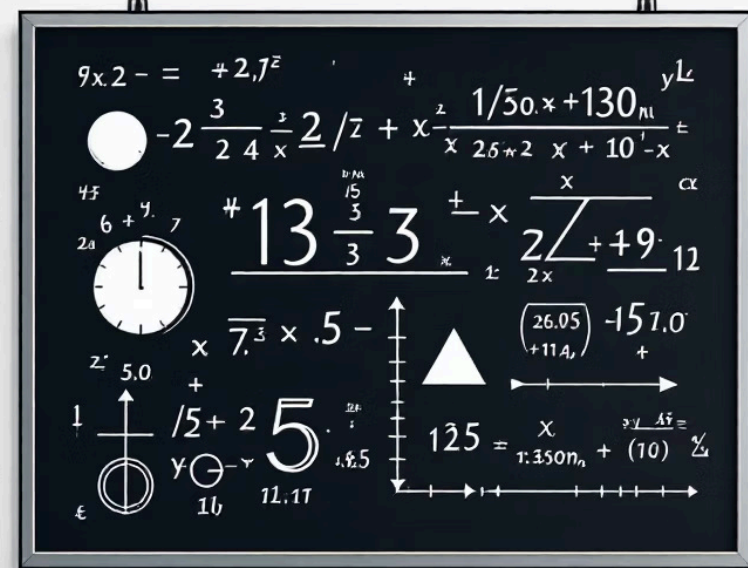


Лабораторная работа №4

Вычисление наибольшего общего делителя

Студент: Назарова Д.В.

Группа: НПМд-01-24 РУДН, 2025



Цель и задачи

Цель работы:

Ознакомиться с алгоритмами вычисления НОД

Задачи:

- Реализовать алгоритм Евклида
- Реализовать бинарный алгоритм
- Реализовать расширенный алгоритм
- Реализовать расширенный бинарный алгоритм

Теория НОД

Наибольший общий делитель

Определение:

$\text{НОД}(a, b)$ наибольшее число, делящее a и b

Свойства:

- $\text{НОД}(a, b) = \text{НОД}(b, a \bmod b)$
- $\text{НОД}(a, 0) = |a|$
- $\text{НОД}(2a, 2b) = 2 \cdot \text{НОД}(a, b)$

Алгоритм Евклида

```
function euclidean\_gcd(a, b)
```

```
    a, b = abs(a), abs(b)
```

```
    while b != 0
```

```
        a, b = b, a % b
```

```
    end
```

```
    return a
```

```
end
```

Пример: $\text{НОД}(12345, 54321) = 3$

Бинарный алгоритм

```
function binary\_gcd(a, b)
```

```
  g = 1
```

```
  while iseven(a) && iseven(b)
```

```
    a  $\div$ = 2; b  $\div$ = 2; g *= 2
```

```
  end
```

```
  u, v = a, b
```

```
  return g*v
```

```
end
```

📄 **Преимущества:** операции сдвига вместо деления

Расширенный алгоритм

```
function extended\_euclidean(a, b)
```

```
    x0, x1 = 1, 0
```

```
    y0, y1 = 0, 1
```

```
    while b != 0
```

```
        q = a ÷ b
```

```
        a, b = b, a % b
```

```
        x0, x1 = x1, x0 - q*x1
```

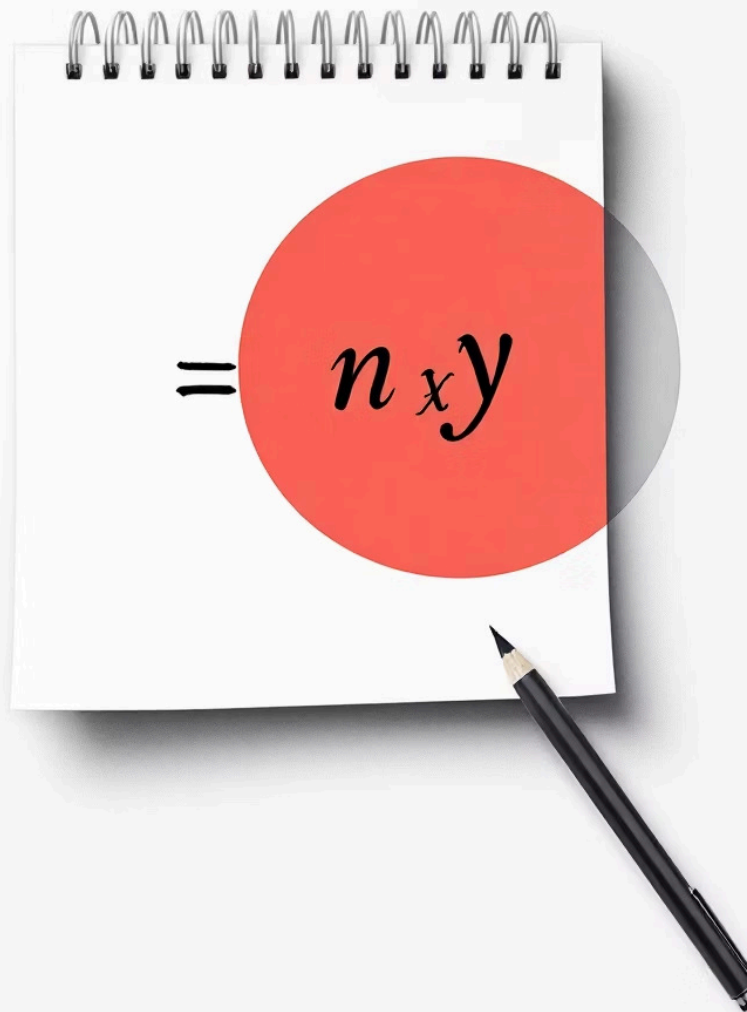
```
        y0, y1 = y1, y0 - q*y1
```

```
    end
```

```
    return (a, x0, y0)
```

```
end
```

Находит: НОД и коэффициенты Безу



Коэффициенты Безу

Уравнение Безу: $a \cdot x + b \cdot y = \text{НОД}(a, b)$

Пример: $91 \cdot (2) + 105 \cdot 1 = 7$

Проверка: $91 \times (2) + 105 \times 1 = 182 + 105 = 77$

Тестирование

```
test\_cases = [
```

```
    (12345, 24690),
```

```
    (12345, 54321),
```

```
    (91, 105),
```

```
    (105, 154)
```

```
]
```



Все алгоритмы прошли проверку:



Правильно находят коэффициенты



Корректно вычисляют НОД



Проходят проверку Безу

Сравнение алгоритмов

Евклида	Простота реализации
Бинарный	Высокая эффективность
Расширенный	Коэффициенты Безу
Расш. бинарный	Эффективность + коэффициенты



Выводы

Результаты работы:



Реализованы 4 алгоритма
вычисления НОД



Проведено тестирование
на различных примерах



Подтверждена корректность
вычислений



Достигнута цель работы