

1. 点积

公式:

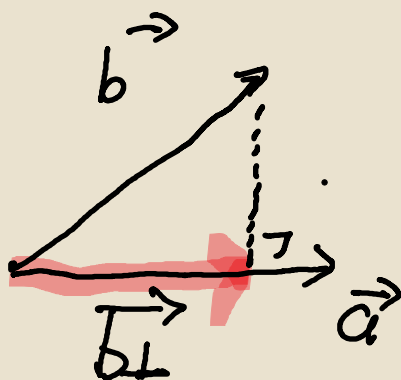
$$(1) \vec{a} \cdot \vec{b} = \|\vec{a}\| \cdot \|\vec{b}\| \cdot \cos \theta$$

$$(2) \cos \theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{\|\vec{a}\| \|\vec{b}\|}$$

$$(3) \cos \theta = \hat{a} \cdot \hat{b}$$

$$(4) \|\vec{b}_{\perp}\| = \|\vec{b}\| \cdot \cos \theta$$

其中 $\frac{\|\vec{b}_{\perp}\|}{\|\vec{b}\|} = \cos \theta$



应用:

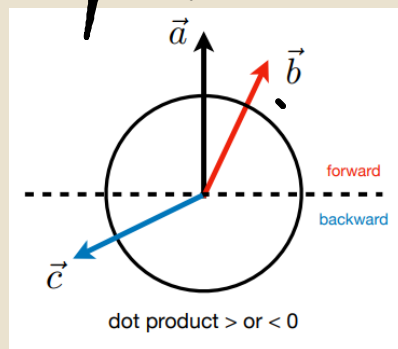
(1) 计算两个向量之间的夹角

使用公式 (2), (3)

(2) 判断两个向量的位置关系

使用公式 (1)

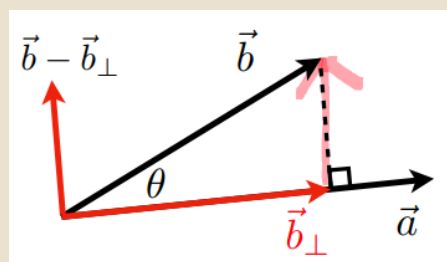
方向一致 点积为1
方向垂直 点积为0
方向相反 点积为-1



(3) 计算投影

使用公式 (4)

(4) 计算垂直向量



叉积

叉积结果与两向量互相垂直

公式:

$$(1) \vec{a} \times \vec{b} = -\vec{b} \times \vec{a}$$

$$(2) \|\vec{a} \times \vec{b}\| = \|\vec{a}\| \cdot \|\vec{b}\| \sin\theta$$

$$(3) \vec{a} \times \vec{a} = \vec{0}$$

$\sin 0 = 0$, 两向量夹角为0
结果是零向量

$$(4) \vec{a} \times (k\vec{b}) = k(\vec{a} \times \vec{b})$$

应用:

(1) 获得坐标轴朝向

通过两个坐标轴的叉积获得其他坐标轴

$$\vec{x} \times \vec{y} = +\vec{z}$$

$$\vec{y} \times \vec{x} = -\vec{z}$$

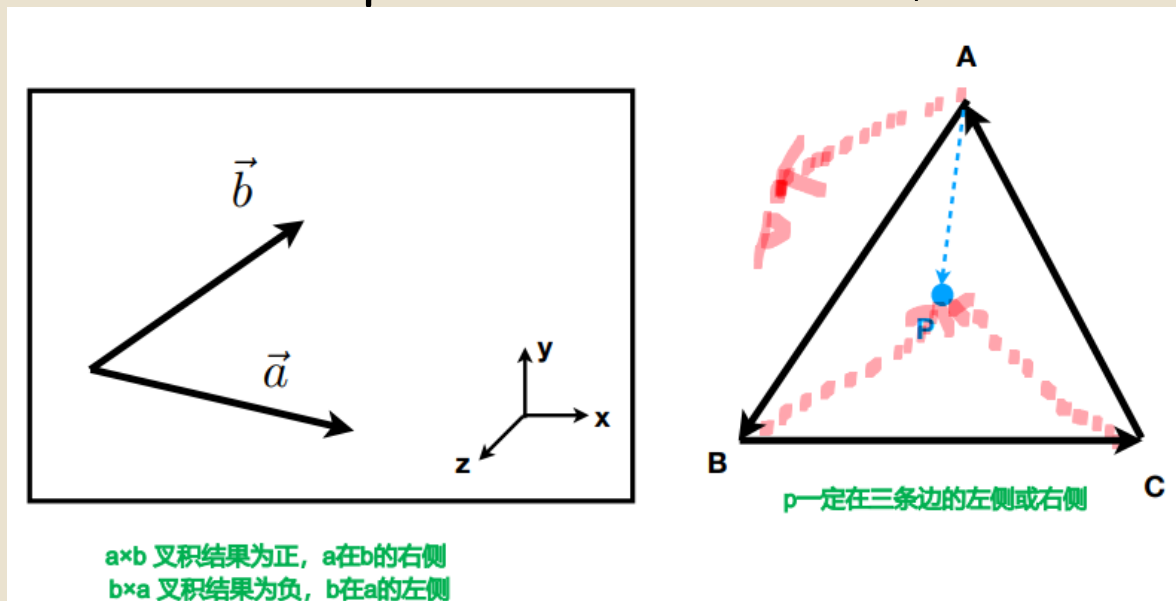
$$\vec{y} \times \vec{z} = +\vec{x}$$

$$\vec{z} \times \vec{y} = -\vec{x}$$

$$\vec{z} \times \vec{x} = +\vec{y}$$

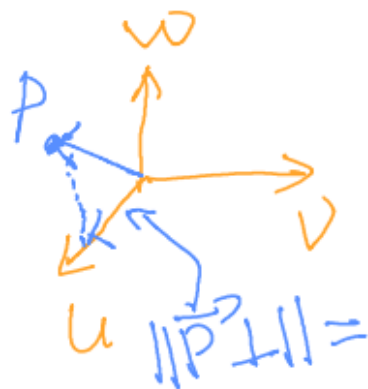
$$\vec{x} \times \vec{z} = -\vec{y}$$

(2) 判断左右和内外



(3) 分解向量

- Any set of 3 vectors (in 3D) that



$$\|\vec{u}\| = \|\vec{v}\| = \|\vec{w}\| = 1$$

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{v} \cdot \vec{w} = \vec{u} \cdot \vec{w} = 0$$

$$\vec{w} = \vec{u} \times \vec{v} \quad (\text{right-handed})$$

$$\vec{p} = (\vec{p} \cdot \vec{u})\vec{u} + (\vec{p} \cdot \vec{v})\vec{v} + (\vec{p} \cdot \vec{w})\vec{w}$$

$$\vec{p} \cdot \vec{u} = \overset{\text{(projection)}}{\|\vec{p}\| \cdot \|\vec{u}\| \cdot \cos\theta} = \|\vec{p}\| \cdot \cos\theta = \|\vec{p}_{\perp}\|$$