

## Семинар 11. Оптимальное управление. Продолжение

### Задание 1. Портфельная задача

Рассмотрим задачу оптимального управления со следующими её компонентами:

- $w(t)$  – ликвидный актив, не приносящий доход (наличные деньги), в момент времени  $t$ ;
- $A_1(t)$  – количество акций компании 1 в момент времени  $t$ ;
- $A_2(t)$  – количество акций компании 2 в момент времени  $t$ ;
- $\theta_1(t)$  – цена акций компании 1 в момент времени  $t$ ;
- $\theta_2(t)$  – цена акций компании 2 в момент времени  $t$ .

Будем рассматривать период  $t \in [0, T]$  и максимизировать стоимость портфеля в момент времени  $T$ , то есть:

$$w(T) + \theta_1(T)A_1(T) + \theta_2(T)A_2(T) \rightarrow \max,$$

считая при этом, что  $A'_1(t) = u_1 \in [-a_1, a_1]$  и  $A'_2(t) = u_2 \in [-a_2, a_2]$ . Эти соотношения отражают скорость покупки акций. Финансовый баланс имеет следующий вид:

$$\frac{d}{dt}w(t) + \theta_1(t)\frac{d}{dt}A_1(t) + \theta_2(t)\frac{d}{dt}A_2(t) = 0,$$

причем  $w(0) = w_0$  и  $A_1(0) = A_2(0) = 0$ . Решите рассматриваемую задачу оптимального управления.

### Задание 2. Задача оптимального быстрогодействия

Функция  $y(t)$  изменяется по закону  $y' = y + u$  под воздействием управления  $u(t) \in [-1, 1]$ . За это время происходит переход из состояния  $y(0) = 5$  в состояние  $y(T) = 11$ . Найдите минимальное  $T$ .

### Задание 3. Задача оптимального управления с зависимыми переменными

Решите задачу оптимального управления для следующего функционала:

$$V = \int_0^1 x(t) - x''(t) \, dt, \quad 0 \leq x''(t) \leq 2t, \quad x(0) = x'(0) = 2, \quad x'(1) = 3$$