

Лабораторная работа №6

Паде-Аппроксимация [n/n]

1.3.6. → Паде-аппроксимация ¶

$$f(x) = \sum_{k=0}^{\infty} c_k x^k \quad \square \quad \left[\frac{m/n}{f} \right] = \frac{a_0 + a_1 x + \dots + a_n x^n}{b_0 + b_1 x + \dots + b_m x^m} = \sum_{k=0}^{\infty} d_k x^k \quad \square$$

разложение в ряд Тейлора

Диагональная Паде-аппроксимация в случае, если $m=n$ т.е.

аппроксимация вида [n/n]

func - изначальная функция

n- степень полинома

makePoly[n,x,a] - функция для формирования полинома степени n, а - коэффициенты данного полинома

```
In[ ]:= makePoly[n_Integer, x_Symbol, a_Symbol] := Apply[Plus, (a[#] * x^# & /@ Range[0, n])];
```

введённые команды прим... сложить диапазон

```
In[ ]:= padeApprox[func_, xp_Symbol, n_Integer] :=
```

введённые команды

```
Module[{chisl, x = xp, znamn, m = n, taylor, pade,
```

программный модуль

```
system, k = 2 n, leftpart, var, solution, group, a, b},
```

```
chisl = makePoly[m, x, a];
```

```
znamn = (makePoly[m, x, b] /. b[0] -> 1);
```

```
taylor = Normal@Series[func, {x, 0, k}];
```

норма... разложить в ряд

```
pade =  $\frac{\text{chisl}}{\text{znamn}}$ ;
```

```
 $\frac{\text{chisl}}{\text{znamn}} = \text{taylor};$ 
```

```
group = Collect[chisl - taylor * znamn, x];
```

сгруппировать

```
leftpart = DeleteCases[CoefficientList[group, x], 0];
```

удалить случ... список коэффициентов многочлена

```
system = (# == 0) & /@ leftpart;
```

```
var = DeleteCases[Flatten[CoefficientList[#, x] & /@ {chisl, znamn}], _?NumericQ];
```

удалить случ... упростить список коэффициентов многочлена числовое выра

```
solution = Flatten[Solve[system[[ ; ; Length@var]], var]];
```

упростить решить уравнения длина

```
pade = pade /. solution;
```

```
pade
```

```
]
```

Пример 1

Рассмотрим функцию $f(x) = \frac{1}{1+\sin[x^2]}$

```
In[ ]:= n = {2, 4, 6};
```

```
In[ ]:= padeApprox[ $\frac{1}{1 + \sin[x^2]}$ , x, #] & /@ n
```

$$\left\{ \frac{1}{1+x^2}, \frac{1+\frac{x^4}{6}}{1+x^2+\frac{x^4}{6}}, \frac{1+1\frac{x^4}{20}}{1+x^2+\frac{x^4}{20}-\frac{7x^6}{60}} \right\}$$

Сравним со встроенной функцией:

```
In[ ]:= PadeApproximant[ $\frac{1}{1 + \sin[x^2]}$ , {x, 0, #}] & /@ n
```

аппроксимация Паде

```
Out[ ]:=
```

$$\left\{ \frac{1}{1+x^2}, \frac{1+\frac{x^4}{6}}{1+x^2+\frac{x^4}{6}}, \frac{1+\frac{x^4}{20}}{1+x^2+\frac{x^4}{20}-\frac{7x^6}{60}} \right\}$$

Рассмотрим на графике полученный результат:

```
In[ ]:= approx = padeApprox[ $\frac{1}{1 + \sin[x^2]}$ , x, #] & /@ n;
```

```
In[ ]:= Do[Print["n=", n[[i]]];
```

... печатать

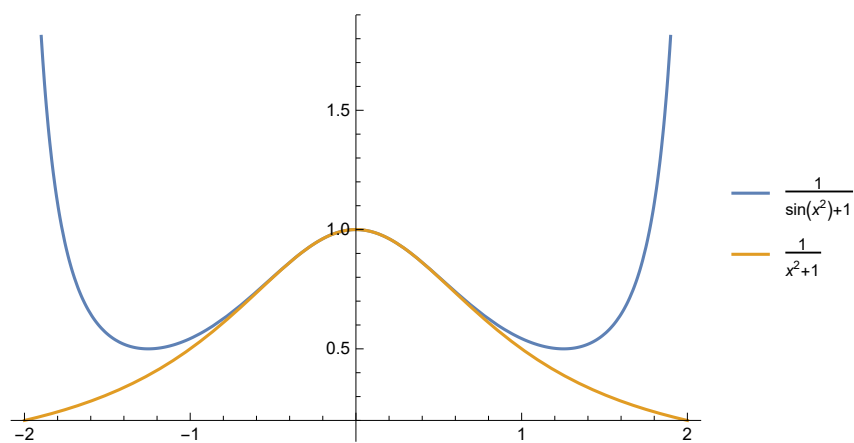
```
Print[Plot[{ $\frac{1}{1 + \sin[x^2]}$ , approx[[i]]}, {x, -2, 2},
```

печа... график функции

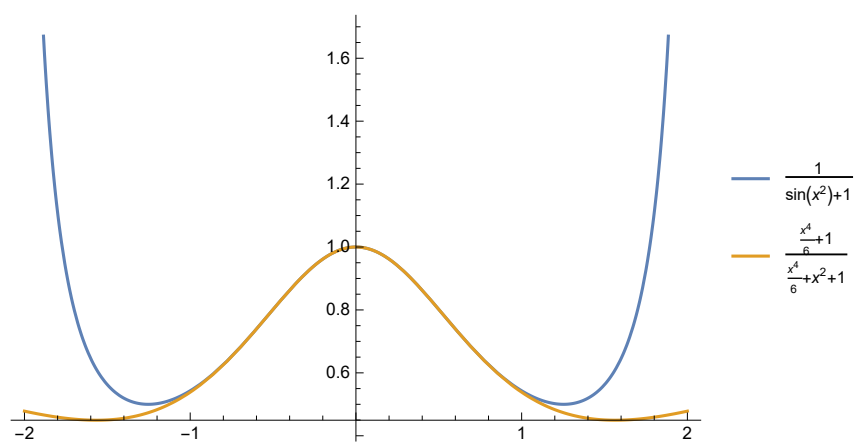
```
PlotLegends -> { $\frac{1}{1 + \sin[x^2]}$ , approx[[i]]}], {i, 1, Length@n}]
```

легенды графика длина

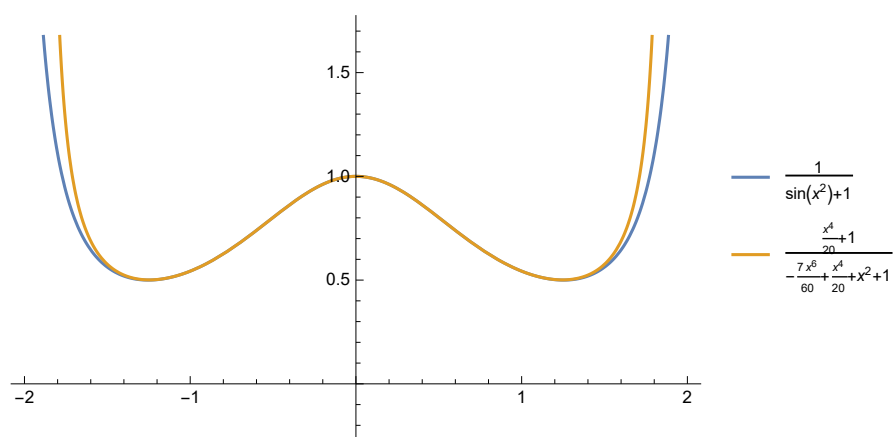
n=2



n=4



n=6



Пример 2

Рассмотрим функцию $f(x) = e^{(x+1)}$

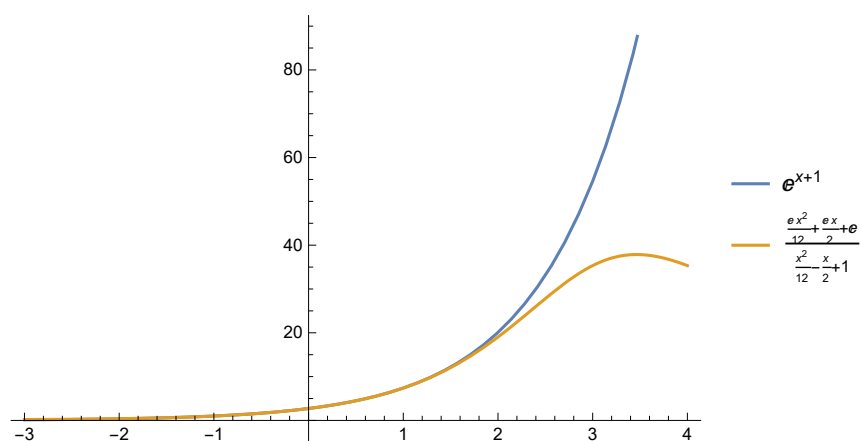
`n = {2, 3, 4};`

Рассмотрим на графике полученный результат:

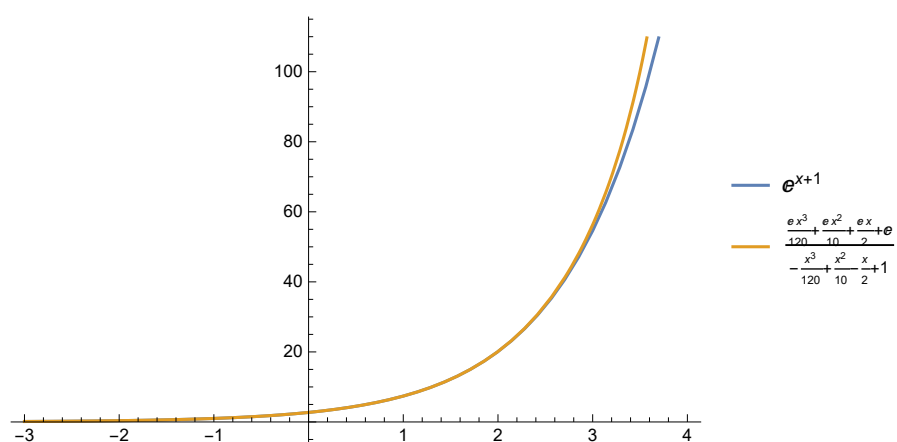
```
In[ ]:= approx = padeApprox[Exp[x + 1], x, #] & /@ n;
                                ↳показательная функция

In[ ]:= Do[Print["n=", n[[i]]];
  ↳... ↳печатать
  Print[Plot[{Exp[x + 1], approx[[i]]}, {x, -3, 4},
    ↳печа... ↳граф... ↳показательная функция
    PlotLegends → {Exp[x + 1], approx[[i]]}], {i, 1, Length@n}]
    ↳легенды графика ↳показательная функция ↳длина
```

n=2



n=3



n=4

