Тригонометрия

1. $\cos^2\alpha+\sin^2\alpha=1;\quad tg\,\alpha\cdot ctg\,\alpha=1;$
2. $tg\,\alpha=\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha};\qquad ctg\,\alpha=\dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha};$
3. $tg\,\alpha=\dfrac{1}{ctg\,\alpha};\qquad ctg\alpha=\dfrac{1}{tg\,\alpha};$
4. $1+tg^2\alpha=\dfrac{1}{\cos^2\alpha};\qquad 1+ctg^2\alpha=\dfrac{1}{\sin^2\alpha};$
5. $\sin(\alpha\pm\beta)=\sin\alpha\cdot\cos\beta\pm\cos\alpha\cdot\sin\beta;$
6. $\cos(\alpha\pm\beta)=\cos\alpha\cdot\cos\beta\mp\sin\alpha\cdot\sin\beta;$
7. $tg(\alpha\pm\beta)=\dfrac{tg\,\alpha\pm tg\,\beta}{1\mp tg\,\alpha\cdot tg\,\beta};$
8. $\sin2\alpha=2\sin\alpha\cdot\cos\alpha;$
9. $\cos2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha;$
10. $\cos2\alpha=2\cos^2\alpha-1=1-2\sin^2\alpha;$
11. $tg\,2\alpha=\dfrac{2tg\,\alpha}{1-tg^2\alpha};\qquad ctg\,2\alpha=\dfrac{ctg^2\alpha-1}{2ctg\,\alpha};$
12. $\sin\alpha\pm\sin\beta=2\sin\dfrac{\alpha\pm\beta}{2}\cdot\cos\dfrac{\alpha\mp\beta}{2};$
13. $\cos\alpha+\cos\beta=2\cos\dfrac{\alpha+\beta}{2}\cdot\cos\dfrac{\alpha-\beta}{2};$
14. $\cos\alpha-\cos\beta=-2\sin\dfrac{\alpha+\beta}{2}\cdot\sin\dfrac{\alpha-\beta}{2};$
15. $tg\,\alpha\pm tg\,\beta=\dfrac{\sin(\alpha\pm\beta)}{\cos\alpha\cdot\cos\beta};$
16. $\sin^2\alpha=\dfrac{1-\cos2\alpha}{2};\quad \cos^2\alpha=\dfrac{1+\cos2\alpha}{2};$
17. $\sin\alpha\cdot\cos\beta=\dfrac{1}{2}(\sin(\alpha+\beta)+\sin(\alpha-\beta));$
18. $\cos\alpha\cdot\cos\beta=\dfrac{1}{2}(\cos(\alpha+\beta)+\cos(\alpha-\beta));$
19. $\sin\alpha\cdot\sin\beta=\dfrac{1}{2}(\cos(\alpha-\beta)-\cos(\alpha+\beta))$
20. $\left|\sin\dfrac{\alpha}{2}\right|=\sqrt{\dfrac{1-\cos\alpha}{2}};\quad \left|\cos\dfrac{\alpha}{2}\right|=\sqrt{\dfrac{1+\cos\alpha}{2}};$
21. $tg\,\dfrac{\alpha}{2}=\dfrac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha};\qquad ctg\,\dfrac{\alpha}{2}=\dfrac{\sin\alpha}{1-\cos\alpha}.$

Таблица значений тригонометрических функций

α, рад	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{7\pi}{4}$	$\frac{11\pi}{6}$	2π
α, °	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°	210°	225°	240°	270°	300°	315°	330°	360°
$\sin\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	−1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0
$\cos\alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	−1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$tg\alpha$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	–	$-\sqrt{3}$	−1	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	–	$-\sqrt{3}$	−1	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	0
$ctg\alpha$	–	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	−1	$-\sqrt{3}$	–	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	−1	$-\sqrt{3}$	–

Решение тригонометрических уравнений

Уравнение	Общее решение	Частные случаи		
		$a=0$	$a=1$	$a=-1$
$\sin x=a$	$x=(-1)^n\arcsin a+\pi n$ **или** $\begin{cases}x_1=\arcsin a+2\pi n\\x_2=\pi-\arcsin a+2\pi n\end{cases}$	$x=\pi n$	$x=\frac{\pi}{2}+2\pi n$	$x=-\frac{\pi}{2}+2\pi n$
$\cos x=a$	$x=\pm\arccos a+2\pi n$ **или** $\begin{cases}x_1=\arccos a+2\pi n\\x_2=-\arccos a+2\pi n\end{cases}$	$x=\frac{\pi}{2}+\pi n$	$x=2\pi n$	$x=\pi+2\pi n$
$tg\,x=a$	$x=arctg\ a+\pi n$	$x=\pi n$	$x=\frac{\pi}{4}+\pi n$	$x=-\frac{\pi}{4}+\pi n$
$ctg\,x=a$	$x=arcctg\ a+\pi n$	$x=\frac{\pi}{2}+\pi n$	$x=\frac{\pi}{4}+\pi n$	$x=\frac{3\pi}{4}+\pi n$
где $n\in Z$ (Z – множество целых чисел: …, –4, –3, –2, –1, 0, 1, 2, 3, 4, …)				

Свойства четности и нечетности тригонометрических функций

$\cos(-x)=\cos x$ – четная
$\sin(-x)=-\sin x$ – нечетная
$tg(-x)=-tgx$ – нечетная
$ctg(-x)=-ctgx$ – нечетная

$\arccos(-x)=\pi-\arccos x$
$\arcsin(-x)=-\arcsin x$
$arctg(-x)=-arctgx$
$arcctg(-x)=\pi-arcctgx$

Обратные тригонометрические функции

$\arcsin a=t,\ t\in\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right],\ \sin t=a,\ a\in[-1;1]$

$\arcsin(\sin t)=t,\ t\in\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$

$\sin(\arcsin a)=a,\ a\in[-1;1]$

$\arccos a=t,\ t\in[0;\pi],\ \cos t=a,\ a\in[-1;1]$

$\arccos(\cos t)=t,\ t\in[0;\pi]$

$\cos(\arccos a)=a,\ a\in[-1;1]$

$arctg\,a=t,\ t\in\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right),\ tg\,t=a,\ a\in R$

$arctg\,(tg\,t)=t,\ t\in\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)$

$tg(arctg\,a)=a,\ a\in R$

$arcctg\,a=t,\ t\in(0;\pi),\ ctg\,t=a,\ a\in R$

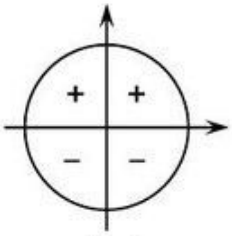
$arcctg\,(ctg\,t)=t,\ t\in(0;\pi)$

$ctg(arcctg\,a)=a,\ a\in R$

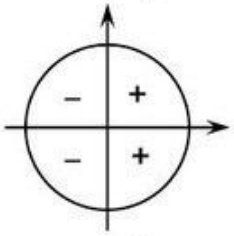
Формулы приведения

$\sin\left(\frac{\pi}{2}\pm t\right)=\cos t$	$\cos\left(\frac{\pi}{2}\pm t\right)=\mp\sin t$	$tg\left(\frac{\pi}{2}\pm t\right)=\mp ctg\,t$	$ctg\left(\frac{\pi}{2}\pm t\right)=\mp tg\,t$
$\sin(\pi\pm t)=\mp\sin t$	$\cos(\pi\pm t)=-\cos t$	$tg(\pi\pm t)=\pm tg\,t$	$ctg(\pi\pm t)=\pm ctg\,t$
$\sin\left(\frac{3\pi}{2}\pm t\right)=-\cos t$	$\cos\left(\frac{3\pi}{2}\pm t\right)=\pm\sin t$	$tg\left(\frac{3\pi}{2}\pm t\right)=\mp ctg\,t$	$ctg\left(\frac{3\pi}{2}\pm t\right)=\mp tg\,t$
$\sin(2\pi\pm t)=\pm\sin t$	$\cos(2\pi\pm t)=\cos t$	$tg(2\pi\pm t)=\pm tg\,t$	$ctg(2\pi\pm t)=\pm ctg\,t$

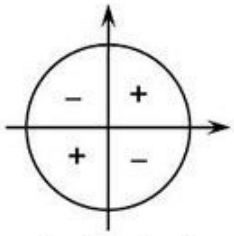
Знаки тригонометрических функций



sin t



cos t



tg t, ctg t

Показательные уравнения и неравенства

1. $a^{f(x)}=a^{g(x)} \underset{a\neq1}{\Leftrightarrow} f(x)=g(x).$

2. $(a(x))^{f(x)}=(a(x))^{g(x)} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a(x)=1,\\ \begin{cases} a(x)>0,\\ f(x)=g(x). \end{cases}\end{array}\right.$

3. $a^{f(x)}>a^{g(x)} \Leftrightarrow (a-1)(f(x)-g(x))>0.$

4. $a^{f(x)}\geq a^{g(x)} \Leftrightarrow (a-1)(f(x)-g(x))\geq 0.$

5. $\frac{a^{f(x)}-a^{g(x)}}{h(x)}\geq 0 \Leftrightarrow \frac{(a-1)(f(x)-g(x))}{h(x)}\geq 0.$

6. $\frac{a^{f(x)}-a^{g(x)}}{h(x)}\leq 0 \Leftrightarrow \frac{(a-1)(f(x)-g(x))}{h(x)}\leq 0.$

7. $\frac{a^{f(x)}-a^{g(x)}}{a^{h(x)}-a^{p(x)}}\leq 0 \Leftrightarrow \frac{f(x)-g(x)}{h(x)-p(x)}\leq 0.$

8. $(a(x))^{f(x)}>(a(x))^{g(x)} \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow \begin{cases} a(x)>0,\\ (a(x)-1)(f(x)-g(x))>0. \end{cases}$

9. $(a(x))^{f(x)}\geq(a(x))^{g(x)} \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow \begin{cases} a(x)>0,\\ (a(x)-1)(f(x)-g(x))\geq 0. \end{cases}$