Лекція 19. Обчислення визначеного інтеграла основними методами.

**План**

1. Безпосереднє обчислення визначеного інтегралу.

2. Обчислення визначеного інтеграла методом заміни змінної.

3. Обчислення визначеного інтеграла частинами.

**1. Безпосереднє обчислення визначеного інтегралу**

Для обчислення визначеного інтегралу при умові існування первісної користуються формулою Ньютона-Лейбніца:



З цієї формули видно порядок обчислення визначеного інтегралу:

1. знайти невизначений інтеграл від даної функції;

2. в отриману первісну підставити на місце аргументу спочатку верхню, а потім нижню межу інтеграла;

3. знайти приріст первісної, тобто обчислити інтеграл.

**Приклад 1.** Обчислити інтеграл: 

Розв’язання.

Використавши вказане правило, обчислимо даний визначений інтеграл:



Відповідь: .

**Приклад 2.** Обчислити інтеграл: 

Розв’язання.

Інтеграл від суми замінимо сумою інтегралів від кожної функції.



Відповідь: .

**Приклад 3.** Обчислити інтеграл: .

Розв’язання.

Знаходимо



Відповідь: =1,5.

**Приклад 4 .** Обчислити інтеграл: 

Розв’язання.

Інтеграл від різниці функції замінимо різницею інтегралів від кожної функції.



Відповідь:=2.

**Приклад 5.** Обчислити інтеграл: .

Розв’язання.

Знаходимо



Відповідь: .

**Приклад 6.** Обчислити інтеграл: .

Розв’язання.

Знаходимо .

Відповідь: .

**2. Обчислення визначеного інтеграла методом заміни змінної**

Обчислення визначеного інтеграла методом підстановки виконується в такій послідовності:

1) ввести нову змінну;

2) знайти диференціал нової змінної;

3) знайти нові межі визначеного інтегралу;

4) весь підінтегральний вираз виразити через нову зміну;

5) обчислити отриманий інтеграл.

**Приклад 7**. Обчислити інтеграл: 

Розв’язання:

Зробимо заміну , тоді 

Визначимо межі інтегрування для змінної *t,* а саме: *.*

Зручно записати інтеграл, заміни та нові межі інтегрування в такому вигляді:



**Приклад 8**. Обчислити інтеграл: 

Розв’язання:

Зробимо заміну , тоді .

Визначимо нові межі інтегрування для змінної *t.*

При *х=*0 отримаємо *,* коли *x=*7 отримаємо.

Виразимо підінтегральний вираз через *t* і *dt* та перейдемо до нових меж інтегрування, отримаємо:



Відповідь: .

**Приклад 9**. Обчислити інтеграл: 

Розв’язання:

Вважатимемо, що , тоді Визначимо межі інтегрування для змінної *t*. При х=1, отримаємо, , коли *x*=2 отримаємо .

Виразимо підінтегральний вираз через *t* і *dt* та перейдемо до нових границь, отримаємо:



Відповідь: 

**Приклад 10**. Обчислити інтеграл: 

Розв’язання:

Нехай .

Визначимо границі інтегрування для змінної : Виразимо підінтегральний вираз через *t* і *dt* та перейдемо до нових границь, отримаємо:



**Відповідь**: 

**3. Обчислення визначеного інтегралу частинами**

Якщо функцію  і  та їх похідні  і  неперервні на проміжку [*a*; *b*], то формула інтегрування частинами для визначеного інтегралу має вигляд:



Наведемо деякі приклади обчислення визначеного інтегралу частинами.

**Приклад 11.** Обчислити інтеграл .

Розв’язання:



Відповідь: =1.

**Приклад 12.** Обчислити інтеграл .

Розв’язання:

=



Відповідь: 

**Приклад 13**. Обчислити інтеграл: 

Розв’язання:



Для спрощення обчислень знайдемо інтеграл (від’ємник) методом заміни змінної окремо, позначивши його через .



Підставимо отримане значення в даний інтеграл та обчислимо його, а саме:



Відповідь: 

Бачимо, що для обчислення даного інтегралу застосували всі методи обчислення інтегралів, тим самим провели узагальнення вивченого матеріалу.

**Приклад 14**. Обчислити інтеграл: 

Розв’язання:

.

Відповідь: .