1. 点积

公式：

(1) $\vec{a} \cdot \vec{b} = ||\vec{a}|| \cdot ||\vec{b}|| \cdot \cos\theta$

(2) $\cos\theta = \dfrac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{||\vec{a}|| \, ||\vec{b}||}$
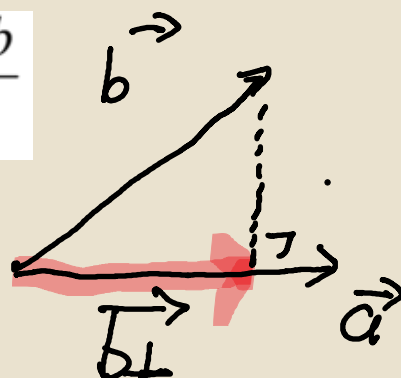
(3) $\cos\theta = \hat{a} \cdot \hat{b}$

(4) $||\vec{b_\perp}|| = ||b|| \cdot \cos\theta$ $\boxed{= \dfrac{a \cdot b}{|a|}}$

其中 $\dfrac{||\vec{b_\perp}||}{||b||} = \cos\theta$

$$b \to a = p = \frac{a \cdot b}{|a|} \frac{a}{|a|} = \frac{a \cdot b}{a \cdot a} a$$
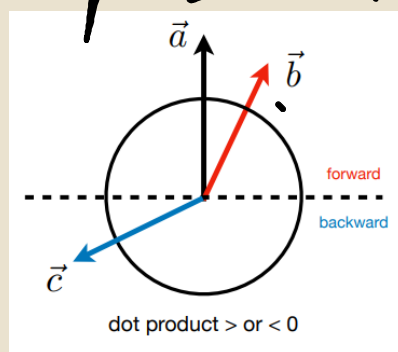
a的单位长度乘以投影的模长

应用:

(1) 计算两个向量之间的夹角
使用公式 (2)、(3)

(2) 判断两个向量的位置关系
使用公式 (1)

(3) 计算投影
使用公式 (4)

(4) 计算垂直向量
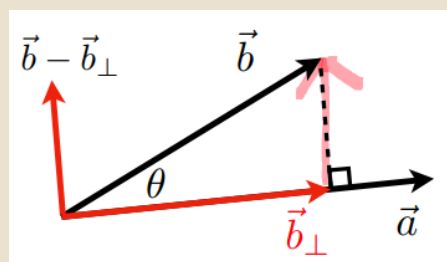
叉积

公式:

(1) $\vec{a} \times \vec{b} = -\vec{b} \times \vec{a}$

(2) $||\vec{a} \times \vec{b}|| = ||\vec{a}|| \cdot ||\vec{b}|| \sin\theta$

(3) $\vec{a} \times \vec{a} = \vec{0}$

(4) $\vec{a} \times (k\vec{b}) = k(\vec{a} \times \vec{b})$

通过右手定则判断, 如a叉乘b, 四指与a向量平行, 四指朝b方向弯曲, 大拇指的朝向就是叉积结果的方向

sin0=0,两向量夹角为0 结果是零向量

应用:

(1) 获得坐标轴朝向

通过两个坐标轴的叉积获得其他坐标轴

$$\vec{x} \times \vec{y} = +\vec{z}$$
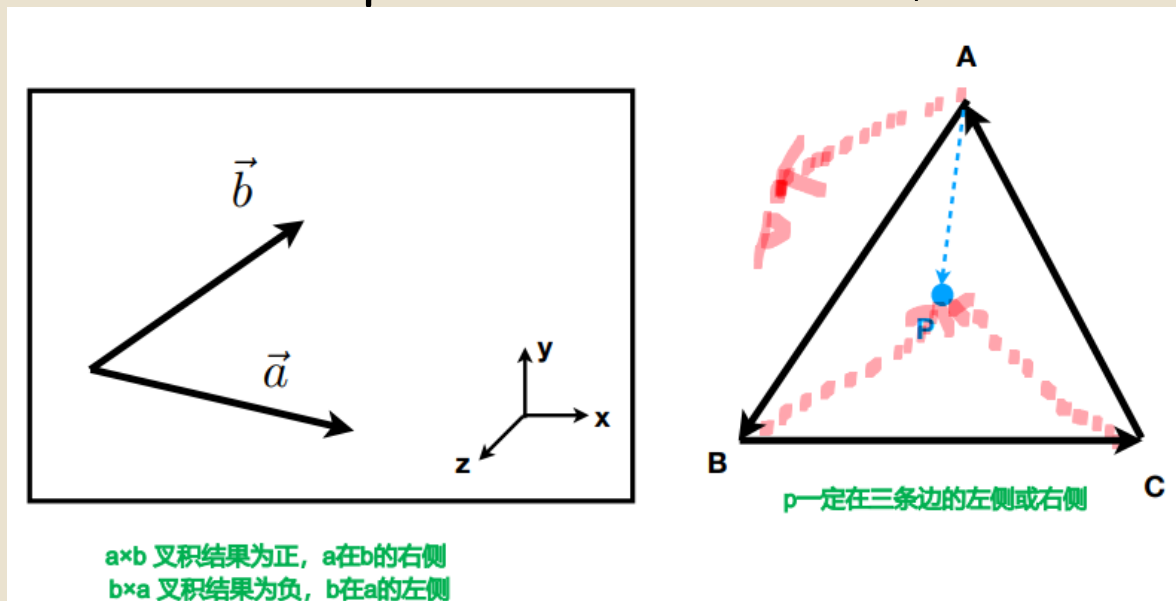
$$\vec{y} \times \vec{x} = -\vec{z}$$

$$\vec{y} \times \vec{z} = +\vec{x}$$

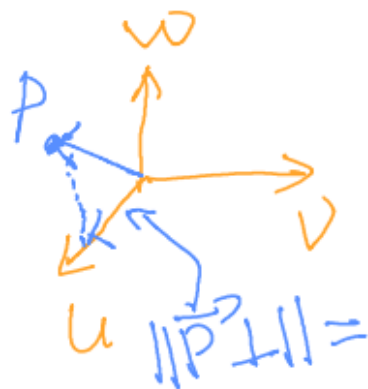$$\vec{z} \times \vec{y} = -\vec{x}$$

$$\vec{z} \times \vec{x} = +\vec{y}$$

$$\vec{x} \times \vec{z} = -\vec{y}$$

(2) 判断左右和内外

a×b 叉积结果为正，a在b的右侧
b×a 叉积结果为负，b在a的左侧

p一定在三条边的左侧或右侧

(3) 分解向量

- Any set of 3 vectors (in 3D) that

$$\|\vec{u}\| = \|\vec{v}\| = \|\vec{w}\| = 1$$

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{v} \cdot \vec{w} = \vec{u} \cdot \vec{w} = 0$$

$$\vec{w} = \vec{u} \times \vec{v} \quad \text{(right-handed)}$$

$$\|\vec{P}_\perp\| = \|P\| \cdot \cos\theta$$

$$\vec{p} = (\vec{p} \cdot \vec{u})\vec{u} + (\vec{p} \cdot \vec{v})\vec{v} + (\vec{p} \cdot \vec{w})\vec{w}$$

(projection)

$$\vec{P} \cdot \vec{u} = \|\vec{P}\| \cdot \|\vec{u}\| \cdot \cos\theta = \|\vec{P}\| \cdot \cos\theta = \|\vec{P}_\perp\|$$