

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**  
**НОВОСИБИРСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**  
**Факультет информационных технологий**  
**Кафедра параллельных вычислений**

**ОТЧЕТ**

**О ВЫПОЛНЕНИИ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ**

**ПАРАЛЛЕЛЬНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ РЕШЕНИЯ СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ  
АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ С ПОМОЩЬЮ MPI**

Студентки 2 курса, группы 21205

**Евдокимовой Дари Евгеньевны**

Направление 09.03.01 – «Информатика и вычислительная техника»

Преподаватель:  
Кандидат технических наук, доцент  
А.Ю. Власенко

Новосибирск 2022

## СОДЕРЖАНИЕ

ЦЕЛЬ.....	3
ЗАДАНИЕ.....	3
ОПИСАНИЕ РАБОТЫ.....	4
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	6
Приложение 1. Листинг последовательной программы.....	7
Приложение 2. Проверка корректности работы последовательной программы.....	13
Приложение 3. Скрипт для запуска последовательной программы.....	14
Приложение 4. Листинг параллельной программы с использованием функций MPI.....	15
Приложение 4. Проверка корректности работы параллельной программы.....	24
Приложение 5. Скрипт для работы параллельной программы.....	25
Приложение 6. Результаты работы последовательной и параллельной на 1, 2, 4, 8, 16, 24 процессах.....	26
Приложение 7. Графики времени, ускорения и эффективности.....	27
Приложение 8. Скрипт для профилирования параллельной программы.....	29
Приложение 9. Скрины из traceanalyzer.....	30

## ЦЕЛЬ

1. Написание решения СЛАУ итерационным методом с помощью последовательной и параллельных программ.
2. Ознакомление и работа с кластером НГУ.
3. Ознакомление с профилированием и его применение для программы.
4. Сравнение времени работы, ускорения и эффективности последовательной и параллельной программ.

## ЗАДАНИЕ

1. Написать 2 программы (последовательную и параллельную с использованием MPI) на языке C/C++, которые реализуют итерационный алгоритм решения системы линейных алгебраических уравнений вида  $Ax=b$  в соответствии с выбранным вариантом. Здесь  $A$  – матрица размером  $N \times N$ ,  $x$  и  $b$  – векторы длины  $N$ .  
Тип элементов – double.
2. Параллельную программу реализовать с тем условием, что матрица  $A$  и вектор  $b$  инициализируются на каком-либо одном процессе, а затем матрица  $A$  «разрезается» по строкам на близкие по размеру, возможно не одинаковые, части, а вектор  $b$  раздается каждому процессу.  
Уделить внимание тому, чтобы при запуске программы на различном числе MPI-процессов решалась одна и та же задача (исходные данные заполнялись одинаковым образом).
3. Замерить время работы последовательной программы и параллельных на 2, 4, 8, 16, 24 процессах.
4. Построить графики времени, ускорения и эффективности распараллеливания от числа используемых ядер.  
Исходные данные, параметры  $N$  и  $\epsilon$  подобрать таким образом, чтобы решение задачи на одном ядре занимало не менее 30 секунд.
5. Выполнить профилирование программы с помощью jumpshot или ITAC (Intel Trace Analyzer and Collector) при использовании 16-и/или 24-х ядер. На основании полученных результатов сделать вывод.
6. Составить отчет, содержащий исходные коды разработанных программ и построенные графики.

## ОПИСАНИЕ РАБОТЫ

Выбранный метод – **метод минимальных невязок**.

1. Был создан файл *nompi.cpp*, в котором была реализована последовательная программа СЛАУ методом минимальных невязок и добавлено время измерения программы с помощью функции `clock_gettime()`. Полный компилируемый листинг программы см. Приложение 1.
2. Корректность работы программы была осуществлена со следующими входными параметрами: размер матрицы равен 10.  
Элементы главной диагонали  $A$  равны 2.0, остальные равны 1.0. Формируется вектор  $u$ , элементы которого заполняются произвольными значениями, например,  $u = \sin \frac{2\pi i}{N}$ .  
Элементы вектора  $b$  получаются путем умножения матрицы  $A$  на вектор  $u$ . В этом случае решением системы будет вектор, равный вектору  $u$ . Начальные значения элементов вектора  $x$  равны 0.
3. Результаты проверки корректности см. Приложение 2. Команда для компиляции:  

```
g++ -o nompi nompi.cpp  
./nompi 10
```
4. Далее началась работа на кластере.  
Размер матрицы, при котором время программы составляет не менее 30сек: 2000.
5. Скрипт (*run\_nompi.sh*) для запуска программы *nompi.cpp* смотреть в Приложении 3.
6. Итак, для последовательной программы время работы составляет 51,00640 секунд, размер матрицы равен 2000.
7. Был создан файл *withmpi.cpp*, в котором реализован итерационный алгоритм решения СЛАУ методом минимальных невязок при помощи MPI-функций. Полный компилируемый листинг программы см. в Приложении 4.
8. Результаты проверки (на нескольких процессах) корректности см. Приложение 5.  
Команда для компиляции (не на кластере!):  

```
mpicxx --oversubscribe -o withmpi withmpi.cpp  
./withmpi 10
```
9. Затем началась работа на кластере. Был написан скрипт *run\_withmpi.sh* (см. Приложение 6) для параллельной программы.
10. Было измерено время работы программы на 1, 2, 4, 8, 16, 24 процессах. Скрипт представлен в Приложении 5.

11. Результаты измерения последовательной и параллельной программ на 1, 2, 4, 8, 16, 24 процессах представлен в Приложении 6.
12. Полученные результаты измерения времени представлены в Таблице 1.

Таблица 1. Результаты измерений времени

Количество процессов	Время работы последовательной программы, с	Время работы параллельной программы, с
1	51,00640	6,26128
2		2,98342
4		2,16029
8		1,84773
16		0,99935
24		0,57067

13. На основании полученных данных рассчитаем эффективность и ускорение. Графики результатов представлены в Приложении 7.
14. Далее надо было зайти на кластер с флагом -X (для графического интерфейса), чтобы провести профилирование программы на 16 процессах. Скрипт для запуска профилирования смотреть в Приложении 8.
15. Скриншоты из intel traceanalyzer смотреть в Приложении 9. Для ознакомления с профилированием использовался следующий сайт: [https://www.cism.ucl.ac.be/Services/Formations/ICS/intel-2018.0.128/itac/2018.0.015/doc/get\\_started.htm](https://www.cism.ucl.ac.be/Services/Formations/ICS/intel-2018.0.128/itac/2018.0.015/doc/get_started.htm).
16. Выводы представлены в заключении.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе работы мы смогли «распараллелить» программу для решения СЛАУ посредством использования функций MPI. Оказалось, что увеличение числа процессов может ускорить время работы программы.

Из результатов анализа профилирования видно, что львиная доля времени тратится на Bcast, т. е. на каждой итерации вектор  $X$  передавался всем процессам; тау, логическая переменная конца завершения цикла и количество итераций — это хоть и переменные (не такие большие, как массив (т. е. вектор  $X$ )), но на передачу их значений всем процессам тратится достаточно много времени.

Так же много времени забирает функция Allgatherv, поскольку в методе минимальных невязок 2 умножения матрицы на вектор (тяжелая операция), т. е. мы должны с каждого процесса собрать данные.

Меньше всего времени тратится на Allreduce, поскольку используется для редукции только дважды.

По результатам графиков времени, ускорения и эффективности можно сделать вывод о том, что при увеличении числа процессов увеличиваются так же и затраты на передачу между ними, что негативно сказывается на показателях работы программы.

## Приложение 1. Листинг последовательной программы

```
#include <cmath>
#include <cstdlib>
#include <iostream>

void printMatrix(double *matrix, const size_t sizeInput) {
    for (size_t i = 0; i < sizeInput; ++i) {
        for (size_t j = 0; j < sizeInput; ++j) {
            std::cout << matrix[j + i * sizeInput] << "\t";
        }
        std::cout << std::endl;
    }
    std::cout << std::endl;
}

void printVector(const double *vector, const size_t sizeInput) {
    for (size_t i = 0; i < sizeInput; ++i) {
        std::cout << std::fixed << vector[i] << " ";
    }
    std::cout << std::endl;
}

double *fillRandomMatrix(const size_t sizeInput) {
    double *matrixA = new double[sizeInput * sizeInput];
    srand(0);
    for (size_t i = 0; i < sizeInput; ++i) {
        for (size_t j = 0; j < sizeInput; ++j) {
            if (i == j) {
                matrixA[i * sizeInput + j] = 9999;
            } else {
                matrixA[i * sizeInput + j] = rand() % 500 + 150.15;
            }
        }
    }
    return matrixA;
}

double *fillConstantMatrix(const size_t sizeInput) {
    double *matrixA = new double[sizeInput * sizeInput];
    for (size_t i = 0; i < sizeInput; ++i) {
        for (size_t j = 0; j < sizeInput; ++j) {
            if (i == j) {
                matrixA[i * sizeInput + j] = 2.0;
            } else {
                matrixA[i * sizeInput + j] = 1.0;
            }
        }
    }
}
```

```

    return matrixA;
}

double *fillRandomVector(const size_t sizeInput) {
    srand(0);
    double *vector = new double[sizeInput];
    for (size_t i = 0; i < sizeInput; ++i) {
        vector[i] = rand() % 500;
    }
    return vector;
}

double *fillConstantVector(const size_t sizeInput) {
    double *vector = new double[sizeInput];
    for (size_t i = 0; i < sizeInput; ++i) {
        vector[i] = sizeInput + 1.0;
    }
    return vector;
}

void multiplyMatrixOnVector(const double *matrix,
                           const double *vector, double *res,
                           const size_t sizeInput) {
    for (size_t i = 0; i < sizeInput; ++i) {
        res[i] = 0;
        for (size_t j = 0; j < sizeInput; ++j) {
            res[i] += matrix[i * sizeInput + j] * vector[j];
        }
    }
}

double *fillVectorU(const size_t sizeInput) {
    double *vector = new double[sizeInput];
    for (size_t i = 0; i < sizeInput; ++i) {
        vector[i] = sin(2 * 3.1415 * i / sizeInput);
    }
    return vector;
}

void fillVectorB(double *b, const double *fullMatrixA,
                 size_t sizeInput) {
    double *vectorU = fillVectorU((int)sizeInput);
    // std::cout << "vector U is: " << std::endl;
    // printVector(vectorU, sizeInput);
    multiplyMatrixOnVector(fullMatrixA, vectorU, b, sizeInput);

    delete[] vectorU;
}

double countScalarMult(const double *vector1, const double *vector2,
                       const size_t sizeInput) {

```



```

    double res = 0;
    for (size_t i = 0; i < sizeInput; ++i) {
        res += vector1[i] * vector2[i];
    }
    return res;
}

double countVectorLength(const size_t sizeInput,
                        const double *vector) {
    return sqrt(countScalarMult(vector, vector, sizeInput));
}

void countVectorMultNumber(const double *vector, double scalar,
                          double *res, const size_t sizeInput) {
    for (size_t i = 0; i < sizeInput; ++i) {
        res[i] = scalar * vector[i];
    }
}

void substructVectors(const double *vector1, const double *vector2,
                    double *res, const size_t sizeInput) {
    for (size_t j = 0; j < sizeInput; ++j) {
        res[j] = vector1[j] - vector2[j];
    }
}

void copyVector(const double *src, double *dst,
               const size_t sizeInput) {
    for (size_t i = 0; i < sizeInput; i++) {
        dst[i] = src[i];
    }
}

int main(int argc, char *argv[]) {
    if(argc != 2) {
        std::cout << "Bad input! Enter matrix size" << std::endl;
    }

    const size_t sizeInput = atoi(argv[1]);
    const double accuracy = 1e-10;
    const double epsilon = 1e-10;

    const size_t maxIterationCounts = 50000;
    const size_t maxConvergenceCount = 5;
    size_t iterationCounts = 0;
    int convergenceCount = 0;

    double critCurrentEnd = 1;
    double prevCritEnd = 1;
    double prevPrevCritEnd = 1;

```

```

bool isEndOfAlgo = false;

struct timespec endt, startt;
clock_gettime(CLOCK_MONOTONIC_RAW, &startt);

double *Atmp = new double[sizeInput];
double *y = new double[sizeInput];
double *tauY = new double[sizeInput];

double *xCurr = new double[sizeInput];
double *xNext = new double[sizeInput];

/* for testing data with RANDOM values ===== */
double *matrixA = fillRandomMatrix(sizeInput);
// printMatrix(matrixA, sizeInput);
double *b = fillRandomVector(sizeInput);
// std::cout << "vector b is: " << std::endl;
// printVector(b, sizeInput);
std::fill(xCurr, xCurr + sizeInput, 0);
// std::cout << "vector X at start is: " << std::endl;
// printVector(xCurr, sizeInput);
/* for testing data with RANDOM values ===== */

/* for testing when vector b uses sin ===== */
// double *matrixA = fillConstantMatrix(sizeInput);
// // printMatrix(matrixA, sizeInput);

// double *b = new double[sizeInput];
// fillVectorB(b, matrixA, sizeInput);
// // std::cout << "vector b is" << std::endl;
// // printVector(b, sizeInput);

// std::fill(xCurr, xCurr + sizeInput, 0);
// // std::cout << "vector X at start is: " << std::endl;
// // printVector(xCurr, sizeInput);
/* for testing when vector b uses sin ===== */

double bNorm = countVectorLength(sizeInput, b);

while (1) {
    multiplyMatrixOnVector(matrixA, xCurr, Atmp,
                           sizeInput); //  $A * x_n$ 
    substructVectors(Atmp, b, y, sizeInput); //  $y_n = A * x_n - b$ 
    double yNorm =
        countVectorLength(sizeInput, y); //  $\|A * x_n - b\|$ 

    std::fill(Atmp, Atmp + sizeInput, 0);
    multiplyMatrixOnVector(matrixA, y, Atmp, sizeInput); //  $A * y_n$ 
    double numeratorTau =
        countScalarMult(y, Atmp, sizeInput); //  $(y_n, A * y_n)$ 
    double denominatorTau =

```

```

        countScalarMult(Atmp, Atmp, sizeInput); // (A * y_n, A * y_n)

double tau = numeratorTau / denominatorTau;

countVectorMultNumber(y, tau, tauY, sizeInput); // tau * y
substructVectors(xCurr, tauY, xNext,
                 sizeInput); // x_{n+1} = x_n - tau * y

double critCurrentEnd = yNorm / bNorm;

if (iterationCounts > maxIterationCounts) {
    std::cout << "Too many iterations. Change init values"
              << std::endl;
    delete[] xCurr;
    delete[] xNext;
    delete[] Atmp;
    delete[] y;
    delete[] tauY;
    delete[] matrixA;
    delete[] b;

    return 0;
}
if (critCurrentEnd < epsilon && critCurrentEnd < prevCritEnd &&
    critCurrentEnd < prevPrevCritEnd) {

    isEndOfAlgo = true;
    break;
}

copyVector(xNext, xCurr, sizeInput);

prevPrevCritEnd = prevCritEnd;
prevCritEnd = critCurrentEnd;

iterationCounts++;

std::cout << "iteration " << iterationCounts
          << " ended ==>" << std::endl;
}

clock_gettime(CLOCK_MONOTONIC_RAW, &endt);

if (isEndOfAlgo) {
    std::cout << "Iteration amount in total: " << iterationCounts
              << std::endl;
    std::cout << "Time taken: "
              << endt.tv_sec - startt.tv_sec +
                accuracy * (endt.tv_nsec - startt.tv_nsec)
              << " sec" << std::endl;
}

```

```
        // std::cout << "Solution (vector X is): " << std::endl;
        // printVector(xNext, sizeInput);

    } else {
        std::cout << "There are no solutions =( Change input \n";
    }

    delete[] xCurr;
    delete[] xNext;
    delete[] Atmp;
    delete[] y;
    delete[] tauY;
    delete[] matrixA;
    delete[] b;

    return 0;
}
```

## Приложение 2. Проверка корректности работы последовательной программы

```
dasha@dasha-K501UQ: ~$ g++ -o nompi nompi.cpp
dasha@dasha-K501UQ: ~$ ./nompi 10
2      1      1      1      1      1      1      1      1      1
1      2      1      1      1      1      1      1      1      1
1      1      2      1      1      1      1      1      1      1
1      1      1      2      1      1      1      1      1      1
1      1      1      1      2      1      1      1      1      1
1      1      1      1      1      2      1      1      1      1
1      1      1      1      1      1      2      1      1      1
1      1      1      1      1      1      1      2      1      1
1      1      1      1      1      1      1      1      2      1
1      1      1      1      1      1      1      1      1      2

vector U is:
0.000000 0.587770 0.951045 0.951074 0.587845 0.000093 -0.587695 -0.951016 -0.951102 -0.587920
vector b is
0.000093 0.587863 0.951138 0.951166 0.587938 0.000185 -0.587603 -0.950924 -0.951010 -0.587827
vector X at start is:
0.000000 0.000000 0.000000 0.000000 0.000000 0.000000 0.000000 0.000000 0.000000 0.000000
iteration 1 ended ===
iteration 2 ended ===
iteration 3 ended ===
iteration 4 ended ===
Iteration amount in total: 4
Time taken: 0.000201 sec
Solution (vector X is):
0.000000 0.587770 0.951045 0.951074 0.587845 0.000093 -0.587695 -0.951016 -0.951102 -0.587920
```

Рис. 1. Проверка корректности работы последовательной программы

### Приложение 3. Скрипт для запуска последовательной программы

Файл run\_nompi.sh:

```
#!/bin/sh
#PBS -q bl2x220g7q
#PBS -l walltime=00:02:00
#PBS -l select=1:ncpus=12:mem=2000m
#PBS -N task_nompi
cd $PBS_O_WORKDIR

g++ -o nompi nompi.cpp
./nompi 2000
```

## Приложение 4. Листинг параллельной программы с использованием функций MPI

```
#include <cmath>
#include <iostream>
#include <mpi.h>

void printMatrix(double *matrix, const size_t sizeInput) {
    std::cout << "Full matrix A is: " << std::endl;
    for (size_t i = 0; i < sizeInput; ++i) {
        for (size_t j = 0; j < sizeInput; ++j) {
            std::cout << matrix[j + i * sizeInput] << "\t";
        }
        std::cout << std::endl;
    }
    std::cout << std::endl;
}

void printVector(const double *vector, const size_t sizeInput) {
    for (size_t i = 0; i < sizeInput; ++i) {
        std::cout << std::fixed << vector[i] << " ";
    }
    std::cout << std::endl;
}

void fillRandomMatrix(double *fullMatrA, size_t sizeInput) {
    srand(0);

    for (size_t i = 0; i < sizeInput; i++) {
        for (size_t j = 0; j < sizeInput; j++) {
            fullMatrA[i * sizeInput + j] =
                (i == j) ? 9999 : rand() % 500 + 150.15;
        }
    }
}

void fillConstantMatrix(double *fullMatrA, size_t sizeInput) {
    for (size_t i = 0; i < sizeInput; i++) {
        for (size_t j = 0; j < sizeInput; j++) {
            fullMatrA[i * sizeInput + j] = (i == j) ? 2.0 : 1.0;
        }
    }
}

void fillRandomVector(double *vector, size_t sizeInput) {
    srand(0);

    for (size_t i = 0; i < sizeInput; i++) {
        vector[i] = rand() % 500;
    }
}
```

```

}

void fillConstantVector(double *vector, size_t sizeInput) {
    for (size_t i = 0; i < sizeInput; i++) {
        vector[i] = sizeInput + 1;
    }
}

void multiplyMatrixOnVector(const double *matrix,
                           const double *vector, double *res,
                           size_t matrixRowsNumber,
                           size_t matrixColumnsNumber) {
    for (size_t i = 0; i < matrixRowsNumber; i++) {
        res[i] = 0;
        for (size_t j = 0; j < matrixColumnsNumber; j++) {
            res[i] += matrix[i * matrixColumnsNumber + j] * vector[j];
        }
    }
}

double *fillVectorU(const int N) {
    double *u = new double[N];
    for (int i = 0; i < N; i++) {
        u[i] = sin(2 * M_PI * (i) / N);
    }
    return u;
}

void fillVectorB(double *b, const double *fullMatrixA,
                size_t sizeInput) {
    double *u = fillVectorU((int)sizeInput);
    std::cout << "vector u is: " << std::endl;
    printVector(u, sizeInput);

    multiplyMatrixOnVector(fullMatrixA, u, b, sizeInput, sizeInput);

    delete[] u;
}

double countScalarMult(const double *vector1, const double *vector2,
                      const size_t size) {

    double res = 0;
    for (size_t i = 0; i < size; i++) {
        res += vector1[i] * vector2[i];
    }

    return res;
}

double countVectorLength(const double *vector, const size_t size) {

```



```

    return sqrt(countScalarMult(vector, vector, size));
}

void countVectorMultNumber(const double *vector, double scalar,
                           double *res, const size_t size) {
    for (size_t i = 0; i < size; ++i) {
        res[i] = scalar * vector[i];
    }
}

void subtractVectors(const double *vector1, const double *vector2,
                    double *res, const size_t firstVectorSize,
                    const int firstVectorElementsOffset,
                    const int secondVectorElementsOffset) {
    for (size_t i = 0; i < firstVectorSize; i++) {
        res[i] = vector1[firstVectorElementsOffset + i] -
            vector2[secondVectorElementsOffset + i];
    }
}

void copyVectors(const double *src, double *dst, const size_t size) {
    for (size_t i = 0; i < size; i++) {
        dst[i] = src[i];
    }
}

int *countElemsNumInEachProc(size_t amountOfProcs, size_t sizeInput) {
    int *elemsNum = new int[amountOfProcs];

    int basicRowCount = sizeInput / amountOfProcs;
    int restRowCount = sizeInput % amountOfProcs;

    for (size_t i = 0; i < amountOfProcs; i++) {
        elemsNum[i] = basicRowCount * sizeInput;
        if (restRowCount > 0) {
            elemsNum[i] += sizeInput;
            --restRowCount;
        }
    }
    return elemsNum;
}

int *countRowsInEachProcess(const int *elementsNumberArr,
                            int amountOfProcs, size_t sizeInput) {
    int *rowsNum = new int[amountOfProcs];
    for (size_t i = 0; i < amountOfProcs; i++) {
        rowsNum[i] = elementsNumberArr[i] / sizeInput;
    }
    return rowsNum;
}

```

```

int *createElemsOffsetArr(const int *elemsNum, int amountOfProcs) {
    int *elementsOffsetArray = new int[amountOfProcs];
    int elementsOffset = 0;
    for (size_t i = 0; i < amountOfProcs; i++) {
        elementsOffsetArray[i] = elementsOffset;
        elementsOffset += elemsNum[i];
    }
    return elementsOffsetArray;
}

int *createRowsOffsetArr(const int *elementsOffsetArray,
                        int amountOfProcs, size_t sizeInput) {
    int *rowsOffsetArray = new int[amountOfProcs];
    for (size_t i = 0; i < amountOfProcs; i++) {
        rowsOffsetArray[i] = elementsOffsetArray[i] / sizeInput;
    }

    return rowsOffsetArray;
}

int main(int argc, char **argv) {
    if(argc != 2) {
        std::cout << "Bad input! Enter matrix size" << std::endl;
    }
    const size_t sizeInput = atoi(argv[1]);
    const double epsilon = 10e-10;

    double critCurrentEnd = 1;
    double prevCritEnd = 1;
    double prevPrevCritEnd = 1;

    double tau;
    bool isEndOfAlgo = false;
    size_t iterationCounts = 0;
    const size_t maxIterationCounts = 50000;
    int convergenceCount = 0;
    const size_t maxConvergenceCount = 5;

    MPI_Init(&argc, &argv);
    double startTime = MPI_Wtime();

    int amountOfProcs, rankOfCurrProc;
    MPI_Comm_size(MPI_COMM_WORLD, &amountOfProcs);
    MPI_Comm_rank(MPI_COMM_WORLD, &rankOfCurrProc);

    double *fullMatrA = new double[sizeInput * sizeInput];
    double *b = new double[sizeInput];
    double *xCurr = new double[sizeInput];

    /* for testing when vector b uses sin ===== */
    // if (rankOfCurrProc == 0) {

```

```
// fillConstantMatrix(fullMatrA, sizeInput);
// // printMatrix(fullMatrA, sizeInput);

// fillVectorB(b, fullMatrA, sizeInput);

// std::fill(xCurr, xCurr + sizeInput, 0);
// // std::cout << "vector X at start is: " << std::endl;
// // printVector(xCurr, sizeInput);
// }
// /* for testing when vector b uses sin ===== */

// /* for testing data with RANDOM values ===== */
if (rankOfCurrProc == 0) {
    fillRandomMatrix(fullMatrA, sizeInput);
    // printMatrix(fullMatrA, sizeInput);

    fillRandomVector(b, sizeInput);
    // std::cout << "vector b is: " << std::endl;
    // printVector(b, sizeInput);

    std::fill(xCurr, xCurr + sizeInput, 0);
    // std::cout << "vector X at start is: " << std::endl;
    // printVector(xCurr, sizeInput);
}
// /* for testing data with RANDOM values ===== */

double bNorm;
if (rankOfCurrProc == 0) {
    bNorm = sqrt(countScalarMult(b, b, sizeInput));
}

// sends a message from root to all group process, including itself
MPI_Bcast(b, sizeInput, MPI_DOUBLE, 0, MPI_COMM_WORLD);

// amount of elems, handling each process
int *elemsNum = countElemsNumInEachProc(amountOfProcs, sizeInput);

// amount of rows, which each process handles
int *rowsNum =
    countRowsInEachProcess(elemsNum, amountOfProcs, sizeInput);

// count, from which element data sends to each process
int *elementsOffsetArray =
    createElemsOffsetArr(elemsNum, amountOfProcs);

// count, from which row data sends to each process
int *rowsOffsetArray = createRowsOffsetArr(
    elementsOffsetArray, amountOfProcs, sizeInput);

double *partMatrA = new double[elemsNum[rankOfCurrProc]];
```

```

/** MPI_Scatterv - распределяет блоки данных по всем процессам
 * @param sendbuf [in] - address of send buffer (significant only at
 * root)
 * @param sendcounts [in] - array (=group size)
 * specifying the number of elements to send to each processor
 * @param displs [in] - array (=group size).
 * Entry i specifies the displacement (relative to sendbuf from
 * which to take the outgoing data to process i)
 * i-ое значение посылает данные в i-й блок
 * @param sendtype - type of sending data
 * @param recvbuf [out] - address of receiver buffer's starting
 * @param recvcunts - amount of elems that we receive
 * @param recvtype - type of receiving data
 * @param root - number of process-receiver
 * @param Comm - communicator
 */
MPI_Scatterv(fullMatrA, elemsNum, elementsOffsetArray, MPI_DOUBLE,
             partMatrA, elemsNum[rankOfCurrProc], MPI_DOUBLE, 0,
             MPI_COMM_WORLD);

double *partMultResultVector_Ax =
    new double[rowsNum[rankOfCurrProc]];
double *partMultResultVector_Ay =
    new double[rowsNum[rankOfCurrProc]];
double *partVectorY = new double[rowsNum[rankOfCurrProc]];
double *partNextX = new double[rowsNum[rankOfCurrProc]];
double *partMultVectorByScalar_TauY =
    new double[rowsNum[rankOfCurrProc]];
double *vectorY = new double[sizeInput];
double *xNext = new double[sizeInput];

while (1) {
    MPI_Bcast(xCurr, sizeInput, MPI_DOUBLE, 0, MPI_COMM_WORLD);

    multiplyMatrixOnVector(partMatrA, xCurr, partMultResultVector_Ax,
                          rowsNum[rankOfCurrProc], sizeInput);

    subtractVectors(partMultResultVector_Ax, b, partVectorY,
                  rowsNum[rankOfCurrProc], 0,
                  rowsOffsetArray[rankOfCurrProc]);

    /** MPI_Allgatherv - собирает блоки с разным числом элементов от
    каждого процесса
    * @param sendbuf [in] - starting address of send buffer
    * @param sendcounts [in] - amount of elems in send buffer
    * @param sendtype - data type of send buffer elements
    * @param recvbuf [out] - address of receive buffer
    * @param recvcunts - array (=group size) containing the number of
    elements that are to be received from each process
    * @param displs - array (=group size). Entry i

```

specifies the displacement (relative to recvbuf) at which to place the incoming data from process i

\* @param recvtype - data type of receive buffer elements

\* @param Comm - communicator

\*/

//  $y_n = A * x_n - b$

MPI\_Allgatherv(partVectorY, rowNums[rankOfCurrProc], MPI\_DOUBLE,  
vectorY, rowNums, rowNumsOffsetArray, MPI\_DOUBLE,  
MPI\_COMM\_WORLD);

//  $A * y_n$

multiplyMatrixOnVector(partMatrA, vectorY,  
partMultResultVector\_Ay,  
rowNums[rankOfCurrProc], sizeInput);

// ||  $A * x_n - b$  ||

double yNorm = 0;

if (rankOfCurrProc == 0) {

double squareMetricVectorY =

countScalarMult(vectorY, vectorY, sizeInput);

yNorm = sqrt(squareMetricVectorY);

}

// start counting tau

double numeratorTau, denominatorTau;

double partScalarProduct\_YAy =

countScalarMult(partVectorY, partMultResultVector\_Ay,  
rowNums[rankOfCurrProc]);

//  $(y_n, A * y_n)$

MPI\_Reduce(&partScalarProduct\_YAy, &numeratorTau, 1, MPI\_DOUBLE,  
MPI\_SUM, 0, MPI\_COMM\_WORLD);

double partScalarProduct\_AyAy = countScalarMult(  
partMultResultVector\_Ay, partMultResultVector\_Ay,  
rowNums[rankOfCurrProc]);

//  $(A * y_n, A * y_n)$

MPI\_Reduce(&partScalarProduct\_AyAy, &denominatorTau, 1,  
MPI\_DOUBLE, MPI\_SUM, 0, MPI\_COMM\_WORLD);

if (rankOfCurrProc == 0) {

tau = numeratorTau / denominatorTau;

}

MPI\_Bcast(&tau, 1, MPI\_DOUBLE, 0, MPI\_COMM\_WORLD);

countVectorMultNumber(partVectorY, tau,  
partMultVectorByScalar\_TauY,  
rowNums[rankOfCurrProc]);

subtractVectors(xCurr, partMultVectorByScalar\_TauY, partNextX,  
rowNums[rankOfCurrProc],  
rowNumsOffsetArray[rankOfCurrProc], 0);

```

// x_{n+1} = x_n - tau * y
MPI_Allgatherv(partNextX, rowNum[rankOfCurrProc], MPI_DOUBLE,
               xNext, rowNum, rowsOffsetArray, MPI_DOUBLE,
               MPI_COMM_WORLD);

critCurrentEnd = yNorm / bNorm;
if (rankOfCurrProc == 0) {
    if (critCurrentEnd < epsilon && critCurrentEnd < prevCritEnd &&
        critCurrentEnd < prevPrevCritEnd) {
        isEndOfAlgo = true;
    }
    if (iterationCounts > maxIterationCounts) {
        isEndOfAlgo = true;
    }
}
MPI_Bcast(&isEndOfAlgo, 1, MPI_C_BOOL, 0, MPI_COMM_WORLD);

if (isEndOfAlgo) {
    break;
}

copyVectors(xNext, xCurr, sizeInput);

prevPrevCritEnd = prevCritEnd;
prevCritEnd = critCurrentEnd;

if (rankOfCurrProc == 0) {
    iterationCounts++;
}

MPI_Bcast(&iterationCounts, 1, MPI_DOUBLE, 0, MPI_COMM_WORLD);

if (rankOfCurrProc == 0) {
    std::cout << "iteration " << iterationCounts
               << " ended ===" << std::endl;
}
}

double endTime = MPI_Wtime();
if (rankOfCurrProc == 0) {
    if (iterationCounts < maxIterationCounts) {
        std::cout << "Iteration amount in total: " << iterationCounts
                  << std::endl;
        std::cout << "Time taken: " << endTime - startTime << " sec"
                  << std::endl;
        // std::cout << "Solution (vector X is): " << std::endl;
        // printVector(xCurr, sizeInput);
    }

    else {

```

```

        std::cout << "There are no solutions =( Change input \n";
    }

    delete[] fullMatrA;
}

delete[] partMatrA;
delete[] partMultVectorByScalar_TauY;
delete[] partVectorY;
delete[] partNextX;
delete[] partMultResultVector_Ax;
delete[] partMultResultVector_Ay;

delete[] b;
delete[] xCurr;
delete[] xNext;
delete[] vectorY;
delete[] rowsOffsetArray;
delete[] elementsOffsetArray;
delete[] rowsNum;
delete[] elemsNum;

MPI_Finalize();

return 0;
}

```

## Приложение 4. Проверка корректности работы параллельной программы

```
dasha@dasha-K501UQ: ~$ mpicxx -o withmpi withmpi.cpp
dasha@dasha-K501UQ: ~$ mpirun --oversubscribe -n 4 ./withmpi 10
Full matrix A is:
2      1      1      1      1      1      1      1      1      1
1      2      1      1      1      1      1      1      1      1
1      1      2      1      1      1      1      1      1      1
1      1      1      2      1      1      1      1      1      1
1      1      1      1      2      1      1      1      1      1
1      1      1      1      1      2      1      1      1      1
1      1      1      1      1      1      2      1      1      1
1      1      1      1      1      1      1      2      1      1
1      1      1      1      1      1      1      1      2      1
1      1      1      1      1      1      1      1      1      2
vector u is:
0.000000 0.587785 0.951057 0.951057 0.587785 0.000000 -0.587785 -0.951057 -0.951057 -0.587785
vector X at start is:
0.000000 0.000000 0.000000 0.000000 0.000000 0.000000 0.000000 0.000000 0.000000 0.000000
iteration 1 ended ====
Iteration amount in total: 1
Time taken: 0.046181 sec
Solution (vector X is):
0.000000 0.587785 0.951057 0.951057 0.587785 0.000000 -0.587785 -0.951057 -0.951057 -0.587785
```

Рис. 1. Результат на 4 процессах

```
dasha@dasha-K501UQ: ~$ mpirun --oversubscribe -n 8 ./withmpi 10
Full matrix A is:
2      1      1      1      1      1      1      1      1      1
1      2      1      1      1      1      1      1      1      1
1      1      2      1      1      1      1      1      1      1
1      1      1      2      1      1      1      1      1      1
1      1      1      1      2      1      1      1      1      1
1      1      1      1      1      2      1      1      1      1
1      1      1      1      1      1      2      1      1      1
1      1      1      1      1      1      1      2      1      1
1      1      1      1      1      1      1      1      2      1
1      1      1      1      1      1      1      1      1      2
vector u is:
0.000000 0.587785 0.951057 0.951057 0.587785 0.000000 -0.587785 -0.951057 -0.951057 -0.587785
vector X at start is:
0.000000 0.000000 0.000000 0.000000 0.000000 0.000000 0.000000 0.000000 0.000000 0.000000
iteration 1 ended ====
Iteration amount in total: 1
Time taken: 0.033371 sec
Solution (vector X is):
0.000000 0.587785 0.951057 0.951057 0.587785 0.000000 -0.587785 -0.951057 -0.951057 -0.587785
```

Рис. 2. Результат на 8 процессах



## Приложение 5. Скрипт для работы параллельной программы

Файл run\_withmpi.sh

```
#!/bin/bash
#PBS -l walltime=00:02:00
#PBS -l select=2:ncpus=1:mpiprocs=1:mem=10000m,place=scatter:exclhost
#PBS -m n
#PBS -N task_withmpi
```

```
cd $PBS_O_WORKDIR
```

```
MPI_NP=$(wc -l $PBS_NODEFILE | awk '{ print $1 }')
echo "Number of MPI process: $MPI_NP"
```

```
#echo 'File $PBS_NODEFILE:'
#cat $PBS_NODEFILE
```

```
mpiicpc -o withmpi withmpi.cpp -std=c++14
mpirun -hostfile $PBS_NODEFILE -np $MPI_NP ./withmpi 2000
```

\*Примечание.

Для измерения времени на разных процессах: 1, 2, 4, 8, 16, 24 изменяется количество узлов и процессов. Т.е. строка с выбором узлов и процессов будет выглядеть так:

Для 1го процесса:

```
#PBS -l select=1:ncpus=1:mpiprocs=1:mem=10000m,place=scatter:exclhost
```

Для 2х процессов:

```
#PBS -l select=2:ncpus=1:mpiprocs=1:mem=10000m,place=scatter:exclhost
```

Для 4х процессов:

```
#PBS -l select=2:ncpus=2:mpiprocs=2:mem=10000m,place=scatter:exclhost
```

Для 8х процессов:

```
#PBS -l select=2:ncpus=4:mpiprocs=4:mem=10000m,place=scatter:exclhost
```

Для 12х процессов:

```
#PBS -l select=2:ncpus=8:mpiprocs=8:mem=10000m,place=scatter:exclhost
```

Для 24х процессов:

```
#PBS -l select=2:ncpus=12:mpiprocs=12:mem=10000m,place=scatter:exclhost
```

## Приложение 6. Результаты работы последовательной и параллельной на 1, 2, 4, 8, 16, 24 процессах

```
iteration 1116 ended ===  
Iteration amount in total: 1116  
Time taken: 51.0064 sec
```

Рис. 1. Время работы последовательной программы

```
hpcuser68@clu:~/pract1/code> cat task_withmpi.o5381260  
Number of MPI process: 1  
Iteration amount in total: 1023  
Time taken: 6.26128 sec
```

Рис. 2. Время работы параллельной программы на 1м процессе

```
hpcuser68@clu:~/pract1/code> cat task_withmpi.o5381247  
Number of MPI process: 2  
Iteration amount in total: 1023  
Time taken: 2.98342 sec
```

Рис. 3. Время работы параллельной программы на 2х процессах

```
hpcuser68@clu:~/pract1/code> cat task_withmpi.o5381251  
Number of MPI process: 4  
Iteration amount in total: 1023  
Time taken: 2.16029 sec
```

Рис. 4. Время работы параллельной программы на 4х процессах

```
hpcuser68@clu:~/pract1/code> cat task_withmpi.o5381252  
Number of MPI process: 8  
Iteration amount in total: 1023  
Time taken: 1.84773 sec
```

Рис. 5. Время работы параллельной программы на 8и процессах

```
hpcuser68@clu:~/pract1/code> cat task_withmpi.o5381258  
Number of MPI process: 16  
Iteration amount in total: 1023  
Time taken: 0.999348 sec
```

Рис. 6. Время работы параллельной программы на 16и процессах

```
hpcuser68@clu:~/pract1/code> cat task_withmpi.o5381259  
Number of MPI process: 24  
Iteration amount in total: 1023  
Time taken: 0.588455 sec
```

Рис. 7. Время работы параллельной программы на 24и процессах

## Приложение 7. Графики времени, ускорения и эффективности

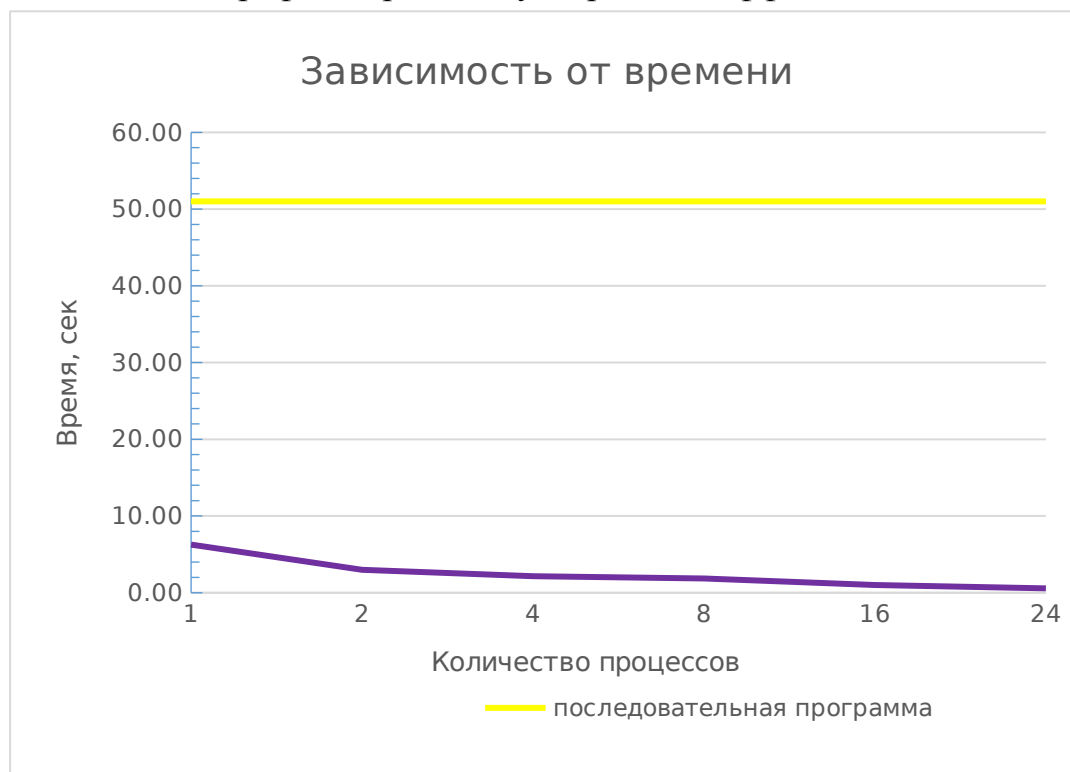


Рис. 1. График зависимости от времени

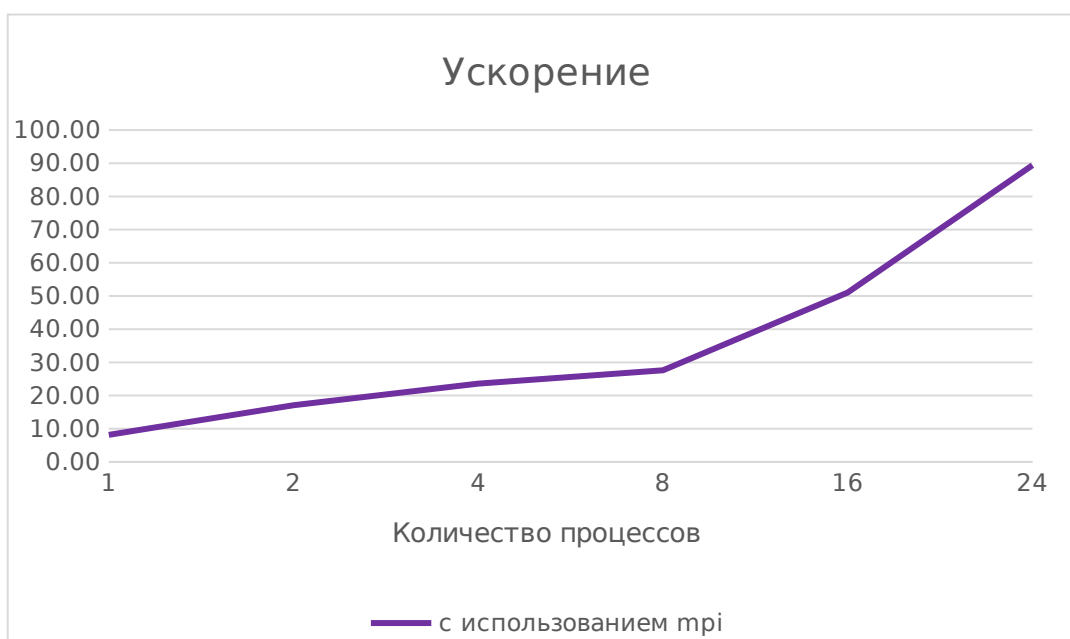


Рис. 2. График ускорения

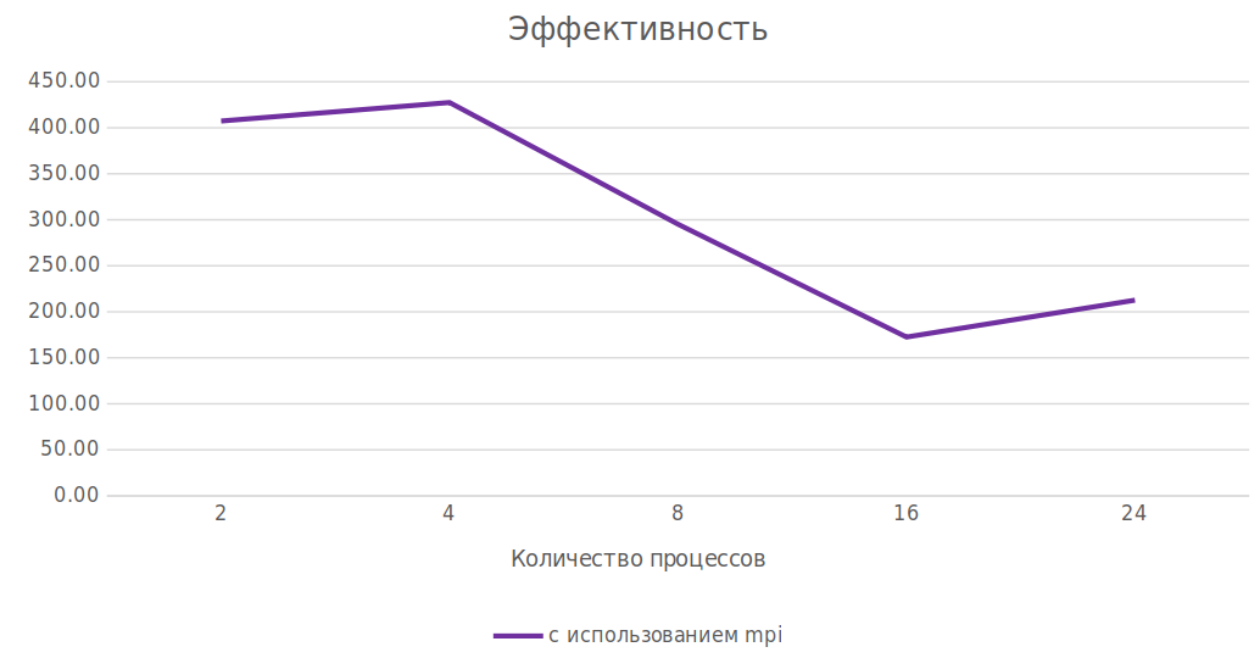


Рис. 3. График эффективности

## **Приложение 8.** Скрипт для профилирования параллельной программы

Файл run\_alanalysis.sh

```
#!/bin/bash
```

```
#PBS -l walltime=00:02:00
```

```
#PBS -l select=2:ncpus=8:mpiprocs=8:mem=10000m,place=scatter:exclhost
```

```
#PBS -m n
```

```
cd $PBS_O_WORKDIR
```

```
MPI_NP=$(wc -l $PBS_NODEFILE | awk '{ print $1 }')
```

```
echo "Number of MPI process: $MPI_NP"
```

```
mpirun -trace -machinefile $PBS_NODEFILE -np $MPI_NP -perhost 2 ./withmpi 2000
```

Приложение 9. Скрины из traceanalyzer

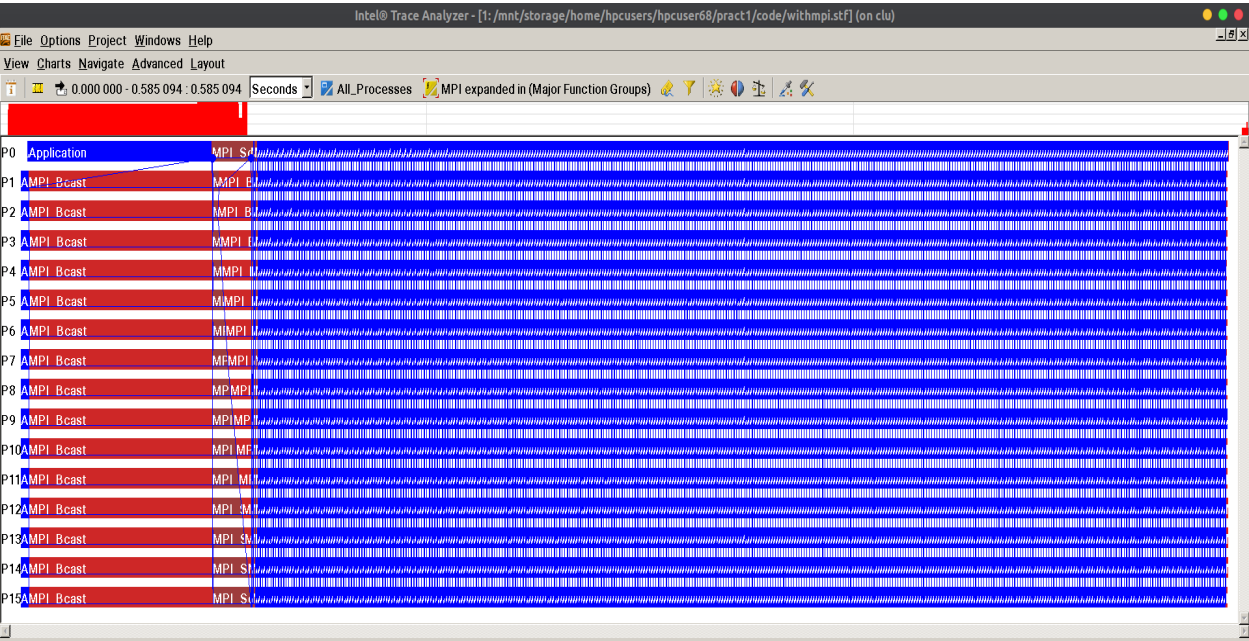


Рис. 1.

Name	TSelf	TSelf	TTotal	#Calls	TSelf /Call
Group All_Processes					
Group Application	4.98223 s		9.34613 s	16	311.39e-3 s
MPI_Bcast	2.25018 s		2.25018 s	65536	34.3351e-6 s
MPI_Allgatherv	1.5003 s		1.5003 s	32768	45.7855e-6 s
MPI_Allreduce	445.117e-3 s		445.117e-3 s	32768	13.5839e-6 s
MPI_Scatterv	161.078e-3 s		161.078e-3 s	16	10.0674e-3 s
MPI_Finalize	7.15e-3 s		7.15e-3 s	16	446.875e-6 s
MPI_Wtime	53e-6 s		53e-6 s	32	1.65625e-6 s
MPI_Comm_rank	12e-6 s		12e-6 s	16	750e-9 s
MPI_Comm_size	7e-6 s		7e-6 s	16	437.5e-9 s

Рис. 2.

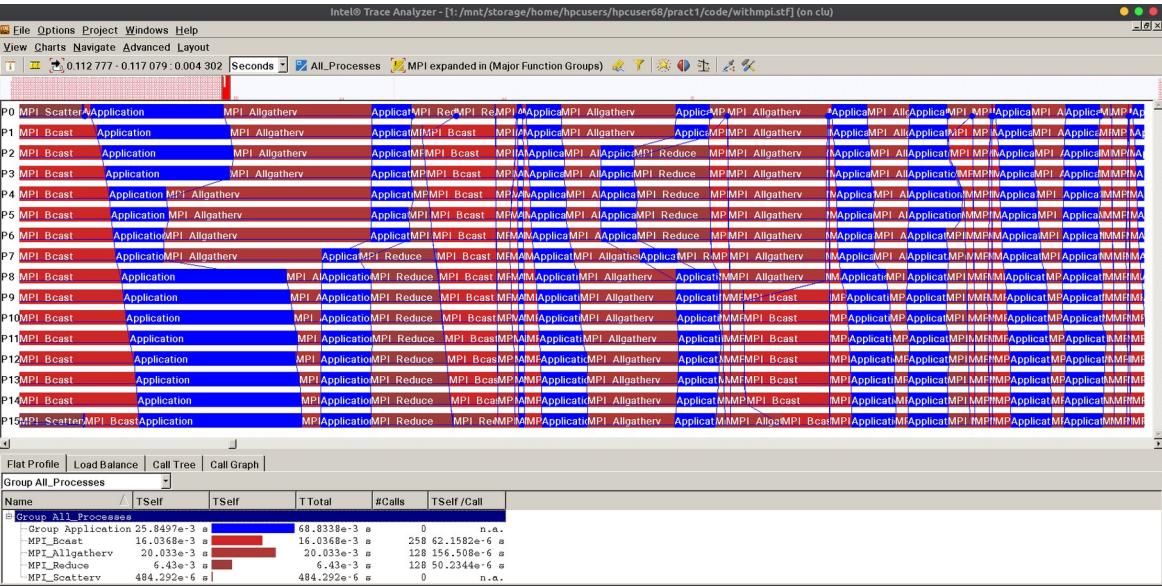


Рис. 3.