高数上期中模拟题

(治学团·文治学辅与发展中心)

班级:_____

学院:

姓名:_____

一、填空题(每小题3分,共15分)

1. 若
$$a \neq 0$$
, $f(x) = \begin{cases} \frac{e^{ax} - \cos ax}{3x}, & x > 0 \\ b, & x = 0 \text{ 有可去间断点} x = 0, \text{ 则} b \neq \underline{\qquad}. \\ \frac{\tan ax - \sin ax}{x^3}, x < 0 \end{cases}$

2. 设
$$y=x\arctanrac{1}{x}+\ln\left(e^x+2^{\cos x}
ight)$$
, $\lim_{x o 0^{+}}y'=$ ______.

3. 求摆线的参数方程
$$\begin{cases} x = a(t - \sin t), \\ y = a(1 - \cos t). \end{cases}$$
 所确定的函数在 $t \in (0, 2\pi)$ 上的二阶导数
$$\frac{d^2y}{dt^2}$$

4. 曲线
$$f(x) = \frac{x^3 + 4x^2 + 2x + 1}{x^2 + 3x + 4}$$
的斜渐近线方程是_____.

5. 极限
$$\lim_{n\to\infty} n\left[\left(1+\frac{1}{n}\right)^n-e\right]=$$
_____.

二、单项选择题(每小题3分,共15分)

1. 己知
$$\lim_{x\to\infty}(\frac{x^2}{x+1}-ax-b)=0$$
,其中 a,b 是常数,则().

(A)
$$a = b = 1$$

(A)
$$a = b = 1$$
 (B) $a = -1$, $b = 1$

(C)
$$a = 1$$
, $b = -1$ (D) $a = b = -1$

(D)
$$a = b = -1$$

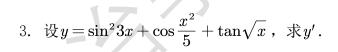
- 2. 设 f(x), $\varphi(x)$ 是定义在 [a,b] 上的连续函数, f(x) 为连续可导函数且 f'(x) > 0, f(x) 的值域为 [a,b], $\varphi(x)$ 只在 $x = x_0 (x_0 \in (a,b))$ 处不可导且该处的左右导数存在, $f(u_0) = x_0$,则().
 - (A) $\varphi(f(x))$ 在 u_0 处可导
- (B) $\varphi(f(x))$ 在 u_0 处连续但不可导
- (C) $\varphi(f(x))$ 在 u_0 处有定义但不连续
- (D) $\varphi(f(x))$ 在 u_0 处无定义
- 3. 极限 $\lim_{x\to +\infty} [(x^3 + \frac{1}{2}x \tan\frac{1}{x})e^{\frac{1}{x}} \sqrt{1+x^6}]$ 等于().
 - (A) 1
- (B) 0
- (C)
- $(D)+\infty$
- 4. 设函数f(x)可导, $F(x) = f(x)(1 + |\sin x|)$,若使F(x)在x = 0处可导,则必有().
 - (A) f(0) = 0

(B) f'(0) = 0

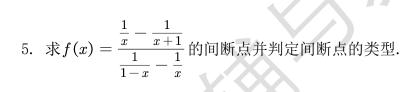
(B) f'(0) + f(0) = 0

- (D) f(0) f'(0) = 0
- 5. 设函数f(x)在x=a处可导,则函数|f(x)|在x=a处不可导的充分必要条件是().
 - (A) $f(a) = 0 \perp f'(a) = 0$
- (B) $f(a) = 0 \coprod f'(a) \neq 0$
- (C) f(a) > 0且f'(a) > 0
- (D) $f(a) < 0 \coprod f'(a) < 0$
- 三、计算题(每小题7分,共35分)
 - 1. 求极限 $\lim_{x\to 0} \left(\frac{e^{\sin x} \sqrt{\cos x}}{e^{\sin x} 1}\right)^{\frac{1}{x}}$

2. 求曲线 $\rho = e^{\theta}$ 在点 $(\rho, \theta) = \left(e^{\frac{\pi}{2}}, \frac{\pi}{2}\right)$ 的切线方程.

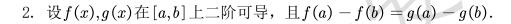


4. 求极限 $\lim_{x\to 0}(\cot x)^{\frac{1}{\ln x}}$.



四、证明题(第1题8分,第2题14分,第3题13分,共35分)

1. 设f(x)在[a,b]上连续,在(a,b)内可导,f(a)=f(b)=0. 试证:对任意非零实数 λ ,存在 $c\in (a,b)$,使 $\frac{f'(c)}{\lambda}+e^{\lambda c}f(c)=0$.



试证: (1)(4分) $\exists \xi \in (a,b)$ 使得 $f'(\xi) = g'(\xi)$.

(2) (10 分)
$$\exists \lambda_1, \lambda_2 \in (a,b), \eta \in (\lambda_1, \lambda_2)$$
 使得

$$rac{f''(\lambda_1)-g''(\lambda_1)}{(a-\eta)^{\,2}}=rac{f''(\lambda_2)-g''(\lambda_2)}{(b-\eta)^{\,2}}\,.$$

3. 求证: 若 $\lim_{n\to\infty}a_n=a$,则 $\lim_{n\to\infty}rac{a_1+a_2+\cdots+a_n}{n}=a$.





治学团学业辅导群欢迎大家的加入! 群号: 796348624