

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**
**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**
**НОВОСИБИРСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**
Факультет информационных технологий
Кафедра параллельных вычислений

ОТЧЕТ

О ВЫПОЛНЕНИИ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ

**ПАРАЛЛЕЛЬНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ РЕШЕНИЯ СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ
АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ С ПОМОЩЬЮ OPENMP**

Студентки 2 курса, группы 21205

Евдокимовой Дари Евгеньевны

Направление 09.03.01 – «Информатика и вычислительная техника»

Преподаватель:
Кандидат технических наук, доцент
А.Ю. Власенко

Новосибирск 2023

СОДЕРЖАНИЕ

ЦЕЛЬ.....	3
ЗАДАНИЕ.....	3
ОПИСАНИЕ РАБОТЫ.....	4
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	7
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	8
Приложение 1. Листинг последовательной программы.....	9
Приложение 2. Листинг параллельной программы с использованием OpenMP.....	15
Приложение 3. Проверка корректности работы параллельной программы.....	22
Приложение 4. Результаты работы параллельной программы на 1, 2, 4, 8, 16, 24 процессах.....	23
Приложение 5. Графики времени, ускорения и эффективности.....	24
Приложение 6. Листинг параллельной программы с использованием директивы.....	26
Приложение 7. Результаты работы параллельной программы на 4х процессах, матрица размера 1000 * 1000.....	32
Приложение 8. График зависимости времени от размера чанка.....	34

ЦЕЛЬ

1. Написание решения СЛАУ итерационным методом с помощью OpenMP.
2. Сравнение времени работы, ускорения и эффективности параллельной программы на разном количестве процессов.

ЗАДАНИЕ

1. Последовательную программу из предыдущей практической работы, реализующую итерационный алгоритм решения системы линейных алгебраических уравнений вида $Ax=b$, распараллелить с помощью OpenMP.

Обязательное условие: создается одна параллельная секция `#pragma omp parallel`, охватывающая весь итерационный алгоритм.

2. Замерить время работы программы на кластере или кафедральном сервере НГУ на 1, 2, 4, 8, 12, 16 потоках. Построить графики зависимости времени работы программы, ускорения и эффективности распараллеливания от числа используемых ядер. Исходные данные и параметры задачи подобрать таким образом, чтобы решение задачи на одном ядре занимало не менее 30 секунд.
3. Провести исследование на определение оптимальных параметров `#pragma omp for schedule(...)` при некотором фиксированном размере задачи и количестве потоков.
4. Составить отчет, содержащий исходные коды разработанных программ и построенные графики.

ОПИСАНИЕ РАБОТЫ

Выбранный метод – метод минимальных невязок.

1. Был создан файл *noopenmp.cpp*, в котором была реализована последовательная программа СЛАУ методом минимальных невязок. Полный компилируемый листинг программы см. Приложение 1.
2. Был создан файл *openmp.cpp*, в котором реализован итерационный алгоритм решения СЛАУ методом минимальных невязок при помощи OpenMP. Полный компилируемый листинг программы см. в Приложении 2.
3. Корректность работы программы была проверена со следующими входными параметрами: размер матрицы равен 10.
Элементы главной диагонали A равны 2.0, остальные равны 1.0. Вектор u , элементы которого заполняются произвольными значениями: $u = \sin \frac{2\pi i}{N}$. Элементы вектора b получаются путем умножения матрицы A на вектор u . В этом случае решением системы будет вектор, равный вектору u . Начальные значения элементов вектора x равны 0.
4. Результаты проверки корректности см. Приложение 3.
5. Был создан файл *openmp.cpp*, в котором представлена «распараллеленная» программа. Размер матрицы, при котором время параллельной программы на одном процессе составляет не менее 30 сек: 2000, время работы: 54.027 сек.
6. Было измерено время работы программы на 1, 2, 4, 8, 12, 16 процессах.
Команда для компиляции:
`g++ -fopenmp openmp.cpp -o with_openmp`
Команда для запуска:
`./with_openmp [matrixSize] [amount of threads]`, где ‘amount of threads’ – число потоков, ‘matrixSize’ – размер матрицы.
7. Результаты измерений программы на 1, 2, 4, 8, 12, 16 процессах представлены в Приложении 4.
8. Полученные результаты измерения времени представлены в Таблице 1.

Таблица 1. Результаты измерений времени

Количество потоков	Время работы параллельной программы, с
1	54,02700
2	26,97130
4	14,40470
8	7,33639
12	5,38880
16	4,37053

9. На основании полученных данных рассчитаем эффективность и ускорение. Графики результатов представлены в Приложении 5.
10. При помощи директивы `#pragma omp for schedule(...)` проведем исследование на нахождение оптимальных параметров. Листинг программы (`test_omp.cpp`) для исследования с директивой `#pragma omp for schedule` представлен в Приложении 6.
- Для чего нужна эта директива? Она должна разделить цикл по итерациям между потоками. Предполагается, что корректная программа не должна зависеть от того, какой именно тред какую именно итерацию цикла выполнит. Существует 5 видов опций для этой директивы:
- **static** - блочно-циклическое распределение цикла. Размер блока - `chunk_size`. Первый блок из `chunk_size` итераций выполняет нулевая нить, второй блок - вторая нить и т.д. По дефолту размер `chunk_size` = кол-во итераций / число нитей.
 - **dynamic** - динамическое распределение итераций с фиксированным размером блока: сначала каждая нить получает `chunk_size` итераций; та нить, которая заканчивает выполнение своей порции итераций получает первую свободную порцию из `chunk_size` итераций. Освободившиеся нити получают новые порции итераций до тех пор, пока все порции не будут исчерпаны. *Распределение по потокам происходит без определенного порядка.*
 - **guided** - динамическое распределение итераций, при котором размер порции уменьшается с некоторого начального значения до величины `chunk_size` (по дефолту его размер равен 1) пропорционально количеству еще не распределенных итераций, деленных на количество нитей, выполняющих цикл. *Каждый последующий блок меньше предыдущего.*
 - **auto** - способ распределения итераций выбирается компилятором. Параметр `chunk_size` не задается.

- **runtime** - способ распределения итераций выбирается во время работы программы по значению переменной среды OMP_SCHEDULE. Параметр chunk_size не задается.

11. Перейдем к исследованию. Размер матрицы возьмем 1000 * 1000. Количество потоков равно 4.

Проведем 3 «испытания»:

- В первом размер chunk_size будет дефолтным.
- Во втором размер chunk_size будет равен 100.
- В третьем размер chunk_size будет равен 200.

Измерим время работы с такими параметрами для каждой из опций. Представим его в таблице №2.

Таблица №2. Результаты исследования

Тип schedule	Кол-во потоков	Размер chunk Здесь по дефолту	Время работы, сек	Размер chunk	Время работы, сек	Размер chunk	Время работы, сек
auto	4	?	4,17624	?	4,17624	?	4,17624
static	4	612/4 = 153	4,27951	100	15,9614	200	13,395
dynamic	4	1	135,495	100	55,1335	200	52,8437
guided	4	1	4,73732	100	4,72655	200	4,70682
runtime	4	1	56,2108	100	55,4561	200	53,2337

Параметры программ представлены в Приложении 7.

График зависимости времени от размера чанка представлен в Приложении 8.

На основании графика и данных таблицы №2 можно сделать вывод о том, что оптимальными параметрами являются auto и guided. Параметр static ведет себя оптимально благодаря однородности данных. Самый худший результат показывает dynamic из-за накладных расчётов треда на определение следующей порции итераций.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе работы мы смогли написать параллельную программу для решения СЛАУ посредством использования директив библиотеки OpenMP.

Разработка параллельной программы с помощью директив этой библиотеки оказалось значительно быстрее благодаря своей простоте по сравнению с разработкой программы с MPI.

Из недостатков этой технологии можно отметить, что при параллельном выполнении программы необходима синхронизация вычислений, выполняемых в разных потоках, за это приходится платить увеличением времени работы программы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лекции с сайта кафедры Параллельных вычислений НГУ [Электронный ресурс]. URL: <https://ssd.sccc.ru/ru/chair/nsu/parallel-programming>
2. Онлайн учебник по OpenMP [Электронный ресурс]. URL: <https://pro-prof.com/archives/4335>
3. Спецификация OpenMP [Электронный ресурс]. URL: <https://www.openmp.org/wp-content/uploads/OpenMP-API-Specification-5-2.pdf>
4. Сайт с пояснением scheduling-a [Электронный ресурс]. URL: <https://610yilingli-u.github.io/2020/07/15/ScheduleinOpenMP/>
5. Статья с Хабра про atomic и reduction [Электронный ресурс]. URL: <https://habr.com/ru/company/intel/blog/88574/>

Приложение 1. Листинг последовательной программы

```
#include <cmath>
#include <cstdlib>
#include <iostream>

void printMatrix(double *matrix, const size_t sizeInput) {
    for (size_t i = 0; i < sizeInput; ++i) {
        for (size_t j = 0; j < sizeInput; ++j) {
            std::cout << matrix[j + i * sizeInput] << "\t";
        }
        std::cout << std::endl;
    }
    std::cout << std::endl;
}

void printVector(const double *vector, const size_t sizeInput) {
    for (size_t i = 0; i < sizeInput; ++i) {
        std::cout << std::fixed << vector[i] << " ";
    }
    std::cout << std::endl;
}

double *fillRandomMatrix(const size_t sizeInput) {
    double *matrixA = new double[sizeInput * sizeInput];
    for (size_t i = 0; i < sizeInput; ++i) {
        for (size_t j = 0; j < sizeInput; ++j) {
            if (i == j) {
                matrixA[i * sizeInput + j] = 9999;
            } else {
                matrixA[i * sizeInput + j] = rand() % 500 + 150.15;
            }
        }
    }
    return matrixA;
}

double *fillConstantMatrix(const size_t sizeInput) {
    double *matrixA = new double[sizeInput * sizeInput];
    for (size_t i = 0; i < sizeInput; ++i) {
        for (size_t j = 0; j < sizeInput; ++j) {
            if (i == j) {
                matrixA[i * sizeInput + j] = 2.0;
            } else {
                matrixA[i * sizeInput + j] = 1.0;
            }
        }
    }
    return matrixA;
}
```

```

double *fillRandomVector(const size_t sizeInput) {
    double *vector = new double[sizeInput];
    for (size_t i = 0; i < sizeInput; ++i) {
        vector[i] = rand() % 500;
    }
    return vector;
}

double *fillConstantVector(const size_t sizeInput) {
    double *vector = new double[sizeInput];
    for (size_t i = 0; i < sizeInput; ++i) {
        vector[i] = sizeInput + 1.0;
    }
    return vector;
}

void multiplyMatrixOnVector(const double *matrix,
                           const double *vector, double *res,
                           const size_t sizeInput) {
    for (size_t i = 0; i < sizeInput; ++i) {
        res[i] = 0;
        for (size_t j = 0; j < sizeInput; ++j) {
            res[i] += matrix[i * sizeInput + j] * vector[j];
        }
    }
}

double *fillVectorU(const size_t sizeInput) {
    double *vector = new double[sizeInput];
    for (size_t i = 0; i < sizeInput; ++i) {
        vector[i] = sin(2 * 3.1415 * i / sizeInput);
    }
    return vector;
}

void fillVectorB(double *b, const double *fullMatrixA,
                 size_t sizeInput) {
    double *vectorU = fillVectorU((int)sizeInput);
    // std::cout << "vector U is: " << std::endl;
    // printVector(vectorU, sizeInput);
    multiplyMatrixOnVector(fullMatrixA, vectorU, b, sizeInput);

    delete[] vectorU;
}

double countScalarMult(const double *vector1, const double *vector2,
                       const size_t sizeInput) {
    double res = 0;
    for (size_t i = 0; i < sizeInput; ++i) {
        res += vector1[i] * vector2[i];
    }
}

```

```

    }
    return res;
}

double countVectorLength(const size_t sizeInput,
                        const double *vector) {
    return sqrt(countScalarMult(vector, vector, sizeInput));
}

void countVectorMultNumber(const double *vector, double scalar,
                        double *res, const size_t sizeInput) {
    for (size_t i = 0; i < sizeInput; ++i) {
        res[i] = scalar * vector[i];
    }
}

void substructVectors(const double *vector1, const double *vector2,
                    double *res, const size_t sizeInput) {
    for (size_t j = 0; j < sizeInput; ++j) {
        res[j] = vector1[j] - vector2[j];
    }
}

void copyVector(const double *src, double *dst,
                const size_t sizeInput) {
    for (size_t i = 0; i < sizeInput; i++) {
        dst[i] = src[i];
    }
}

int main(int argc, char *argv[]) {
    if (argc != 2) {
        std::cout << "Bad input! Enter matrix size" << std::endl;
    }
    srand(0);

    const size_t sizeInput = atoi(argv[1]);
    const double precision = 1e-10;
    const double epsilon = 1e-10;

    const size_t maxIterationCounts = 50000;
    size_t iterationCounts = 0;

    double critCurrentEnd = 1;
    double prevCritEnd = 1;
    double prevPrevCritEnd = 1;

    bool isEndOfAlgo = false;

    struct timespec endt, startt;
    clock_gettime(CLOCK_MONOTONIC_RAW, &startt);

```

```

double *Atmp = new double[sizeInput];
double *y = new double[sizeInput];
double *tauY = new double[sizeInput];

double *xCurr = new double[sizeInput];
double *xNext = new double[sizeInput];

/* for testing data with RANDOM values ===== */
double *matrixA = fillRandomMatrix(sizeInput);
// printMatrix(matrixA, sizeInput);
double *b = fillRandomVector(sizeInput);
// std::cout << "vector b is: " << std::endl;
// printVector(b, sizeInput);
std::fill(xCurr, xCurr + sizeInput, 0);
// std::cout << "vector X at start is: " << std::endl;
// printVector(xCurr, sizeInput);
/* for testing data with RANDOM values ===== */

/* for testing when vector b uses sin ===== */
// double *matrixA = fillConstantMatrix(sizeInput);
// // printMatrix(matrixA, sizeInput);

// double *b = new double[sizeInput];
// fillVectorB(b, matrixA, sizeInput);
// // std::cout << "vector b is" << std::endl;
// // printVector(b, sizeInput);

// std::fill(xCurr, xCurr + sizeInput, 0);
// // std::cout << "vector X at start is: " << std::endl;
// // printVector(xCurr, sizeInput);
/* for testing when vector b uses sin ===== */

double bNorm = countVectorLength(sizeInput, b);

while (1) {
    multiplyMatrixOnVector(matrixA, xCurr, Atmp,
                           sizeInput); //  $A * x_n$ 
    substructVectors(Atmp, b, y, sizeInput); //  $y_n = A * x_n - b$ 
    double yNorm =
        countVectorLength(sizeInput, y); //  $\|A * x_n - b\|$ 

    std::fill(Atmp, Atmp + sizeInput, 0);
    multiplyMatrixOnVector(matrixA, y, Atmp, sizeInput); //  $A * y_n$ 
    double numeratorTau =
        countScalarMult(y, Atmp, sizeInput); //  $(y_n, A * y_n)$ 
    double denominatorTau =
        countScalarMult(Atmp, Atmp, sizeInput); //  $(A * y_n, A * y_n)$ 

    double tau = numeratorTau / denominatorTau;

```

```

countVectorMultNumber(y, tau, tauY, sizeInput); // tau * y
substructVectors(xCurr, tauY, xNext,
                 sizeInput); //  $x_{n+1} = x_n - \tau * y$ 

double critCurrentEnd = yNorm / bNorm;

if (iterationCounts > maxIterationCounts) {
    std::cout << "Too many iterations. Change init values"
              << std::endl;
    delete[] xCurr;
    delete[] xNext;
    delete[] Atmp;
    delete[] y;
    delete[] tauY;
    delete[] matrixA;
    delete[] b;

    return 0;
}
if (critCurrentEnd < epsilon && critCurrentEnd < prevCritEnd &&
    critCurrentEnd < prevPrevCritEnd) {

    isEndOfAlgo = true;
    break;
}

copyVector(xNext, xCurr, sizeInput);

prevPrevCritEnd = prevCritEnd;
prevCritEnd = critCurrentEnd;

iterationCounts++;

// std::cout << "iteration " << iterationCounts
//           << " ended ==>" << std::endl;
}

clock_gettime(CLOCK_MONOTONIC_RAW, &endt);

if (isEndOfAlgo) {
    std::cout << "Iteration amount in total: " << iterationCounts
              << std::endl;
    std::cout << "Time taken: "
              << endt.tv_sec - startt.tv_sec +
                precision * (endt.tv_nsec - startt.tv_nsec)
              << " sec" << std::endl;

    // std::cout << "Solution (vector X is): " << std::endl;
    // printVector(xNext, sizeInput);
} else {

```

```
    std::cout << "There are no solutions =( Change input \n";  
}  
  
delete[] xCurr;  
delete[] xNext;  
delete[] Atmp;  
delete[] y;  
delete[] tauY;  
delete[] matrixA;  
delete[] b;  
  
return 0;  
}
```

Приложение 2. Листинг параллельной программы с использованием OpenMP

```
#include <cmath>
#include <cstdlib>
#include <iostream>
#include <omp.h>

void printMatrix(double *matrix, const size_t sizeInput) {
    for (size_t i = 0; i < sizeInput; ++i) {
        for (size_t j = 0; j < sizeInput; ++j) {
            std::cout << matrix[j + i * sizeInput] << "\t";
        }
        std::cout << std::endl;
    }
    std::cout << std::endl;
}

void printVector(const double *vector, const size_t sizeInput) {
    for (size_t i = 0; i < sizeInput; ++i) {
        std::cout << std::fixed << vector[i] << " ";
    }
    std::cout << std::endl;
}

double *fillRandomMatrix(const size_t sizeInput) {
    double *matrixA = new double[sizeInput * sizeInput];
    for (size_t i = 0; i < sizeInput; ++i) {
        for (size_t j = 0; j < sizeInput; ++j) {
            if (i == j) {
                matrixA[i * sizeInput + j] = 9999;
            } else {
                matrixA[i * sizeInput + j] = rand() % 500 + 150.15;
            }
        }
    }
    return matrixA;
}

double *fillConstantMatrix(const size_t sizeInput) {
    double *matrixA = new double[sizeInput * sizeInput];
    for (size_t i = 0; i < sizeInput; ++i) {
        for (size_t j = 0; j < sizeInput; ++j) {
            if (i == j) {
                matrixA[i * sizeInput + j] = 2.0;
            } else {
                matrixA[i * sizeInput + j] = 1.0;
            }
        }
    }
}
```

```

    return matrixA;
}

double *fillRandomVector(const size_t sizeInput) {
    double *vector = new double[sizeInput];
    for (size_t i = 0; i < sizeInput; ++i) {
        vector[i] = rand() % 500;
    }
    return vector;
}

double *fillConstantVector(const size_t sizeInput) {
    double *vector = new double[sizeInput];
    for (size_t i = 0; i < sizeInput; ++i) {
        vector[i] = sizeInput + 1.0;
    }
    return vector;
}

void multiplyMatrixOnVector(const double *matrix,
                           const double *vector, double *res,
                           const size_t sizeInput) {
#pragma omp for
    for (size_t i = 0; i < sizeInput; ++i) {
        res[i] = 0;
        for (size_t j = 0; j < sizeInput; ++j) {

            /*
            Почему здесь не нужен atomic?
            Потому что res считается отдельно для каждого потока
            и здесь не происходит гонки данных, ведь
            данные не зависят друг от друга
            (то есть res[i] принадлежит только одному потоку).

            Как работает atomic?
            -Он не создает копии локальных переменных
            (в отличие от reduction)
            -Гарантирует, что во время работы одной нити у других
            нитей не будет доступа к res[i]
            */
            res[i] += matrix[i * sizeInput + j] * vector[j];
        }
    }
}

/*===== only for test, starts =====*/
/* for testing when vector b uses sin*/
double *fillVectorU(const size_t sizeInput) {
    double *vector = new double[sizeInput];
    for (size_t i = 0; i < sizeInput; ++i) {

```



```

        vector[i] = sin(2 * 3.1415 * i / sizeInput);
    }
    return vector;
}

void fillVectorB(double *b, const double *fullMatrixA,
                size_t sizeInput) {
    double *vectorU = fillVectorU((int)sizeInput);
    std::cout << "vector U is: " << std::endl;
    printVector(vectorU, sizeInput);
    multiplyMatrixOnVector(fullMatrixA, vectorU, b, sizeInput);

    delete[] vectorU;
}
/*===== only for test, ended =====*/

void countScalarMult(const double *vector1, const double *vector2,
                    const size_t sizeInput, double *res) {
#pragma omp single
    { *res = 0; }

#pragma omp for reduction(+ : res[0])
    for (size_t i = 0; i < sizeInput; ++i) {
        *res += vector1[i] * vector2[i];
    }
}

void countVectorLength(const size_t sizeInput, const double *vector,
                      double *res) {
#pragma omp single
    { *res = 0; }
#pragma omp for reduction(+ : res[0])
    for (size_t i = 0; i < sizeInput; ++i) {
        *res += vector[i] * vector[i];
    }
#pragma omp single
    { *res = sqrt(*res); }
}

void countVectorMultNumber(const double *vector, double scalar,
                           double *res, const size_t sizeInput) {
#pragma omp for
    for (size_t i = 0; i < sizeInput; ++i) {
        res[i] = scalar * vector[i];
    }
}

/* Что происходит в методах countScalarMult(...) и
countVectorLength(...) ? В мейне создается переменная, и мы работаем с
ней. То есть в методы передаем указатель на эту переменную, зануляем
её, потом производим с ней расчеты. И записываем результат в *res.

```

Почему нельзя написать '`...reduction(+ : *res)`' ?

Ответ: потому что компилятор (как минимум на сервере) не позволяет так сделать. Поэтому можно считать, что `res` - это массив из одной переменной, поэтому и записываем в нулевую ячейку.

А можно ли было обойтись без введения переменной `res` извне? Да.

```
-----
double countScalarMult(const double *vector1, const double *vector2,
                       const size_t sizeInput, double *res) {
    double res = 0;
    #pragma omp parallel for reduction(+ : res)
    for (size_t i = 0; i < sizeInput; ++i) {
        res += vector1[i] * vector2[i];
    }
    return res;
}
```

```
double countVectorLength(const size_t sizeInput,
                          const double *vector) {
    return sqrt(countScalarMult(vector, vector, sizeInput));
}
```

```
-----
Вот здесь '#pragma omp parallel for reduction(+ : res)' мы
создаем параллельную секцию, в которой res не приватная, и с
переменной res можно спокойно работать.
Если убрать слово 'parallel', то программа не скомпилируется,
как раз-таки потому что тогда res будет приватной в цикле)
*/
```

```
void substructVectors(const double *vector1, const double *vector2,
                     double *res, const size_t sizeInput) {
    #pragma omp for
    for (size_t j = 0; j < sizeInput; ++j) {
        res[j] = vector1[j] - vector2[j];
    }
}
```

```
void copyVector(const double *src, double *dst,
                const size_t sizeInput) {
    #pragma omp for
    for (size_t i = 0; i < sizeInput; i++) {
        dst[i] = src[i];
    }
}
```

```
int main(int argc, char *argv[]) {
    // In this code the 1st arg is sizeMatrix
    // the 2nd arg is amount of threads
```

```

if (argc != 3) {
    std::cout << "Bad input! Enter matrix size" << std::endl;
}
srand(0);

const size_t sizeInput = atoi(argv[1]);
const int amountOfThreads = atoi(argv[2]);

const double precision = 1e-10;
const double epsilon = 1e-10;

const size_t maxIterationCounts = 50000;
size_t iterationCounts = 0;

double critCurrentEnd = 1;
double prevCritEnd = 1;
double prevPrevCritEnd = 1;

bool isEndOfAlgo = false;

double startt = omp_get_wtime();

double *Atmp = new double[sizeInput];
double *y = new double[sizeInput];
double *tauY = new double[sizeInput];

double *xCurr = new double[sizeInput];
double *xNext = new double[sizeInput];

/* for testing data with RANDOM values, starts ===== */
double *matrixA = fillRandomMatrix(sizeInput);
// printMatrix(matrixA, sizeInput);
double *b = fillRandomVector(sizeInput);
// std::cout << "vector b is: " << std::endl;
// printVector(b, sizeInput);
std::fill(xCurr, xCurr + sizeInput, 0);
// std::cout << "vector X at start is: " << std::endl;
// printVector(xCurr, sizeInput);
/* for testing data with RANDOM values, ended ===== */

/* for testing when vector b uses sin starts ===== */
// double *matrixA = fillConstantMatrix(sizeInput);
// // printMatrix(matrixA, sizeInput);

// double *b = new double[sizeInput];
// fillVectorB(b, matrixA, sizeInput);
// // std::cout << "vector b is" << std::endl;
// // printVector(b, sizeInput);

// std::fill(xCurr, xCurr + sizeInput, 0);
// // std::cout << "vector X at start is: " << std::endl;

```

```

// // printVector(xCurr, sizeInput);
///* for testing when vector b uses sin ended ===== */

double bNorm, yNorm;
countVectorLength(sizeInput, b, &bNorm);

double numeratorTau, denominatorTau;

#pragma omp parallel num_threads(amountOfThreads) \
    shared(iterationCounts, critCurrentEnd, prevPrevCritEnd, \
        isEndOfAlgo, Atmp, y, tauY, xCurr, xNext, matrixA, b, \
        bNorm, yNorm, numeratorTau, denominatorTau)
{
    while (1) {
        multiplyMatrixOnVector(matrixA, xCurr, Atmp,
                                sizeInput); //  $A * x_n$ 

        substructVectors(Atmp, b, y, sizeInput); //  $y_n = A * x_n - b$ 

        countVectorLength(sizeInput, y,
                            &yNorm); //  $|| A * x_n - b ||$ 

        multiplyMatrixOnVector(matrixA, y, Atmp, sizeInput); //  $A * y_n$ 

        countScalarMult(y, Atmp, sizeInput,
                        &numeratorTau); //  $(y_n, A * y_n)$ 
        countScalarMult(Atmp, Atmp, sizeInput,
                        &denominatorTau); //  $(A * y_n, A * y_n)$ 

        double tau = numeratorTau / denominatorTau;

        countVectorMultNumber(y, tau, tauY, sizeInput); //  $\tau * y$ 
        substructVectors(xCurr, tauY, xNext,
                        sizeInput); //  $x_{n+1} = x_n - \tau * y$ 

        double critCurrentEnd = yNorm / bNorm;

        if (iterationCounts > maxIterationCounts) {
            std::cout << "Too many iterations. Change init values"
                << std::endl;
            delete[] xCurr;
            delete[] xNext;
            delete[] Atmp;
            delete[] y;
            delete[] tauY;
            delete[] matrixA;
            delete[] b;

            abort();
        }
    }
}

```

```

        if (critCurrentEnd < epsilon && critCurrentEnd < prevCritEnd &&
            critCurrentEnd < prevPrevCritEnd) {

            isEndOfAlgo = true;
            break;
        }

        copyVector(xNext, xCurr, sizeInput);

#pragma omp barrier

#pragma omp single
    {
        prevPrevCritEnd = prevCritEnd;
        prevCritEnd = critCurrentEnd;
        iterationCounts++;
    }
}

double endt = omp_get_wtime();

if (isEndOfAlgo) {
    std::cout << "Iteration amount in total: " << iterationCounts
                << std::endl;
    std::cout << "Time taken: " << endt - startt << " sec"
                << std::endl;

    // std::cout << "Solution (vector X is): " << std::endl;
    // printVector(xNext, sizeInput);

} else {
    std::cout << "There are no solutions =( Change input \n";
}

delete[] xCurr;
delete[] xNext;
delete[] Atmp;
delete[] y;
delete[] tauY;
delete[] matrixA;
delete[] b;

return 0;
}

```

Приложение 3. Проверка корректности работы параллельной программы

```
dasha@dasha-K501UQ:~/masec/opp/pract3/code$ ./with_omp 10 1
2 1 1 1 1 1 1 1 1 1
1 2 1 1 1 1 1 1 1 1
1 1 2 1 1 1 1 1 1 1
1 1 1 2 1 1 1 1 1 1
1 1 1 1 2 1 1 1 1 1
1 1 1 1 1 2 1 1 1 1
1 1 1 1 1 1 2 1 1 1
1 1 1 1 1 1 1 2 1 1
1 1 1 1 1 1 1 1 2 1
1 1 1 1 1 1 1 1 1 2

vector U is:
0.000000 0.587770 0.951045 0.951074 0.587845 0.000093 -0.587695 -0.951016 -0.951102 -0.587920
vector b is
0.000093 0.587863 0.951138 0.951166 0.587938 0.000185 -0.587603 -0.950924 -0.951010 -0.587827
vector X at start is:
0.000000 0.000000 0.000000 0.000000 0.000000 0.000000 0.000000 0.000000 0.000000 0.000000
Iteration amount in total: 4
Time taken: 0.002491 sec
Solution (vector X is):
0.000000 0.587770 0.951045 0.951074 0.587845 0.000093 -0.587695 -0.951016 -0.951102 -0.587920
```

Рис. 1. Результат на 1м процессе

```
dasha@dasha-K501UQ:~/masec/opp/pract3/code$ ./with_omp 10 2
2 1 1 1 1 1 1 1 1 1
1 2 1 1 1 1 1 1 1 1
1 1 2 1 1 1 1 1 1 1
1 1 1 2 1 1 1 1 1 1
1 1 1 1 2 1 1 1 1 1
1 1 1 1 1 2 1 1 1 1
1 1 1 1 1 1 2 1 1 1
1 1 1 1 1 1 1 2 1 1
1 1 1 1 1 1 1 1 2 1
1 1 1 1 1 1 1 1 1 2

vector U is:
0.000000 0.587770 0.951045 0.951074 0.587845 0.000093 -0.587695 -0.951016 -0.951102 -0.587920
vector b is
0.000093 0.587863 0.951138 0.951166 0.587938 0.000185 -0.587603 -0.950924 -0.951010 -0.587827
vector X at start is:
0.000000 0.000000 0.000000 0.000000 0.000000 0.000000 0.000000 0.000000 0.000000 0.000000
Iteration amount in total: 4
Time taken: 0.001965 sec
Solution (vector X is):
0.000000 0.587770 0.951045 0.951074 0.587845 0.000093 -0.587695 -0.951016 -0.951102 -0.587920
```

Рис. 2. Результат на 2х процессах

```
dasha@dasha-K501UQ:~/masec/opp/pract3/code$ ./with_omp 10 4
2 1 1 1 1 1 1 1 1 1
1 2 1 1 1 1 1 1 1 1
1 1 2 1 1 1 1 1 1 1
1 1 1 2 1 1 1 1 1 1
1 1 1 1 2 1 1 1 1 1
1 1 1 1 1 2 1 1 1 1
1 1 1 1 1 1 2 1 1 1
1 1 1 1 1 1 1 2 1 1
1 1 1 1 1 1 1 1 2 1
1 1 1 1 1 1 1 1 1 2

vector U is:
0.000000 0.587770 0.951045 0.951074 0.587845 0.000093 -0.587695 -0.951016 -0.951102 -0.587920
vector b is
0.000093 0.587863 0.951138 0.951166 0.587938 0.000185 -0.587603 -0.950924 -0.951010 -0.587827
vector X at start is:
0.000000 0.000000 0.000000 0.000000 0.000000 0.000000 0.000000 0.000000 0.000000 0.000000
Iteration amount in total: 4
Time taken: 0.069185 sec
Solution (vector X is):
0.000000 0.587770 0.951045 0.951074 0.587845 0.000093 -0.587695 -0.951016 -0.951102 -0.587920
```

Рис. 2. Результат на 4х процессах

Приложение 4. Результаты работы параллельной программы на 1, 2, 4, 8, 16, 24 процессах

```
opp@comrade:~/205/Evdokimova/lab3$ ./with_openmp 2000 1
Iteration amount in total: 526
Time taken: 54.027 sec
```

Рис. 1. Время работы параллельной программы на 1м процессе

```
opp@comrade:~/205/Evdokimova/lab3$ ./with_openmp 2000 2
Iteration amount in total: 526
Time taken: 26.9713 sec
```

Рис. 2. Время работы параллельной программы на 2х процессах

```
opp@comrade:~/205/Evdokimova/lab3$ ./with_openmp 2000 4
Iteration amount in total: 526
Time taken: 14.4047 sec
```

Рис. 3. Время работы параллельной программы на 4х процессах

```
opp@comrade:~/205/Evdokimova/lab3$ ./with_openmp 2000 8
Iteration amount in total: 526
Time taken: 7.33639 sec
```

Рис. 4. Время работы параллельной программы на 8и процессах

```
opp@comrade:~/205/Evdokimova/lab3$ ./with_openmp 2000 12
Iteration amount in total: 526
Time taken: 5.3888 sec
```

Рис. 5. Время работы параллельной программы на 12и процессах

```
opp@comrade:~/205/Evdokimova/lab3$ ./with_openmp 2000 16
Iteration amount in total: 526
Time taken: 4.37053 sec
```

Рис. 6. Время работы параллельной программы на 16 процессах

Приложение 5. Графики времени, ускорения и эффективности

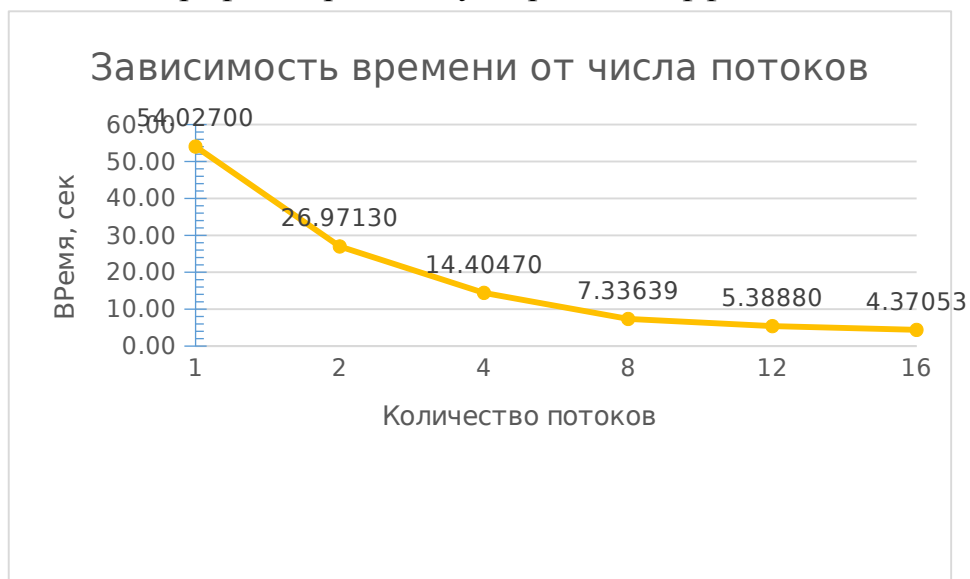


Рис. 1. График зависимости от времени



Рис. 2. График ускорения

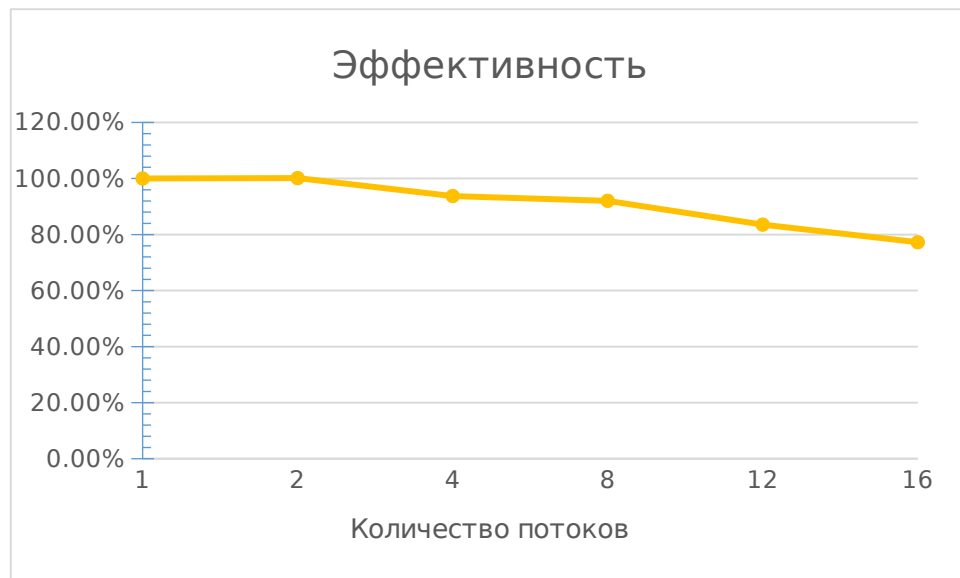


Рис. 3. График эффективности

Приложение 6. Листинг параллельной программы с использованием директивы

```
#include <cmath>
#include <cstdlib>
#include <iostream>
#include <omp.h>

/* for printf type of scheduling*/
#define xstr(x) str(x)
#define str(x) #x

// #define TYPE auto
#define TYPE static
// #define TYPE dynamic
// #define TYPE guided
// #define TYPE runtime

#define CHUNK_SIZE 200

void printMatrix(double *matrix, const size_t sizeInput) {
    for (size_t i = 0; i < sizeInput; ++i) {
        for (size_t j = 0; j < sizeInput; ++j) {
            std::cout << matrix[j + i * sizeInput] << "\t";
        }
        std::cout << std::endl;
    }
    std::cout << std::endl;
}

void printVector(const double *vector, const size_t sizeInput) {
    for (size_t i = 0; i < sizeInput; ++i) {
        std::cout << std::fixed << vector[i] << " ";
    }
    std::cout << std::endl;
}

double *fillRandomMatrix(const size_t sizeInput) {
    double *matrixA = new double[sizeInput * sizeInput];
    for (size_t i = 0; i < sizeInput; ++i) {
        for (size_t j = 0; j < sizeInput; ++j) {
            if (i == j) {
                matrixA[i * sizeInput + j] = 9999;
            } else {
                matrixA[i * sizeInput + j] = rand() % 500 + 150.15;
            }
        }
    }
    return matrixA;
}
```

```

double *fillConstantMatrix(const size_t sizeInput) {
    double *matrixA = new double[sizeInput * sizeInput];
    for (size_t i = 0; i < sizeInput; ++i) {
        for (size_t j = 0; j < sizeInput; ++j) {
            if (i == j) {
                matrixA[i * sizeInput + j] = 2.0;
            } else {
                matrixA[i * sizeInput + j] = 1.0;
            }
        }
    }
    return matrixA;
}

double *fillRandomVector(const size_t sizeInput) {
    double *vector = new double[sizeInput];
    for (size_t i = 0; i < sizeInput; ++i) {
        vector[i] = rand() % 500;
    }
    return vector;
}

double *fillConstantVector(const size_t sizeInput) {
    double *vector = new double[sizeInput];
    for (size_t i = 0; i < sizeInput; ++i) {
        vector[i] = sizeInput + 1.0;
    }
    return vector;
}

void multiplyMatrixOnVector(const double *matrix,
                           const double *vector, double *res,
                           const size_t sizeInput) {
#pragma omp for schedule(TYPE, CHUNK_SIZE)
    for (size_t i = 0; i < sizeInput; ++i) {
        res[i] = 0;
        for (size_t j = 0; j < sizeInput; ++j) {
            res[i] += matrix[i * sizeInput + j] * vector[j];
        }
    }
}

/*===== only for test, starts =====*/
/* for testing when vector b uses sin*/
double *fillVectorU(const size_t sizeInput) {
    double *vector = new double[sizeInput];
    for (size_t i = 0; i < sizeInput; ++i) {
        vector[i] = sin(2 * 3.1415 * i / sizeInput);
    }
    return vector;
}

```

```

}

void fillVectorB(double *b, const double *fullMatrixA,
                size_t sizeInput) {
    double *vectorU = fillVectorU((int)sizeInput);
    std::cout << "vector U is: " << std::endl;
    printVector(vectorU, sizeInput);
    multiplyMatrixOnVector(fullMatrixA, vectorU, b, sizeInput);

    delete[] vectorU;
}
/*===== only for test, ended =====*/

double countScalarMult(const double *vector1, const double *vector2,
                      const size_t sizeInput) {
    double res = 0;
    #pragma omp parallel for reduction(+ : res) schedule(TYPE, CHUNK_SIZE)
    for (size_t i = 0; i < sizeInput; ++i) {
        res += vector1[i] * vector2[i];
    }
    return res;
}

double countVectorLength(const size_t sizeInput,
                        const double *vector) {
    return sqrt(countScalarMult(vector, vector, sizeInput));
}

void countVectorMultNumber(const double *vector, double scalar,
                          double *res, const size_t sizeInput) {
    #pragma omp for schedule(TYPE, CHUNK_SIZE)
    for (size_t i = 0; i < sizeInput; ++i) {
        res[i] = scalar * vector[i];
    }
}

void substructVectors(const double *vector1, const double *vector2,
                    double *res, const size_t sizeInput) {
    #pragma omp for schedule(TYPE, CHUNK_SIZE)
    for (size_t j = 0; j < sizeInput; ++j) {
        res[j] = vector1[j] - vector2[j];
    }
}

void copyVector(const double *src, double *dst,
               const size_t sizeInput) {
    #pragma omp for schedule(TYPE, CHUNK_SIZE)
    for (size_t i = 0; i < sizeInput; i++) {
        dst[i] = src[i];
    }
}

```

```

int main(int argc, char *argv[]) {
    // In this code the 1st arg is sizeMatrix
    // the 2nd arg is amount of threads

    if (argc != 3) {
        std::cout << "Bad input! Enter matrix size" << std::endl;
    }
    srand(0);

    const size_t sizeInput = atoi(argv[1]);
    const int amountOfThreads = atoi(argv[2]);

    const double precision = 1e-10;
    const double epsilon = 1e-10;

    const size_t maxIterationCounts = 50000;
    size_t iterationCounts = 0;

    double critCurrentEnd = 1;
    double prevCritEnd = 1;
    double prevPrevCritEnd = 1;

    bool isEndOfAlgo = false;

    double startt = omp_get_wtime();

    double *Atmp = new double[sizeInput];
    double *y = new double[sizeInput];
    double *tauY = new double[sizeInput];

    double *xCurr = new double[sizeInput];
    double *xNext = new double[sizeInput];

    /*** for testing data with RANDOM values, starts ===== */
    double *matrixA = fillRandomMatrix(sizeInput);
    // printMatrix(matrixA, sizeInput);
    double *b = fillRandomVector(sizeInput);
    // std::cout << "vector b is: " << std::endl;
    // printVector(b, sizeInput);
    std::fill(xCurr, xCurr + sizeInput, 0);
    // std::cout << "vector X at start is: " << std::endl;
    // printVector(xCurr, sizeInput);
    /*** for testing data with RANDOM values, ended ===== */

    /*** for testing when vector b uses sin starts ===== */
    // double *matrixA = fillConstantMatrix(sizeInput);
    // printMatrix(matrixA, sizeInput);

    // double *b = new double[sizeInput];
    // fillVectorB(b, matrixA, sizeInput);

```

```

// // std::cout << "vector b is" << std::endl;
// // printVector(b, sizeInput);

// std::fill(xCurr, xCurr + sizeInput, 0);
// std::cout << "vector X at start is: " << std::endl;
// printVector(xCurr, sizeInput);
///* for testing when vector b uses sin ended ===== */

double bNorm, yNorm;
double numeratorTau, denominatorTau;

#pragma omp parallel num_threads(amountOfThreads) \
    shared(iterationCounts, critCurrentEnd, prevPrevCritEnd, \
        isEndOfAlgo, Atmp, y, tauY, xCurr, xNext, matrixA, b, \
        bNorm, yNorm, numeratorTau, denominatorTau)
{

    bNorm = countVectorLength(sizeInput, b);

    while (1) {
        multiplyMatrixOnVector(matrixA, xCurr, Atmp,
                               sizeInput); //  $A * x_n$ 

        substructVectors(Atmp, b, y, sizeInput); //  $y_n = A * x_n - b$ 

        yNorm = countVectorLength(sizeInput, y); //  $|| A * x_n - b ||$ 

        multiplyMatrixOnVector(matrixA, y, Atmp, sizeInput); //  $A * y_n$ 

        numeratorTau =
            countScalarMult(y, Atmp, sizeInput); //  $(y_n, A * y_n)$ 

        denominatorTau = countScalarMult(
            Atmp, Atmp, sizeInput); //  $(A * y_n, A * y_n)$ 

        double tau = numeratorTau / denominatorTau;

        countVectorMultNumber(y, tau, tauY, sizeInput); //  $\tau * y$ 
        substructVectors(xCurr, tauY, xNext,
                        sizeInput); //  $x_{n+1} = x_n - \tau * y$ 

        double critCurrentEnd = yNorm / bNorm;

        if (iterationCounts > maxIterationCounts) {
            std::cout << "Too many iterations. Change init values"
                << std::endl;
            delete[] xCurr;
            delete[] xNext;
            delete[] Atmp;
            delete[] y;
            delete[] tauY;
        }
    }
}

```

```

        delete[] matrixA;
        delete[] b;

        abort();
    }

    if (critCurrentEnd < epsilon && critCurrentEnd < prevCritEnd &&
        critCurrentEnd < prevPrevCritEnd) {

        isEndOfAlgo = true;
        break;
    }

    copyVector(xNext, xCurr, sizeInput);

#pragma omp barrier

#pragma omp single
    {
        prevPrevCritEnd = prevCritEnd;
        prevCritEnd = critCurrentEnd;
        iterationCounts++;
    }
}

double endt = omp_get_wtime();

if (isEndOfAlgo) {
    std::cout << "Iteration amount in total: " << iterationCounts
                << std::endl;
    std::cout << "Time taken: " << endt - startt << " sec"
                << std::endl;

    // std::cout << "Solution (vector X is): " << std::endl;
    // printVector(xNext, sizeInput);

} else {
    std::cout << "There are no solutions =( Change input \n";
}

delete[] xCurr;
delete[] xNext;
delete[] Atmp;
delete[] y;
delete[] tauY;
delete[] matrixA;
delete[] b;

return 0;
}

```

Приложение 7. Результаты работы параллельной программы на 4х процессах, матрица размера 1000 * 1000

```
opp@comrade:~/205/Evdokimova/laba3$ ./with_test_omp 1000 4
Iteration amount in total: 612
Time taken: 4.17624 sec
Type of scheduling is: auto
```

Рис. 1. Время работы на типе auto, размер чанка по умолчанию

```
opp@comrade:~/205/Evdokimova/laba3$ ./with_test_omp 1000 4
Iteration amount in total: 612
Time taken: 4.27951 sec
Type of scheduling is: static
```

Рис. 2. Время работы на типе static, размер чанка по умолчанию

```
opp@comrade:~/205/Evdokimova/laba3$ ./with_omp 2000 4
Iteration amount in total: 526
Time taken: 14.4047 sec
```

Рис. 3. Время работы на типе dynamic, размер чанка по умолчанию

```
opp@comrade:~/205/Evdokimova/laba3$ ./with_test_omp 1000 4
Iteration amount in total: 612
Time taken: 4.73732 sec
Type of scheduling is: guided
```

Рис. 4. Время работы на типе guided, размер чанка по умолчанию

```
opp@comrade:~/205/Evdokimova/laba3$ ./with_test_omp 1000 4
Iteration amount in total: 612
Time taken: 56.2108 sec
Type of scheduling is: runtime
```

Рис. 5. Время работы на типе runtime, размер чанка по умолчанию

```
opp@comrade:~/205/Evdokimova/laba3$ ./with_test_omp 1000 4
Iteration amount in total: 612
Time taken: 15.9614 sec
Type of scheduling is: static
Chunk size is: 100
```

Рис. 6. Время работы на типе static, размер чанка равен 100

```
opp@comrade:~/205/Evdokimova/laba3$ ./with_test_omp 1000 4
Iteration amount in total: 612
Time taken: 55.1335 sec
Type of scheduling is: dynamic
Chunk size is: 100
```

Рис. 7. Время работы на типе dynamic, размер чанка равен 100


```
opp@comrade:~/205/Evdokimova/laba3$ ./with_test_openmp 1000 4
Iteration amount in total: 612
Time taken: 4.72655 sec
Type of scheduling is: guided
Chunk size is: 100
```

Рис. 8. Время работы на типе guided, размер чанка равен 100

```
opp@comrade:~/205/Evdokimova/laba3$ ./with_test_openmp 1000 4
Iteration amount in total: 612
Time taken: 55.4561 sec
Type of scheduling is: runtime
```

Рис. 9. Время работы на типе runtime, размер чанка равен 100

```
opp@comrade:~/205/Evdokimova/laba3$ ./with_test_openmp 1000 4
Iteration amount in total: 612
Time taken: 13.395 sec
Type of scheduling is: static
Chunk size is: 200
```

Рис. 10. Время работы на типе static, размер чанка равен 200

```
opp@comrade:~/205/Evdokimova/laba3$ ./with_test_openmp 1000 4
Iteration amount in total: 612
Time taken: 52.8437 sec
Type of scheduling is: dynamic
Chunk size is: 200
```

Рис. 11. Время работы на типе dynamic, размер чанка равен 200

```
opp@comrade:~/205/Evdokimova/laba3$ ./with_test_openmp 1000 4
Iteration amount in total: 612
Time taken: 4.70682 sec
Type of scheduling is: guided
Chunk size is: 200
```

Рис. 12. Время работы на типе guided, размер чанка равен 200

```
opp@comrade:~/205/Evdokimova/laba3$ ./with_test_openmp 1000 4
Iteration amount in total: 612
Time taken: 53.2337 sec
Type of scheduling is: runtime
```

Рис. 13. Время работы на типе runtime, размер чанка равен 200

Приложение 8. График зависимости времени от размера чанка

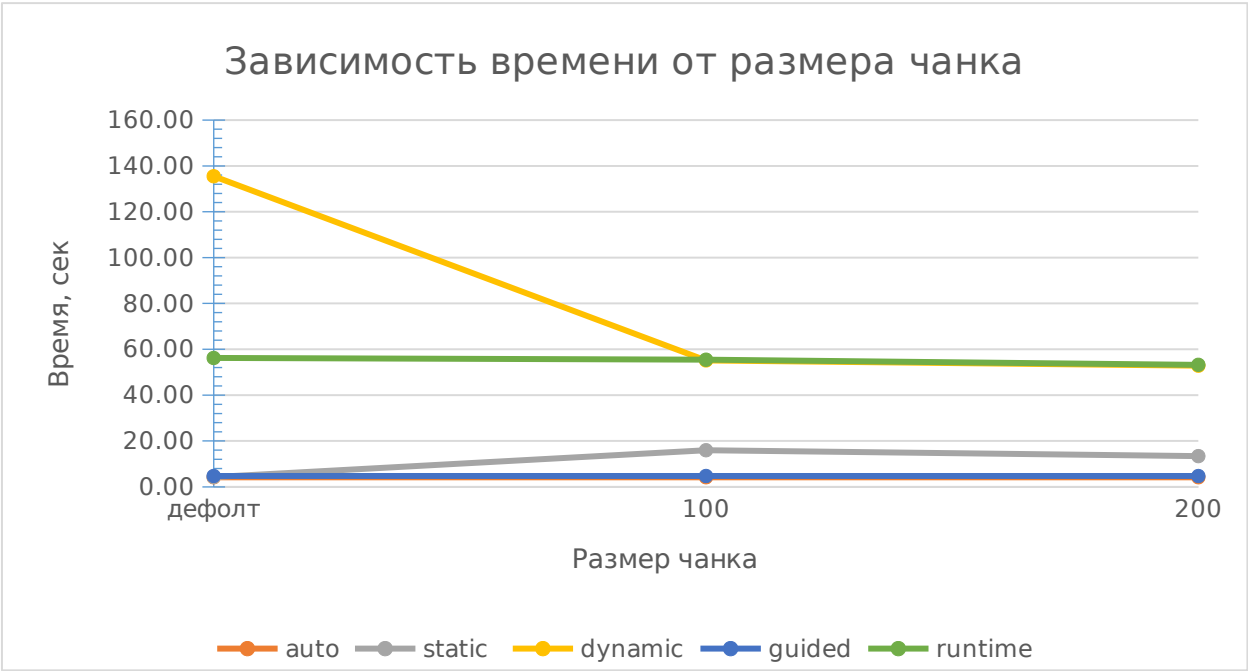


Рис. 1. График зависимости времени от размера чанка