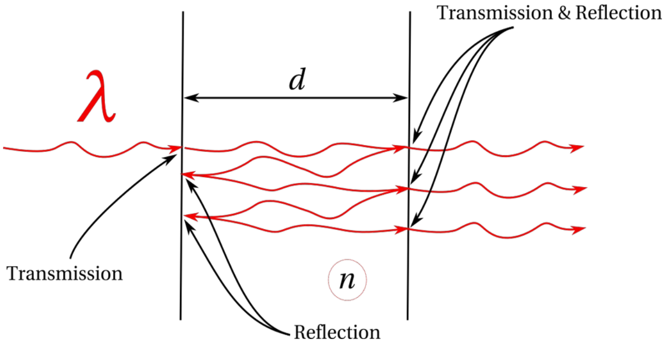
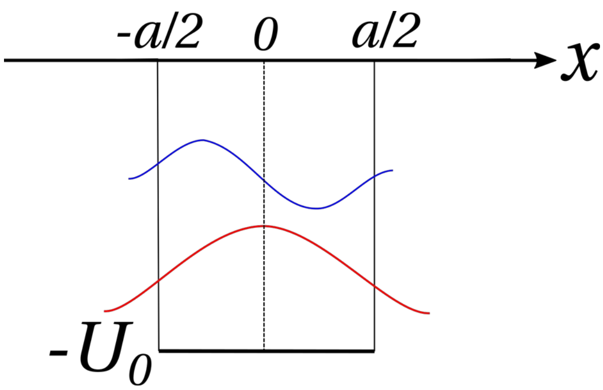
1. Найти коэффициент пропускания стеклянной пластинки толщиной *d* и с показателем преломления *n*. При какой толщине пластинки отражение полностью исчезнет для данной длины волны λ ?



Примечания: нужно учесть многократные отражения внутри пластинки (как на картинке) и посчитать, какая часть интенсивности падающего луча пройдет через нее – это и есть коэффициент пропускания. Ответ выразить через коэффициент отражения *R* на границе пластинки. При каждом внутреннем отражении интенсивность луча умножается на *R* (а поле в волне на $\sqrt{R}$), а если луч вышел из пластинки, то соответственно на $T=1-R$. Естественно, нужно также учесть изменение фазы, пока луч движется внутри пластинки. Получается, что все выходящие из пластинки лучи интерферируют, их все надо просуммировать и в итоге найти интенсивность (получится геометрическая прогрессия).

2. Могут ли перекрываться спектры 1-го и 2-го порядков дифракционной решетки при освещении ее видимым светом ($\lambda=400\div700\,нм$)? Построить распределение интенсивности после прохождения дифракционной решетки для разных длин волн (что-то типа графика в sem_diffraction_2.pdf).

3. Потенциальная яма конечной глубины.



Квантовая частица сидит в потенциальной яме глубины U_0 и шириной *a*.
Вычислить уровни энергии доступные для частицы в яме и соответствующие им волновые функции.

План решения:

Начинается все с уравнения Шредингера. Запишем его для областей внутри (I) и снаружи (II) ямы:

$$\frac{\hbar^2}{2m}\Psi_I''+(E+U_0)\Psi_I=0 \quad \text{для} \quad -a/2\le x\le a/2 \quad \text{и, соответственно}$$

$$\frac{\hbar^2}{2m}\Psi_{II}''+E\Psi_{II}=0 \quad \text{когда} \quad |x|\ge a \quad .$$

Волновые функции могут быть либо симметричными либо антисимметричными в силу симметрии потенциала. С учетом этого и непрерывности $\Psi(x)$ на границах ямы получаются граничные условия, а из них уравнения на уровни энергии и вид симметричных и антисимметричных решений.

Например, в симметричном случае получается, возможные значения энергии E удовлетворяют уравнению $\tan\left(\frac{\sqrt{2m(E+U_0)}}{2\hbar}a\right)=\frac{1}{\sqrt{\frac{U_0}{|E|}-1}}$, а волновые функции выглядят как

$$\Psi(x)=\begin{cases} C\exp(k_2 x), x<-\frac{a}{2} \\ B\cos(k_1 x), |x|\le\frac{a}{2} \\ C\exp(-k_2 x), x>\frac{a}{2} \end{cases}$$

Подробности есть в файле с семинара (sem_quant_2.pdf).

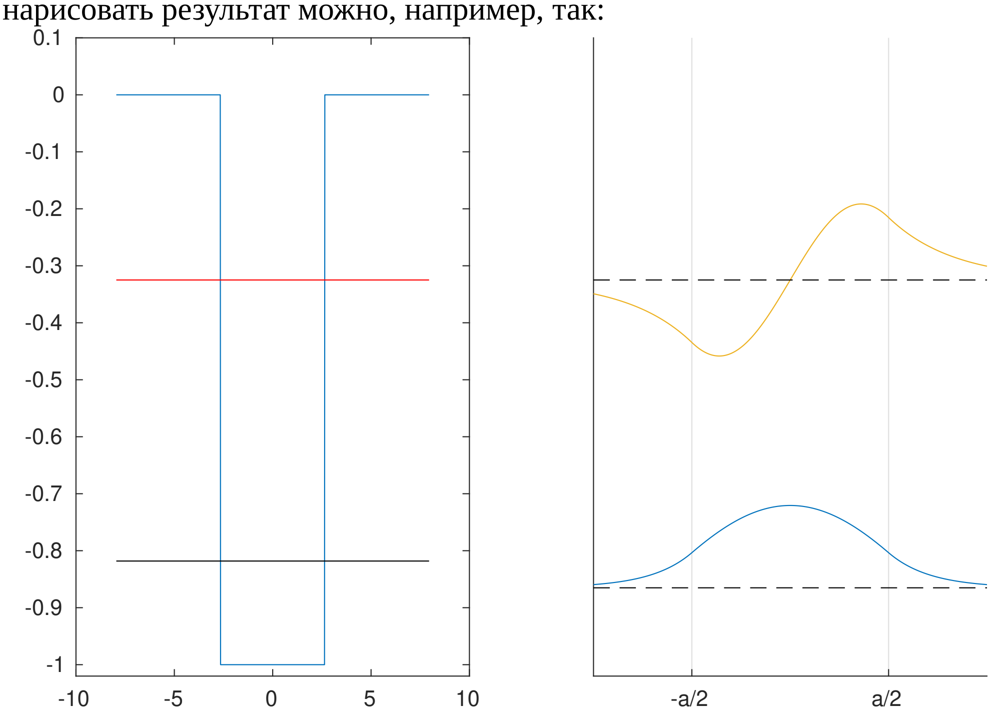
Что делать дальше?

Допилить решение до конца, то есть

1. Решить численно уравнения на возможные значения энергии для симметричных и антисимметричных решений.
2. Построить соответствующие этим энергиям волновые функции.
3. Как-то наглядно визуально отобразить то, что получилось.

Считаем, масса частицы и $\hbar$ равны 1 (такая система единиц), а энергию измеряем в долях U_0 , то есть $U_0=1$ тоже.

Наглядно нарисовать результат можно, например, так:



Здесь слева нарисован потенциал и уровни энергии, а справа соответствующие волновые функции.