Лекція 16. Первісна та її властивості. Невизначений інтеграл та його основні властивості. Таблиця основних невизначених інтегралів.

**План**

1. Поняття невизначеного інтегралу.

2. Властивості невизначеного інтегралу.

3. Таблиця основних невизначених інтегралів.

**1. Поняття невизначеного інтегралу.**

Головна задача диференціального числення полягає в наступному: дано функцію , потрібно знайти її похідну. При цьому, якщо похідна існує в кожній точці  деякого проміжку, то це також деяка функція  така, що 

Знаходження похідної має велике практичне значення. Так, за відомим законом руху тіла  диференціюванням знаходять швидкість прискорення ; якщо задано рівняння прямої , то легко визначити кутовий коефіцієнт дотичної, проведеної до даної кривої .

Однак часто розв’язують і обернену задачу: дано функцію , потрібно знайти функцію  таку, що .

Для розв’язання оберненої задачі існує дія інтегрування, обернена до дії диференціювання.

**Означення.** Диференційована функція , визначена на деякому проміжку , називається *первісною* для функції , визначеною на проміжку , якщо для всіх 

,

або, що те саме,

.

Так, для функції  первісною є функція , оскільки . Дана функція має не єдину первісну. Наприклад, функції , , , які відрізняються лише на постійну *С*, теж задовольняють умову .

**Теорема.** Якщо функція  – первісна для  на деякому проміжку, то і функція , де *С* – будь-яка постійна, також є первісною для функції на цьому проміжку.

Доведення: .

Отже, досить знайти для функції тільки одну первісну функцію щоб знайти всі її первісні, бо вони відрізняються одна від одної тільки на постійну величину *С*.



Рис.1

Сукупність  всіх первісних функції  на проміжку називають ***невизначеним інтегралом*** від функції  на цьому проміжку і позначають

.

 – підінтегральний вираз,  – підінтегральна функція, – змінна інтегрування,  – довільна стала.

Наприклад: а) , тому що ;

б) , тому що 

в) , тому що .

**2. Властивості невизначеного інтегралу**

1. Похідна невизначеного інтегралу рівна підінтегральній функції:



1. Диференціал невизначеного інтегралу дорівнює підінтегральному виразу:

.

1. Невизначений інтеграл від диференціалу функції рівний цій функції:



1. Постійний множник можна винести за знак інтегралу:



1. Невизначений інтеграл від алгебраїчної суми (різниці) функцій дорівнює алгебраїчній сумі (різниці) невизначених інтегралів від кожної функції:



1. Якщо є первісною для , де  і довільні числа , то



Для доведення властивостей 1-6 невизначеного інтегралу достатньо знайти похідні обох частин рівності.

**3. Таблиця основних інтегралів**

З означення невизначеного інтегралу маємо, що якщо  то . Виходячи з цього та використовуючи формули диференціювання, можна записати таблицю невизначених інтегралів.

1. 

2. 

3. 

4. 

5. 

6. 

7. 

8. 

9. 

10. 

11. 

12. ****

13. 

14. ****

15. ****

16. ****

17. ****