

Методы решения интегралов.

1. Непосредственное интегрирование

Непосредственное интегрирование - метод интегрирования, при котором подынтегральная функция путем тождественных преобразований и применения свойств интеграла приводится к одному или нескольким табличным интегралам.

2. Метод подведения под знак дифференциала

Этот метод является эквивалентным методу подстановки. Если $f(x) = v(u(x))$,

$$\int f(x)dx = \int v(u(x))dx \cdot \frac{d(u(x))}{d(u(x))} = \int v(u(x)) \cdot \frac{d(u(x))}{dx} = \int v(u(x)) \cdot \frac{d(u(x))}{u'(x)}$$

3. Метод замены переменной или метод подстановки

Этот метод заключается во введении новой переменной интегрирования (то есть делается подстановка). При этом заданный интеграл приводится к новому интегралу, который является табличным или с помощью преобразований его можно свести к табличному.

Пусть требуется вычислить интеграл $\int f(x)dx$. Сделаем подстановку $x = \varphi(t)$. Тогда $dx = \varphi'(t)dt$:

$$\int f(x)dx = \int f(\varphi(t)) \cdot \varphi'(t)dt$$

4. Метод интегрирования по частям

Этот метод основывается на следующей формуле:

$$\int u dv = uv - \int v du$$

или

$$\int u(x)v'(x)dx = u(x)v(x) - \int v(x)u'(x)dx$$

При этом предполагается, что нахождение интеграла $\int v du$ проще, чем исходного интеграла $\int u dv$. В противном случае применение метода неоправданно.