1. 点积

公式：

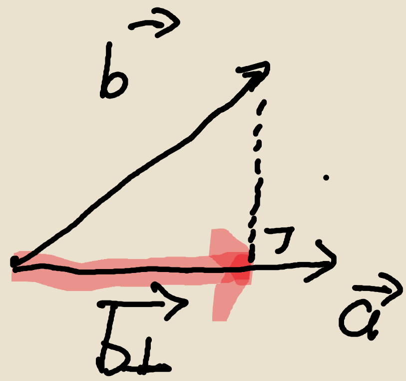
(1) $\vec{a} \cdot \vec{b} = ||\vec{a}|| \cdot ||\vec{b}|| \cdot \cos\theta$

(2) $\cos\theta = \dfrac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{||\vec{a}|| \, ||\vec{b}||}$

(3) $\cos\theta = \hat{a} \cdot \hat{b}$

(4) $||\vec{b_\perp}|| = ||b|| \cdot \cos\theta$

其中 $\dfrac{||\vec{b_\perp}||}{||b||} = \cos\theta$



应用：

(1) 计算两个向量之间的夹角

使用公式(2)、(3)

(2) 判断两个向量的位置关系

使用公式

通过两个坐标轴的叉积获得其他坐标轴

$$\vec{x} \times \vec{y} = +\vec{z}$$

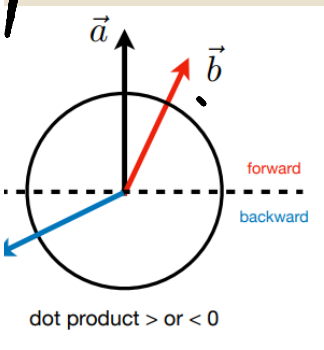
$$\vec{y} \times \vec{x} = -\vec{z}$$

$$\vec{y} \times \vec{z} = +\vec{x}$$

$$\vec{z} \times \vec{y} = -\vec{x}$$

$$\vec{z} \times \vec{x} = +\vec{y}$$

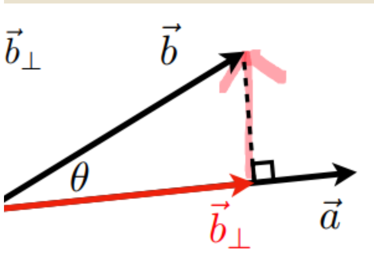
$$\vec{x} \times \vec{z} = -\vec{y}$$



(3) 计算投

使用公

(4) 计算



叉积

叉积结果与两向量互相垂直

公式：

通过右手定则判断，如a叉乘b，四指与a向量平行，四指朝b方向弯曲，大拇指的朝向就是叉积结果的方向

(1) $\vec{a} \times \vec{b} = -\vec{b} \times \vec{a}$

(2) $\|\vec{a} \times \vec{b}\| = \|\vec{a}\| \cdot \|\vec{b}\| \sin\theta$

(3) $\vec{a} \times \vec{a} = \boxed{\vec{0}}$

sin0=0,两向量夹角为0

结果是零向量

(4) $\vec{a} \times (k\vec{b}) = k(\vec{a} \times \vec{b})$

应用：

(1) 获得坐标轴朝向

通过两个坐标轴的叉积获得其他坐标轴

$\vec{x} \times \vec{y} = +\vec{z}$

$\vec{y} \times \vec{x} = -\vec{z}$

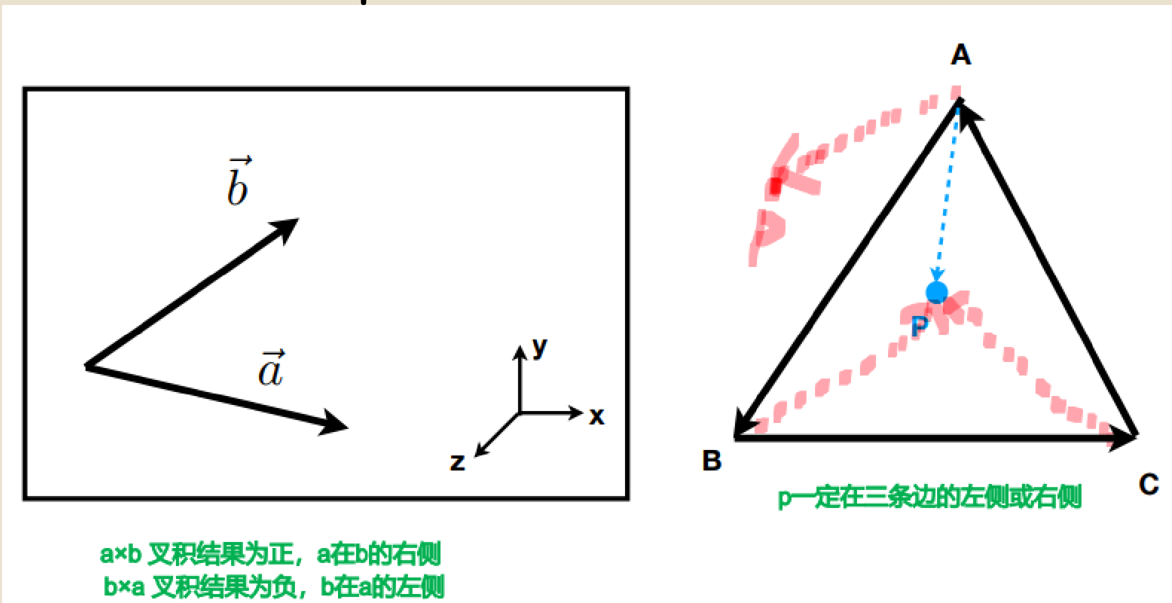
$\vec{y} \times \vec{z} = +\vec{x}$

$\vec{z} \times \vec{y} = -\vec{x}$

$\vec{z} \times \vec{x} = +\vec{y}$

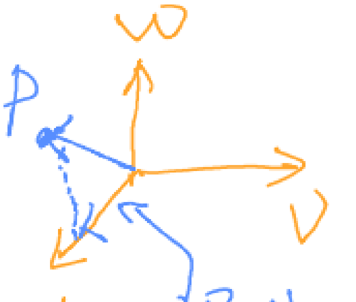
$\vec{x} \times \vec{z} = -\vec{y}$

(2) 判断左右和内外



(3) 分解向量

- Any set of 3 vectors (in 3D) that



$$\|\vec{u}\| = \|\vec{v}\| = \|\vec{w}\| = 1$$

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{v} \cdot \vec{w} = \vec{u} \cdot \vec{w} = 0$$

$$\vec{w} = \vec{u} \times \vec{v} \qquad \text{(right-handed)}$$

$\|\vec{P}_\perp\| = \|P\| \cdot \cos\theta$

$$\vec{p} = (\vec{p} \cdot \vec{u})\vec{u} + (\vec{p} \cdot \vec{v})\vec{v} + (\vec{p} \cdot \vec{w})\vec{w}$$

(projection)

$\vec{P} \cdot \vec{u} = \|P\| \cdot \|\vec{u}\| \cdot \cos\theta = \|\vec{P}\| \cdot \cos\theta = \|\vec{P}_\perp\|$