

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
«ЛЭТИ» ИМ. В.И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА)
Кафедра математического обеспечения и применения ЭВМ

КУРСОВАЯ РАБОТА
по дисциплине «Алгоритмы и структуры данных»
Тема: Исследование случайных БДП с рандомизацией в среднем и в
худшем случаях

Студентка гр. 9303

Булыно Д.А.

Преподаватель

Филатов А.Ю.

Санкт-Петербург

2020

ЗАДАНИЕ НА КУРСОВУЮ РАБОТУ

Студентка Булыно Д.А.

Группа 9303

Тема работы: исследование случайных БДП с рандомизацией в среднем и в худшем случаях.

Исходные данные: реализовать программу по созданию случайных БДП с рандомизацией, провести исследование случайных БДП с рандомизацией: сгенерировать входные данные, использовать их для измерения количественных характеристик структур данных, алгоритмов, действий, сравнить экспериментальные результаты с теоретическими.

Содержание пояснительной записки: аннотация, содержание, введение, описание алгоритма, описание структур данных и функций, тестирование, исследование случайного БДП с рандомизацией, заключение, список использованных источников, исходный код (в приложении).

Предполагаемый объем пояснительной записки:

Не менее 10 страниц.

Дата выдачи задания: 06.11.2020

Дата сдачи реферата: 25.12.2020

Дата защиты реферата: 25.12.2020

Студентка

Булыно Д.А.

Преподаватель

Филатов А.Ю.

АННОТАЦИЯ

В данной работе проводилось исследование случайных БДП с рандомизацией в среднем и в худшем случаях. Для этого были реализованы 2 функции для генерации наборов входных данных, помогающих установить сложность алгоритмов на основе подсчёта количества произведенных операций алгоритма, подсчёта времени основных операций, производимых данными деревьями. В работе приведены графики, основанные на подсчёте базовых операций, производится сопоставление с теоретическими данными.

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	5
1. Описание случайного БДП с рандомизацией	6
1.1. Основные теоретические сведения	6
1.2. Описание алгоритма	6
1.3. Описание структур данных и функций	8
2. Исследование случайного БДП с рандомизацией	10
2.1. Теоретическая оценка сложности алгоритмов	10
2.2. Генерация предварительного множества реализаций входных данных для среднего и худшего случаев	10
2.3. Выполнение исследуемых алгоритмов	10
2.4. Тестирование	12
Заключение	16
Список использованных источников	17
Приложение А. Исходный код программы	18

ВВЕДЕНИЕ

Цель работы: реализация и экспериментальное машинное исследование алгоритмов случайного БДП с рандомизацией.

Основные задачи:

1. Провести реализацию случайного БДП с рандомизацией.
2. Реализовать программу для генерации представительного множества реализаций входных данных для среднего и для худшего случаев.
3. Выполнить исследуемые алгоритмы на сгенерированных наборах данных, при этом в ходе вычислительного процесса фиксируя как время работы программы, так и количество произведенных базовых операций алгоритма.
4. На основе полученных данных привести статистику.
5. Представить результаты испытаний и сопоставить с теоретическими оценками.

1. ОПИСАНИЕ СЛУЧАЙНОГО БДП С РАНДОМИЗАЦИЕЙ

1.1. Основные теоретические сведения

Бинарное дерево — это конечное множество узлов, которое либо пусто, либо состоит из корня и двух непересекающихся бинарных деревьев, называемых правым поддеревом и левым поддеревом.

Бинарное дерево называется бинарным деревом поиска (БДП), если для каждого узла x выполняется следующее условие: для каждого узла l в левом поддереве справедливо $key(l) < key(x)$, а для каждого узла r в правом поддереве — $key(r) > key(x)$.

Можно дать другое определение БДП: бинарное дерево является БДП, если ключи узлов дерева упорядочены при ЛКП-обходе.

В случайных БДП структура дерева определяется последовательностью вставок и удалений элементов. При этом высота дерева никак не регулируется, поэтому на некоторых последовательностях операций (например, вставка упорядоченной последовательности элементов), дерево будет вырождаться в линейный список с максимальной высотой, равной n .

Ключевая идея случайных БДП с рандомизацией состоит в чередовании обычной вставки в дерево поиска и вставки в корень. Чередование происходит случайным (рандомизированным) образом с использованием компьютерного генератора псевдослучайных чисел. Цель такого чередования — сохранить хорошие свойства случайного БДП в среднем и исключить (сделать маловероятным) появление «худшего случая» (поддеревьев большой высоты).

1.2. Описание алгоритма

Основное свойство дерева поиска — любой ключ в левом поддереве меньше корневого ключа, а в правом поддереве — больше корневого. Это свойство позволяет организовать поиск заданного ключа, перемещаясь от корня вправо или влево в зависимости от значения корневого ключа.

Необходимой составляющей рандомизации является применение специальной вставки нового ключа, в результате которой новый ключ

оказывается в корне дерева. Для реализации вставки в корень используется функция поворота, которая производит локальное преобразование дерева.

Вставка в корень. Сначала рекурсивно вставляется новый ключ в корень левого или правого поддеревьев (в зависимости от результата сравнения с корневым ключом), а после выполняется правый (левый) поворот, который поднимает нужный узел в корень дерева.

Рандомизированная вставка значения в дерево. Пусть в дереве имеется n узлов. После добавления еще одного узла любой узел с равной вероятностью может быть корнем дерева. Из-за этого с вероятностью $1/(n + 1)$ осуществляется вставка в корень, иначе рекурсивно используется рандомизированная вставка в левое или правое поддерево в зависимости от значения ключа.

Удаление значения из дерева. Способ 1. Если удаляемый узел — лист, то просто производится его удаление. Если у узла один ребенок, то узел удаляется, вместо него размещается узел-ребенок. Если у узла два ребенка, то ищется узел, который непосредственно следует за исходным узлом при ЛКП обходе, т. е. узел с минимальным значением в правом поддереве. Значения узлов обмениваются и узел, имеющий не более одного ребенка, удаляется.

Удаление значения из дерева. Способ 2 (используется в коде программы). Пусть даны два дерева поиска с корнями p и q , причем любой ключ первого дерева меньше любого ключа во втором дереве. Требуется объединить эти два дерева в одно. В качестве корня нового дерева можно взять любой из двух корней, пусть это будет p . Тогда левое поддерево p можно оставить как есть, а справа к p подвесить объединение двух деревьев — правого поддерева p и всего дерева q (они удовлетворяют всем условиям задачи).

С другой стороны, с тем же успехом можно сделать корнем нового дерева узел q . В рандомизированной реализации выбор между этими альтернативами делается случайным образом. Пусть размер левого дерева равен n , правого — m . Тогда p выбирается новым корнем с вероятностью $n/(n + m)$, а q — с вероятностью $m/(n + m)$.

Удаление происходит по ключу — ищется узел с заданным ключом (все ключи различны) и этот узел удаляется из дерева. Стадия поиска такая же, как и при поиске в БДП. После объединяются левое и правое поддеревья найденного узла, удаляется узел, возвращается корень объединенного дерева.

1.3. Описание структур данных и функций

Для реализации и исследования случайных БДП с рандомизацией была создана структура для представления узлов дерева `struct Node`. Также были реализованы следующие функции:

`int getsize (Node* btree)` – функция-обёртка для поля `size`;

`int fixsize(Node* btree)` – функция для установления корректного размера дерева;

`int height(Node* btree)` – функция для подсчёта максимальной высоты дерева, возвращающая, соответственно, максимальную высоту дерева;

`Node* find(Node* btree, int key)` – функция поиска элемента по ключу, написанная по алгоритму поиска в БДП, возвращающая поддерево, корнем которой является искомый элемент;

`Node* usual_insert(Node* btree, int k)` – функция классической вставки нового элемента по ключу, используется для создания случайного БДП в качестве сравнения со случайным БДП с рандомизацией;

`Node* rotateright(Node* btree)` – функция поворота вправо, которая используется в функции вставки элемента в корень;

`Node* rotateleft(Node* btree)` – функция поворота влево, которая используется в функции вставки элемента в корень;

`Node* insertroot(Node* btree, int k)` – функция вставки элемента в корень дерева по ключу;

`void Print(Node* btree, int level)` – функция для вывода дерева, повернутого на 90 градусов;

`Node* insert(Node* btree, int k)` – функция рандомизированной вставки элемента по ключу, написанная по алгоритму;

`Node* join(Node* btree1, Node* btree2)` – функция для объединения двух деревьев, используется в функции удаления первого найденного узла по ключу;

`Node* remove(Node* btree, int k)` – функция удаления первого найденного узла по ключу;

`vector<int> generate_average(int n)` – функция генерации элементов для среднего случая, подробнее в п. 2.2.;

`vector<int> generate_worst(int n)` – функция генерации элементов для худшего случая, подробнее в п. 2.2.;

`void function_for_bst(string generation, Node* tree, Node* newtree)` – функция для работы со сгенерированными деревьями: функция осуществляет поиск, вставку и удаление элементов в сгенерированных деревьях;

`void func_for_researching_average(int size, int new_iterations, string generation, Node* tree, Node* btree, Node* newtree, vector<int> average_case)` – функция создания дерева для среднего случая из сгенерированных значений;

`void func_for_researching_worst(int size, int new_iterations, string generation, Node* tree, Node* btree, Node* newtree, vector<int> worst_case)` – функция создания дерева для худшего случая из сгенерированных значений;

`int main()` – главная функция, в которой производится выбор между генерацией и созданием исследуемых деревьев.

2. ИССЛЕДОВАНИЕ СЛУЧАЙНОГО БДП С РАНДОМИЗАЦИЕЙ

2.1. Теоретическая оценка сложности алгоритмов

Цель рандомизации – сохранить хорошие свойства случайного БДП в среднем и исключить (сделать маловероятным) появление «худшего случая» (поддеревьев большой высоты). Поэтому в среднем у такого дерева сложность вставки и удаления будет таким же, как и у случайного БДП, а в худшем случае будет вариативность $\log_2 n$ или n , как у случайного БДП в худшем случае.

2.2. Генерация предварительного множества реализаций входных данных для среднего и худшего случаев

Для генерации входных данных были написаны функции `vector<int> generate_average(int n)` и `vector<int> generate_worst(int n)`, которые генерируют числовые последовательности размера n .

Функция `vector<int> generate_average(int n)` предусматривает невозрастающую и неубывающую последовательность из n случайных чисел, в то время как функция `vector<int> generate_worst(int n)` генерирует случайным образом либо возрастающую, либо убывающую последовательность для определения свойств исследуемого дерева.

2.3. Выполнение исследуемых алгоритмов

Для исследования сгенерированы случайные БДП с рандомизацией в 10, 100, 1000, 10000 элементов для среднего и худшего случаев.

Вставка элемента.

В таблице 1 представлены результаты тестирования алгоритма вставки для среднего и худшего случаев.

Таблица 1. Усредненные результаты тестирования алгоритма вставки.

Кол-во элементов	Средний случай		Худший случай	
	Кол-во итераций	Время работы,s	Кол-во итераций	Время работы,s
10	5.2	3.12e-06	5.4	3.74e-06
100	13.6	3.84e-06	10.8	4.16e-06
1000	15.8	5e-06	13.6	4.56e-06
10000	22.8	6.7e-6	21.8	5.82e-06

Графики зависимостей количества итераций от количества элементов для алгоритма вставки для среднего и худшего случаев приведены на рис. 1 и 2.

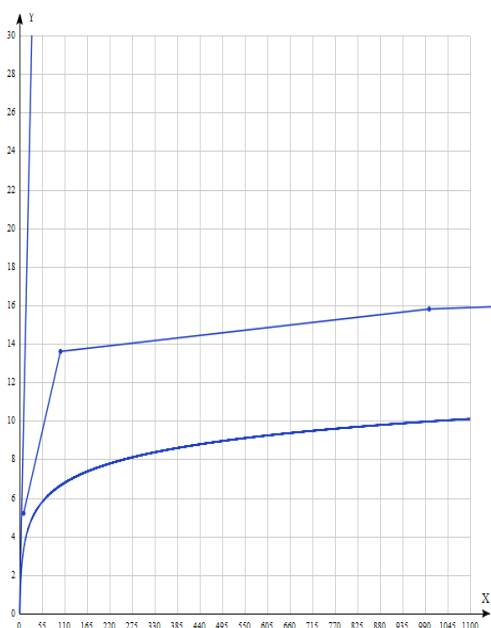


Рисунок 1. График алгоритма вставки для среднего случая

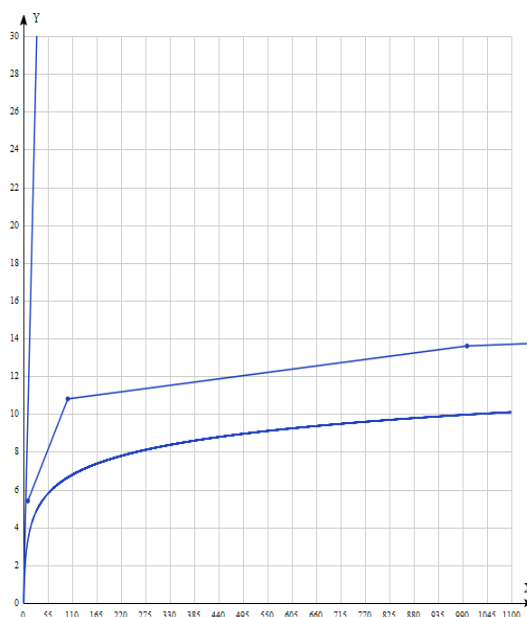


Рисунок 2. График алгоритма вставки для худшего случая

Построенные по точкам графики – графики по полученным результатам. Функция, находящаяся рядом с осью Oy , – $y = x$, под полученным графиком располагается функция $y = \log_2 x$. Исходя из графиков, изображенных на рис. 1 и 2, можно сделать вывод, что сложность алгоритма вставки для среднего и худшего случаев при данных значениях будет равна $O(\log_2 x)$, однако может быть и $O(x)$ в худшем, если будет происходить постоянно случайная вставка элемента в корень.

Удаление элемента.

В таблице 2 представлены результаты тестирования алгоритма удаления для среднего и худшего случаев.

Таблица 2. Усредненные результаты тестирования алгоритма удаления.

Кол-во элементов	Средний случай		Худший случай	
	Кол-во итераций	Время работы, s	Кол-во итераций	Время работы, s
10	4.4	2.66e-06	3.8	2.86e-06
100	8.6	2.6e-06	9.8	2.7e-06
1000	14.4	2.9e-06	14.4	2.44e-06
10000	17.4	2.44e-06	15.8	3.14e-06

Графики зависимостей количества итераций от количества элементов для алгоритма вставки для среднего и худшего случаев приведены на рис. 3 и 4.

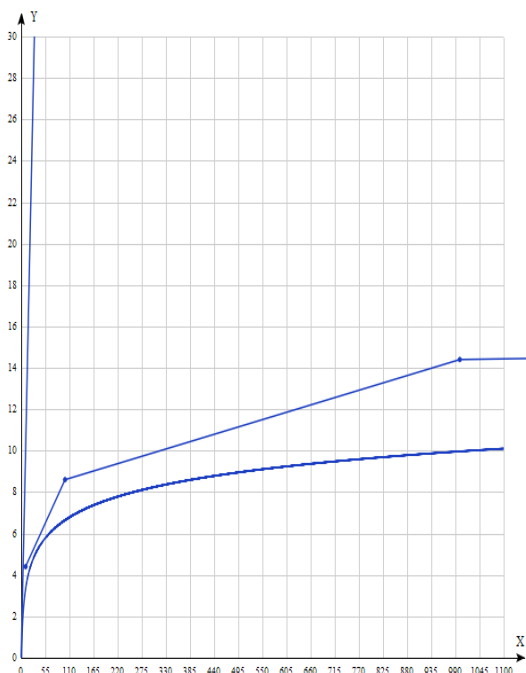


Рисунок 3. График алгоритма удаления для среднего случая

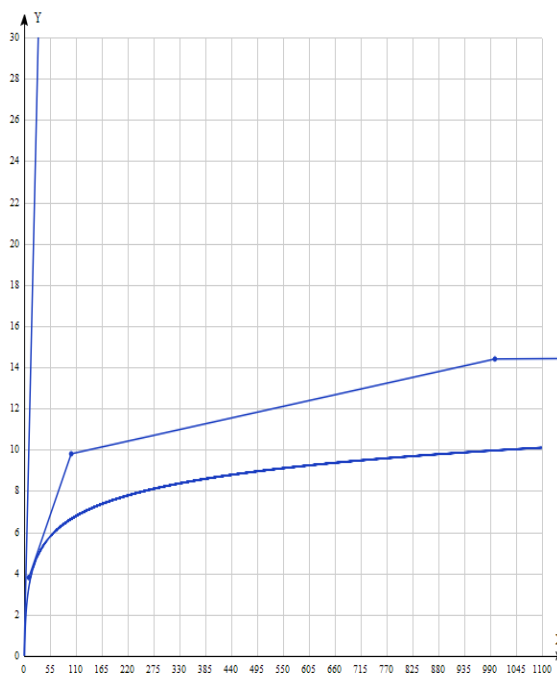


Рисунок 4. График алгоритма удаления для худшего случая

Построенные по точкам графики – графики по полученным результатам. Функция, находящаяся рядом с осью Oy , – $y = x$, под полученным графиком располагается функция $y = \log_2 x$. Исходя из графиков, изображенных на рисунках 3 и 4, можно сделать вывод, что сложность алгоритма удаления для среднего и худшего случаев будет равна $O(\log_2 x)$, однако может быть и $O(x)$ в худшем, если будет происходить постоянно случайная вставка элемента в корень.

2.4. Тестирование

На рис. 5 представлена генерация элементов для среднего случая, состоящего из 100 элементов, реализация дерева, сравнение данных со случайным БДП.

```
Введите количество элементов: 100
649 1829 2471 977 9022 8 8950 5038 9668 2424 5238 1768 9425 5691 9416 6962 1214 6078 6130 4843 1953 3852 1909 1294 7799 7647 1457 6314 3429 4102 1371 8033 462 1160 8573 9812 2199 6871 9919 8911 1465 3176 1333 87
85 2135 4355 5704 799 7281 2390 7898 3466 3720 1086 3956 5981 9476 7337 546 6539 1154 310 5106 5449 8657 2494 1048 4072 7791 2743 1254 1830 783 1414 4826 5573 4831 3909 9720 6412 9303 3781 8986 2764 9860 5558 21
95 4728 9653 8436 5742 7435 2661 3956 173 8996 5755 1392 1409 8483
Случайное БДП с рандомизацией в среднем случае:
Высота случайного БДП с рандомизацией: 12
Количество итераций для случайного БДП с рандомизацией: 873
Время, затраченное на добавление одного элемента: 2.91e-07s
Случайное БДП для сравнения:
Высота случайного БДП: 15
Количество итераций для случайного БДП: 873
Время, затраченное на добавление одного элемента: 2.29e-07s
```

Рисунок 5. Генерация элементов для среднего случая

На рис. 6, 7, 8, 9 продемонстрированы поиск элемента, вставка случайного элемента, вставка элемента и удаление элемента соответственно в сгенерированном дереве для среднего случая.

```
1. Выбрать значение.  
2. Сгенерировать значение.  
Действие: 1  
Введите значение, которое хотите найти: 1972  
1972  
  
Количество итераций для поиска одного элемента: 8  
Время, затраченное на поиск одного элемента: 1.1e-06s
```

Рисунок 6. Поиск элемента в сгенерированном дереве для среднего случая

```
Действие: 2  
Выберите действие, которое хотите осуществить:  
1. Выбрать значение.  
2. Сгенерировать значение.  
Действие: 2  
*****  
  
Количество итераций для добавления одного элемента: 12  
Время, затраченное на добавление одного элемента: 5.1e-06s
```

Рисунок 7. Вставка случайного элемента в сгенерированном дереве для среднего случая

```
Действие: 2  
Выберите действие, которое хотите осуществить:  
1. Выбрать значение.  
2. Сгенерировать значение.  
Действие: 1  
Введите значение, которое хотите добавить: 1564  
*****  
  
Количество итераций для добавления одного элемента: 8  
Время, затраченное на добавление одного элемента: 3.4e-06s
```

Рисунок 8. Вставка элемента в сгенерированном дереве для среднего случая

```
Действие: 3  
Выберите действие, которое хотите осуществить:  
1. Выбрать значение.  
2. Сгенерировать значение.  
Действие: 1  
Введите значение, которое хотите удалить: 4107  
*****  
  
Количество итераций для удаления одного элемента: 11  
Время, затраченное на удаление одного элемента: 2.4e-06s
```

Рисунок 9. Удаление элемента в сгенерированном дереве для среднего случая

На рис. 10 представлена генерация элементов для худшего случая, состоящего из 10 элементов, реализация дерева, сравнение данных со случайным БДП.

```

Действие:
2
Введите количество элементов: 10
25 1136 1931 2294 3866 3953 5798 7626 7709 8035

Случайное БДП с рандомизацией в худшем случае:
      8035
    7709
  7626
    5798
    3953
  3866
2294
  1931
    1136
      25

Высота случайного БДП с рандомизацией: 5
Количество итераций для случайного БДП с рандомизацией: 34
Время, затраченное на добавление одного элемента: 6.2e-07s
Случайное БДП для сравнения:
              8035
            7709
          7626
        5798
      3953
    3866
  2294
  1931
  1136
  25

Высота случайного БДП: 10
Количество итераций для случайного БДП: 55
Время, затраченное на добавление одного элемента: 1.1e-07s

```

Рисунок 10. Генерация элементов для худшего случая

Поиск, вставка и удаление элемента в сгенерированном дереве для худшего случая делаются аналогично алгоритмам сгенерированного дерева для среднего случая.

На рис. 11 представлено создание исследуемого дерева.

```
Введите количество элементов: 5
Введите массив элементов: 1 2 3 4 5
*****
Случайное БДП с рандомизацией:
      5
     4
    3
   2
  1
```

Рисунок 11. Создание исследуемого дерева

На рис. 12 и 13 представлены вставка элемента в корень и обычная вставка для сгенерированного дерева.

```
Действие: 2
Введите значение, которое хотите добавить: 14
*****
Новое случайное БДП с рандомизацией:
      7852
        6789
         5341
      5251
        5033
         3133
          2802
    1874
        1861
         1791
          948
           943
            363
14

Количество итераций для добавления одного элемента: 7
Время, затраченное на добавление одного элемента: 2.9e-06s
```

Рисунок 12. Вставка элемента в корень

```
Действие: 2
Введите значение, которое хотите добавить: 1435
*****
Новое случайное БДП с рандомизацией:
      7852
        6789
         5341
      5251
        5033
         3133
          2802
    1874
        1861
         1791
    1435
         948
           943
            363
14

Количество итераций для добавления одного элемента: 8
Время, затраченное на добавление одного элемента: 2.6e-06s
```

Рисунок 13. Обычная вставка для рандомизированного дерева

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе выполнения курсовой работы была написана программа для реализации и исследования случайного БДП с рандомизацией с помощью генерируемых значений для среднего и худшего случаев.

В результате проведения исследований были оценены и доказаны сложности алгоритмов в случайном БДП с рандомизацией на основе полученных значений. Установлено, что для вставки и удаления в среднем случае сложность алгоритмов составляет $O(\log_2 n)$, в худшем – $O(n)$, как у случайных БДП, либо $O(\log_2 n)$.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Методические указания к лабораторным работам, практическим занятиям и курсовой работе по дисциплине «Алгоритмы и структуры данных»»: учеб.-метод. пособие / сост.: С.А Ивановский , Т.Г. Фомичева , О.М. Шолохова.. СПб. 2017. 88 с.
2. Сайт по работе с языком C++. URL: <https://www.cplusplus.com/>
3. Хабр. URL: <https://habr.com/>
4. Ravesli. URL: <https://ravesli.com/>

ПРИЛОЖЕНИЕ А

КОД ПРОГРАММЫ

main.cpp

```
#include <iostream>
#include <fstream>
#include <ctime>
#include <string>
#include <vector>
#include <chrono>
#include <algorithm>
```

```
using namespace std;
```

```
//счётчик для количества итераций
int iterations = 0;
```

```
//структура дерева
```

```
struct Node {
    int key;
    int size;
    Node* left;
    Node* right;
    Node(int k) {
        key = k;
        left = right = nullptr;
        size = 1;
    }
};
```

```
int getsize(Node* btree) {
    if (!btree) return 0;
    return btree->size;
}
```

```
int fixsize(Node* btree) {
    return btree->size = getsize(btree->left) + getsize(btree->right) +
1;
}
```

```
//функция для подсчёта максимальной высоты дерева
```

```
int height(Node* btree){
    Node *temp = btree;
    int h1 = 0, h2 = 0;
```

```

    if (btree == NULL) return(0);
    if (btree->left) { h1 = height(btree->left); }
    if (btree->right) { h2 = height(btree->right); }
    return (max(h1, h2) + 1);
}

```

//функция для нахождения элемента дерева

```

Node* find(Node* btree, int key){
    if (!btree) {
        iterations++;
        return 0;
    }
    if (key == btree->key) {
        iterations++;
        return btree;
    }
    if (key < btree->key) {
        iterations++;
        return find(btree->left, key);
    }
    else {
        iterations++;
        return find(btree->right, key);
    }
}

```

//функция для классической вставки элемента в БДП

```

Node* usual_insert(Node* btree, int k){
    if (!btree) {
        iterations++;
        return new Node(k);
    }
    if (btree->key > k) {
        iterations++;
        btree->left = usual_insert(btree->left, k);
    }
    else {
        iterations++;
        btree->right = usual_insert(btree->right, k);
    }
    fixsize(btree);
    return btree;
}

```

```

//функция для поворота вправо поддерева
Node* rotateright(Node* btree) {
    iterations++;
    //cout << "rotate R " << iterations << endl;
    Node* newbtree = btree->left;
    if (!newbtree) return btree;
    btree->left = newbtree->right;
    newbtree->right = btree;
    newbtree->size = btree->size;
    fixsize(btree);
    return newbtree;
}

//функция для поворота влево поддерева
Node* rotateleft(Node* btree) {
    iterations++;
    //cout << "rotate L " << iterations << endl;
    Node* newbtree = btree->right;
    if (!newbtree) return btree;
    btree->right = newbtree->left;
    newbtree->left = btree;
    newbtree->size = btree->size;
    fixsize(btree);
    return newbtree;
}

//функция для вставки в корень элемента дерева
Node* insertroot(Node* btree, int k) {
    if (!btree) {
        iterations++;
        //cout << "root new" << iterations << endl;
        return new Node(k);
    }
    if (k < btree->key) {
        iterations++;
        //cout << "root left " << iterations << endl;
        btree->left = insertroot(btree->left, k);
        return rotateright(btree);
    }
    else {
        iterations++;
        //cout << "root right " << iterations << endl;
        btree->right = insertroot(btree->right, k);
        return rotateleft(btree);
    }
}

```

```

    }
}

```

//функция для вывода дерева, повернутого на 90 градусов против часовой стрелки

```

void Print(Node* btree, int level) {
    if (btree->right != nullptr) {
        Print(btree->right, level + 1);
    }
    for (int i = 0; i < level; i++) {
        cout << "    ";
    }
    cout << btree->key << "\n";
    if (btree->left != nullptr) {
        Print(btree->left, level + 1);
    }
}

```

//функция вставки элемента в рандомизированное дерево

```

Node* insert(Node* btree, int k) {
    if (!btree) {
        iterations++;
        //cout << "new " << iterations << endl;
        return new Node(k);
    }
    if (rand() % (btree->size + 1) == 0) {
        //cout << "Вставка в корень значения " << k << endl;
        btree = insertroot(btree, k);
        //Print(btree, 0);
        //cout << endl;
        return btree;
    }
    if (btree->key > k){
        iterations++;
        //cout << "left " << iterations << endl;
        btree->left = insert(btree->left, k);
    }
    else{
        iterations++;
        //cout << "right " << iterations << endl;
        btree->right = insert(btree->right, k);
    }
    fixsize(btree);
    return btree;
}

```

```
}
```

```
//функция для объединения двух поддеревьев
```

```
Node* join(Node* btree1, Node* btree2) {  
    if (!btree1) {  
        iterations++;  
        //cout << "no left " << iterations << endl;  
        return btree2;  
    }  
    if (!btree2) {  
        iterations++;  
        //cout << "no right " << iterations << endl;  
        return btree1;  
    }  
    if (rand() % (btree1->size + btree2->size) < btree1->size) {  
        iterations++;  
        //cout << "right join " << iterations << endl;  
        btree1->right = join(btree1->right, btree2);  
        fixsize(btree1);  
        return btree1;  
    }  
    else {  
        iterations++;  
        //cout << "left join " << iterations << endl;  
        btree2->left = join(btree1, btree2->left);  
        fixsize(btree2);  
        return btree2;  
    }  
}
```

```
//функция для удаления элемента из дерева
```

```
Node* remove(Node* btree, int k) {  
    if (!btree) {  
        iterations++;  
        //cout << "this " << iterations << endl;  
        return btree;  
    }  
    if (btree->key == k) {  
        Node* newbtree = join(btree->left, btree->right);  
        delete btree;  
        return newbtree;  
    }  
    else if (k < btree->key) {  
        iterations++;  
    }  
}
```

```

        //cout << "left " << iterations << endl;
        btree->left = remove(btree->left, k);
    }
    else {
        iterations++;
        //cout << "right " << iterations << endl;
        btree->right = remove(btree->right, k);
    }
    return btree;
}

//функция генерации элементов для среднего случая
vector<int> generate_average(int n) {
    vector<int> values;
    for (int i = 0; i < n; i++) {
        int value = rand () %10000;
        values.push_back(value);
    }
    if(n > 2){
        int count1 = 0;
        int count2 = 0;
        for (int i = 0; i < n; i++) {
            if (values[i] < values[i + 1] || values[i] == values[i +
1]) count1++;
            if (values[i] > values[i + 1] || values[i] == values[i +
1]) count2++;
        }
        if (count2 == n || count1 == n) generate_average(n);
//ликвидация создания худшего случая
        else return values;
    }
    return values;
}

//функция генерации элементов для худшего случая
vector<int> generate_worst(int n) {
    vector<int> values;
    for (int i = 0; i < n; i++) {
        int value = rand() % 10000;
        values.push_back(value);
    }
    int chance = rand() % 2; //устанавливается вероятность генерации по
возрастанию и убыванию
    if (chance == 0) sort(values.begin(), values.end());

```

```

        if (chance == 1) sort(values.begin(), values.end(),
greater<int>());
        return values;
    }

//функция для работы со сгенерированными деревьями
void function_for_bst(string generation, Node* tree, Node* newtree) {
    srand(time(0));
    chrono::time_point<std::chrono::system_clock> start1, end1, start2,
end2, start3, end3; //используются для подсчёта времени выполнения
операций
    int value; //используется для ввода нового значения
    string operation; //используется для выбора операции
    string menu_for_value;
    while (generation == "y" || generation == "yes") {
        iterations = 0;
        cout << "Выберите действие, которое хотите осуществить:\n0.
Создание нового дерева.\n1. Поиск элемента.\n2. Вставка элемента.\n3.
Удаление элемента.\n";
        cout << "Действие: ";
        cin >> operation;
        if (operation == "0") break;
        else if (operation == "1") { //поиск элемента и анализ
            cout << "Выберите действие, которое хотите
осуществить:\n1. Выбрать значение.\n2.Сгенерировать значение.\n";
            cout << "Действие: ";
            cin >> menu_for_value;
            if (menu_for_value == "1") {
                cout << "Введите значение, которое хотите найти: ";
                cin >> value;
            }
            else value = rand() % 10000;
            start1 = chrono::system_clock::now(); //начало подсчёта
времени
            newtree = find(tree, value);
            end1 = chrono::system_clock::now(); //конец подсчёта
времени
            chrono::duration<double> duration1 = end1 - start1;
//промежуток времени работы функции
            if (!newtree) cout << "Данного элемента нет в
дереве.\n";
            else {
                if(fixsize(newtree) <= 20) Print(newtree, 0);

```



```

        cout << endl << "Количество итераций для поиска
одного элемента: " << iterations << endl;
        cout << "Время, затраченное на поиск одного
элемента: " << duration1.count() << "s\n";
    }
}
else if (operation == "2") { //добавление элемента и анализ
    cout << "Выберите действие, которое хотите
осуществить:\n1. Выбрать значение.\n2.Сгенерировать значение.\n";
    cout << "Действие: ";
    cin >> menu_for_value;
    if (menu_for_value == "1") {
        cout << "Введите значение, которое хотите добавить:
";
        cin >> value;
    }
    else value = rand() % 10000;
    start2 = chrono::system_clock::now(); //начало подсчёта
времени
    tree = insert(tree, value);
    end2 = chrono::system_clock::now(); //конец подсчёта
времени
    chrono::duration<double> duration2 = end2 - start2;
//промежуток времени работы функции
    cout << "*****\n";
    if (1 + fixsize(tree) <= 20) {
        cout << "Новое случайное БДП с рандомизацией:" <<
endl;
        Print(tree, 0);
    }
    cout << endl << "Количество итераций для добавления
одного элемента: " << iterations << endl;
    cout << "Время, затраченное на добавление одного
элемента: " << duration2.count() << "s\n";
}
else if (operation == "3") { //удаление элемента и анализ
    cout << "Выберите действие, которое хотите
осуществить:\n1. Выбрать значение.\n2.Сгенерировать значение.\n";
    cout << "Действие: ";
    cin >> menu_for_value;
    if (menu_for_value == "1") {
        cout << "Введите значение, которое хотите удалить:
";
        cin >> value;

```

```

    }
    else value = rand() % 10000;
    if (find(tree, value)) { //проверка на наличие элемента
в дереве
        if (fixsize(tree) > 1) { //проверка на возможность
удаления
            iterations = 0;
            start3 = chrono::system_clock::now(); //начало
подсчёта времени
            tree = remove(tree, value);
            end3 = chrono::system_clock::now(); //конец
подсчёта времени
            chrono::duration<double> elapsed_seconds3 =
end3 - start3; //промежуток времени работы функции
            cout <<
"*****\n";
            if (1 + fixsize(tree) <= 20) {
                cout << "Новое случайное БДП с
рандомизацией:" << endl;
                Print(tree, 0);
            }
            cout << endl << "Количество итераций для
удаления одного элемента: " << iterations << endl;
            cout << "Время, затраченное на удаление одного
элемента: " << elapsed_seconds3.count() << "s\n";
        }
        else cout << endl << "Дерево состоит из одного
элемента." << endl;
    }
    else cout << "Данного элемента нет в дереве." << endl;
}
else {
    cout << "Действие выбрано неверно.";
}
cout << endl;
cout << "Введите 'yes/y', если хотите продолжить работать с
данным БДП: ";
cin >> generation;
if (generation == "y" || generation == "yes") continue;
else {
    tree = nullptr;
    iterations = 0;
}
}
}

```

```

}

//функция создания дерева для среднего случая
void func_for_researching_average(int size, int new_iterations, string
generation, Node* tree, Node* btree, Node* newtree, vector<int>
average_case) {
    srand(time(0));
    chrono::time_point<std::chrono::system_clock> start1, end1, start2,
end2; //используются для подсчёта времени генерации деревьев
    cout << "Введите количество элементов: ";
    cin >> size;
    while (size <= 0) {
        cout << "Неправильно указано количество элементов.\nВведите
количество элементов: ";
        cin >> size;
    }
    tree = nullptr;
    average_case = generate_average(size); //формируется вектор из
случайных чисел для среднего случая
    if (size <= 100) {
        for (int i = 0; i < size; i++) {
            cout << average_case[i] << " ";
        }
    }
    cout << endl;
    start1 = chrono::system_clock::now(); //начало подсчёта времени для
сл. БДП с рандомизацией
    for (int i = 0; i < size; i++) {
        tree = insert(tree, average_case[i]);
    }
    end1 = chrono::system_clock::now(); //конец подсчёта времени для
сл. БДП с рандомизацией
    chrono::duration<double> duration1 = end1 - start1; //промежуток
времени работы функции для сл. БДП с рандомизацией
    cout << "Случайное БДП с рандомизацией в среднем случае:" << endl;
    if (size <= 20) Print(tree, 0);
    new_iterations = iterations;
    cout << endl << "Высота случайного БДП с рандомизацией: " <<
height(tree) << endl;
    cout << "Количество итераций для случайного БДП с рандомизацией: "
<< iterations << endl;
    cout << "Время, затраченное на добавление одного элемента: " <<
duration1.count() / size << "s";
    cout << endl;
}

```

```

        start2 = chrono::system_clock::now(); //начало подсчёта времени для
сл. БДП
        for (int i = 0; i < size; i++) {
            btree = usual_insert(btree, average_case[i]);
        }
        end2 = chrono::system_clock::now(); //конец подсчёта времени для
сл. БДП, которое приводится для сравнения
        chrono::duration<double> duration2 = end2 - start2; //промежуток
времени работы функции для сл. БДП, которое приводится для сравнения
        cout << "Случайное БДП для сравнения:" << endl;
        if (size <= 10) Print(btree, 0);
        cout << endl << "Высота случайного БДП: " << height(btree) << endl;
        cout << "Количество итераций для случайного БДП: " << iterations -
new_iterations << endl;
        cout << "Время, затраченное на добавление одного элемента: " <<
duration2.count() / size << "s\n";
        generation = "y";
        function_for_bst(generation, tree, newtree);
    }

//функция создания дерева для худшего случая
void func_for_researching_worst(int size, int new_iterations, string
generation, Node* tree, Node* btree, Node* newtree, vector<int>
worst_case) {
    srand(time(0));
    chrono::time_point<std::chrono::system_clock> start1, end1, start2,
end2; //используются для подсчёта времени генерации деревьев
    cout << "Введите количество элементов: ";
    cin >> size;
    while (size <= 0) {
        cout << "Неправильно указано количество элементов.\nВведите
количество элементов: ";
        cin >> size;
    }
    tree = nullptr;
    worst_case = generate_worst(size); //формируется вектор из
случайных чисел для худшего случая
    if (size <= 100) {
        for (int i = 0; i < size; i++) {
            cout << worst_case[i] << " ";
        }
    }
    cout << endl;

```

```

        start1 = chrono::system_clock::now(); //начало подсчёта времени для
сл. БДП с рандомизацией
        for (int i = 0; i < size; i++) {
            tree = insert(tree, worst_case[i]);
        }
        end1 = chrono::system_clock::now(); //конец подсчёта времени для
сл. БДП с рандомизацией
        chrono::duration<double> duration1 = end1 - start1; //промежуток
времени работы функции для сл. БДП с рандомизацией
        cout << end1 << "Случайное БДП с рандомизацией в худшем случае:" <<
endl;
        if (size <= 20) Print(tree, 0);
        new_iterations = iterations;
        cout << endl << "Высота случайного БДП с рандомизацией: " <<
height(tree) << endl;
        cout << "Количество итераций для случайного БДП с рандомизацией: "
<< iterations << endl;
        cout << "Время, затраченное на добавление одного элемента: " <<
duration1.count() / size << "s";
        cout << endl;
        start2 = chrono::system_clock::now(); //начало подсчёта времени для
сл. БДП, которое приводится для сравнения
        for (int i = 0; i < size; i++) {
            btree = usual_insert(btree, worst_case[i]);
        }
        end2 = chrono::system_clock::now(); //конец подсчёта времени для
сл. БДП, которое приводится для сравнения
        chrono::duration<double> duration2 = end2 - start2; //промежуток
времени работы функции для сл. БДП, которое приводится для сравнения
        cout << "Случайное БДП для сравнения:" << endl;
        if (size <= 10) Print(btree, 0);
        cout << endl << "Высота случайного БДП: " << height(btree) << endl;
        cout << "Количество итераций для случайного БДП: " << iterations -
new_iterations << endl;
        cout << "Время, затраченное на добавление одного элемента: " <<
duration2.count() / size << "s\n";
        cout << endl;
        generation = "y";
        function_for_bst(generation, tree, newtree);
    }

int main() {
    setlocale(LC_ALL, "Russian");
    int new_iterations = 0;

```

```

    string start_end; //используется для работы программы в качестве
входа/выхода
    string menu_for_generation; //используется в качестве меню по
генерации деревьев
    string menu_for_creation; //используется в качестве меню по
обработки созданного дерева
    string generation; //используется для работы со сгенерированным
деревом
    cout << "Введите 'yes/y', если хотите начать работать с БДП: ";
    cin >> start_end;
    while (start_end == "y" || start_end == "yes"){
        int size;
        cout << "Выберите действие, которое хотите осуществить:\n";
        cout << "0. Завершить работу.\n1. Сгенерировать случайное БДП
с рандомизацией и провести его анализ.\n2. Построить случайное БДП с
рандомизацией.\n";
        string menu; //используется в качестве меню программы
        cout << "Действие: ";
        cin >> menu;
        vector<int> average_case;
        vector<int> worst_case;
        Node* tree = nullptr;
        Node* btree = nullptr;
        Node* newtree = nullptr;
        if(menu == "0") break;
        else if (menu == "1") { //генерация случайного БДП с
рандомизацией и анализ
            menu_for_generation = "y";
            while (menu_for_generation == "y" || menu_for_generation
== "yes") { //меню выбора генерации дерева
                cout << "Выберите действие, которое хотите
осуществить:\n1. Генерация элементов в среднем случае.\n2. Генерация
элементов в худшем случае.\n";
                cout << "Действие: ";
                string type_generation; //используется для
определения типа генерации
                cin >> type_generation;
                if (type_generation == "1")
func_for_researching_average(size, new_iterations, generation, tree,
btree, newtree, average_case);
                else if (type_generation == "2")
func_for_researching_worst(size, new_iterations, generation, tree, btree,
newtree, average_case);
                else cout << "Действие выбрано неверно.";
            }
        }
    }

```

```

        cout << endl;
        cout << "Введите 'yes/y', если хотите продолжить
работать с генерацией БДП: ";
        cin >> menu_for_generation;
        if (menu_for_generation == "y" ||
menu_for_generation == "yes") {
            btree = nullptr;
            iterations = 0;
        }
    }
}
else if (menu == "2") { //создание случайного БДП с
рандомизацией
    srand(time(0));
    cout << "Введите количество элементов: ";
    cin >> size;
    while (size <= 0) {
        cout << "Неправильно указано количество
элементов.\nВведите количество элементов: ";
        cin >> size;
    }
    cout << "Введите массив элементов: ";
    for (int i = 0; i < size; i++) {
        int in;
        cin >> in;
        tree = insert(tree, in);
    }
    cout << "*****\n";
    cout << "Случайное БДП с рандомизацией:" << endl;
    Print(tree, 0);
    cout << endl;
    menu_for_creation = "y";
    while (menu_for_creation == "y" || menu_for_creation ==
"yes") { //меню выбора метода работы с деревом
        cout << "Выберите действие, которое хотите
осуществить:\n0. Создание нового дерева.\n1. Поиск элемента.\n2. Вставка
элемента.\n3. Удаление элемента.\n";
        cout << "Действие: ";
        string method;
        int value;
        cin >> method;
        if (method == "0") break;
        else if (method == "1") { //поиск элемента
            srand(time(0));

```

```

        cout << "Введите значение, которое хотите
найти: ";

        cin >> value;
        cout << endl;
        newtree = find(tree, value);
        if (!newtree) cout << "Данного элемента нет в
дереве.\n";

        else Print(newtree, 0);
    }
    else if (method == "2") { //добавление элемента
        srand(time(0));
        cout << "Введите значение, которое хотите
добавить: ";

        cin >> value;
        cout << endl;
        tree = insert(tree, value);
        cout <<
        "*****\n";
        cout << "Новое случайное БДП с рандомизацией:"
<< endl;

        Print(tree, 0);
    }
    else if (method == "3") { //удаление элемента
        srand(time(0));
        cout << "Введите значение, которое хотите
удалить: ";

        cin >> value;
        if (find(tree, value)) {
            if (fixsize(tree) >= 1) {
                tree = remove(tree, value);
                cout <<
                "*****\n";
                cout << "Новое случайное БДП с
рандомизацией:" << endl;

                Print(tree, 0);
            }
        }
        else cout << "Данного элемента нет в
дереве.\n";
    }
    else{
        cout << "Действие выбрано неверно.";
    }
    cout << endl;

```



```

        cout << "Введите 'yes/y', если хотите продолжить
работать с данным БДП: ";
        cin >> menu_for_creation;
        if (menu_for_creation == "y" || menu_for_creation
== "yes") continue;
        else iterations = 0;
    }
}
else{
    cout << "Действие выбрано неверно.";
}
cout << endl;
cout << "Введите 'yes/y', если хотите продолжить работать с
БДП: ";
    cin >> start_end;
    if (start_end == "y" || start_end == "yes") iterations = 0;
}
cout << "Работа завершена.";
return 0;
}

```