**Лекція 1.** Вступ. Математика як засіб дослідження економічних задач та її значення для розвитку інших наук. Сучасні методи та засоби обробки експериментальних даних.

Визначники другого, третього, *п*-го порядків. Властивості визначників. Методи обчислення визначників.

**План**

1. Математика як засіб дослідження економічних задач та її значення для розвитку інших наук.
2. Математичний інструментарій економіста: масштаб, середні величини, діаграми.
3. Відсотки. Основні задачі на відсотки.
4. Прості відсотки.
5. Складні відсотки.
6. Визначники ІІ-го та ІІІ-го порядку.
7. Властивості визначників.
8. Мінори і алгебраїчні доповнення. Теорема розкладу визначника за елементами будь-якого рядка (стовпця).

*Основні терміни та поняття*: математика, математичний інструментарій, масштаб, середнє арифметичне, середнє геометричне, середнє квадратичне, відсоток; секторні, стовпцеві, кругові діаграми.

**Математика як засіб дослідження економічних задач**

**та її значення для розвитку інших наук**

Математика – одна з найдавніших наук, що зародилася на світанку цивілізації. До її складу входять: факти, накопичені в процесі розвитку; гіпотези (наукові припущення), які ґрунтуються на фактах; теорії, що є результатом узагальнення фактичного матеріалу та дедуктивних доведень; загальнотеоретичне тлумачення математичних законів і теорій, що характеризує загальний підхід до вивчення предмета математики.



**СТОРІНКА ІСТОРІЇ**

[](http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/3/36/Feofan_Prokopovich.jpg)Розвиток математики пов’язаний з дослідженнями таких видатних вчених, як Фалес, Піфагор, Евклід, Архімед, Р. Декарт, П. Ферма, І. Ньютон, Г. Лейбніц, Й. Бернуллі, Л. Ейлер, Е. Галуа, К. Гаусс, О. Коші та інші. Варто зауважити, що великий внесок у розвиток математики зробили й видатні українські вчені.

Феофан Прокопович (1677 - 1736): до циклу лекцій з філософії включив лекції з математики на рівні відповідних курсів зарубіжних університетів – це був перший курс математики, побудований на наукових основах та прочитаний на теренах України. Йому належать слова: «... я дуже часто помічав сам за собою і за іншими, що жодна наука так не захоплює бажанням пізнання, як математика, - наука вельми цікава і захоплююча».

[](http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/6/60/Oosipovsk.jpg)

Тимофій Федорович Осиповський (1766 - 1832): професор, завідувач кафедри математики, а з 1813 по 1820 - ректор Харківського університету. Написав тритомний «Курс математики», який продовж десятиліть був основним підручником для студентів університетів.

Михайло Васильович Остроградський (1801 – 1862): основні роботи присвячені математичному аналізу, математичній фізиці і механіці. Він автор знаменитої формули, відомої в математичному аналізі як формула Остроградського – Гаусса. Широко відомий метод Остроградського інтегрування раціональних функцій, його принцип розкладу за власними функціями, принцип Гамільтона – Остроградського в механіці. Він один із основоположників знаменитої Петербурзької математичної школи. За видатні досягнення в галузі математичних наук М. Остроградського, чи не першого серед українців, обирають членом Академії наук у Нью – Йорку, Туринської академії, Національної академії

Деї Лінчеї в Римі, членом – кореспондентом Паризької академії наук, почесним членом багатьох наукових товариств та університетів.

Віктор Якович Буняковський (1804 - 1889): автор багатьох наукових праць, зокрема його монографія «Основи математичної теорії ймовірностей» відіграла надзвичайно важливу роль у розвитку математики в Росії. Знаменита нерівність Коші – Буняковського використовується в різних розділах елементарної та вищої математики. Основні наукові праці вченого відносяться до теорії чисел, теорії ймовірностей та їх застосувань. У галузі теорії чисел розвивав алгебраїчні теорії та аналітичні методи. Сконструював декілька математичних приладів, зокрема запропонував удосконалений варіант рахівниці.

[](http://www.google.com.ua/imgres?imgurl=http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/3/39/Kovalevska.jpg&imgrefurl=http://uk.wikipedia.org/wiki/%25D0%259A%25D0%25BE%25D0%25B2%25D0%25B0%25D0%25BB%25D0%25B5%25D0%25B2%25D1%2581%25D1%258C%25D0%25BA%25D0%25B0_%25D0%25A1%25D0%25BE%25D1%2584%25D1%2596%25D1%258F_%25D0%2592%25D0%25B0%25D1%2581%25D0%25B8%25D0%25BB%25D1%2596%25D0%25B2%25D0%25BD%25D0%25B0&usg=__o3c-jYFu380_isW5ef68JO18dSQ=&h=294&w=218&sz=18&hl=uk&start=4&zoom=1&tbnid=csebMPMwvb2meM:&tbnh=115&tbnw=85&ei=qiPSTZ7ZKcTJtAbo3OC1CQ&prev=/search%3Fq%3D%25D1%2581%25D0%25BE%25D1%2584%25D1%2596%25D1%258F%2B%25D0%25BA%25D0%25BE%25D0%25B2%25D0%25B0%25D0%25BB%25D0%25B5%25D0%25B2%25D1%2581%25D1%258C%25D0%25BA%25D0%25B0%26hl%3Duk%26sa%3DX%26biw%3D1276%26bih%3D827%26rlz%3D1W1GGHP_uk%26tbm%3Disch%26prmd%3Divnso&itbs=1)

Софія Василівна Ковалевська (1850-1891): професор Стокгольмського університету; перша жінка, яку обрано кленом-кореспондентом Петербурзької академії наук. Важливі дослідження належать до теорії обертання твердого тіла. Вона відкрила третій класичний випадок розв’язання задачі про обертання твердого тіла навколо нерухомої точки, довела існування аналітичного розв’язку задачі Коші для систем диференціальних рівнянь з частинними похідними, дослідила задачу Лапласа про рівновагу кільця Сатурна. Працювала у галузі теорії потенціалу, математичної фізики, небесної механіки.

Михайло Єгорович Ващенко – Захарченко (1825 - 1912): навчався в Золотоніському повітовому училищі та в Другій Київській гімназії. Математичну освіту здобув частково в Київському університеті св. Володимира, частково Сорбонні та Колеж де Франс у Парижі. У 1862 році видав монографію, присвячену символічному численню. Це була перша в Росії наукова робота з операційного числення і одна із перших у світі. З 1867 р. — професор Київського університету. З початку 1870-х років читав курс проективної геометрії, а з 1878 р. — курс неевклідової геометрії (основи геометрії Лобачевского). У 1880 р. опублікував переклад «Начал» Евкліда з великим вступом, де були розглянуті основні питання геометрії Лобачевского.

Проникнення математичних методів у будь-яку галузь науки та практичної людської діяльності пояснюється зв’язком математики з об’єктивною реальністю, завдяки цьому числа, геометричні фігури і інші математичні поняття можуть відбивати та описувати найрізноманітніші явища навколишньої дійсності.

Значним науковим досягненням стало впровадження математичних методів у економічну науку і в управління економічними процесами. У наш час наукове управління цими процесами може бути здійснено тільки на основі застосування точних математичних методів у всіх сферах господарювання – від прогнозування розміщення корисних копалин до вивчення попиту на товари широкого вжитку і побутові послуги, від вивчення потреби в робочій силі до планування транспортних артерій тощо. Тому рівень кваліфікації майбутнього економіста значною мірою залежить від рівня його математичної підготовки.

Про значення математики для сучасної економіки можна говорити багато. Найпростіші обчислення проводяться за допомогою калькуляторів чи усних підрахунків, при складних розрахунках використовуються комп’ютери. В основі таких дій лежать або співвідношення між об’єктами, виражені формулами, або логічні висновки. За аналогією з фізичними моделями, які відображають процеси між природними об’єктами, формули, за допомогою яких здійснюються розрахунки, називаються в економічній літературі математичними моделями.

А чи можна використовувати математичну модель:

1) не володіючи мовою математичних понять, не вміючи здійснювати математичні дії

над числами, множинами, операторами, функціями;

2) не вміючи працювати з рівняннями, нерівностями і т.д.;

3) не володіючи основними розрахунковими математичними інструментами:

логічними поняттями, поняттями комбінаторики, лінійною алгеброю і т.д.;

4) не вміючи ставити проблеми, розв’язувати їх, робити аналіз отриманих результатів?

Відповідь на поставлене запитання Ви отримаєте в процесі вивчення дисципліни «Вища математика».

Математика ефективно використовується у різноманітних галузях наук. Зокрема, у медицині (лабораторні медичні аналізи складу крові, закономірності розвитку лікарських рослин), у суспільних науках (кількісний та якісний склад політичних партій держави, підсумки виборчих компаній, соціальний склад населення держави, міста) тощо.

**Математичний інструментарій економіста: масштаб,**

**середні величини, діаграми**

Розглянемо приклади простіших задач та математичний інструментарій їх розв’язання

У завданнях економічного змісту при плануванні будівництва виробничих об’єктів – заводів, фабрик й інших об’єктів – на місцевості доводиться складати карти, креслення, які б схематично відображали вигляд об’єкта. Для цього використовується поняття масштабу**,** яке дозволяє ділянки земної поверхні зображати на папері в зменшеному вигляді. Наприклад, відрізок 1 000 м зображають відрізком 1 см. Оскільки 1000 м=100 000 см, то кожний відрізок на карті в 100 000 разів менший, ніж відповідний відрізок на місцевості.Отже,

***Означення. Масштаб*** *– це відношення довжини відрізка, зображеного на карті чи малюнку, до реальної його довжини на місцевості*.

У статистичних зведеннях розвитку народного господарства використовується поняття середнього арифметичного.

***Означення. Середнє арифметичне –*** *це частка від ділення суми всіх даних значень величини на кількість цих значень.*

Якщо дано  – значення певної величини, то середнє арифметичне їх дорівнює:

. (1)

В економіці сільського господарства поширена задача на визначення середньої врожайності культур.

**Завдання 1.** З 20 га поля зібрали 1610 ц. пшениці, а з решти 30 га – 1950 ц. Знайдіть середню врожайність на всьому полі.

Розв’язання

1) 1610+1950 = 3560 ц. – загальний врожай з усього поля;

2) 20+30 = 50 га. – загальна площа всього поля;

3) 3560 : 50 = 71,2 (ц.) середня врожайність з 1га на всьому полі.

**Відповідь:** 71,2 ц.

***Означення. Середнє геометричне n чисел***  *– це величина* . (2)

***Означенная. Середнє квадратичне n чисел***  *– це величина*

. (3)

Якщо числа  - додатні, то справедливою є подвійна нерівність, яка зв’язує середнє арифметичне з середнім геометричним та середнім квадратичним:

  (4)

Засобами ілюстрацій співвідношень між величинами, які описують певні процеси, є стовпцеві та секторні діаграми***.***

Так, за допомогою ***стовпцевої діаграми*** (мал. 1) проілюструємо, як за останні 5 років змінювалася кількість цукру, виробленого одним із цукрових заводів Рівненської області, якщо у 2006 р вона становила 160 т, у 2007 р – 130т, у 2008 р – 140 т, у 2009 р – 150 т, у 2010 р – 100 т.



Мал 1. Кількість цукру, виготовлена

заводом за п’ять років

***Кругові діаграми*** можна використовувати для зображення, наприклад, співвідношень між територіями, чисельністю населенням тощо, які часто використовують економісти–географи.

Проілюструємо за допомогою кругової діаграми (мал. 2) розподіл площі Світового океану, склад якого поданий у таблиці 1.

Таблиця 1

**Розподіл площі Світового океану**

|  |  |
| --- | --- |
| **Світовий океан (площею 361 млн. кв. км)**  **складається з:** | |
| *океан* | *площа*  *(у млн. кв. км)* |
| ТихийАтлантичнийІндійськийПівнічний Льодовитий | 179,7  93,4  74,9  13 |



Мал 2. Кругова діаграма, що ілюструє

складові частини Світового океану

**3. Відсотки. Основні задачі на відсотки**

Виконання планів на заводах та інших підприємствах характеризується за допомогою поняття відсотка (процента).

***Означення. Відсоток –*** це сота частина числа.

Існує три типи задач на відсотки:

1. знаходження відсотків від числа;
2. знаходження числа за значенням відсотку;
3. знаходження відсоткового відношення значень величин.

Розглянемо задачу та розв’яжемо її двома способами.

**Завдання 2.** З молока виходить 10% сиру. Встановіть, скільки сиру вийде з 32,8 кг молока?

Розв’язання

*І спосіб*. Оскільки 32,8 кг молока – це 100%, а сир становить 10 % від кількості молока, то на 1 % припаде

 кг молока.

10% - це число в 10 разів більше, тобто 0,328·10=3,28 кг.

*ІІ спосіб.* Складемо пропорцію  .

**Відповідь:** 3,28 кг.

***Правило 1.*** *Щоб* ***знайти відсотки від числа,*** *треба записати відсотки у вигляді дробу і помножити число на цей дріб, тобто р відсотків від числа а дорівнює:*

** (5)

***Правило 2.*** *Щоб* ***знайти число за його відсотками,*** *досить записати відсотки дробом і*

*поділити значення відсотків на цей дріб.*

***Правило 3*** *Щоб* ***знайти процентне відношення чисел,*** *треба арифметичне відношення*

*цих чисел помножити на 100%*

Потрібно добре зрозуміти, від чого беруться відсотки.

Якщо говорять, що заробітна плата підвищилась на 20%, то розуміють, що вона збільшилась по відношенню до попередньої. Наприклад, якщо ЗП була 350 грн, то 20% становить грн. Отже, після підвищення ЗП буде становити  грн.

Збільшенню в 2 рази відповідає збільшення на 100%, а зменшенню в 2 рази – зменшення на 50%. Ціна товару теоретично може збільшитись на будь-яке число відсотків (130%, 240%, 500%), а зменшитись, наприклад, на 130% не може.

**Прості відсотки**

Особливо часто доводиться розв’язувати задачі на відсотки бухгалтерам та працівникам банків. Пригадаємо відомі терміни.

***Капітал* (**або *основна сума, початкова вартість, поточна вартість* – позначається Р) – це кількість грошей, вкладених (інвестованих) або позичених (взятих у позику).

***Прибуток*** (позначається І) – ціна, яку треба сплатити за використання грошей.

***Відсоткова ставка*** (позначається r) *–* прибуток з капіталу, що підраховується у вигляді відсотків від основної суми.Через певний обумовлений час необхідно сплатити капітал плюс прибуток з капіталу.

Метод підрахунку прибутку називається ***методом простих відсотків***.

Прості відсотки обчислюються за формулою:

, (6)

де  - одиниця часу.

Тоді ***загальна сума*** (або *майбутня вартість* позначається ), яку повинен сплатити позичальник, буде обчислюватися за формулою:

 (7)

*Завдання 3*. Вкладник дав банку під 8% річних 2000 грн на півроку. Визначити прості

відсотки та загальну суму, яку він отримає.

Розв’язання

За умовою завдання ; ; . Отже,

 грн.

Тоді  грн.

Тобто через 6 місяців вкладник має отримати 2080 грн.

Відповідь: грн., грн.

Досить часто потрібно розв’язувати задачі типу: намітивши майбутню вартість, потрібно встановити поточну. Користуючись формулою (7), можна визначити, що:

 (8)

*Завдання 4*. Вкладник хоче через 10 місяців отримати 5000 грн. Дослідіть, яку суму він повинен інвестувати зараз на умовах 12% річних?

Розв’язання

За умовою: , , .

На основі (8) маємо:

 грн.

Відповідь: початкова інвестиція має становити 4547,12 грн.

У деякому випадку боржник, який укладає угоду з позикодавцем, складає документ (***простий вексель*** або ***борговий вексель***) за власним підписом, в якому зобов’язується сплатити певну суму до позначеної в документі дати. Іноді угода про надання позики укладається з допомогою ***дисконтного векселя***. Тоді величина, яку треба сплатити за користування грошима, називається ***простий* *дисконт*** (позначається ). Він підраховується як відсоток від загальної суми . Ці відсотки називаються ***ставкою дисконту*** (позначається ). Тоді,

 (9)

Виручена сума (***виручка***, позначається ) визначається з рівняння:

 (10)

*Завдання 5.* Підприємець видав інвестору шестимісячний дисконтний вексель на суму

35000 грн. Ставка дисконту 7% річних. Дослідіть, яку суму заробить інвестор?

Розв’язання

, , 

 грн.

Відповідь: інвестор заробить 1225 грн.

Якщо виручка відома, то, користуючись формулою (10), можна для векселя обчислити завершальну вартість :

 (11)

*Завдання 6*. Дослідіть, якою буде завершальна вартість дисконтного векселя, якщо банк пропонує ставку дисконту 12%, а отримати необхідно 6000 грн. за 2 місяці.

Розв’язання

Перейдемо до умовних позначень: . Тоді, за формулою (11) матимемо:

 грн.

Отже, користування 6000 грн 2 місяці обійдеться в грн.

Відповідь: завершальна вартість дисконтного векселя становитиме 6122 грн.

**Складні відсотки**

Вказані вище методи розрахунку ціни за використання грошей називаються *методами простих відсотків*. Однак вони використовуються дуже рідко і на дуже короткий термін.

Розглянемо метод підрахування прибутку з капіталу, коли ставка відсотка береться не від початкової вартості, а від величини, що дорівнює початковій вартості плюс відсотки. Такий метод називається ***компаудінгом***, а кожен крок цього процесу – ***компаундом*** (нарахування). Результат нарахування називається ***складними відсотками***.

Складні відсотки нараховуються періодично. Якщо вони підраховуються щомісячно (12 разів на рік), то це називається ***щомісячним компаундом***, а кожен місяць – ***конверсійним періодом***. Якщо нарахування йде кожні 3 місяці – ***квартальний компаунд*** і т.д.

*Завдання 7*. Дослідіть завершальну вартість 1000 грн, яку вкладник хоче отримати через

18 місяців із ставкою 6% з піврічним компаундом.

Розв’язання

За умовою , . Оскільки прибуток потрібно рахувати кожні півроку (піврічний компаунд), то 18 місяців становить 3 компаунди. Тоді .

І компаунд.  грн.

 грн.

ІІ компаунд.  грн. На даному етапі за початкову суму береться величина, що дорівнює початковій сумі з умови плюс прибуток, одержаний за перший компаунд. Тоді  грн.

ІІІ компаунд. Тепер початкова сума становить 1060,9 грн. Отже,



грн.

Відповідь: 1092,7 грн.

Останній результат часто називають ***сумою компаунда***. У даному прикладі при кожному наступному компаунді нова початкова сума множиться на одне і те ж число , яке називається ***ставкою відсотка за конверсійний період*** (позначається ). Вважається, що

, (12)

де щорічна або визначена для даного періоду ставка відсотка (номінальна ставка), число конверсійних періодів за рік.

***Кількість конверсійних періодів***  можна підрахувати, помноживши кількість конверсійних періодів за рік  на кількість років:

 (13)

*Завдання 8*. Певну суму грошей інвестовано на 3 роки із ставкою 9% при щомісячному компаунді. Визначити ставку відсотка за конверсійний період та кількість конверсійних періодів.

Розв’язання

За умовою: . Отже,

 .

Відповідь: 0,75%; 36 періодів.

Виведено загальну формулу для суми компаунда:

, (14)

де кількість конверсійних періодів.

*Завдання 9*. Знайдіть суму компаунда для 30000 грн., вкладених на 3 роки під 12% річних

за квартальним компаундом.

Розв’язання

За умовою: (бо в році 4 квартали). Тоді, щоб скористатись (14), знайдемо

 .

Отже, грн.

Відповідь: 42778 грн.

** В результаті вивчення теми необхідно:**

|  |  |
| --- | --- |
| ***знати*** | ***вміти*** |
| * означення масштабу, середнього арифметичного, середнього квадратичного та середнього геометричного; * види діаграм; * означення капіталу, прибутку, ставки відсотку, компаунду, конверсійного періоду, простого та дисконтного векселів, ставки дисконтного векселю; * суть методу простих відсотків; * суть методу складних відсотків. | * розв’язувати прикладні задачі економічного характеру за допомогою масштабування; * виконувати обчислення методом простих відсотків; * розв’язувати завдання професійного спрямування з використанням математичного апарату; * виконувати дослідницьку роботу, аналізувати отримані результати, робити висновки щодо їх реальності. |

*Основні терміни та поняття:* визначники (детермінанти) ІІ-го та ІІІ-го порядків, мінор, алгебраїчне доповнення, правило трикутників, квадратна матриця, транспонована матриця, симетрична матриця, матриця-рядок, матриця-стовпець, обернена матриця, ранг матриці.



**СТОРІНКА ІСТОРІЇ**

У 18-19 століттях в алгебрі основні зусилля математиків були спрямовані на розв’язання декількох проблем, серед яких – розв’язування систем алгебраїчних рівнянь з кількома невідомими. Над нею працювали Г. Лейбніц, К. Маклорен, Г. Крамер, П. Лапласс, К. Гаусс та інші. Дослідження систем лінійних рівнянь спричинило виникнення таких понять, як визначник і матриця. Основи теорії визначників закладено в роботах Г. Крамера, їх строга дедуктивна теорія побудована О.Коші в 1815 р., а з 40-х років вони стають універсальним інструментом в алгебрі й аналізі. З часом відбувається відокремлення понять ***матриця і визначник***. Остаточно це відокремлення відбулося в роботах А. Келі та Д. Сільвестера. Останній ввів термін «матриця» у 1850 р. Основи матричного числення викладені А. Келі в роботі «Мемуар з теорії матриць» (1858). Розробка теорії матриць і визначників сприяла розвитку теорії квадратичних форм і теорії інваріантів рівнянь. Всі ці теорії пізніше лягли в основу формування нової галузі алгебри – **лінійної алгебри**.

**1.1. Визначники ІІ-го та ІІІ-го порядку**

***Означення. Визначником (детермінантом) другого порядку*** *називається число, яке символічно записується у вигляді*

, (1.1)

де  - елементи першого рядка;  - елементи другого рядка (на номер рядка вказує перша цифра індексу);  - елементи першого стовпця;  - елементи другого стовпця (номер стовпця – це друга цифра індексу);  - елементи головної діагоналі;  - елементи побічної діагоналі.

*Зауваження 1*: порядок визначника вказує на кількість його рядків та стовпців

Для обчислення визначника другого порядку користуються формулою:

|  |  |
| --- | --- |
| На прикладі | В загальному |
|  | (1.2) |

***Означення. Визначником третього порядку*** *називається число, яке символічно записується у вигляді:*

, (1.3)

де  - елементи *і –*го рядка та *j –*го стовпця ();  - елементи головної діагоналі;  - елементи побічної діагоналі.

Визначник третього порядку обчислюється за формулою (так зване **«*правило трикутника»***):

, (1.4)

або

. (1.5)

Схематично правило трикутника можна зобразити так:

,

де точки, з’єднані лініями, - це елементи визначника, які необхідно перемножити.

*Завдання 13.* Обчисліть визначник .

Розв’язання

Для того, щоб обчислити визначник використаємо формулу (1.4) або (1.5) зазначивши, що



Отримаємо:



Відповідь: -21.

**1.2. Властивості визначників**

Сформулюємо ***основні властивості визначників*** (для випадку третього порядку).

Для початку дослідимо, що відбудеться у випадку, коли елементи відповідних рядків і стовпців конкретного визначника, наприклад  , поміняти місцями?

Для цього обчислимо окремо два визначники: даний в умові

,

та новий, що утвориться з даного після заміни відповідних рядків на відповідні стовпці:

.

Як бачимо, .

Поширимо дане твердження на множину всіх дійсних чисел.

***Властивість 1*.** Визначник не зміниться, якщо відповідні рядки замінити відповідними стовпцями:

.

*Зауваження 2.* Дане твердження встановлює рівноправність рядків і стовпців визначника, тому всі подальші властивості будуть справедливими як для рядків, так і для стовпців та мають один спосіб доведення.

***Властивість 2.*** Якщо поміняти місцями довільні два рядки (стовпці), то визначник змінить знак на протилежний:

.

***Властивість 3*.** Якщо один з рядків (стовпців) визначника складається з нулів, то визначник дорівнює нулю:

.

***Властивість 4.*** Якщо визначник має два однакових рядки (стовпці), то він дорівнює нулю:

.

***Властивість 5.*** Спільний множник, що міститься в усіх елементах одного рядка (стовпця), можна винести за знак визначника:

.

***Властивість 6*.** Якщо елементи будь-якого рядка (стовпця) пропорційні елементам іншого рядка (стовпця), то такий визначник дорівнює нулю:

.

***Властивість 7*.** Якщо до елементів довільного рядка (стовпця) додати відповідні елементи іншого рядка (стовпця), помножені на одне і те ж відмінне від нуля число, то значення визначника при цьому не зміниться:

.

***Властивість 8.*** Для визначників справедливою є формула:

.

Тобто визначник суми дорівнює сумі визначників. Аналогічно визначник різниці дорівнює різниці визначників.

**1.3. Мінори і алгебраїчні доповнення**

***Означення. Мінором елемента  визначника третього порядку*** *називається визначник другого порядку, який одержується з визначника третього порядку шляхом викреслювання рядка і стовпця, на перетині яких стоїть даний елемент:*



(1.6)

***Означення. Алгебраїчним доповненням  елемента *** *називається число, яке обчислюється за формулою*

, (1.7)

де  - мінор елемента .

Так для визначника третього порядку алгебраїчне доповнення елемента  буде:

.

Введені поняття мінору та алгебраїчного доповнення дозволяють сформулювати теорему, яка допоможе обчислити визначник, розклавши його за елементами будь-якого рядка (стовпця).

***Теорема.*** Визначник дорівнює сумі добутків елементів будь-якого рядка (стовпця) на їх відповідні алгебраїчні доповнення.

Тобто

 (1.8)

*Завдання 14.* Обчисліть визначник третього порядку  за елементами першого

рядка.

Розв’язання

Щоб обчислити визначник за елементами першого рядка скористаємось

формулою (1.8). врахувавши, що



Відповідь: 34.