          0.5000
                                     4.0000
                                                0.5000
          0
              -5.5000
                          5.5000
                                    -4.0000
                                               -6.5000
A =
    2.0000
                         -1.0000
                                     4.0000
                                                5.0000
               3.0000
          0
              -3.5000
                          3.5000
                                    -1.0000
                                               -3.5000
          0
                     0
                         -1.0000
                                    -9.5714
                                               -4.0000
          0
               6.5000
                          0.5000
                                     4.0000
                                                0.5000
          0
              -5.5000
                          5.5000
                                    -4.0000
                                               -6.5000
A =
    2.0000
               3.0000
                         -1.0000
                                     4.0000
                                                5.0000
          0
              -3.5000
                          3.5000
                                    -1.0000
                                               -3.5000
          0
                     0
                         -1.0000
                                    -9.5714
                                               -4.0000
          0
                     0
                          7.0000
                                     2.1429
                                               -6.0000
          0
              -5.5000
                          5.5000
                                    -4.0000
                                               -6.5000
A =
    2.0000
               3.0000
                         -1.0000
                                     4.0000
                                                5.0000
          0
              -3.5000
                          3.5000
                                    -1.0000
                                               -3.5000
          0
                         -1.0000
                                    -9.5714
                                               -4.0000
                     0
          0
                      0
                                 0
                                    -64.8571
                                               -34.0000
          0
                     0
                                0
                                    -2.4286
                                               -1.0000
A =
    2.0000
               3.0000
                         -1.0000
                                     4.0000
                                                5.0000
          0
              -3.5000
                          3.5000
                                    -1.0000
                                               -3.5000
```

0

0

-1.0000

-4.0000

-9.5714

```
0
                     0
                                   -64.8571
                                               -34.0000
          0
                                     -2.4286
                                                -1.0000
A =
    2.0000
               3.0000
                         -1.0000
                                      4.0000
                                                 5.0000
          0
              -3.5000
                           3.5000
                                     -1.0000
                                                -3.5000
          0
                         -1.0000
                                     -9.5714
                                                -4.0000
                     0
          0
                     0
                                    -64.8571
                                               -34.0000
                                0
          0
                     0
                                0
                                           0
                                                 0.2731
L =
    1.0000
                                0
                                           0
                     0
                                                      0
               1.0000
    0.5000
                                0
                                           0
                                                      0
```

U =

2.0000	3.0000	-1.0000	4.0000	5.0000
0	-3.5000	3.5000	-1.0000	-3.5000
0	0	-1.0000	-9.5714	-4.0000
0	0	0	-64.8571	-34.0000
0	0	0	0	0.2731

1.0000

-7.0000

0

0

0

1.0000

0

1.0000 0.0374

La solución del sistema Ax = b es:

1.4286

-1.8571

1.5714

3.1613

2.0000

-0.5000

1.5000

- 0.5161
- 0.0323
- 1.2258
- 0.4516

>>

9. METODO JACOBI:

a) Ejercicio 1:

Consideremos un sistema de ecuaciones lineales que representa las relaciones en una red de telecomunicaciones. Supongamos que la matriz estrictamente diagonal dominante A es dada por

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 5 \end{bmatrix}$$

y el vector b que representa las señales recibidas es

$$b = \begin{bmatrix} 10 \\ 11 \\ 15 \end{bmatrix}.$$

Se utilizará un vector inicial $X_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$, una tolerancia TL = 0.01 y un número máximo

de iteraciones N=100. El objetivo es encontrar el vector x, que representa las señales transmitidas, utilizando el método de iteración de Jacobi hasta que el error sea menor que la tolerancia definida.

b) Código Matlab:

```
A = input("Ingresar la matriz extricta diagona A: ");
b = input("Ingresar lado derecho:");
X0 = input("Ingresar vector inicial:");
TL = input("Ingresar tolerancia :");
N = input("Ingresar numero maximo de iteraciones :");
k = 1
n = length(b);
while k <= N
    for i=1:n
        sum = 0;
        for j=1:n
             if j^=i
                 sum = sum + A(i,j)*XO(j);
             end
        end
        x(i) = (b(i) - sum)/A(i,i);
    end
    х
    error = norm(x-X0)
    if norm(x-X0) < TL
        break
    end
    k = k + 1
    XO = x;
end
```

```
>> M_Jacobi
Ingresar la matriz extricta diagona A:
[4 1 2 ; 1 3 1 ; 2 1 5 ]
Ingresar lado derecho:
[10 11 15]
```

```
Ingresar vector inicial:
[0 0 0]
Ingresar tolerancia :
0.01
Ingresar numero maximo de iteraciones :
100
x =
   2.5000 3.6667 3.0000
error =
   5.3567
k =
    2
x =
   0.0833 1.8333 1.2667
error =
   3.4937
k =
    3
x =
   1.4083 3.2167 2.6000
error =
   2.3339
```

k =

4

x =

0.3958 2.3306 1.7933

error =

1.5688

k =

5

x =

1.0207 2.9369 2.3756

error =

1.0474

k =

6

x =

0.5780 2.5346 2.0043

error =

0.7041

k =

7

x =

0.8642 2.8059 2.2619

error =

0.4710

k =

8

x =

0.6676 2.6246 2.0931

error =

0.3162

k =

9

x =

0.7973 2.7464 2.2080

error =

0.2118

k =

10

x =

0.7094 2.6649 2.1318

error =

0.1421

k =

11

x =

0.7679 2.7196 2.1833

error =

0.0952

k =

12

x =

0.7285 2.6830 2.1489

error =

0.0638

k =

13

x =

0.7548 2.7075 2.1720

error =

0.0428

k =

14

x =

0.7371 2.6911 2.1566

error =

0.0287

k =

15

x =

0.7489 2.7021 2.1669

error =

0.0192

k =

16

x =

0.7410 2.6947 2.1600

error =

0.0129

k =

17

```
x =
     0.7463     2.6997     2.1647
error =
     0.0086
>>
```

10. METODO GAUSS SEIDEL:

a) Ejercicio 2:

Consideremos un sistema de ecuaciones lineales que representa las relaciones en una red de telecomunicaciones. Supongamos que la matriz estrictamente diagonal dominante A es dada por

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 5 \end{bmatrix}$$

y el vector b que representa las señales recibidas es

$$b = \begin{bmatrix} 10\\11\\15 \end{bmatrix}.$$

Se utilizará un vector inicial $X_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$, una tolerancia $TL = 0{,}01$ y un número máximo

de iteraciones N=100. El objetivo es encontrar el vector x, que representa las señales transmitidas, utilizando el método de iteración de Jacobi hasta que el error sea menor que la tolerancia definida.

b) Código Matlab:

```
A = input("Ingresar la matriz extricta diagona A: ");
b = input("Ingresar lado derecho:");
X0 = input("Ingresar vector inicial:");
TL = input("Ingresar tolerancia :");
N = input("Ingresar numero maximo de iteraciones :");
k = 1;
x = [];
n = length(b);
while k <= N
    for i = 1: n
        sum1 = 0;
    for j = 1: i - 1
        sum1 = sum1 + A(i,j)*x(j);</pre>
```

```
end
    sum2 = 0 ;
    for j=i+1:n
        sum2 = sum2 + A(i,j)*XO(j);
    end
    x(i)=(b(i)-sum1-sum2)/A(i,i);
end
x
error = norm(x-X0)
if norm(x-X0)<TL
    break
end
k = k +1
X0=x;
end</pre>
```

```
>> Gauss_seidel
Ingresar la matriz extricta diagona A:
[4 1 2 ; 1 3 1 ; 2 1 5 ]
Ingresar lado derecho:
[10 11 15]
Ingresar vector inicial:
[0 0 0]
Ingresar tolerancia:
0.01
Ingresar numero maximo de iteraciones :
100
x =
    2.5000 2.8333
                      1.4333
error =
    4.0413
k =
     2
x =
    1.0750 2.8306 2.0039
error =
```

1.5350

k =

3

x =

0.7904 2.7352 2.1368

error =

0.3282

k =

4

x =

0.7478 2.7051 2.1599

error =

0.0570

k =

5

x =

0.7438 2.6988 2.1627

error =

0.0080

>>

11. interpolación de Lagrange:

a) Ejercicio 2:

En el ámbito de la ingeniería de telecomunicaciones, es fundamental conocer la atenuación de la señal en diferentes frecuencias para diseñar y optimizar sistemas de transmisión. Supongamos que se han realizado mediciones de atenuación en varias frecuencias específicas: 100 MHz, 200 MHz, 300 MHz, 400 MHz y 500 MHz, obteniendo valores de atenuación de 2.1 dB, 2.5 dB, 3.0 dB, 3.6 dB y 4.1 dB, respectivamente. Sin embargo, se necesita estimar la atenuación de la señal en una frecuencia intermedia, por ejemplo, 350 MHz, para la cual no se dispone de una medición directa. Utilizando el método de interpolación de Lagrange, se puede calcular una estimación precisa de la atenuación en esta frecuencia no medida, basándose en los datos disponibles. Este proceso es crucial para asegurar la calidad y eficiencia de la transmisión en redes de telecomunicaciones, permitiendo ajustar parámetros y prever el comportamiento del sistema en diferentes condiciones de operación.

b) Código Matlab:

```
X = input('Ingrese el vector X = ');
Y = input('Ingrese el vector Y = ');
a = input('Ingrese el punto a evaluar a = ');
n = length(X);
L = zeros(1, n);
for i = 1:n
    L(i) = 1;
    for j = 1:n
        if i ~= j
            L(i) = L(i) * (a - X(j)) / (X(i) - X(j));
        end
    end
end
% el valor del polinomio en el punto a
P = sum(Y .* L);
disp(['El valor del polinomio de Lagrange en a = ', ...
    num2str(a), 'es P(a) = ', num2str(P)]);
```

```
>> Lagrange
Ingrese el vector X =
[100, 200, 300, 400, 500]
Ingrese el vector Y =
[2.1, 2.5, 3.0, 3.6, 4.1]
Ingrese el punto a evaluar a =
350
El valor del polinomio de Lagrange en a = 350 es P(a) = 3.2953
>>
```

Interpretación de la Respuesta

La respuesta $P(a) = 3.3 \,\mathrm{dB}$ indica que, según las mediciones disponibles y la interpolación de Lagrange, se espera que la atenuación de la señal en la frecuencia de 350 MHz sea aproximadamente 3.3 dB. Esta información puede ser utilizada para tomar decisiones informadas en el diseño y optimización de sistemas de telecomunicaciones.

12. interpolación de neville:

Se tienen las siguientes mediciones de una variable Y en función de otra variable X:

```
X = [1,8,2,2,2,2,4,2,6]
```

Y = [0.5815, 0.5767, 0.5560, 0.5202, 0.4708]

Se desea estimar el valor de Y para X=2,1 utilizando el método de interpolación de Lagrange.

Solución:

```
X = input('Ingrese el vector X = ');
Y = input('Ingrese el vector Y = ');
a = input('Ingrese el vector aproximado a=');
n = length(X);
Q = zeros(n);
Q(:,1) = Y;
for i=2:n
    for j=2:i
        Q(i,j) = ((a-X(i-j+1))*Q(i,j-1)-(a-X(i))*Q(i-1,j-1))/(X(i)-X(i-1))
           j+1));
    end
end
fprintf('Ndecimas:\n');
for i = 1:n
    for j = 1:i
        fprintf('%.12f\t', Q(i, j));
    fprintf('\n');
end
```

Salida:

```
>> Neville
Ingrese el vector X =
[1.8 2 2.2 2.4 2.6 ]
Ingrese el vector Y =
[0.5815 0.5767 0.5560 0.5202 0.4708]
Ingrese el vector aproximado a=
2.1
Ndecimas:
0.581500000000
0.576700000000 0.574300000000
```

```
0.556000000000 0.566350000000 0.568337500000  
0.520200000000 0.573900000000 0.568237500000 0.568287500000  
0.470800000000 0.594300000000 0.568800000000 0.568331250000 0.568303906250  
>>
```

Interpretación de la Respuesta

La respuesta P(a) = 0.568303906250 indica que, según las mediciones disponibles y la interpolación de Lagrange, se espera que el valor de la variable Y para X = 2.1 sea aproximadamente 0.5683. Esta información puede ser utilizada para tomar decisiones informadas en el análisis y optimización de sistemas relacionados con las variables X y Y.

13. Conclusiones

La implementación de métodos numéricos en MATLAB ha permitido resolver de manera eficiente problemas prácticos y complejos en el área de telecomunicaciones, como la optimización de la potencia de señal en fibra óptica. Los resultados obtenidos demuestran la eficacia de estos métodos para calcular raíces y resolver sistemas de ecuaciones, proporcionando aproximaciones precisas en poco tiempo. La versatilidad y rapidez de convergencia de cada técnica, así como sus limitaciones en ciertos contextos, destacan la importancia de elegir el método adecuado según las características del problema. Este documento puede servir como una referencia valiosa para futuros estudios en el campo de la ingeniería y como guía para quienes deseen profundizar en la aplicación de métodos numéricos en la resolución de problemas reales.

14. Bibliografía

Referencias

- [1] Burden, R. L., & Faires, J. D. (2011). Análisis Numérico (9.a ed.). Cengage Learning.
- [2] Chapra, S. C., & Canale, R. P. (2015). *Métodos Numéricos para Ingenieros* (7.a ed.). McGraw-Hill.
- [3] Moler, C. (2004). Numerical Computing with MATLAB. SIAM. Disposible en línea: https://www.mathworks.com/moler/chapters.html
- [4] Mathews, J. H., & Fink, K. D. (2004). Métodos Numéricos con MATLAB. Prentice Hall.
- [5] Mitra, S. K., & Sicuranza, G. L. (2001). Digital Signal Processing. McGraw-Hill.